

## 정확한 신뢰성 해석을 위한 아카이케 정보척도 기반 일반화파레토 분포의 임계점 추정

강승훈\* · 임우철\* · 조수길\* · 박상현\* · 이민욱\*\* · 최종수\*\*\* · 홍 섭\*\* · 이태희†\*

\* 한양대학교 대학원 자동차공학과,

\*\* 선박해양플랜트연구소 해양플랜트산업기술센터,

\*\*\* 선박해양플랜트연구소 해양플랜트연구부

### Threshold Estimation of Generalized Pareto Distribution Based on Akaike Information Criterion for Accurate Reliability Analysis

Seunghoon Kang\*, Woochul Lim\*, Su-gil Cho\*, Sanghyun Park\*, Minuk Lee\*\*, Jong-su Choi\*\*\*, Sup Hong\*\* and Tae Hee Lee†\*

\* Dept. of Automotive Engineering, Graduate School, Hanyang Univ.,

\*\* Technology Center for Offshore Plant Industries, Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering,

\*\*\* Offshore Plant Research Division, Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering

(Received September 4, 2014 ; Revised September 29, 2014 ; Accepted October 30, 2014)

**Key Words:** Generalized Pareto Distribution(일반화파레토 분포), Threshold(임계점), Akaike Information Criterion(아카이케 정보척도), Tail Model(꼬리 모형), Reliability Analysis(신뢰성 해석)

**초록:** 공학분야의 신뢰성 해석은 점점 더 높은 신뢰도 영역에 대한 확률밀도함수의 예측을 요구한다. 따라서 높은 신뢰도를 정확하게 해석하기 위해 분포의 꼬리부분을 정확하게 표현해야 한다. 최근 들어 꼬리부분에 대한 표본만을 이용해 꼬리 모형을 생성하여 신뢰도를 추정할 수 있는 방법인 일반화파레토 분포에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 하지만 기존의 연구에서는 부정확한 임계점 추정으로 꼬리 부분에서 신뢰도의 정확도가 떨어진다. 따라서 본 논문에서는 아카이케 정보척도를 이용하여 임계점을 정확하고 강건하게 추정하고 이를 통해 꼬리 모형의 정확도를 향상시키는 아카이케 정보척도 기반 일반화파레토 분포 기법을 제안한다. 또한 제안하는 기법을 이용한 신뢰성 해석을 수행하여 정확도가 향상된 신뢰성 해석 결과를 도출하였다.

**Abstract:** In order to perform estimations with high reliability, it is necessary to deal with the tail part of the cumulative distribution function (CDF) in greater detail compared to an overall CDF. The use of a generalized Pareto distribution (GPD) to model the tail part of a CDF is receiving more research attention with the goal of performing estimations with high reliability. Current studies on GPDs focus on ways to determine the appropriate number of sample points and their parameters. However, even if a proper estimation is made, it can be inaccurate as a result of an incorrect threshold value. Therefore, in this paper, a GPD based on the Akaike information criterion (AIC) is proposed to improve the accuracy of the tail model. The proposed method determines an accurate threshold value using the AIC with the overall samples before estimating the GPD over the threshold. To validate the accuracy of the method, its reliability is compared with that obtained using a general GPD model with an empirical CDF.

#### 1. 서론

기술의 발달에 따라 제품의 개발 주기가 단축되고

있으며 높은 품질을 갖는 제품에 대한 요구가 확대되고 있다. 이러한 요구를 충족시키기 위해 설계시간과 비용을 단축시키고 높은 신뢰도를 보장할 수 있는 설계 기법의 연구가 필요하다.

