

비의 값과 비율 용어에 대한 교수학적 분석

임재훈¹⁾

비의 값과 비율 용어 사용에 관한 다양한 방안이 제안되어 왔다. 이 논문에서는 비의 값과 비율 용어에 관한 선행 연구에 내재된 상이한 관점들을 추출하고, 이 관점들과 최근 수학 교과서의 비의 값 및 비율 용어 사용 방식의 관련성을 분석하였다. 분석 결과는 비의 값과 비율 용어 사용에 관한 상이한 관점들이 경합해 왔음을 보여준다. 이와 같은 혼란이 어디에 기인하는 것인지를 명확히 하고자, 비의 값과 비율 용어를 맥락과 기준량에 초점을 맞추어 종합적으로 분석하였다. 이 분석에 기초하여 기존 문헌에서 추출한 관점들을 자리매김하고, 비의 값과 비율 용어 사용에 관한 몇 가지 시사점을 도출하였다.

주제어: 비율, 비의 값, 백분율, 내적비, 외적비, 기준량

I. 서 론

비의 값과 비율 용어 사용에 관한 상이한 방안들이 선행연구에서 제안되어 왔다(박교식, 2010; 장혜원, 2002; 홍갑주, 2013). 2009 개정 교육과정에 따라 새로 개발된 수학 교과서에서 비의 값과 비율 용어를 취급한 방식은 선행 연구에서 제안된 방안들과 또 다르다. 이 시점에 비의 값과 비율 용어에 관해 그동안 제시된 관점들을 종합적으로 검토하고, 상이한 관점들이 경합하게 된 원인이 무엇인지 확인할 필요가 있다.

이를 위해 이 연구의 전반부에서는 비의 값과 비율 용어 사용에 관한 선행 연구와 2009 개정 교과서에 내재된 관점들을 추출하고, 수학 교과서의 비의 값 및 비율 용어 취급 방식과의 관련을 고찰하면서 상이한 관점들이 경합하는 현실을 확인한다. 이 연구의 전반부는 문헌 분석으로, 장혜원(2002), 박교식(2010), 홍갑주(2013)의 연구 및 2009 개정 교과서의 비의 값과 비율 용어 취급 방식의 바탕에 있는 관점을 추출한다. 이 관점들은 미리 설정된 어떤 준거에 의해 나온 것이 아니라 기존 문헌에 나타난 구체적인 주장들로부터 추출된다. 이어서 수학 교과서에서 비의 값 및 비율 용어 취급 방식의 변화를 이 관점들과 관련하여 고찰한다. 선행 연구들이 7차 교육과정기부터 이루어진 것을 고려하여, 그 바로 전인 6차 교육과정기 이후 수학 교과서를 대상으로 한다. 이 연구의 후반부는 일종의 개념 분석으로 이루어진다. 비의 값과 비율 용어를 맥락과 기준량에 초점을 맞춘 종합적인 체계 속에서 분석한다. 이 분석을 바탕으로 기존 문헌에서 추출한 관점들을 자리매김하고, 비의 값과 비율 관련 용어 사용에 대하여 논의한다.

1) 경인교육대학교

II. 비의 값과 비율 용어 사용에 관한 기존의 관점

1. 선행 연구와 2009 개정 교과서의 관점

비의 값과 비율 용어의 사용에 대한 명확한 기준은 없다. 영어권에서는 ratio와 rate은 물론 proportion까지 혼용하기도 한다(정은실, 2003). 우리나라에서도 비의 값과 비율이 혼용되어 왔고, 7차 교육과정기 이후 두 용어의 불명료한 혼용을 피하기 위한 방안들이 연구자들에 의해 제시되었다(박교식, 2010; 장혜원, 2002; 홍갑주, 2013).

먼저 장혜원(2002)은 1차 교육과정에서 7차 교육과정에 이르는 초등 수학 교과서의 비의 값과 비율 정의를 분석하였다. 그리고 학교 수학에서 비의 값과 비율을 다루어 온 방식의 변화 과정에 나타난 혼동과 모호함, 수학 활동에서 비의 값의 역할의 대치 가능성 등을 근거로 초등 수학에서 한 용어만 사용하는 것이 적절하다는 견해를 제시하였다.

