

초등 수학 수업에서 설명식 쓰기 활동이 수학적 의사소통에 미치는 영향¹⁾

정다운²⁾ · 오영열³⁾

본 연구는 초등 수학 수업에서 설명식 쓰기 활동이 수학적 의사소통에 미치는 영향을 수준 변화와 특징을 중점으로 분석하는데 목적이 있다. 이에 본 연구에서는 초등학교 5학년을 대상으로 설명식 쓰기 활동의 수학 수업을 14차시 실시하였으며, 각각의 설명식 쓰기에 대해 개념 및 원리 설명식 쓰기 유형과 문제해결 설명식 쓰기 유형을 적용하였다. 수학적 의사소통 분석을 위해 수학적 의사소통을 수학적 언어의 정확성, 과정과 결과의 논리성, 내용 전개와 구체성, 독자 지향의 전달성의 네 가지 범주로 분류하였다. 그 결과 설명식 수업이 진행될수록 네 가지 의사소통 범주 각각에 대해 개념 및 원리 설명식 쓰기 유형에 대한 수학적 의사소통은 크게 향상된 반면에 문제해결 과정 설명식 쓰기에 대한 의사소통의 수준은 중기에 낮아졌다가 후기에 다시 높아지는 경향을 보였다. 또한 수학적 의사소통의 특징으로 수학적 언어를 통한 지식의 견고화, 쓰기에 근거한 논리의 정교화, 결과에 도달하는 사고 과정의 가치화, 자기 자신과 독자에게 전달하는 내용의 명료화를 나타내었다. 이에 본 연구 결과는 수학 수업에서 설명식 쓰기 활동이 수학적 의사소통 및 수학적 사고의 과정에 유의미한 지도 방안이 될 수 있음을 시사한다.

주제어: 설명식 수학 쓰기, 수학적 의사소통, 수학적 쓰기 유형

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

미래 사회는 정보를 수집하고 분석, 조직, 종합하여 정선된 정보를 얻고 자신의 정보를 다른 사람들과 어떻게 공유하고 활용하여 발전시키느냐에 따라 정보의 가치가 결정된다. 이러한 시대적 흐름을 반영하여 NCTM(1989, 2000)에서는 수학교육의 내용과 방법 면에서 의사소통을 꾸준히 강조해 왔으며, 이는 1989년 출판된 “학교수학을 위한 교육과정과 평가 기준”에서 제시한 5가지 주요 목표 중 하나로 수학적 의사소통을 포함하였으며, 이어서 2000년에 출판한 “학교수학을 위한 원리와 기준”에서도 수학 내용을 획득하고 활용하기 위한 주요한 방법으로 의사소통을 강조하였다. 또한 CCSSM(Common Core State

1) 본 논문은 제1저자의 2015년 석사학위 논문을 수정 보완한 것임.

2) [제1저자] 서울휘경초등학교

3) [교신저자] 서울교육대학교

Standards for Mathematics, 2010)에서 수학 학습의 방법적 기준으로 제시한 여덟 가지 “수학적 실천” 과제 가운데 세 번째 기준인 “실행 가능한 주장을 구성하고 다른 사람의 추론 비판하기”와 여섯 번째 기준인 “정확성에 주의를 기울이기”는 수학적 의사소통과 밀접히 관련지을 수 있다. 우리나라 수학교육에서도 역시 수학적 의사소통을 강조하고 있는데, 이는 2009 개정 수학과 교육과정에서 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결하기 위해 요구되는 수학적 능력으로 문제해결, 의사소통, 추론 능력을 포함하는 “수학적 과정(mathematical process)”을 강조하고 있는데서 잘 나타나 있다(교육과학기술부, 2011).

하지만 국내외에서 수학적 의사소통이 강조되고 있는 시대적 흐름과는 달리 교실 현장에서는 교사가 전체 학생들에게 수학적 지식을 전달하는 단방향적인 의사소통이 대부분일 뿐 학생과 학생 간의 그리고 학생 자기 자신과의 의사소통은 거의 일어나지 않는다. 교사는 수학적 지식을 설명하고 학생은 관련된 문제를 해결하고 정답을 확인하는 기계적이고 단편적인 활동이 반복되는 오늘날 교실에서 학생의 역할은 정해진 수학적 지식을 교사로부터 습득하는 것에 멈춰있다.

수학 쓰기(mathematical writing)가 학생들의 사고 및 학습에 밀접한 관련이 있다는 것이 많은 연구자들에 의해 밝혀지면서 수학은 물론 여러 교과와 교수 학습에 쓰기가 널리 활용되고 있다(김용익, 1999; 김효선, 오영열, 2014; 신성기, 2009). 신성기에 의하면 쓰기는 듣기, 말하기, 읽기, 쓰기 가운데서 수학적 의사소통이 가장 활발하게 일어나는 영역이다. 학생들은 쓰기를 통해 수학에 대한 생각이나 아이디어, 문제해결 전략, 느낌 등을 타인 또는 자신과 의사소통 하면서 효과적인 문제해결 전략과 추론을 발전시켜 나갈 수 있으며, 또한 수학적 표현도 향상되고 수업에 적극적으로 참여할 수 있게 된다(김보영, 2003).

이미 많은 연구들(강문희, 1999; 김효선, 오영열, 2014; 노수혁, 2010; 박윤정, 2008; 신성기, 2009; 윤정민, 2005)에서 수학 쓰기가 수학적 의사소통에 유의미한 효과가 있다는 것이 검증되었다. 하지만 기존의 많은 연구들이 수학적 의사소통 분석을 듣기, 말하기, 읽기, 쓰기 등의 의사소통 방식을 종합하여 분석하였거나 수학적 의사소통 분석 기준을 총괄적으로 적용한 경우가 많았다. 또한, 기존의 연구에서 적용한 수학 쓰기는 일반적인 쓰기 과제를 적용한 연구가 대부분이었다. 이에 본 연구에서는 기존의 수학 쓰기 및 의사소통에 대한 연구와 쓰기의 질적 및 유형의 측면에서 관점을 달리할 뿐만 아니라 의사소통의 분석 관점을 달리하여 두 요인 사이의 관계에 대해 규명하고자 하였다.

이를 위해 본 연구에서는 초등 수학 수업에서 설명식 쓰기 활동이 수학적 의사소통에 미치는 영향을 수학적 의사소통의 수준 변화와 특징을 중심으로 고찰 및 분석하는 것을 목적으로 한다. 즉, 설명식 쓰기 실험이 진행됨에 따라서 학생들이 보이는 수학적 의사소통의 수준은 어떻게 변화하는가와 설명식 쓰기에서 나타나는 수학적 의사소통은 어떠한 특징이 있는가에 초점을 맞추어 연구를 진행하였다.

II. 이론적 배경

1. 설명의 의미

NCTM(1989, 1991, 2000), CCSSM(2010), 그리고 2009 개정 수학과 교육과정에서는 수학 수업에서 수학적 의사소통과 함께 담화(discourse)를 함께 중요시하고 있다(교육과학기술부,

2011). NCTM(1991)에서는 “수학 수업을 위한 기준”으로 여섯 가지를 제시한 바 있는데, 여기에는 가치 있는 수학적 과제, 담화에서의 교사의 역할, 담화에서의 학생의 역할, 담화 증진을 위한 도구, 학습 환경, 그리고 교수·학습의 분석을 포함한다. 이와 같이 여섯 가지 기준 가운데 담화는 수학 수업에서 가장 중요한 역할을 함을 알 수 있다. 특히, 담화에서 교사의 역할 기준에 대한 내용을 살펴보면 교사는 학생의 의견에 “왜?”라고 물어보거나 학생에게 설명을 요구함으로써 학생이 자신의 생각에 대해 설명할 수 있는 기회를 많이 가질 수 있도록 도움을 주어야 한다. 이렇듯 수학적 의사소통과 수학 수업에서의 수준 높은 담화가 가능하도록 하기 위해서는 학생들이 자신의 사고와 아이디어를 표현하는 것, 즉 설명하는 행위가 반드시 요구된다.

하지만 “설명”에 대한 정확한 정의가 불분명하여 설명(explanation), 정당화(justification), 논증(argumentation) 등의 용어가 혼용되어 사용되는 경우가 많다. 수학적 정당화는 수학적 사실이 참임을 확인하거나 자신의 수학적 가설이 참이라는 것을 설득하기 위하여 타당한 근거를 내세우는 포괄적인 개념의 증명 활동이다(김민주, 권오남, 2006). Yackel(2004)은 자신의 수학적 사고를 명백히 하기 위해 수학적 설명을 제시하고, 설명이 상대방에게 즉시 명확한 것으로 수용되지 않거나 규범적인 수학적 활동을 명백히 위반하는 것에 대한 도전 또는 반박에 대응하여 수학적 정당화를 제시한다고 하였다. 한편, van Eemeren et al. (1996)에 의하면 논증은 어떤 입장을 정당화 또는 반박하기 위해 일련의 명제들을 제시함으로써 논박의 여지가 있는 입장을 청자 또는 독자가 수용할 가능성을 증대 또는 감소시키는 것을 목적으로 하는 언어적 사회적 추론 행위라고 규정하였다.