최적설계는 제한조건을 만족시키는 범위 내에서 목적함수를 최소화하는 설계변수의 값을 찾는 문

† Corresponding Author, thlee@hanyang.ac.kr

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

제로 정의할 수 있다. 그러나 기존의 확정론적(deterministic) 최적설계는 설계변수의 불확실성(uncertainty)을 고려하지 않기 때문에 제품의 신뢰도를 고려하지 못하는 단점이 있다. 이러한 문제를 보완하기 위해 강건최적설계, 신뢰성 기반 최적설계, 공차설계 등 설계변수의 불확실성을 고려하여 신뢰도를 고려할 수 있는 설계 방법의 연구가 활발히 진행되고 있다. 신뢰성 기반 최적설계를 통해 설계변수의 불확실성을 고려하여 신뢰도를 정량화함으로써 요구 신뢰도를 확보 할 수 있는 설계변수의 값을 결정할 수 있다. 이러한 신뢰성 기반 최적설계를 수행하기 위해 응답의 신뢰도를 정량화하는 과정이 신뢰성 해석(reliability analysis: RA)이다.

기존에 연구된 신뢰성 해석 방법은 다음과 같다. 일차 신뢰도법(first order reliability method: FORM)과 이차 신뢰도법(second order reliability method: SORM)은 설계변수의 평균점에서 테일러 급수(Taylor series)를 이용하여 제한조건을 일차 또는 이차로 근사화 한 뒤 표준정규분포 공간으로 변환하고, 원점에서 최대손상가능점(most probable failure point: MPP)까지의 거리인 신뢰도 지수를 이용하여 신뢰도를 구하는 방법이다.<sup>(1,2)</sup> 하지만 일차 또는 이차 신뢰도법은 표본의 분포가 비정규분포일 경우 이를 정규분포로 변환하기 때문에 표본의 특징을 정확하게 반영하지 못할 수 있으며 정규분포로 변환하기 어려운 분포는 이 기법을 적용하기 어려운 단점이 있다. 또한 제한조건을 일차 또는 이차함수로 근사하기 때문에 비선형성이 큰 제한조건의 경우 정확한 신뢰도를 구할 수 없다.

이러한 문제점을 보완하기 위해 제한조건에 대해 일차에서 사차까지 통계적 모멘트를 구하고 이를 이용하여 경험적 확률분포 시스템인 피어슨 시스템(Pearson system)을 통해 신뢰도를 구하는 모멘트 기반 신뢰성 해석 방법이 연구되었다.<sup>(3,4)</sup> 그러나 모멘트 기반 신뢰성 해석은 경험적 수식으로 이루어진 피어슨 시스템으로 분포와 모수를 추정하기 때문에 정확한 통계적 모멘트를 계산하더라도 신뢰도의 정확도를 보장할 수 없다는 문제가 있다.

따라서 사전에 어떠한 가정이 필요한 기존의 신뢰성 해석 방법을 대체하기 위해 응답의 정보에 대한 최우량추정(maximum likelihood estimation)을 통해 응답의 분포를 추정하는 방법이 개발되었다. 아카이케 정보척도(Akaike information criterion: AIC)는 주어진 표본의 통계적 특성을 가장 잘 표현하

는 분포의 종류와 모수를 추정하는 기법이다.<sup>(5)</sup> 하지만 높은 신뢰도 영역을 정확히 평가하기 위해서는 누적분포함수(cumulative distribution function: CDF)의 꼬리부분에 대한 정확한 추정이 요구되는데 아카이케 정보척도는 전 구간의 표본을 잘 추정하기 위해 제안된 기법이기 때문에 꼬리부분에 대한 정확도는 상대적으로 떨어질 수 있는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 꼬리부분에 대해서는 일반화파레토 분포(generalized Pareto distribution: GPD)를 이용하여 정확한 꼬리 모형을 생성하고, 기존 분포의 꼬리부분을 일반화파레토 분포로 대체하는 신뢰성 해석 방법이 제안되었다.<sup>(6,7)</sup>

일반화파레토 분포에 대한 연구로는 꼬리 모형의 시작점인 임계점(threshold)의 위치를 결정하는 방법에 대한 연구,<sup>(8,9)</sup> 꼬리 모형에 포함되어야 하는 표본의 최소 개수를 결정하는 연구<sup>(10,11)</sup>가 많이 이루어졌으나 임계점의 정확도에 따른 일반화파레토 분포의 정확도에 대한 연구는 진행되지 않았다. 높은 신뢰도 영역일수록 임계점의 작은 변화가 신뢰도 추정에 큰 차이를 가져오기 때문에 높은 신뢰도의 정확한 추정을 위해 정확한 임계점 추정이 필요하다.