이상의 고찰에서 의도한 두 수학적 개념, 비의 값과 비율이 지닌 의미상의 근본적인 차이가 이러한 분석 수준에 이르지 못한 초등학생의 학습 범위에서는 부각될 수 없고, 결국 비의 값과 비율은 같은 개념으로 다루어지게 된다. ... 잠정적인 결론은, 초등 수준에서 양자를 구별하지 않고 ‘비율’ 이라는 하나의 용어를 사용하는 것이 적절하다는 것이다. 다시 말해 의미 있게 구별하지 못할 바에야 혼동을 야기 시킬 소지가 있는 두 용어를 고집할 필요가 없다는 것이다. (장혜원, 2002, pp. 635, 640-641.)

장혜원(2002)은 비의 값과 비율 중 어느 용어를 사용할 것인가에 대해서 초등 수학에서 비의 값을 사용하지 않을 때 문제가 될 만한 사태가 없는 점 등을 고려하여 비율을 사용하는 것이 적절하다고 주장하였다. 이에 대해 혹자는 하나의 용어를 사용한다면 비율보다 비의 값이 낫다고 생각할 수도 있다. 이러한 두 세부적인 주장은 어떤 용어를 선호하는가에서 차이가 있지만, 그 바탕에는 공통적으로 비의 값과 비율을 의미 있게 구분하기 어려우므로 한 용어만 사용하는 것이 적절하다는 관점이 있다. 이것을 <관점 1>이라고 하자.

박교식(2010)은 이와는 달리 비의 값과 비율의 구분이 어느 정도 가능하다는 견해를 제시하였다. 그는 우리나라, 일본, 중국에서 비율과 비의 값에 해당하는 용어를 종합적으로 조사하고, 이를 바탕으로 비율과 비의 값의 가능한 정의들을 분석하였다. 그의 분석에 따르면, 기준량에 대한 비교하는 양의 크기, 기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양, 비교하는 양이 기준으로 하는 양의 몇 배에 해당하는지를 나타내는 수라는 세 가지 정의 중에서 세 번째 정의가 비율의 정의로 유력하다(p. 402). 비의 값에 관해서는, 기준량을 1로 볼 때의 비율, 기준량을 1로 볼 때의 비교량의 크기, 수로 나타낸 비율, A는 B의 몇 배인가 또 몇 분의 몇인가를 볼 때 $A \div B$ 의 몫, 비 $A:B$ 의 값 $\frac{A}{B}$ 중에, 마지막 다섯 번째 정의가 오해의 소지가 적고 비에서 비롯한 값이라는 것을 분명히 한다는 점에서 유력하다(p. 405).

비율과 관련해서는... “비교량이 기준량의 몇 배인가를 나타내는 수를 비율이라고 한다” 를 사용할 것을 제안한다. ...

비의 값의 정의로... 비 A:B의 값을 $\frac{A}{B}$ 라고 하는 정의를 사용할 것을 제안한다. 이 정의에서는 비 A:B의 값 $\frac{A}{B}$ 의 의미를 굳이 해석하지 않으므로, 비의 값과 비율은 어느 정도 서로 독립적으로 존립할 수 있지만, 비의 값이라는 개념을 이해시키기 위해서는 그것을 왜 비 A:B의 값이라고 하는지를 설명하는 것이 필요하다. (박교식, 2010, p. 408)

비율의 정의로 제안된 ‘비교하는 양이 기준으로 하는 양의 몇 배에 해당하는지를 나타내는 수’라는 표현이 내적 의미를 지칭한다면, 비의 값의 정의로 제안된 ‘비 A:B의 값 $\frac{A}{B}$ ’는 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ 이라는 분수 꼴의 외적 형태를 지칭하는 것으로 볼 수 있다. 이와 같이 비율과 비의 값을 각각 의미와 형태로 구분하는 것을 <관점 2>라고 하자. 비율과 비의 값 중 어느 용어에 내적 의미를, 어느 용어에 외적 형태를 할당할 것인가에 대해서 서로 다른 주장이 있을 수 있다. 그러나 이런 세부적인 주장의 차이에 상관없이, 한 용어에 내적 의미를 다른 용어에 외적 형태를 할당한다는 점에서 이 주장들은 모두 <관점 2>에 속한다.