Cobb & Bauersfeld(1995)는 설명은 이유를 자발적으로 제공한다는 점에 있어서 논증과 구분된다고 하였다. 설명이란 반박하려는 의도 없이 자발적인 이유로 자신의 사고와 아이디어를 명확히 밝히는 행위라는 점에서 정당화나 논증과 차이가 있다고 할 수 있다. 그럼에도 불구하고, 정당화나 논증을 하기 위해서는 자신의 사고를 명확히 밝히는 행위, 즉 설명하는 행위가 반드시 필요하다. 따라서 설명은 정당화나 논증의 기초 단계이며 정당화나 논증을 포함하는 포괄적인 개념이라 할 수 있다.

2. 설명식 쓰기

설명식 쓰기(expository writing)란 수학적 내용을 묘사하고 설명하는 쓰기 활동이다(Shield & Galbraith, 1998). 수학 교실에서 흔히 제기되는 쓰기 활동으로는 수학 일지 쓰기(journal writing)와 설명식 쓰기(expository writing)를 들 수 있는데, 수학 일지 쓰기는 학생이 배운 수학에 대한 생각이나 느낌을 표현하게 함으로써 주로 학습 내용을 반성하도록 하는 활동이다. 반면에, 설명식 쓰기는 수학적 내용을 묘사하고 설명하도록 설계된 활동을 의미한다. 즉, 설명식 쓰기란 자신이 이해한 수학적 내용을 수학적 언어를 사용하여 다른 사람에게 설명하는 쓰기 활동이다. 예를 들어, Shield & Galbraith가 제시한 설명식 쓰기는 “친구에게 편지쓰기” 방법과 “친구가 어려워하는 부분 설명하기”에 대한 과제를 제시하고 있다. 배운 내용을 친구에게 설명하는 편지를 쓰는 활동으로 실제 목적을 가진다는 점에서 첫 번째 과제의 의의가 있으며, 두 번째 과제는 친구가 어려워하는 내용을 수학적 아이디어로 설명하는데 초점을 두고 있다.

여러 연구자들(Davison & Pearce, 1988; Miller, 1991)이 제시한 설명식 쓰기 방법을 구분하면 크게 수학적 개념 및 원리를 설명하는 쓰기와 문제해결 과정을 설명하는 쓰기로 나눌 수 있다. 수학적 개념 및 원리를 설명하는 쓰기는 자신이 이해한 수학적 개념 및 원리

를 독자에게 전달하는 쓰기이다. 이때 독자의 이해를 돕기 위해 그림, 그래프, 표 등을 활용한 정확하고 적절한 수학적 언어가 사용되며 자신이 이해한 내용을 명료하고 논리적으로 표현할 수 있어야 한다. 문제해결 과정을 설명하는 쓰기는 문제 상황을 정확하게 해석하여 풀이과정과 답이 구체적이고 논리적으로 전개되어 독자의 이해도를 높일 수 있어야 한다.

설명식 쓰기의 효과는 여러 연구에서 입증되었다. Bell & Bell(1985)은 설명식 쓰기가 자신이 행한 절차와 오류가 발생한 지점을 기록하는 기회를 제공함으로써 학생들의 수학적 문제해결 과정에 영향을 줌으로써 문제해결력 향상에 유의미한 효과를 가져왔다고 하였다. 또한, Miller(1991)는 쓰기에서 학생에게 비일상적인 문제나 수학적 문제에 관한 그들의 사고를 설명하도록 요구하는 것은 문제 해결 수업을 위한 효과적이고 실용적인 도구가 될 수 있으며 읽기나 말하기보다 쓰기가 학습과 사고를 자극할 수 있는 상황을 더 많이 제공한다고 하였다.

3. 수학적 의사소통

모든 인간은 사회적 동물로서 의사소통을 하며 살아간다. 의사소통이란 한 사람이나 집단으로부터 다른 사람으로의 의미 있는 정보 전달을 말한다(Dunham, 1984). 즉, 의사소통이란 생각이나 의견, 정보를 전달하고 교환하는 상호작용의 과정이다. 수학 수업에서도 의사소통이 이루어지지만 이 때 의사소통은 교사가 전체 학생들에게 수학적 지식을 전달하는 단방향적인 의사소통에 머물러 있는 경우가 많다.

NCTM(1989)은 모든 학생을 위한 수학 교육을 위해 다섯 가지 목표를 제시하였는데, 여기에는 수학적 가치를 이해하고, 자신의 능력에 대한 자신감을 가지며, 수학적 문제 해결자가 되고, 수학적으로 의사소통하며, 마지막으로 수학적으로 추론하는 것을 포함한다. 또한, 2000년에는 수학 내용을 습득하고 활용할 수 있는 방법을 의미하는 과정규준으로써 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현을 강조하고 있다. 이와 같이 NCTM에서는 수학 수업을 위한 핵심 원리로서 수학적 의사소통을 지속적으로 강조해 오고 있다. CCSSM(2010)에서도 수학 학습의 방법적 측면이자 학생에게 기대하는 행동인 ‘수학적 실천’으로 수학적 의사소통을 강조하고 있다.

우리나라 수학 교육 역시 지속적으로 수학적 의사소통을 강조해오고 있다. 제7차 교육과정 후인 초·중등학교 교육과정 부분 수정 고시(교육인적자원부, 2006)부터 수학과 교육과정 목표에 수학적 의사소통 능력을 추가하였으며, 2007 개정 수학과 교육과정에서는 수학적 능력(mathematical proficiency) 중 하나로 그리고 2009 개정 수학과 교육과정에서는 수학적 과정(mathematical process) 중 하나로 추론, 문제해결과 함께 수학적 의사소통을 강조하였다(교육인적자원부, 2007; 교육과학기술부, 2011).

NCTM(1989, 2000)에서 제시한 수학적 의사소통 능력에 관한 규준을 종합하면 수학적 의사소통이란 수학적 아이디어를 구체물과 그림, 다이어그램과 관련지을 수 있고, 수학적 개념과 상황에 대한 학생들의 일상생활 언어를 수학적 언어 및 기호와 관련지을 수 있으며, 수학을 표현하고, 토론하고, 읽고, 쓰고, 듣는 과정으로 정의할 수 있다. 수학적 의사소통의 연구가 활발해지면서 NCTM 외에도 많은 연구자들이 수학적 의사소통에 대한 정의를 내리고 있다. 예를 들어, 이종희, 김선희(1998)는 학생들 간에 그리고 학생 자신과, 교사와 학생 간에 수학에 관한 정보, 아이디어, 느낌, 수학 기호 등을 교환하기 위해 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 활동 또는 과정이라 하였다. 또한 교육부(2014)는 수학 수업에서 주

어진 수학적 문제 상황에 대해 탐구, 토의, 묘사, 설명함으로써 자신의 수학적 지식을 발전시키는데 능동적으로 참여하는 과정을 수학적 의사소통이라고 하였다.

이처럼 수학적 의사소통에 대한 정의는 다양하지만 공통점을 기준으로 본 연구에서는 수학적 의사소통이란 교사와 학생 간, 학생과 학생 간, 학생 자기 자신과의 수학에 관한 생각, 아이디어, 전략 등을 수학적 언어를 사용하여 나타내고 설명하여 다양한 표현을 이해하고 해석하는 활동으로 정의내리고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상 및 절차

본 연구는 초등학교 수학 수업에 설명식 쓰기 활동을 적용하여 설명식 쓰기에서 나타나는 의사소통의 수준 변화와 특징을 분석하는 것을 목적으로 하였다. 이를 위하여 서울특별시 소재 H초등학교 5학년 한 개 반을 선정하여 총 학급 학생 수 22명 중에서 특수교육 대상인 2명의 학생을 제외한 20명을 최종 연구 대상으로 하였다. 연구 대상에는 남자 10명, 여자 10으로 구성되었다.

본 연구 대상인 초등학교는 전반적으로 학업성취 수준이 중하위권에 속하며, 학생과 학부모의 교육에 대한 관심이 낮은 편이다. 따라서 과제와 학습 준비물을 제대로 챙기지 못하는 학생들이 많은 편이며 학습 부진아 비율도 높은 편이다. 또한 기본 개념을 이해하고 있더라도 응용 문제나 서술형 문제가 나오면 문제를 보는 순간 겁부터 먹으며 해결하려고 시도조차 하지 않으려는 경향이 있다. 하지만 수업에 적극적으로 참여하며 열심히 하고자 하는 의욕을 갖고 있기 때문에 본 연구 대상으로 적절하다고 판단하였다.

본 연구는 2014년 11월부터 12월까지 약 5주 동안 5학년 2학기 5단원 소수의 나눗셈(8차시)과 7단원 비와 비율(6차시)을 총 14차시에 걸쳐 설명식 쓰기 수업을 진행하였다. 설명식 쓰기의 지속적이고 집중적인 연구를 위해 단원의 지도 순서를 재구성하여 5단원이 끝나고 6단원 대신 7단원으로 바로 연결하여 수업을 실시하였다.