본 논문에서는 전 구간의 표본을 아카이케 정보척도를 이용하여 강건하게 추정하고, 임계점을 초과하는 표본인 꼬리부분은 일반화파레토 분포를 이용하여 꼬리 모형을 생성 함으로써 신뢰성 해석의 정확도를 향상 시킬 수 있는 아카이케 정보척도 기반 일반화파레토 분포 기법을 제안한다. 또한 여러 형태의 분포에 대해 제안하는 기법과 기존의 경험분포함수(empirical cumulative distribution function: ECDF)를 이용하는 방법을 비교하여 제안하는 기법의 정확성을 검증한다.

## 2. 신뢰성 해석

신뢰성 해석은 신뢰도를 정량화하여 평가하는 과정이다. 신뢰도  $R$  은 식 (1)과 같이 정의할 수 있다.

$$R = \Pr[Y(X) \leq y'] = \int_{-\infty}^{y'} f_Y(y) dy \quad \text{if less is better} \quad (1)$$

$$R = \Pr[Y(X) \geq y'] = \int_{y'}^{\infty} f_Y(y) dy \quad \text{if large is better}$$

여기서  $Y(X)$ 는 설계변수  $X$ 에 대한 응답의 함수이며,  $y'$ 는 목표성능이다.

신뢰성 해석을 수행하기 위해서는 확률밀도 함수의 계산이 필요하므로 표본을 이용하여 확률밀

도함수를 추정해야 한다. 따라서 이 장에서는 신뢰성 해석을 수행하기 위한 표본의 꼬리부분 추정 방법인 일반화파레토 분포에 대해 설명한다.

2.1 일반화파레토 분포

일반화파레토 분포의 누적분포함수는 식 (2)로 정의한다.<sup>(12,13)</sup>

$$F_{\eta,\sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\eta(y-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\eta}} & \text{if } \eta \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y-\mu}{\sigma}\right) & \text{if } \eta = 0 \end{cases} \quad (2)$$

여기서  $\eta$ 는 형상모수,  $\sigma$ 는 척도모수,  $\mu$ 는 임계점을 의미한다. 임계점을 초과하는 표본에 대해 일반화파레토 분포를 이용하여 꼬리 모형을 생성하여 분포를 추정한다.

Fig. 1에서 표현한 누적분포함수에서 임계점  $\mu$ 는 일반화파레토 분포의 시작점,  $F(\mu)$ 는 임계점에서의 신뢰도를 나타낸다. 기존의 일반화파레토 분포에 대한 연구에서는 임계점 이하의 구간에 대해 Fig. 1과 같이 경험분포함수를 이용하여 추정한다.

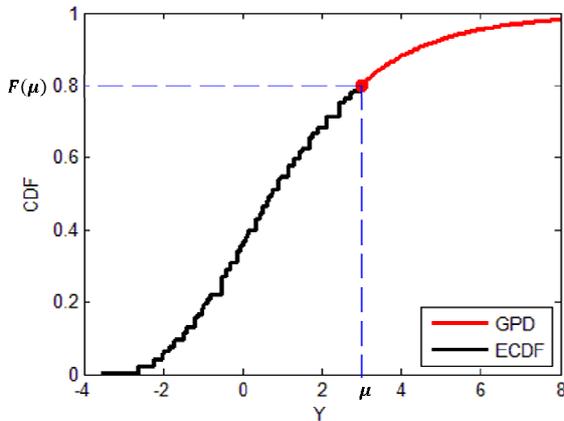


Fig. 1 Cumulative distribution function of conventional generalized Pareto distribution