홍갑주(2013)는 비의 값과 비율을 이와는 다른 방식으로 구분할 수 있다고 보았다. 그는 상위 개념-하위 개념으로 두 용어의 관계 설정을 시도하였다.

‘비의 값’과 ‘백분율’을 포함하는 상위 개념으로서의 ‘비율’을 설정하는 7차 교과서의 의도를 받아들인다면 다른 대안도 생각할 수 있다. 즉, 비율을 비의 값과 백분율의 상위개념으로서 별도로 다루기는 하되, 비의 값과 백분율에 대한 수학적 일반화로서가 아니라 쓰임새의 관점에서 상위개념으로 다루는 것이다. ...

다만, 상위개념의 용어로 비율과 비의 값 중 무엇을 선택하느냐의 문제는 남아 있다. (홍갑주, 2013, pp. 408)

이와 같이 비의 값과 비율을 서로 다른 수준의 상위 개념-하위 개념으로 보는 것을 <관점 3>이라고 하자. 김수현과 나귀수(2008)는 비율을 먼저 정의하고 비의 값은 나중에 백분율과 함께 정의하는 방안을 제시하였다. 이것은 비율을 상위 개념, 비의 값과 백분율을 하위 개념으로 보는 것이다. 홍갑주(2013, p. 292)는 비의 값을 상위 개념으로 하고 ‘율’이 공통으로 들어 있는 비율과 백분율을 하위 개념으로 하는 것이 체계성 면에서 좋다고 보았다. 이러한 주장들은 비율과 비의 값 중 무엇을 상위 개념으로 하는가에서 차이가 있지만, 두 용어를 상위 개념-하위 개념으로 파악한다는 점에서 모두 <관점 3>에 속한다.

<관점 1>, <관점 2>, <관점 3>은 비의 값과 비율 두 용어의 불명료한 혼용을 가급적 피하고자 한다는 점에서는 공통이다. <관점 1>은 두 용어를 같이 쓰는 한 불명료한 혼용은 불가피하다고 보고, 이를 피하기 위해 둘 중 한 용어만 쓸 것을 제안한다. <관점 2>는 내적 의미-외적 형태로, <관점 3>은 상위 개념-하위 개념으로 두 용어의 경계를 설정하려고 한다.

2009 개정 교육과정에 따라 개발된 수학 교과서는 이와는 다른 입장을 취하고 있다. 2009 개정 교과서에서 비의 값과 비율은 [그림 1]과 같이 하나로 정의되며 두 용어가 병용된다. 이와 같이 비의 값과 비율을 구분 없이 병용하자는 것을 <관점 4>라고 하자.

비 150 : 200에서 기호 :의 왼쪽에 있는 150은 **비교하는 양**이고, 오른쪽에 있는 200은 **기준량**입니다. 비교하는 양을 기준량으로 나눈 값을 **비의 값** 또는 **비율**이라고 합니다.

$$(\text{비율}) = (\text{비교하는 양}) \div (\text{기준량}) = \frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$$

비 150 : 200을 비율로 나타내면 $\frac{150}{200}$ 또는 0.75입니다.