2. 자료 수집 및 분석

본 연구는 설명식 쓰기에서 나타나는 수학적 의사소통 수준의 변화 및 특징을 고찰하기 위하여 양적 분석과 질적 분석을 통합적으로 적용하였다. 통합 연구는 양적 연구와 질적 연구의 단점을 상쇄한다는 장점을 갖고 있다(Creswell & Clark, 2011). 통합 연구에서 자료 수집 방법의 타당성을 높이기 위해서 삼각 검증법(triangulation)이 많이 사용되고 있는데, 이는 일련의 연구 문제를 탐구하기 위해 다양한 조사 방법을 배합해서 사용하는 것을 말한다(Mason, 1996). 이에 본 연구에서도 연구의 타당성을 높이기 위해서 연구 대상의 설명식 쓰기 활동지, 수업 녹화, 반구조화된 면담, 수업 일지 기록 자료를 연구 기간 동안 수집하였다.

본 연구의 자료는 크게 두 가지 관점에서 분석을 실시하였다. 첫째, 학생들의 설명식 쓰기 활동지는 의사소통 수준의 변화를 양적으로 분석하는데 초점이 있다. 둘째, 수업 녹화, 면담, 수업 일지 기록에 대한 분석은 의사소통의 특징을 고찰하기 위한 자료로써 수학적 의사소통 분석 범주별 특징을 질적으로 분석하는데 초점을 맞추었다.

수학적 의사소통 수준의 변화를 분석하기 위해서 본 연구에서는 QUASAR(Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning)에서 개발한 인지 능력 평가 검사 도구인 QCAI(QUASAR Cognitive Assessment Instrument)와 Vermont 주의 수학적 의사소통 평가 검사를 참고하여 본 연구에 맞게 수학적 의사소통 분석틀을 제작하였다(Cai, Lane, & Jakabcsin, 1996; Stecher & Mitchell, 1995). QCAI의 수학적 의사소통 평가 기준은 수학적 지식, 전략적 지식, 의사소통의 세 가지 범주를 총괄적으로 평가하였으며, Vermont주의 수학적 의사소통에 대한 평가는 수학적 언어, 수학적 표상, 표현의 범주를 4단계 척도로 분석하였다. 본 연구에서는 이를 고려하여 수학적 의사소통을 수학적 언어의 정확성, 과정과 결과의 논리성, 내용 전개와 구체성, 독자 지향의 전달성이라고 하는 네 가지 범주에서 수준에 따라 3단계 수준으로 분석하였으며 범주별 세부 기준과 수준별 특징은 수학교육 전문가의 검토를 거쳐 수학적 의사소통 분석틀을 완성하였으며, 그 내용은 <표 1>과 같다.

<표 1> 수학적 의사소통 분석틀

분석 범주	수준	세부 기준
수학적 언어의 정확성	3	설명에 사용된 수학적 언어(수학적 용어, 기호, 수식 등)가 정확하고 완전함
	2	설명에 사용된 수학적 언어(수학적 용어, 기호, 수식 등)가 전달하고자 하는 내용을 이해하는데 도움은 되지만 약간 모호한 부분이 있음
	1	설명에 사용된 수학적 언어(수학적 용어, 기호, 수식 등)가 부정확하여 전달하고자 하는 내용을 이해하기 어려움
과정과 결과의 논리성	3	설명이 논리적이며 비약과 오류가 없음
	2	설명이 부분적으로 논리적인 비약이 있음
	1	설명이 비논리적이며 오류가 있음
내용 전개와 구체성	3	설명의 모든 과정이나 단계를 명확하고 자세히 나타내어 의도나 과정을 추측할 필요가 없음
	2	비교적 자세한 설명을 하지만 불완전하거나 단계가 빠진 내용이 있어 부분적으로 의도나 과정을 추측해야 할 필요가 있음
	1	설명이 불완전하여 설명 과정을 전혀 추측할 수 없음
독자 지향의 전달성	3	설명하고자 하는 내용을 명확하고 분명하게 서술하여 독자가 완벽하게 이해할 수 있음
	2	설명하고자 하는 내용을 독자가 부분적으로 파악할 수 있음
	1	설명하고자 하는 내용이 명료하지 않아 전달하고자 하는 내용을 독자가 전혀 파악할 수 없음

‘수학적 언어의 정확성’ 범주는 설명에 사용된 수학적 언어(수학적 용어, 기호, 수식 등)가 정확하고 완전한지를 평가하는 항목이다. 수학적 언어를 능숙하게 구사한다는 의미는 수학적으로 사고할 수 있다는 것을 의미하므로 수학적 언어를 사용해서 이루어지는 의사소통의 과정을 통하여 수학적 사고는 명확하게 형성된다(우정호 외, 2006). 또한 수학적 의사소통은 수학적 언어를 통하여 이루어지므로 수학적 언어를 정확하게 구사하는 능력은

곧 정확하고 유창한 수학적 의사소통의 발전으로 이어진다.

‘과정과 결과의 논리성’ 범주는 설명의 과정과 단계가 논리적인가를 평가하는 항목이다. 과정과 과정 사이의 관계 또는 과정과 결과의 관계를 논리적인 관점에서 분석하게 된다. 수학적 의사소통은 다른 사람과 의사소통 하는 과정에서 자신 또는 다른 사람의 오류를 발견하고 토론하여 논리적으로 해결책을 찾아가는 과정이다. 따라서 수학적 의사소통은 궁극적으로는 논리의 정교화를 추구한다고 볼 수 있다.

‘내용 전개의 구체성’ 범주는 설명의 모든 내용이나 과정을 명확하고 자세히 나타냄으로써 학생의 의도나 과정을 추측할 필요가 없음을 뜻한다. 수학적 내용을 설명하는 것은 나의 생각과 아이디어를 전달하는 것이기 때문에 모든 내용이나 과정을 상세하게 나타내어 상대의 이해도를 높여야 한다.

마지막으로 ‘독자 지향의 전달성’ 범주는 수학적 의사소통이 자신과 다른 사람에게 의견을 전달하고 공유한다는 점에서 매우 중요한 기준이다. 본 연구에서 적용한 설명식 쓰기는 상호작용주의 관점을 지향하며 자신 혹은 다른 사람과의 공유를 목적으로 한다. 따라서 쓰기의 내용이 상대방에게 명확하고 분명하게 전달되는가를 평가하는 독자 지향적 기준을 설정하게 되었다.

본 연구에서 학생들의 수학적 의사소통 수준 변화를 측정하기 위해서 총 14차시의 설명식 쓰기 수업 가운데서 초기, 중기, 후기에 걸쳐서 각각 두 차시씩을 선정하여 본 연구를 위해 개발한 수학적 의사소통 분석틀을 적용하여 양적분석을 실시하였다. 따라서 초기 수업 가운데서 2, 3차시의 수업을 선정하였으며, 중기 수업 가운데서 8, 9차시의 수업을 선정하였고, 후기의 수업 가운데서 13, 14차시의 수업을 분석 대상으로 선정하였다. 1차시의 수업을 선정에서 제외한 것은 (소수)÷(자연수)의 계산 원리를 다루는 가장 기초적인 내용으로 난이도가 매우 낮아 설명식 쓰기에서 나타나는 의사소통을 분석하는데 적절하지 않다고 판단하였다.

3. 연구 실행

가. 설명식 쓰기 과제 개발

본 연구에서 적용한 설명식 쓰기 과제는 크게 5단계 절차에 따라 개발하였다.

첫째, 수학적 의사소통과 쓰기에 관한 선행 연구를 분석함으로써 설명식 쓰기의 특징을 고찰하고 설명식 쓰기의 개념을 설정할 수 있었다. 특히, 이종희 외(2001)에 따르면 쓰기 과제 유형을 자신의 생각과 느낌에 관한 쓰기, 문제해결 과정 쓰기, 개념 설명의 글쓰기로 구분하였는데, 본 연구에서 적용한 설명식 쓰기 과제는 과제의 내용과 목적에 따라 수학적 개념 및 원리를 설명하는 방식과 문제해결 과정을 설명하는 방식으로 유형화 하였다. 수학적 개념 및 원리를 설명하는 쓰기는 자신이 이해한 수학적 개념 및 원리를 독자에게 전달하는 쓰기로 “ $936 \div 4$ 와 $9.36 \div 4$ 의 값을 비교하여 어떤 관계가 있는지 설명하시오 “와 같은 과제이다. 문제해결 과정을 설명하는 쓰기는 문제 상황을 정확하게 해석하여 풀이과정과 답을 구체적이고 논리적으로 전개하는 쓰기로써 ” 똑같은 필통을 문구점에서 는 가격이 3000원인데 10%를 할인해 주고, 백화점에서는 가격이 3500원인데 20%를 할인해 준다고 합니다. 필통을 더 싸게 살 수 있는 곳과 그 가격은 얼마입니까? “와 같은 과제이다.

둘째, 설명식 쓰기를 적용할 단원을 선정하였다. 설명식 쓰기를 적용할 단원으로 본 연구에서는 5학년 2학기 5단원 소수의 나눗셈과 7단원 비와 비율을 선정하였는데, 이는 위

에서 언급한 바와 같이 본 연구에서 적용하고자 하는 두 가지 설명식 쓰기 방식을 고루 포함하여 적용하기에 두 단원이 가장 적합하다고 판단했기 때문이다. 즉, 수학의 개념과 원리뿐만 아니라 문제해결 과정을 설명하는 방식으로 두 단원을 쓰기 중심으로 구성하는 것이 가능하였다.