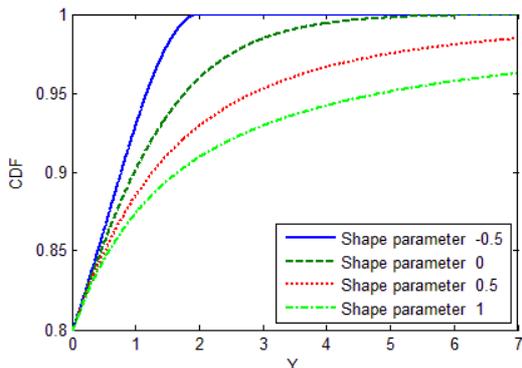


Fig. 2 Classification of tail model in terms of shape parameter

Fig. 2는 형상모수의 크기에 따른 누적분포 함수의 꼬리 모형 차이를 나타내고 있다. 일반화파레토 분포는 형상모수의 크기에 따라 특징이 다른 세 가지 형태의 꼬리 모형으로 나뉜다.

- 1)  $\eta > 0$ : 두꺼운 꼬리 분포(Pareto)
- 2)  $\eta = 0$ : 중간 꼬리 분포(exponential)
- 3)  $\eta < 0$ : 얇은 꼬리 분포(type II Pareto)

형상모수의 크기에 따라 다양한 꼬리 형상을 추정할 수 있으므로 일반화파레토 분포를 이용한 꼬리 모형을 통해 다양한 확률밀도함수의 꼬리부분을 추정할 수 있다.

일반화파레토 분포의 형상모수와 척도모수는 임계점을 초과하는 표본에 대한 최우량추정을 이용해 추정한다. 일반화파레토 분포의 대수우량함수(log likelihood function)는 식 (3)과 같다.

$$\ln L(\eta, \sigma) = \begin{cases} -n \ln \sigma - \left(1 + \frac{1}{\eta}\right) \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{\eta(y_i - \mu)}{\sigma}\right) & \text{if } \eta \neq 0 \\ -n \ln \sigma - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu) & \text{if } \eta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

대수우량함수가 최대가 되는 최적화 문제를 풀어 최우량추정을 수행할 수 있다. 형상모수와 척도모수를 추정하는 최적설계 정식화는 식 (4)와 같다.

$$\text{Max}_{\eta, \sigma} \ln L(\eta, \sigma) \quad (4)$$

2.2 기존 연구의 방향과 한계

임계점의 위치를 결정하기 위한 연구로 McNeil과 Frey는 임계점을 초과하는 표본의 개수가 50 이상이면 일반화파레토 분포의 정확도가 임계점에 큰 영향을 받지 않는다는 것을 보였다.<sup>(8)</sup> Begueria도 임계점에 따라 형상모수와 척도모수가 함께 변하기 때문에 꼬리 모형의 변화는 크지 않음을 보였다.<sup>(9)</sup>

또한 임계점을 초과하는 표본의 최소 개수에 대해 Boos는 꼬리 모형에 포함되어야 하는 표본의 개수는 전체 표본의 개수( $N$ )가 50 이상 500 미만일 때  $0.02N$ , 전체 표본의 개수가 500 이상일 때  $0.1N$ 으로 제안하였다.<sup>(10)</sup> Hasofer는 꼬리 모형에 포함되어야 하는 표본의 개수를  $1.5\sqrt{N}$ 으로 제안하였다.<sup>(11)</sup>

하지만 지금까지 수행된 연구에서는 일반화파레토 분포의 임계점 추정에 경험분포함수를 이용하였다. 경험분포함수는 각 표본을 계단함수(step function)로 표현하기 때문에 간단하게 이용할 수

있지만 경험분포함수의 불연속적인 특성으로 인해 표본의 수가 적을 경우 임계점이 민감하게 변하는 단점이 있다.