[그림 1] 2009 개정 교과서에서 비율과 비의 값(교육부, 2015a, p. 107)

이상 7차 교육과정기 이후 수행된 세 연구와 2009 개정 교과서에서 추출한 네 가지 관점을 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> 비의 값과 비율 용어에 대한 기존의 관점

	비의 값과 비율	관련 문헌
<관점 1>	한 용어만 사용	장혜원(2002)
<관점 2>	내적 의미 - 외적 형태로 구분	박교식(2010)
<관점 3>	상위 개념 - 하위 개념으로 구분	홍갑주(2013)
<관점 4>	두 용어를 구분 없이 병용	2009 개정 교과서(2015)

2. 기존 관점과 수학 교과서에서 용어 사용 방식의 변화

이상의 네 관점과 관련하여 6차 교육과정기 이후 수학 교과서에서 비의 값과 비율 용어 사용 방식에 일어난 변화를 재조명해 보자. 6차 교과서는 비의 값과 비율을 모두 사용한다. [그림 2]와 같이 $\frac{5}{8}$ 를 8에 대한 5의 비의 값으로 정의한다. 비율은 기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양으로 정의한다([그림 5] 참조). 그러므로 6차 교과서가 두 용어를 취급하는 방식은 한 용어만 사용하자는 <관점 1>과 다르다. 또 두 용어를 따로 정의하므로, 두 용어를 구분 없이 병용한다는 <관점 4>와도 다르다. 비의 값과 비율을 상위 개념-하위 개념의 관계로 규정하지 않으므로 <관점 3>과도 맞지 않는다. 정의만 볼 때), $\frac{5}{8}$ 라는 분수 표현을 8에 대한 5의 비의 값이라 하고, 기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양

가의 길이는 나의 길이의 $\frac{5}{8}$ 이다.
 이것은 나의 길이를 1로 볼 때, 가의 길이가 $\frac{5}{8}$ 라는 뜻과 같다. 이 때, 가의 길이를 비교하는 양, 나의 길이를 기준량이라 한다.
 그리고 $\frac{5}{8}$ 를 8에 대한 5의 비의 값이라 하고, 비의 값 $\frac{5}{8}$ 를 소수 0.625로도 나타낸다.

[그림 2] 6차 교과서의 비의 값(교육부, 1997, p. 92)

2) 우리 집에서 공원까지는 5km, 기차역까지는 8km일 때, 우리 집에서 공원까지의 거리는 기차역까지의 거리의 몇 배인가를 탐구하는 과정에서 비의 값이 도입된다. 도입 맥락까지 고려하면, 비의 값에는 비교하는 양이 기준량의 몇 배인지 나타내는 수라는 의미가 붙어 있다고 볼 수 있다.

을 비율이라고 하는 것은 외적 형태와 내적 의미로 두 용어를 구분하는 <관점 2>와 가깝다.

7차 교과서([그림 3])에서는 비의 값을 ‘기준량을 1로 볼 때의 비율’로 정의하여 둘의 관계를 상위 개념(비율)-하위 개념(비의 값)으로 설정한다. 상위 개념-하위 개념의 틀을 사용한다는 점에서 7차 교과서는 <관점 3>과 어울린다. 7차 교과서는 백분율을 ‘기준량을 100으로 할 때의 비율’로 정의한다(교육인적자원부, 2006, p. 90). 비율이라는 일반 상위 개념 밑에 비의 값과 백분율이라는 두 하위 특수 개념을 두고 있다.

자원 봉사자 8명을 기준으로 하여 여자 5명을 비교할 때, 8명을 기준량, 5명을 비교하는 양이라고 합니다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라고 합니다.
 기준량을 1로 볼 때의 비율을 비의 값이라고 합니다. 자원 봉사자 8명을 1로 볼 때, 8에 대한 5의 비의 값은 $\frac{5}{8}$ 입니다.

[그림 3] 7차 교과서의 비율과 비의 값(교육인적자원부, 2006, p.88)

남자 선생님 5명의 크기를 비교하기 위하여 여자 선생님 20명을 기준으로 할 때, 5명을 비교하는 양, 20명을 기준량이라고 합니다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ 을 비율이라고 합니다.

[그림 4] 2007개정 교과서의 비율 정의(교육과학기술부, 2011a, p. 108)

2007 개정 교과서([그림 4])는 비의 값이라는 용어를 약속에서 삭제하고 비율만 정의하였다.³⁾ 이것은 <관점 1>과 일치한다. 7차 교과서에서 2007 개정 교과서로의 변화는 <관점 3>에서 <관점 1>로의 변화로 특징지을 수 있다. (2009 개정 교과서는 앞에서 살펴본 바와 같이 <관점 4>에 따라 집필되었다.)