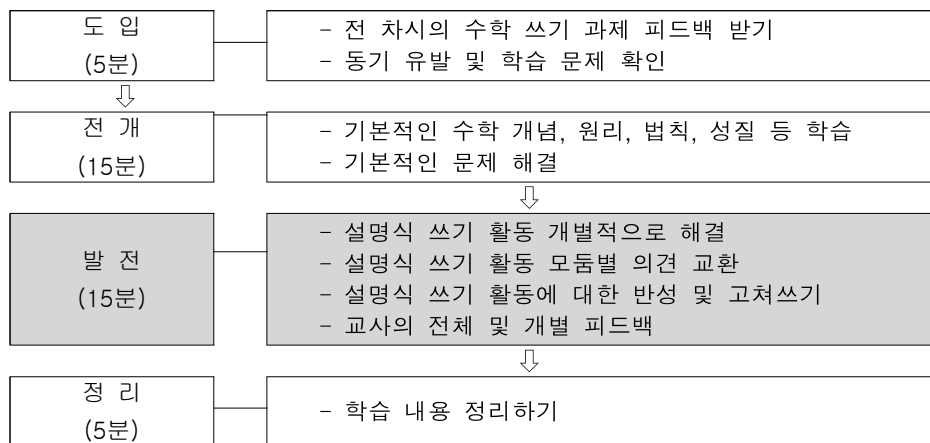
셋째, 차시별 학습 목표와 주요 활동 내용을 분석하였다. 본 연구에서 설명식 쓰기 내용을 적용한 수업은 총 14차시이며, 각 차시별로 학습 목표와 주요 활동 내용을 분석하여 해당 차시에서 학생들이 학습해야 하는 기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙, 성질, 문제해결을 분석하였다.

넷째, 설명식 쓰기 과제를 구안하는 단계로써 이전 단계에서 분석하였던 차시별 학습 목표와 주요 활동을 참고하여 자신의 사고와 아이디어를 자유롭게 기술할 수 있도록 설명식 쓰기 과제를 구안하였다.

마지막으로, 구안된 설명식 쓰기 과제를 전문가의 검토를 거쳐 최종 수정 및 보완하였다.

나. 수업 실행

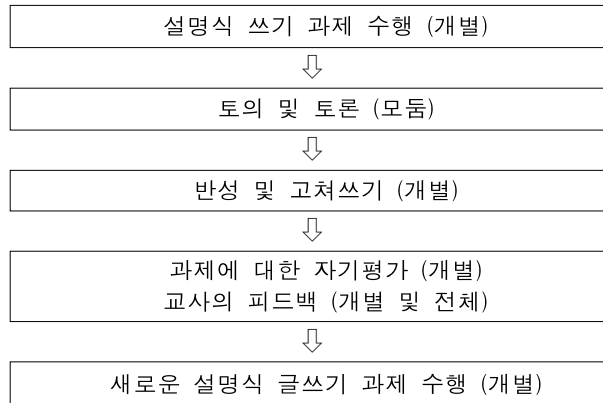
본 연구에서 적용한 설명식 쓰기 수업은 크게 도입, 전개, 발전, 정리의 네 단계로 수행되었으며 구체적인 과정은 [그림 1]과 같다. 도입 단계에서는 교사가 전 시간의 설명식 쓰기 과제를 전체적으로 피드백하여 학생들이 잘 한 점과 고쳐야 할 점을 구체적으로 예를 들어 제시하고 해당 차시의 학습 문제를 확인하였다. 전개 단계에서는 해당 차시에서 학습해야 할 기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙, 성질 등을 학습하고 기본 문제를 해결함으로써 설명식 쓰기 과제를 해결할 수 있는 기초적인 수학적 지식을 쌓는다. 그리고 본 수업의 주된 활동이 이루어지는 발전 단계에서는 설명식 쓰기 과제를 해결하고 친구들과 토의하면서 자신의 사고와 생각을 수학적 언어로 표현하는 기회를 가지며, 또한 자신의 사고를 반성하고 자신의 쓰기 내용을 고쳐쓰는 단계이다. 마지막으로 정리 단계에서는 기본적인 수학 내용과 설명식 쓰기 과제를 통한 학습 내용을 정리하고 피드백하는 시간을 갖는다.



[그림 1] 설명식 쓰기 과제를 적용한 수업 단계

설명식 쓰기 활동은 전체적인 수업 흐름의 세 번째 단계인 발전 단계에서 약 15분간 적

용되었다. 이 과정은 [그림 2]에 제시된 것처럼 다섯 단계의 세부적인 과정으로 구성되어 있다. 먼저, 이전 단계에서 학습하였던 기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙, 성질 등을 적용하고 발전하여 개별적으로 설명식 쓰기 과제를 수행하였다. 다음으로 이질 집단으로 편성된 모둠별로 자신의 사고와 생각을 한 사람씩 돌아가며 친구들과 자유롭게 의견을 교환하는 시간을 가졌다. 이때 이야기하는 내용은 자신이 설명한 내용, 방식, 해결 방법 및 전략을 대상으로 하였다.



[그림 2] 설명식 쓰기 활동의 세부 절차

다음으로 친구들의 설명을 되새기며 자신의 쓰기 과제를 반성하고 고쳐쓰는 활동을 수행하였다. 교사는 상황에 따라 개별적으로 또는 전체적으로 피드백을 제공하였다. 또한 수업 후 활동지를 수합하여 설명식 쓰기 과제별로 피드백을 제공하여 학생에게 다시 배부함으로써 학생은 피드백을 확인하고 다음 쓰기 과제에 피드백을 반영할 수 있도록 하였다.

IV. 연구 결과

1. 설명식 쓰기의 수학적 의사소통 수준 변화에 대한 분석

본 연구에서는 수학적 의사소통 수준의 변화를 분석하기 위해서 설명식 쓰기 수업의 초기, 중기, 후기로 나누어 각각 2차시씩 분석하였다. 이를 위해서 과제 유형을 개념 및 원리를 설명하는 쓰기 과제와 문제해결 과정을 설명하는 과제를 초기와 중기에는 각각 4문제와 2문제씩 제시하였으며, 후기에는 각각 3문제씩 제시하였다. 과제의 개수가 다른 것은 수업 목적에 따라 유형별로 설명식 쓰기 과제 개수를 다르게 적용하였기 때문이다. 또한 본 분석은 수학적 의사소통을 네 가지 범주로 나누어서 각각 수학적 과제 유형별로 분석을 실시하였으며, 수준에 따른 분석 결과는 비율(빈도)로 제시하였다.

가. 수학적 언어의 정확성 수준의 변화

학생들의 설명식 쓰기를 수학적 언어의 정확성 범주에서 분석한 결과 <표 2>와 같이 설명식 쓰기 수업이 진행됨에 따라서 개념 및 원리 설명식 쓰기의 수준은 점차 향상되는 반면에 문제해결 과정 설명식 쓰기의 수준은 수업 초기에 비해 중기에 오히려 낮아졌다가

다시 수업 후기에 높아지는 변화를 보였다.

<표 2> 수학적 언어 정확성 수준의 변화 분석

수준	개념 및 원리			문제 해결 과정		
	초기	중기	후기	초기	중기	후기
3	78.7 (63)	93.7 (75)	97 (57)	85 (34)	72.5 (29)	83.3 (50)
2	6.2 (5)	5 (4)	1.6 (1)	0 (0)	5 (2)	6.6 (4)
1	15 (12)	1.2 (1)	3.3 (2)	15 (6)	22.5 (9)	10 (6)

단위 : 비율(빈도)

개념 및 원리 설명식 쓰기에 대한 수준 분석을 보면 초기에는 3수준의 비율이 78.7%였던 것이 중기에는 93.7%로 높아졌으며, 후기에는 97%로 매우 높게 나타났다. 또한 수학적 언어의 사용이 부정확하고 전달하과 하는 내용을 이해하기 어려운 1수준도 수업 초기에는 15%였지만, 중기에는 1.25%, 후기에는 3.33%로 그 비율이 큰 폭으로 낮아진 것을 알 수 있다. 이 결과는 수업 후기로 갈수록 대다수의 학생들이 수학적 개념 및 원리를 설명하는 쓰기에서 수학적 언어를 정확하고 완전하게 사용한다는 것을 의미한다.

반면 문제해결 과정 설명식 쓰기에 대한 3수준의 변화 양상을 보면 수업 초기에는 85%였던 것이 중기에는 오히려 72.5%로 낮아졌으며 후기에는 다시 83.3%로 수업 초기와 비슷한 비율을 보였다. 이와 같이 수업 중기에 오히려 비율이 낮아지게 된 것은 수업 중기에 문제해결 과정이 복잡해지면서 학생들은 식이 여러 단계로 이어지는 계산 과정에서 등호를 부정확하게 사용했기 때문이며, 이러한 오류는 수업 후기의 연산 과정에서는 등호를 정확하게 사용하는 것을 확인할 수 있었다.