### 3. 아카이케 정보척도 기반 일반화 파레토 분포 기법

기존에 수행된 일반화 파레토 분포에 대한 연구에서는 꼬리모형의 시작점인 임계점의 위치를 결정하는 연구와 꼬리모형에 포함되는 표본의 최소 개수를 결정하는 연구가 활발히 진행되었으나, 임계점의 정확도에 따른 일반화 파레토 분포의 정확도에 대한 연구는 진행되지 않았다. 기존의 연구에서는 표본을 계단함수로 표현하는 경험분포함수를 이용하여 임계점을 추정하였으나, 이는 표본에 따라 임계점이 민감하게 변하는 문제가 있다. 따라서 강건한 임계점 추정을 통해 정확한 꼬리 모형을 생성할 수 있는 아카이케 정보척도 기반 일반화 파레토 분포 기법을 제안한다.

#### 3.1 아카이케 정보척도

아카이케 정보척도는 여러 후보 확률밀도함수 중 미지의 표본을 가장 잘 표현하는 분포의 종류와 모수를 결정하는 방법이다. 아카이케 정보척도는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$\varphi = -2(f_{ml} - n_{free}) \tag{5}$$

여기서  $f_{ml}$  은 후보 확률분포의 최대우량(maximum log likelihood)이며  $n_{free}$  는 후보 확률분포 모수의 개수이다. 식 (5)의 최소  $\varphi$  값에 해당하는 분포와 모수가 표본을 가장 잘 표현함을 의미한다. 아카이케 정보척도를 이용해 표본의 통계적 특성을 가장 잘 표현하는 확률밀도함수를 결정할 수 있다.

#### 3.2 아카이케 정보척도 기반 일반화파레토 분포의 임계점 추정

아카이케 정보척도를 이용하여 임계점을 추정함으로써 강건한 임계점을 추정할 수 있고 일반화파레토 분포의 정확도를 향상시킬 수 있다. 따라서 본 논문에서는 아카이케 정보척도를 이용해 전 구간의 표본에 대한 누적분포함수를 추정하여 정의된 누적분포  $F(\mu)$  에 해당하는 강건한 임계점  $v$  를 결정한다.

강건하게 추정된 임계점으로 시작하는 꼬리부분에 대한 일반화파레토 분포의 모수를 최대우량 추정을 이용하여 결정한다. 이를 통해 기존에 활

용되지 않았던 전체 표본의 통계적 특성을 반영하여 임계점을 추정함으로써 강건한 임계점을 얻을 수 있고 꼬리 모형의 정확도를 높일 수 있다.

제안하는 기법의 전체적인 과정을 순서대로 표현하면 다음과 같다.

- 1) 전체 표본에 대해 아카이케 정보척도를 이용하여 분포의 종류와 모수 추정
- 2) 추정된 분포를 이용하여 정확하고 강건한 임계점의 위치 결정
- 3) 임계점을 초과하는 꼬리 부분의 표본에 대해 일반화파레토 분포를 이용한 모수 추정을 통해 꼬리 모형을 생성
- 4) 아카이케 정보척도로 추정한 전체 분포 중 꼬리부분을 일반화파레토 분포로 추정한 꼬리모형으로 대체
- 5) 대체된 꼬리모형을 이용하여 신뢰성 해석 수행

## 4. 수학예제

### 4.1 임계점 추정

기존의 연구에서 사용된 경험분포함수와 제안하는 기법에서 사용된 아카이케 정보척도를 이용하여 임계점을 추정하고 결과를 비교한다.  $\lambda = 1, \alpha = 0.7$  인 와이블분포를 이용하여 200개의 표본을 무작위 추출하고, 신뢰도  $F(\mu) = 0.8$  을 갖는 임계점을 추정한다. 와이블분포의 확률밀도함수는 식 (6)과 같다.

$$f(y) = \begin{cases} \alpha \lambda^\alpha y^{\alpha-1} e^{-(\lambda y)^\alpha} & \text{if } y \geq 0 \\ 0 & \text{if } y < 0 \end{cases} \tag{6}$$

무작위 추출을 통해 서로 다른 표본집합을 추출한 후 임계점 추정을 10회 반복하여 10개의 임계점을 구한다. 이에 대한 결과를 Fig. 3에 상자 그림으로 나타내었으며 실제 함수값에 대한 10개 임계점의 오차의 평균과 분산을 Table 1에 나타내었다.