<표 2> 6차 이후 교과서와 네 관점

	비의 값	비율	관점
6차	8에 대한 5의 비의 값 $\frac{5}{8}$	기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양	<관점 2>
7차	기준량을 1로 볼 때의 비율	기준량에 대한 비교하는 양의 크기 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$	<관점 3>
2007 개정	용어 삭제	기준량에 대한 비교하는 양의 크기 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$	<관점 1>
2009 개정	비교하는 양을 기준량으로 나눈 값		<관점 4>

비의 값과 비율 용어 사용에 관한 상이한 관점들은 서로 대립, 경합한다. <관점 1>과 <관점 4>는 두 용어의 구별 가능성에 대하여 부정적인 것은 같지만, 한 용어만 사용할 것인가 두 용어를 병용할 것인가에서 대립한다. <관점 2>와 <관점 3>은 두 용어의 구별 가능성에 대하여 긍정적인 것은 같지만, 내적 의미-외적 형태로 구별하는가 상위-하위로 구별하는가에서 다르다. <관점 1>, <관점 2>, <관점 3>은 두 용어를 혼용하는 것에 부정적이

3) 5학년 교과서에서 비의 값을 삭제하였지만, 6학년 교과서의 비례식에서 ‘비의 값이 같은 두 비’라는 표현이 나온다(교육과학기술부, 2011b, p. 101)

지만 <관점 4>는 긍정적이라는 점에서 대립한다. 교과서를 보아도, 6차 교과서, 7차 교과서, 2007 개정 교과서, 2009 개정 교과서의 비의 값과 비율 용어 사용 방식이 모두 다르다.

이와 같은 대립은 간단히 해소될 성질의 것이 아니며 서로를 비판적으로 보게 한다. <관점 4>에 입각한 2009 개정 교과서의 교사용 지도서는 비의 값과 비율 용어를 구분하려 한 이전 교과서의 시도를 다음과 같이 비판하고 있다.

문제의 소지는... 제 7차 교육과정에 따른 수학 교과서에서부터 발생했다. ... ‘기준량을 1로 볼 때의 비율’과 ‘기준량을 100으로 볼 때의 비율’이 서로 다른 것으로 인식하고 있다. 그러나 이것은 명백한 오류이다. 비율을 (비교하는 양) \div (기준량)으로 정의하는 한 기준량을 1로 보느냐 100으로 보느냐 하는 것은 아무런 의미가 없다. 수학적으로 엄밀히 말하자면 (비교하는 양) \div (기준량)이라는 식 자체가 기준량을 1로 본다는 뜻이다. ... 2009 개정 교육과정에 따른 수학 교과서에서는 이러한 오류를 바로잡고, 학생들이 쉽게 이해할 수 있도록 수학적으로 동일한 의미를 갖는 ‘비의 값’과 ‘비율’을 같은 것으로 정의하였으며... (교육부, 2015b, pp. 223-224)

특정 관점에 속하는 어느 한 방법이 부정된다고 하여 그 관점 자체가 부정되는 것은 아니다. 예를 들어 7차 교과서의 용어 사용 방식에 문제점이 있다 하더라도 이로 인해 상위 개념-하위 개념으로 두 용어를 구분할 수 있다는 <관점 3> 자체가 부정되는 것은 아니다. <관점 3>의 구현 방법은 다양할 수 있다. 7차 교과서의 방법은 그 중 하나이고 홍갑주(2013)가 제안한 방법도 그 중 하나이다. 이 중 어느 한 방법의 부정으로 관점 자체가 부정되지는 않는다. 상이한 관점들의 경합은 여전히 진행형이다.