나. 과정과 결과의 논리성 수준의 변화

학생들의 설명식 쓰기를 과정과 결과의 논리성 범주에서 분석한 결과 <표 3>과 같이 설명식 쓰기 수업이 진행됨에 따라 개념 및 원리 설명식 쓰기의 수준은 점차 향상되는 것에 비해 문제 해결 과정 설명식 쓰기의 수준은 수업 초기에 비해 수업 중기에는 낮아 졌다 수업 후기에 다시 높아지는 변화를 보였다.

개념 및 원리 설명식 쓰기에 대한 수준 분석을 보면 초기에는 3수준의 비율이 60%였던 것이 중기에는 83.7%로 향상되었으며, 후기에는 90%로 매우 높게 나타났다. 또한 2수준은 설명식 쓰기 수업이 진행될수록 점차 비율이 낮아졌으며 수업 후기에는 3.3%로 낮아지는 결과를 보였으며, 설명이 비논리적이며 오류를 보이는 1수준도 초기에는 28.7%를 보인 것이 수업 후기에는 불과 6.6%만이 1수준을 나타냈다.

<표 3> 과정과 결과의 논리성 수준의 변화 분석

수준	개념 및 원리			문제 해결 과정		
	초기	중기	후기	초기	중기	후기
3	60	83.7	90	75	30	58.3
	(48)	(67)	(54)	(30)	(12)	(35)
2	11.2	10	3.3	5	32.5	30
	(9)	(8)	(2)	(2)	(13)	(18)
1	28.7	6.2	6.6	20	37.5	11.6
	(23)	(5)	(4)	(8)	(15)	(7)

단위 : 비율(빈도)

반면 문제해결 과정 설명식 쓰기의 경우 초기에는 3수준의 비율이 75%였던 것이 중기에는 문제해결 과정이 복잡해지면서 학생들이 문제의 일부분만 해결하거나 혹은 문제를 아예 포기하는 경우가 많았기 때문에 3수준의 비율이 30%로 급격하게 낮아졌다. 수업 후기에는 문제해결 과정을 추론하면서 문제를 해결하는 힘을 길러 문제를 포기하는 경향이 줄어들어 따라 3수준의 비율이 58.3%를 나타냈다.

다. 내용 전개와 구체성 수준의 변화

학생들의 설명식 쓰기를 내용 전개와 구체성 범주에서 분석한 결과 <표 4>와 같이 개념 및 원리 설명식 쓰기의 수준은 점차 향상되는 것에 비해 문제 해결 과정 설명식 쓰기의 수준은 수업 초기에 비해 수업 중기에는 낮아 졌다 수업 후기에 다시 높아지는 변화를 보였다.

<표 4> 내용 전개와 구체성 수준의 변화 분석

수준	개념 및 원리			문제 해결 과정		
	초기	중기	후기	초기	중기	후기
3	55	70	80	80	45	73.3
	(44)	(56)	(48)	(32)	(18)	(44)
2	31.2	27.5	16.6	5	20	16.6
	(25)	(22)	(10)	(2)	(8)	(10)
1	15	2.5	3.3	15	35	10
	(12)	(2)	(2)	(6)	(14)	(6)

단위 : 비율(빈도)

개념 및 원리 설명식 쓰기에 대한 수준 분석을 보면 초기에는 3수준의 비율이 55%였던 것이 중기에는 70%를 나타냈으며, 후기에는 80%의 비율을 보였다. 또한 2수준의 비율은 수업 초기에는 31.2%였던 것이, 수업 중기 27.5%, 수업 후기 16.6%를 보임에 따라서 설명식 수업이 진행될수록 점차 낮아지는 결과를 보였다. 설명 과정이 불완전하여 설명 과정을 전혀 추측할 수 없는 단계인 1수준은 수업 초기에 15%였던 것이 수업 후기에는 3.3%로 큰 폭으로 낮아지는 결과를 보였다. 이 결과는 수업 후기로 갈수록 대다수 학생들이 수학적 개념과 원리를 설명하는 쓰기에서 설명의 모든 과정이나 단계를 명확하고 상세하게

나타냄으로써 의도나 과정을 이해하기 쉽게 설명할 수 있음을 의미한다.

반면 문제해결 과정 설명식 쓰기에 대한 3수준의 변화 양상을 보면 수업 초기에는 80%였던 것이 수업 중기에는 45%로 급격하게 낮아졌으며, 수업 후기에는 다시 73.3%로 상승하는 경향을 보였다. 2수준의 경우에는 수업 중기나 후기에 오히려 수업 초기보다 높은 경향을 보였으며, 1수준의 경우는 수업 초기에 15%였던 것이 수업 중기에는 35%로 급격하게 상승하였으며 수업 후기에는 다시 10% 수준으로 낮아졌다. 이와 같이 문제해결 과정 설명식 쓰기의 경우 수업 중기에 수준이 낮아진 이유는 수업 중기에 문제 해결의 결과를 도출하는 과정이 복잡해지고 난이도가 높아지면서 학생들이 아예 문제를 포기하고 아무것도 설명하지 못하는 경향이 있어 해결 과정을 구체적으로 나타내지 못 하였기 때문이다. 그러나 수업 후기로 진행되면서 문제를 끝까지 해결하지 못 하더라도 자신이 해결한 만큼 나타내는 것도 그 가치가 충분하다는 것을 인식하여 구체성 수준이 다소 향상되었다.

라. 독자 지향의 전달성 수준의 변화

학생들의 설명식 쓰기를 독자 지향의 전달성 범주에서 분석한 결과 <표 5>와 같이 개념 및 원리 설명식 쓰기의 수준은 점차 향상되는 것에 비해 문제 해결 과정 설명식 쓰기의 수준은 수업 초기에 비해 수업 중기에는 낮아 졌다 수업 후기에 다시 높아지는 변화를 보였다.

<표 5> 독자 지향의 전달성 수준의 변화 분석

수준	개념 및 원리			문제 해결 과정		
	초기	중기	후기	초기	중기	후기
3	66.2 (53)	91.2 (73)	91.6 (55)	80 (32)	27.5 (11)	76.6 (46)
2	20 (16)	6.2 (5)	3.3 (2)	5 (2)	25 (10)	13.3 (8)
1	13.7 (11)	2.5 (2)	5 (3)	15 (6)	47.5 (19)	10 (6)

단위 : 비율(빈도)

개념 및 원리 설명식 쓰기에 대한 수준 분석을 보면 3수준의 비율이 초기에는 66.2%였으나 중기에는 91.2%로 크게 향상되었으며 후기에 91.6%를 나타냈다. 반면에 2수준과 1수준은 수업 초기에 비해 중기와 후기로 갈수록 비율이 큰 폭으로 낮아진 것을 알 수 있었다. 이와 같은 결과는 대다수의 학생들이 수학적 개념 및 원리를 설명하는 쓰기에서 설명하고자 하는 내용을 명확하고 분명하게 서술하여 상대방이 완벽하게 이해할 수 있도록 설명할 수 있음을 의미한다.

반면 문제해결 과정 설명식 쓰기의 경우 3수준의 변화 양상을 보면 초기에는 80%였던 것이 중기에는 불과 27.5%만이 3수준으로 분석되었으며 후기에 다시 76.6%로 향상되는 결과를 보였다. 한편 2수준과 1수준은 수업 중기에 그 비율이 급격하게 상승하였으며 후기에 다시 낮아지는 경향을 보였다. 문제해결 과정 설명식 쓰기에 대해 이와 같은 경향을 보인 것은 앞에서 언급한 것처럼 수업 중기에 문제해결 과정이 복잡해지면서 학생들이 자신의 사고와 아이디어를 독자가 완벽하게 이해할 정도로 명확하게 서술하는 것을 어려

위했기 때문인 것으로 판단된다. 그러나 수업 후기로 갈수록 전달력 있게 서술하는 것이 친구들과 교사에게 보여주는 목적뿐만 아니라 자신의 사고 과정 반성을 위한 목적에서도 가치가 있다는 것을 인식하게 되면서 전달력이 향상되었다.

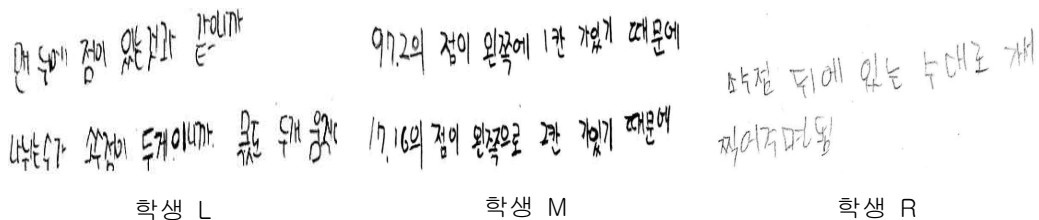
2. 설명식 쓰기에서 나타나는 수학적 의사소통 특징에 대한 질적 분석

가. 수학적 언어를 통한 지식의 견고화

수학적 언어의 정확성 범주에서 설명식 쓰기를 분석한 결과 학생들의 수학적 언어를 통해 수학적 지식을 견고화 하는 것을 관찰할 수 있었다.