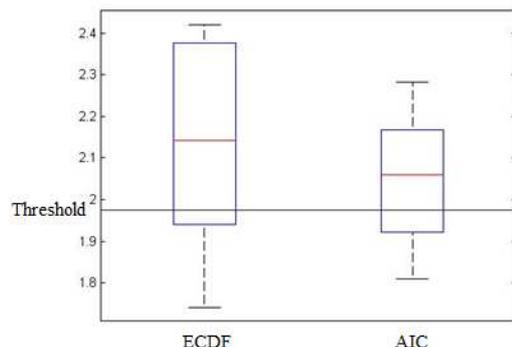


Fig. 3 Box plot of 10 thresholds

**Table 1** Robustness of thresholds in ECDF and AIC

	ECDF	AIC
Mean of error [%]	10.83	7.14
Var. of error [%]	0.0128E-3	0.0063E-3

**Table 2** Robustness of reliability using proposed method and conventional method

True reliability	ECDF+GPD		AIC+GPD (proposed method)	
	Mean of error [%]	Var. of error [%]	Mean of error [%]	Var. of error [%]
0.8000	2.46	0.8347E-3	1.96	0.4692E-3
0.9000	1.29	0.2267E-3	0.83	0.0924E-3
0.9500	0.58	0.0638E-3	0.51	0.0339E-3
0.9900	0.46	0.0325E-3	0.42	0.0281E-3
0.9990	0.18	0.0049E-3	0.17	0.0045E-3
0.9999	0.07	0.0009E-3	0.07	0.0009E-3

**Table 3** Robustness of reliability of 0.9 for several distributions

Distribution type	ECDF+GPD		AIC+GPD (proposed method)	
	Mean of error [%]	Var. of error [%]	Mean of error [%]	Var. of error [%]
$X \sim N(0, 2^2)$	1.91	0.5579E-3	1.70	0.4162E-3
$X \sim \exp(1.5)$	1.72	0.5127E-3	1.53	0.4765E-3
$X \sim \log N(0, 0.7)$	1.48	0.3141E-3	1.30	0.2731E-3
$X \sim \text{gam}(9, 0.5)$	1.37	0.2289E-3	1.12	0.1536E-3
$X \sim \text{beta}(2, 4)$	1.21	0.2274E-3	1.02	0.1952E-3

경험분포함수를 이용한 임계점 추정 결과와 아카이케 정보척도를 이용한 임계점 추정 결과를 비교해보면 아카이케 정보척도를 이용한 임계점 추정이 더 정확하고 강건함을 확인할 수 있다.

4.2 분포 추정

4.1에서 무작위 추출한  $\lambda = 1, \alpha = 0.7$  인 와이블 분포를 따르는 표본을 이용하여 분포추정을 수행한다. 임계점에서의 신뢰도는 설계자의 판단에 따라  $F(\mu) = 0.8$  로 결정한다. 경험분포함수를 이용하는 기존의 방법과 아카이케 정보척도를 이용하는 제안하는 기법으로 10회의 분포추정을 수행하고, 신뢰도 0.9 이상에서 비교하는 두 방법을 이용해 신뢰도를 추정하고 신뢰도 추정 오차의 평균과 분산을 Table 2에 나타내었다.