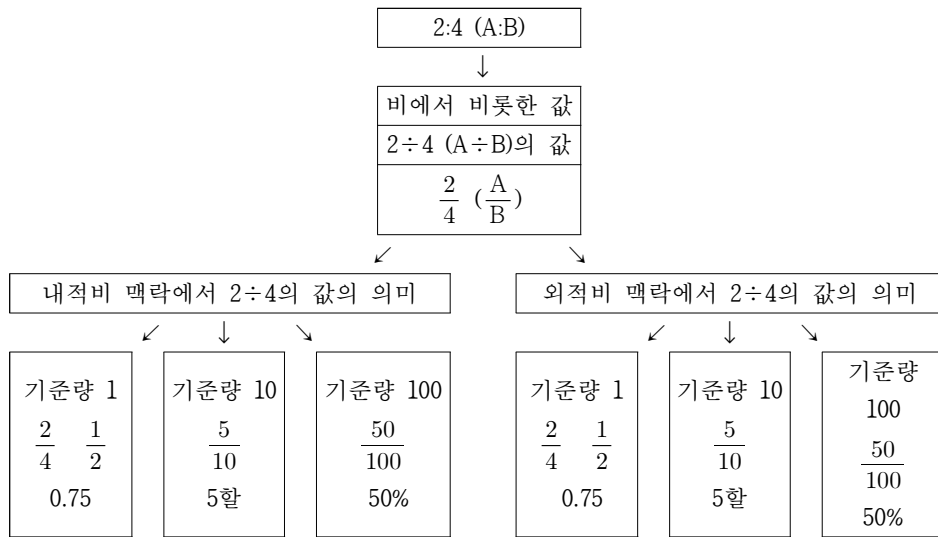
III. 맥락과 기준량에 기초한 비의 값과 비율 관련 용어 분석

앞 장에서 논의한 관점들은 우리나라 교과서에 관한 역사적 고찰(장혜원, 2002), 중국, 일본 등 다른 나라에서 유사 용어를 어떻게 정의하고 있는지에 대한 고찰(박교식, 2010), 두 용어의 정의에 내재된 논리상의 문제에 대한 분석(홍갑주, 2013)을 기반으로 한 선행 연구들과 최신 수학 교과서로부터 추출된 나뉠의 내적 논리를 지닌 것들이다. 이런 설득력 있는 관점들이 상충하며 경합하고 있다는 것은 비의 값과 비율 용어 사용이 간단한 문제가 아님을 시사한다.

이 연구에서는 선행 연구와는 다른 방향에서 관련 용어를 분석한다. 선행 연구들은 비의 값과 비율이라는 용어의 존재를 받아들이고, 이 용어들을 어떻게 정의하거나 사용할 것인가를 논의하였다. 이 연구에서는 이와는 달리, 용어가 부여될 수 있는 후보 대상들을 망라하여 잠정적인 전체 구조를 설정하고 이를 출발점으로 삼아 용어를 부여할 필요가 있는 대상을 확정해 간다. 이러한 분석은 대상과 용어에 관한 종합적인 고찰을 가능하게 하여, 이미 있는 용어 중에 불필요한 것이 있는지 또는 새로운 용어를 만들어야 할 대상이 있는지 확인하는 데 유용하다.

비 2:4 (A:B)로부터 2:4 (A:B)에서 비롯한 값, $2 \div 4$ ($A \div B$), $\frac{2}{4}$ ($\frac{A}{B}$)와 같은 표현이 출현한다. 비의 맥락을 내적비 맥락과 외적비 맥락으로 구분하면, 두 맥락 각각에서 2:4의 의미가 고려 대상으로 추가된다. 이어서 내적비 맥락에서 2:4의 값을 구하는 과정에서 $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$, 0.5가 출현한다. 이 값을 일상생활의 의사소통에 편리하도록 바꾸어 표현할 필요에서 할이나 퍼센트가 출현한다. 어떤 수든 기준량이 될 수 있지만, 일상생활에서 편리함을 위해서는 기준량으로 10, 100과 같은 10의 거듭제곱꼴이 유용하다. 외적비 맥락에서도 일단 마찬가지로 놓으면, <표 3>과 같은 전체 열개를 얻는다.