먼저 학생들은 수학적 언어를 선택적으로 사용하며 정확한 수학적 언어를 통해 수학적 지식의 이해를 심화시킨다. 학생들은 수학적 용어를 적절하지 않은 대상에 잘 못 사용하기 보다는 자신의 편의에 따라 생략하거나 대체하여 불명확하게 나타내는 경우가 많았는데 그 유형은 정확한 수학적 용어를 사용하는 경우, 수학적 용어에 해당하는 수를 인용하여 설명하는 경우, 대상을 나타내는 수학적 용어를 생략한 채 설명하는 경우 세 가지로 나눌 수 있다. [그림 3]에서 볼 수 있듯이 학생 L은 나눌 수가 소수점 이하 몇 자리인가에 따라 몫도 소수점 이하 자리가 정해진다는 것을 나눌 수, 몫과 같은 수학적 용어를 사용하여 절차를 설명하고 있다. 학생 M은 제시된 나눗셈식 몫에 소수점을 찍은 이유를 92.7이 소수점 이하 한자리의 소수이고 17.16이 소수점 이하 두 자리의 소수이기 때문이라고 서술하면서 나눌 수라는 수학적 용어 대신 문제에서 제시한 7.2, 17.16을 그대로 예로 들었다. 학생 R은 나눌 수와 몫이라는 수학적 용어 또는 수학적 용어에 해당하는 수 모두 생략한 채 설명하였다.

수업이 진행되면서 학생들은 수학적 용어를 정확하고 바르게 사용해야 설명하고자 하는 내용을 분명하게 전달할 수 있다는 점을 인식하고 수학적 용어를 정확하고 분명하게 사용하는 비율이 늘어나는 경향을 보였다.



[그림 3] 학생 L, M, R의 2차시 활동지

또한, 연산의 과정에서 잘못 사용하는 등호의 사용을 수정하였다. 수업 중기에 문제 해결의 계산 과정이 복잡해지면서 학생들은 식이 여러 단계로 이어지는 계산 과정에서 하나의 계산을 끝내고 다음 계산 과정으로 넘어갈 때 등호를 무의미하게 사용하고 있었다. 즉, 등호를 등호 양쪽의 관계를 나타내는 기호로 생각하지 않고 앞의 연산에 대한 결과를 적을 때 사용하는 기호로 생각한 것이다. 하지만 수업 후기로 진행되면서 등호의 개념과 의미를 바르게 이해하여 연산 결과로의 등호 사용을 교정한 것을 확인할 수 있었다. 학생 C 역시 [그림 4]에서 볼 수 있듯이 8차시에는 $116.08 - 96 = 20.08 \times 2 = 160.16 \div 8 = 20.02 \div 2 = 10.01$ 로 여러 단계의 식을 등호로 이어 붙여 쪽 나열하는 등 등호를 무의미하게 사용하였지만, 14차시에서는 [그림 5]와 같이 세로와 가로 길이를 구할 때 등호 양쪽의 값이 같은 식끼리만

등호를 사용하여 등호를 바르게 사용하고 있음을 알 수 있다.

3. 다음 도형의 넓이는 116.08cm^2 입니다. □안에 알맞은 수를 구하는 과정을 설명하고 답을 구하십시오.

□안에 알맞은 수를 구하는 과정을 설명하고 답을 구하십시오.

□안에 알맞은 수를 구하는 과정을 설명하고 답을 구하십시오.

$8 \times 12 = 96$, $116.08 - 96 = 20.08$

$20.08 \times 2 = 40.16$, $40.16 \div 8 = 5.02$

[그림 4] 학생 C의 8차시 활동지

3. 가로가 5cm, 세로가 10cm인 직사각형이 있다. 이 직사각형에서 가로 20% ■이고 세로 20% ■인 5분 ■인다면, 새로운 직사각형의 넓이는 몇 cm^2 가 되는지 그 과정을 설명하고 답을 구하십시오.

가로 5cm, 세로 10cm

새로운 가로: $5 \times 0.8 = 4$

새로운 세로: $10 \times 0.8 = 8$

넓이: $4 \times 8 = 32$

[그림 5] 학생 C의 14차시 활동지

나. 쓰기에 근거한 논리의 정교화

과정과 결과의 논리성 범주에서 설명식 쓰기를 분석한 결과 학생들은 자신의 쓰기 활동을 바탕으로 논리를 정교화하는 것을 관찰할 수 있었다. 학생들은 자신의 이해 정도에 따라 자신의 논리를 펼치고 자신의 논리를 적은 쓰기 활동에 근거하여 자신의 수학적 지식을 설명하며, 이는 학생과 학생 간 혹은 교사와 학생 간의 의사소통을 통해 정당화와 논증으로 발전하게 된다.

먼저, 학생들 자신의 설명이 정당화 및 논증으로 발전하는 경향을 관찰할 수 있었다. 학생들은 자신의 쓰기를 바탕으로 모둠별 혹은 학급 전체 토론에 참여하고, 이러한 학생과 학생간의 의사소통을 통해 설명이 정당화, 논증으로 발전하였다. 학생들은 모둠별 혹은 학급 전체 토론에 참여할 때 자신이 적은 쓰기 활동지를 기초 자료로 활용하고 있었다. 아래 9차시 대화는 학생들이 학생 B의 아이디어가 논리적으로 정당화 될 수 있는지에 대해 토론하는 내용 중 일부이다. 학생들은 학생 B의 설명에 대하여 자신의 의견을 정당화하고 이는 곧 논증으로 발전하는 것을 볼 수 있다.

교 사: 표는 이렇게 나오고, 그래서 표에서 찾을 수 있는 규칙은?

학생 B: 공책의 수는 4의 배수이다.

교 사: B의 의견에 대해 어떻게 생각하니?

학생 G: 공책의 수만 따지고 학생 수는 말 안 했어요.

학생 J: 4의 배수라고 하면 100, 104도 될 수 있잖아요.

학생 B: 그런데 이 표에 나온 건 다 4의 배수 맞잖아요. 4, 8, 12 다 4의 배수 맞잖아요. 맞는 거 아닌가?

교 사: 글썄, 또 다른 의견 있는 사람?

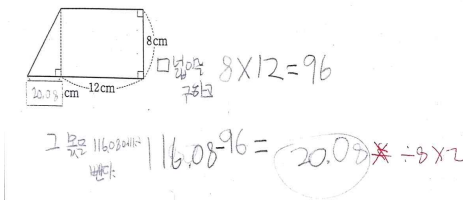
학생 L: (B의 아이디어가) 틀린 것 같긴 한데..... B 말도 맞는 것 같고.....

학생 C: 저는 학생 수×4는 공책수라고 적었거든요. 그럼 만약 학생수가 3명이면 공책수는 12권, 학생수가 4명이면 공책수가 16권으로 표랑 맞잖아요. 그런데 4의 배수라고 하면 학생수가 3명일 때 공책수가 100권이라고 해도 B가 말한 게 맞는 게 되니깐 뭐가 안 맞는 거 같아요.

또한, 학생들은 쓰기 자료를 근거로 자신의 사고를 반성하는 경향을 보였다. 반성적 사고는 자신의 사고를 점검하고 확인하는 자기 성찰과 학습 향상의 과정이다. [그림 6]에서

볼 수 있듯이 학생 D는 삼각형의 넓이를 구하고 그 값을 결과로 생각하였다. 하지만 친구의 활동지와 자신의 활동지를 비교하는 과정에서 자신이 삼각형의 밑변이 아닌 넓이를 구했다는 사실을 깨닫고 빨간색 펜으로 삼각형의 밑변을 다시 구하였음을 알 수 있다. 또한 쓰기 자료를 근거로 자신의 오개념을 확인하고 교정하면서 자신의 사고를 반성하기도 하였다. 자신이 가진 오개념을 교정하기 위해서는 그 오개념을 정확히 인식하는 데에서부터 출발한다. 이렇듯 쓰기는 자신의 오개념을 직접 확인하는 기회를 제공하였다.

8. 다음 도형의 넓이는 116.08cm^2 입니다. □안에 알맞은 수를 구하는 과정을 설명하고 답을 구하십시오.



[그림 6] 학생 D의 8차시 활동지

학생 D: 이거 답 뭐 나와?

학생 L: 5.02.

학생 D: 진짜? 나 20.08 나오는데. 니꺼 줘봐.

(자기 활동지와 친구 활동지를 비교한다.)

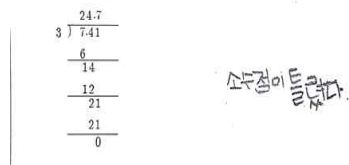
아. 삼각형 밑변 구하는 거지? 나는 삼각형 넓이를 구했어. 이제 알겠어.

다. 결과에 도달하는 사고 과정의 가치화

내용 전개의 구체성 범주에서 설명식 쓰기를 분석한 결과 학생들은 결과에 도달하는 사고 과정을 점차 가치 있게 인식하는 것을 발견할 수 있었다.