Table 2의 결과를 비교해보면 제안하는 기법의 오차의 평균과 분산이 작아 더 정확하고 강건함을

**Table 4** Result of reliability analysis

Target	MCS	ECDF+GPD		AIC+GPD (proposed method)	
		Reliability	Error[%]	Reliability	Error[%]
$Y(X) \leq 6$	0.8765	0.8611	1.76	0.8732	0.38
$Y(X) \leq 8$	0.9407	0.9282	1.33	0.9379	0.30
$Y(X) \leq 10$	0.9726	0.9696	0.31	0.9742	0.17

알 수 있다. 하지만 임계점에서 멀어질수록 두 방법의 차이가 줄어들어도 확인할 수 있다.

동일한 검증을 다양한 형태의 분포에 대해 수행하여 신뢰도 0.9 에서의 오차의 평균과 분산을 Table 3에 나타내었다.

제안하는 기법의 오차의 평균과 분산이 작으므로 이를 통해 분포의 형태가 달라도 강건한 분포 추정이 가능함을 확인하였다.

4.3 신뢰성 해석

제안하는 기법을 이용하여 신뢰성 해석을 수행한다. 선정된 예제는 비정규분포를 따르는 설계변수  $X_1, X_2$  와 비선형적인 특징을 갖는 수식  $Y(X)$  로 구성되어 있다. 각 분포를 따르도록 무작위 추출을 통해 설계변수의 표본 100개를 얻는다. 임계점에서의 신뢰도는  $F(\mu) = 0.8$  로 결정한다. 수학 예제의 수식과 설계변수의 분포는 식 (7)과 같다.

$$Y(X) = \frac{80}{X_1^2 + 8X_2^2 + 5}$$

$$X_1 \sim \text{beta}(1, 6) \tag{7}$$

$$X_2 \sim \text{wbl}(2, 3)$$

응답의 분포를 추정하고 목표값에서의 신뢰도를 계산하여 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation: MCS) 결과와 비교한다. Table 4의 결과에서 기존의 방법을 이용할 경우 최대 1.76%의 오차가 발생하는 반면 제안하는 기법을 이용할 경우 0.38%로 오차가 감소하는 정확한 신뢰성 해석 기법임을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 일반화파레토 분포를 이용한 신뢰성 해석의 정확도를 향상시키기 위해 아카이케 정보척도를 이용하여 정확하고 강건한 임계점을 추정 후, 추정된 임계점에서 시작하는 일반화파레토 분포를 추정하는 아카이케 정보척도 기반 일

반화과레토 분포 추정 기법을 제안한다.

아카이케 정보척도를 이용하여 전 구간의 표본에 대한 통계적 특성을 반영하여 누적분포함수를 추정함으로써 꼬리부분에 대한 표본만을 이용하는 기존의 경험분포함수보다 정확하고 강건한 임계점을 추정한다. 정확하고 강건한 임계점으로 인해 일반화과레토 분포의 정확도를 향상 시킬 수 있으며 결과적으로 정확한 신뢰성 해석을 수행 할 수 있다.

수학 예제를 통해 제안하는 기법을 검증하였다. 와이블분포를 이용하여 무작위 추출한 서로 다른 표본집합에 대해 기존의 연구에서 사용된 경험분포함수와 제안하는 기법에서 사용된 아카이케 정보척도를 이용하여 임계점을 추정한다. 10개의 임계점을 추정하여 비교한 결과 오차의 평균이 10.83% 에서 7.14% 로 감소하였으며 오차의 분산이 0.0128E-3% 에서 0.0063E-3% 로 감소하였다. 이를 통해 제안하는 기법의 강건한 임계점 추정을 확인하였다. 동일한 표본을 이용하여 신뢰도 추정의 오차를 구하고 오차의 평균과 분산을 비교하여 분포추정이 강건함을 확인하였다.

위 검증된 내용을 바탕으로 제안하는 기법을 이용하여 신뢰성 해석 수학예제를 수행하였다. 비정규분포를 따르는 설계변수와 비선형적인 특징을 갖는 수식으로 이루어진 수학예제의 응답을 제안하는 기법을 이용하여 추정하고 신뢰도를 계산하여 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 기존의 기법을 이용할 경우 최대 1.76% 의 오차가 발생하는 반면 제안하는 기법을 이용할 경우 0.38% 로 오차가 감소하는 정확한 신뢰성 해석 기법임을 알 수 있다.

본 논문의 연구를 통해 일반화과레토 분포를 이용한 정확한 신뢰성 해석을 수행 할 수 있으며 신뢰성 기반 최적설계에 적용하여 요구하는 신뢰도를 만족시키는 설계 결과를 도출 할 수 있다. 공학문제의 신뢰성 해석을 수행 할 때 표본의 수가 많을 경우 계산량과 해석에 소요되는 시간의 증가로 인한 문제가 발생할 수 있다. 이러한 경우 대체모형을 생성하여 수식을 통해 응답을 얻는다면 이러한 문제를 해결할 수 있다.

본 논문의 연구를 통해 임계점의 정확하고 강건한 추정을 통해 신뢰성 해석의 정확도를 높일 수 있다. 하지만 임계점에서 멀어질수록 꼬리 모형이 비슷한 양상을 보여 두 방법을 이용한 신뢰도 추정 결과의 차이가 거의 없음을 확인하였다. 따라서 설계자가 임의로 결정하던 임계점의 위치 또한 하나의 모수로 고려하는 꼬리 모형 추정기법의 연

구가 필요하다고 판단된다.

## 후 기

본 연구는 해양수산부의 지원으로 수행된 “심해저 광물자원 통합 채광시스템 개발 연구” 과제의 연구결과 중 일부임을 밝힙니다.

## 참고문헌

(References)

- (1) Breitung, K., 1984, "Asymptotic Approximation for Multinormal Integrals," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 110, No. 3, pp. 357~366.
- (2) Cornell, C. A., 1969, "A Probability-based Structural Code," *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 66, No. 12, pp. 974~985.
- (3) Cho, S, Lee, M., Lim, W., Choi, J. S., Kim, H. W., Hong, S. and Lee, T. H., 2012, "Efficient Robust Design Optimization Using Statistical Moment Based on Multiplicative Decomposition Considering Non-normal Noise Factors," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 36, No. 11, pp. 1305~1310.
- (4) Jung, J. J., 2007, "Multiplication Decomposition Method for Accurate Moment-Based Reliability Analysis," Ph.D. thesis, Hanyang University.
- (5) Lim, W. and Lee, T. H., 2010, "Reliability-based Design Optimization using Akaike Information Criterion for Discrete Information," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 36, No. 8, pp. 568~573.
- (6) Kim, N. H. and Ramu, P., 2006, "Tail Modeling in Reliability-Based Design Optimization for Highly Safe Structural Systems," *47<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*.
- (7) De Zea Bermudez, P. and Kotz, S., 2010, "Parameter Estimation of The Generalized Pareto Distribution-Part 1," *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 140, No. 6, pp. 1353~1373.
- (8) McNeil, A. J. and Frey, R., 2000, "Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach," *Journal of Empirical finance*, Vol. 7, No. 3, pp. 271~300.
- (9) Begueria, S., 2005, "Uncertainties in Partial Duration Series Modeling of Extremes Related to The Choice of The Threshold Value," *Journal of Hydrology*, Vol. 303, No. 1, pp. 215~230.
- (10) Boos, D. D., 1984, "Using Extreme Value Theory to Estimate Large Percentiles," *Technometrics*, Vol. 26, No. 1, pp. 33~39.
- (11) Hasofer, A. M., 1996, "Non-parametric Estimation of Failure Probabilities," *Mathematical Models for Structural Reliability Analysis*. Edited by Casicati, F. and Roberts, B., CRC Press.
- (12) Pickands, J., 1975, "Statistical Inference using Extreme Order Statistics," *The Annals of Statistics*, Vol. 3, No. 1, pp. 119~131.