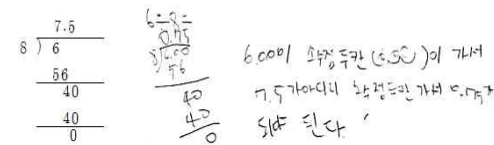
먼저, 설명식 쓰기가 진행되면서 학생들은 결과뿐만 아니라 수학적 사고 과정까지도 제시하는 경향을 보였다. 수업 초기에 학생들은 과정을 제시하지 않고 결과만 나타내었으나 수업 중기로 진행되면서 학생이 자신의 수학적 사고와 아이디어를 설명하면서 과정을 구체적으로 설명하게 되었다. 학생 F 역시 [그림 7]의 2차시에서는 몫의 소수점이 어떻게 틀렸는지 구체적인 과정을 제시하지 않고 소수점이 틀렸다는 결과만 나타내었지만, [그림 8]의 8차시에서는 제시된 계산 과정이 틀린 이유로 6에는 8이 들어가지 않기 때문에 0이라고 써 줘야 한다고 설명하면서 자신이 직접 바르게 계산한 세로식 계산도 나타낸 점에서 자신의 사고와 아이디어를 전달하는 과정에서 구체성이 향상된 모습을 볼 수 있다.

2. 수진이는 소수의 나눗셈을 아래와 같이 계산 했습니다. 수진이에게 소수의 나눗셈 하는 방법을 바르게 설명하십시오.



[그림 7] 학생 F의 2차시 활동지

1. 영희는 $6 \div 8$ 를 아래와 같이 계산하였습니다. 영희가 계산한 것에서 바르지 않은 부분을 설명하고, 바르게 고쳐서 설명하십시오.



[그림 8] 학생 J의 8차시 활동지

또한, 정답에 도달하지 못한 것의 의미에 대한 인식에서 변화를 보였다. 수업 중기의 문제 해결 과정 설명식 쓰기 과제가 결과를 도출하는 과정이 복잡해지고 난이도가 높아지면서 학생들이 아예 문제를 포기하고 아무것도 적지 않거나, 혹은 문제 해결을 하려고 노력하다가 실패하고 자신의 풀이 과정을 지우개로 모두 지워놓는 등 정답에 도달하지 못하는 과정은 그 가치를 평가절하 하는 경향을 보이고 있음을 아래 8차시 수업 대화에서 알

수 있다.

교 사: 음..... 애들아. 왜 아무것도 안 적고 있는 아이들이 많을까?

학생들: 어려워요.

교 사: 저번 시간에 비해 문제가 어려운 건 맞아. 그래도 풀 수 있는 만큼 풀어봐.

학생 O: 어려워서 풀기가 싫어요.

학생 Q: 어차피 틀리니깐 풀어도 똑같아요.

교 사: 너희가 풀 수 있는 만큼 풀어보고 그 다음 단계는 친구나 선생님이랑 같이 풀어보자. 아예 안 풀어보면 처음부터 다시 풀어야 하는데, 너희가 혼자 할 수 있는 만큼 풀어보면 나중에는 반만 풀어도 되잖아.

학생 S: 혼자 푼 게 틀리면 어차피 처음부터 해야 해요.

교 사: 그래도 내가 혼자 푼 과정을 보고 왜 틀렸는지 알 수 있잖아. 내가 왜 틀렸는지를 알아야 다음에 비슷한 문제가 나왔을 때 안 틀리지. 자자. 틀려도 돼. 너희가 이렇게 저렇게 고민해보는 경험이 중요한 거야.

하지만 수업 후기에는 문제를 끝까지 해결하지 못 하더라도 자신이 해결한 것만큼 나타내어 문제 해결 과정 설명식 쓰기의 수준이 향상되는 것을 볼 수 있다. 문제를 끝까지 해결하지 못 한 해결 과정이더라도 자신의 중간 과정을 보고 자신의 오류를 발견할 수도 있고 친구나 교사의 도움으로 미완성된 과정을 이어서 진행할 수 있기 때문에 정답에 도달하지 못 한 과정도 충분히 그 가치가 있다는 것을 학생들이 인식하였기 때문이다.

라. 자기 자신과 독자에게 전달하는 내용의 명료화

독자 지향의 전달성 범주에서 설명식 쓰기를 분석한 결과 학생들은 전달하고자 하는 내용을 명료화하고 있음을 발견할 수 있었다.

먼저, 전달 내용이 수업이 진행됨에 따라서 명료해 짐을 알 수 있었다. 수업 초기에 학생들의 쓰기 내용은 명료하지 않아 설명하고자 하는 바를 이해하기 어려운 경우가 있었다. [그림 9]에서 학생 J의 설명에서 식에 대한 정보가 빠져있고 식의 순서를 유추하기 어려워 문제 해결 과정을 유추하기 어려웠다. 하지만 수업이 진행되면서 [그림 10]에서 볼 수 있듯이 13차시에서는 식에 대한 정보를 먼저 제시하고 식을 적어 제시된 식이 무엇을 구하기 위한 것인지 이해를 쉽게 할 수 있다. 식도 자신의 사고 과정에 따라 순서대로 제시하여 학생의 활동지를 보면서 학생의 사고 과정을 그대로 유추할 수 있도록 하였다. 이와 같이 수업이 진행되면서 식의 정보와 순서를 명확하게 제시하면서 전달하고자 하는 내용이 점차 명확하고 분명해졌다.

3. 다음 도형의 넓이는 116.08cm^2 입니다. □안에 알맞은 수를 구하는 과정을 설명하고 답을 구 하시오.

[그림 9] 학생 J의 8차시 활동지

4. 똑같은 필통을 문구점에서는 가격이 3000원인데 10%를 할인해 주고, 백화점에서는 가격이 3500원인데 20%를 할인해 준다고 합니다. 필통을 더 싸게 살 수 있는 곳은 어디이고, 얼마에 살 수 있습니까?

[그림 10] 학생 J의 13차시 활동지

또한, 전달성의 가치에 대해 학생들은 수업이 진행되면서 인식 정도가 높아지는 경향을 보였다. 대개 학생들은 전달성에 대한 심리적 거부감이 크며 그 필요성을 느끼지 못한다. 하지만 과정을 명확하고 분명하게 적는 것이 다른 사람과의 수학적 의사소통을 위해 필수적일 뿐만 아니라 자기 자신의 반성적 사고를 위해서도 반드시 필요하기 때문에 쓰기를 통해서 반드시 지도할 필요가 있다.

교 사: 예전에 비해 전달성이 훨씬 높아진 것 같아. 너희들도 느끼지 않아?

학생들 : 저희도 그렇게 생각해요.

교 사: 왜 이렇게 바뀐 거야?

학생 A: 이상하게 쓰면 친구가 못 알아보니까요.

학생 I: 맞아요. 옛날에는 저도 못 알아봤는데, 이제는 좀 신경 써서 쓰고 있어요. 잘 못 쓰면 모둠 토의할 때 친구가 다시 물어보거든요.

교 사: 친구들을 위해서 분명하고 알기 쉽게 쓰는 거구나.

학생 L: '친구들 이해하기 쉽게 분명하게 쓰는 것도 있는데, 분명하게 쓰면 저도 알아보기 쉬워서 좋은 것 같아요. 제가 뭐 틀렸을 때 어디서 왜 틀렸는지 다시 확인할 수 있으니까요.'

학생 K: 맞아요. 어차피 모둠별 토론 할 때 제가 쓴 거 보고 친구들이랑 토의하고 확인하니까요.

본 연구에서 수업 후기로 진행되면서 전달성이 지니는 가치에 대한 학생들의 인식이 변화하는 양상을 보였다. 14차시 수업에서 보인 대화에서 알 수 있듯이 학생들은 모둠별 토의 및 토론 과정에서 자신의 활동지를 친구들이 읽는다는 점을 고려해서 쓰기를 하게 되면서 전달성이 점차 향상되었다. 또한 학생 자신이 쓴 활동지를 바탕으로 토의 및 토론에 참여하고 자신의 사고와 아이디어를 반성하는 경험을 갖게 되면서 점차 명확한 쓰기의 필요성을 느끼게 되었다. 즉, 교사와 학생 간 그리고 학생과 학생 간의 의사소통뿐만 아니라 학생 자기 자신과의 의사소통을 위해서도 전달성을 향상시키고 있었다.

V. 결 론

본 연구는 설명식 쓰기에서 나타나는 학생들의 수학적 의사소통 수준의 변화와 특징을 분석하는 것을 목적으로 하였다. 이를 위해 본 연구에서는 수학적 의사소통 분석을 위한 분석틀을 네 가지 범주에서 설정하였으며, 또한 설명식 쓰기 과제 유형을 개념 및 원리와 문제해결에 따라 두 가지로 분류하여 본 연구를 실행하였다. 본 연구를 통해 얻은 결론을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 수업이 진행됨에 따라 수학적 의사소통의 수준 변화는 설명식 쓰기 유형에 따라 크게 영향을 받았다. 본 연구에서는 수학적 의사소통을 언어의 정확성, 과정과 결과의 논리성, 내용 전개 구체성, 그리고 독자 지향의 전달성으로 분류하였으며, 각각의 범주에 대해 개념 및 원리 설명식 쓰기 유형과 문제해결 과정 설명식 쓰기 유형의 쓰기를 적용하였다. 그 결과 네 가지 범주 각각에 대해 설명식 수업이 진행됨에 따라서 개념 및 원리 설명식 쓰기 유형에 대한 수학적 의사소통의 수준은 크게 향상되는 패턴을 보였다. 반면에 문제해결 과정 설명식 쓰기 유형에 대한 수학적 의사소통의 수준은 수업 초기에 비해 중

기에 낮아졌다가 다시 후기에 높아지는 경향을 보였다. 학생들은 문제 해결 과정이 복잡해지고 어려워지자 문제 해결을 아예 포기하거나 다른 사람에게 표현하려는 의도를 상실하여 수업 중기의 문제 해결 과정 설명식 쓰기의 수준이 낮게 나타났지만 설명식 쓰기 활동을 통해 결과가 아닌 과정에 가치를 두면서 수업 후기에는 다시 수준이 올라가는 경향을 보였다.

설명식 쓰기의 목적은 정답을 쓰는 것이 아니라 자신의 생각과 사고를 있는 그대로 쓰는 것이다. 정답에 도달하지 않고 자신이 알고 있는 만큼만 표현하더라도 그 과정을 통해 자신의 사고를 반성하고 확인하기 때문에 충분히 가치를 지닌다. 따라서 설명식 쓰기를 통해 학생들은 정답이 아니더라도 자신의 사고와 생각을 설명하는 것의 가치를 느끼고 적극적으로 표현하는 것을 배우게 되었다.

둘째, 설명식 쓰기에서 나타나는 수학적 의사소통의 특징을 분석한 결과 학생들은 설명식 쓰기가 진행됨에 따라서 수학적 언어를 통한 지식의 견고화, 쓰기에 근거한 논리의 정교화, 결과에 도달하는 사고 과정의 가치화, 자기 자신과 독자에게 전달하는 내용의 명료화 경향을 보였다. 특히, 본 연구에서는 수학적 의사소통의 네 가지 범주에서 나타나는 수학적 의사소통의 특징을 질적으로 분석하였다. 이에 따라 수학적 언어의 정확성 범주에서 학생들은 설명식 쓰기 활동을 바탕으로 수학적 언어를 통해 수학적 지식을 견고화하는 경향을 보였다. 그리고 과정과 결과의 논리성 범주에서 설명식 쓰기가 진행됨에 따라서 학생들은 쓰기에 근거하여 논리를 보다 정교화하는 경향을 보였으며, 내용 전개 of 구체성의 범주에서 결과에 도달하는 사고 과정이 갖는 가치의 의미를 인식하게 되었다. 마지막으로 독자 지향의 전달성 범주에서 설명식 쓰기 수업이 진행될수록 학생들은 자기 자신과 독자에게 전달하는 내용을 더욱 명료화하는 경향을 보였다.

본 연구 결과는 수학적 의사소통을 더욱 정확하고 논리적이며 구체적으로 전달하는데 설명식 쓰기가 도움이 된다는 것을 보여 주었다. 이러한 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

먼저, 본 연구는 단일집단을 대상으로 설명식 쓰기가 수학적 의사소통에 어떠한 영향을 미치는지에 대해 양적 및 질적 분석을 실시하였다. 따라서 설명식 쓰기와 수학적 의사소통의 관계에 대해 보다 명료한 분석을 위해서는 실험연구가 실시될 필요가 있다. 특히, 설명식 쓰기에 활용한 수학적 쓰기 과제 유형에 따라 수학적 의사소통의 수준이 크게 영향을 받는 것으로 본 연구 결과 드러남에 따라서 앞으로의 연구에서는 이러한 쓰기 과제 유형과 수학적 의사소통 간의 관계에 대해서도 실험연구를 통해 추가적으로 규명할 필요가 있다고 판단된다.

다음으로 설명식 쓰기를 초등 수학에서 적용할 수 있기 위해서는 설명식 쓰기 과제를 보다 다양하게 개발할 필요가 있다. 본 연구에서는 소수의 나눗셈과 비와 비율 단원에 대해서만 설명식 쓰기 과제를 개발하고 적용하였으나, 이를 도형과 측정, 확률과 통계 등 다른 영역에까지 확장하여 개발할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2011). **교육과학기술부 고시 제 2011-361호에 따른 수학과 교육과정 해설**. 서울: 교육과학기술부.
- 교육인적자원부 (2006). **수학과 교육과정 교육인적자원부 고시 제2006-75호 수정 고시에 따른 보도자료**. 교육인적자원부.
- 교육인적자원부 (2007). **수학과 교육과정 해설**. 교육인적자원부.
- 교육부 (2014). **초등학교 교사용 지도서 수학 5-2**. 서울: 천재교육.
- 강문희 (1999). **수학 학습에 있어서 쓰기 활동이 수학 학습 태도 및 학업 성취에 미치는 효과**. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 김민주, 권오남 (2006). 사회적 상호작용 중심의 탐구지향학습에서 나타나는 학생들의 논증과 수학적 정당화. **교육학연구**, 44(1), 247-275.
- 김보영 (2003). **초등수학에서의 쓰기 활동이 개념의 이해 및 의사소통의 쓰기 능력에 미치는 효과**. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 김용익 (1999). 수학 교육에서의 쓰기(writing)의 활용 방향. **대한수학교육학회지**, 1(2), 589-603.
- 김효선, 오영열 (2014). 서술형 수학 쓰기 수업이 초등학생의 문제해결력 및 수학적 성향에 미치는 효과. **수학교육논문집**, 28(1), 131-154.
- 박윤정 (2008). 수학적 의사소통으로서의 쓰기활동이 고등학교 학생들의 수학 학습에 미치는 효과. **수학교육**, 47(1), 27-47.
- 신성기 (2009). 초등학교 6학년 학생들의 수학적 의사소통 수준. **한국교원대학교 석사학위논문**.
- 우정호, 박교식, 강문봉 (2006). **초등수학교육연구**. 서울: 경문사.
- 윤정민 (2005). **상호교류적 쓰기-반성 활동이 수학 학습에 미치는 영향: 초등학교 2학년을 대상으로**. 서울교육대학 석사학위논문.
- 이종희, 김선희 (1998). 수학 교수 학습에서의 의사소통에 관한 연구. **대한수학교육학연구**, 8(2), 691-708.
- 이종희, 김선희, 채미애 (2001). 수학적 의사소통 능력의 평가 기준 개발. **수학교육학연구**, 11(1), 207-221.
- Bell, E. S., & Bell, R. N. (1985). Writing and mathematical problem solving: arguments in favor of synthesis. *School science and mathematics*, 85(3), 210-221.
- Cai, J., Lane, S., & Jakabcsin, M. S. (1996). The role of open-ended tasks and holistic scoring rubrics: Assessing students' mathematical reasoning and communication. *Communication in mathematics, K-12 and beyond*, 137-145.
- Common Core State Standards Initiative(2010). Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM).

http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf에서 2014년 3월 10일 인출.

- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures (Eds.)*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Creswell, J. W., & Clark, V. L. (2011). *Designing and conducting mixed methods research (2nd)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Davison, D. M. & Pearce, D. L. (1988). Using writing activities to reinforce mathematics instruction. *Arithmetic Teacher*, 35, 42-45.
- Dunham, R. B. (1984). *Organizational behavior: People and process in management*. Homewood, Ill. Illinois: Irwin.
- Mason, J. (1996). Qualitative researching. 김두섭 (역) (1999). **질적 연구방법론**. 서울: 나남출판.
- Miller, L. D. (1991). Writing to learn mathematics. *Mathematics Teacher*, 84(7), 516-521.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: Author.
- Shield, M., & Galbraith, P. (1998). The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 36(1), 29-52.
- Stecher, B. M., & Mitchell, K. J. (1995). *Portfolio-driven reform: vermont teachers' understanding of mathematical problem solving and related changes in classroom practice*. Los Angeles, CA: CRESST.
- Van Eemeren, F. H., Grootendorst, R., Johnson, R. H., Plantin, C., & Willard, C. A. (1996). *Fundamentals of argumentation theory: A handbook of historical backgrounds and contemporary developments*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Yackel, E. (2004). Theoretical perspectives for analyzing explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. **수학교육연구**, 8(1), 1-18.

<Abstract>

Influences of Expository Writing on Mathematical Communication in Elementary Mathematics Classes

Jung, Daun⁴⁾; & Oh, Youngyoul⁵⁾

This study is aimed at analyzing the level change and features of mathematical communication in elementary students' expository writing. 20 students of 5th graders of elementary school in Seoul were given expository writing activity for 14 lessons and their worksheets was analyzed through four categories; the accuracy of the mathematical language, logicity of process and results, specificity of content, achieving the reader-oriented.

This study reached the following results. First, The level of expository writing about concepts and principles was gradually improved. But the level of expository writing about problem solving process is not same. Middle class level was lower than early class, and showed a high variation in end class again. Second, features of mathematical communication in expository writing were solidity of knowledge through a mathematical language, elaboration of logic based on the writing, value of the thinking process to reach a result, the clarification of the content to deliver himself and the reader. Therefore, this study has obtained the conclusion that expository writing is worth keeping the students' thinking process and can improve the mathematical communication skills.

Key words: expository mathematical writing, mathematical communication, types of mathematical writing

논문접수: 2015. 07. 14

논문심사: 2015. 08. 13

게재확정: 2015. 08. 22

4) stmiracl@naver.com

5) yyoh@snue.ac.kr