<표 3> 비의 값과 비율 용어 관련 개념 구조 (1)



이 표에 있는 모든 대상에 각각의 이름을 부여할 수 있다. 예를 들어, 내적비 맥락에서 기준량 1일 때 $\frac{1}{2}$ 에 ‘기약동종비율’, 외적비 맥락에서 기준량 1일 때 $\frac{1}{2}$ 에 ‘기약이종비율’과 같은 이름을 줄 수 있다. 그러나 이와 같이 이름을 부여하기 전에, 이 대상들 중에 실체가 없거나 이름을 부여할 필요가 없는 것이 있는지 확인해야 한다.

1. 내적비 맥락에서 2:4의 값의 의미와 외적비 맥락에서 2:4의 값의 의미

같은 종류의 두 양의 비 A:B에서는 A와 B의 관계로 A가 B의 몇 배인가가 중요하다. 따라서 <표 3>의 ‘내적비 맥락에서 2:4의 값의 의미’는 ‘2가 4의 몇 배인지를 나타내는 수’로 대체할 수 있다. 같은 종류의 두 양의 비교에서는 A는 B의 몇 배라는 질문이 자연스럽지만, 다른 종류의 두 양의 비, 예를 들어 2km:4시간에서 거리 2km가 4시간의 몇 배인가를 묻는 것은 어색하다. 이때는 몇 배인가가 아니라 1시간 동안에 가는 거리가 중요하다. 그러므로 <표 3>의 ‘외적비 맥락에서 2:4의 값의 의미’는 ‘기준량이 1일 때 비교하는 양’으로 대체할 수 있다. 그런데 ‘외적비 맥락에서 2:4의 값의 의미’를 ‘기준량이 1일 때 비교하는 양’으로 대체하면, 그 하위의 ‘기준량 1’ 셀과 연결된다.

2. 할이나 백분율이 사용되는 맥락

일상생활에서 할이나 백분율을 사용하는 맥락은 같은 종류의 두 양을 비교할 때이다. 2009 개정 교과서에서도 백분율은 “5학년 학생 중 식물 교실에 참가한 학생은 5학년 학생의 몇 %입니까?”, “가로 길이 120% 확대한 사진의 가로가 18cm이면 처음 사진의 가로는 얼마인지 알아보시오.”, “서점에서 15% 할인하는 책을 샀더니 정가에서 3000원을 할인해 주었습니다. 책의 정가는 얼마인지 구하시오.” 처럼 같은 종류의 두 양의 비교 맥락에서만 다루어진다(교육부 2015a, pp. 108-115).

같은 종류의 두 양의 비교 맥락과는 달리 다른 종류의 두 양의 비교 맥락에서 “2km는 4시간의 몇 %입니까?”와 같이 묻는 것은 어색하다. 이 점을 고려하면 <표 3>의 외적비 맥락에서 기준량 100 셀은 삭제할 수 있다. 할이 사용되는 맥락도 야구 선수의 타율처럼 같은 종류의 두 양의 비교 상황이므로 마찬가지이다. <표 3>에서 외적비 맥락 쪽의 기준량 10, 기준량 100을 삭제하면 기준량 1만 남는다.

3. $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$, 0.75

$\frac{1}{2}$, 0.75와 관련하여, 값을 분수로 나타내었는가 소수로 나타내었는가가 각각 고유한 의미를 만들어 붙일 정도로 중요한 차이는 아니다. $\frac{2}{4}$ 는 기준량을 분모에, 비교하는 양을 분자에 그대로 옮겨 적은 꼴이다. 아직 약분을 하지 않은 분수인 $\frac{2}{4}$ 의 본질은 계산값이 아니라 주어진 비를 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ 의 꼴로 고쳐 쓴 ‘형태’에 있다. 나눗셈의 값을 분수로 구할 때 기약분수꼴을 얻을 때까지 계산하는 원칙을 따르면, 기준량 1 셀에 계산이 완료되지 않은 $\frac{2}{4}$ 를 별도로 둘 필요가 없다.

4. 내적비 맥락에서 기준량 1

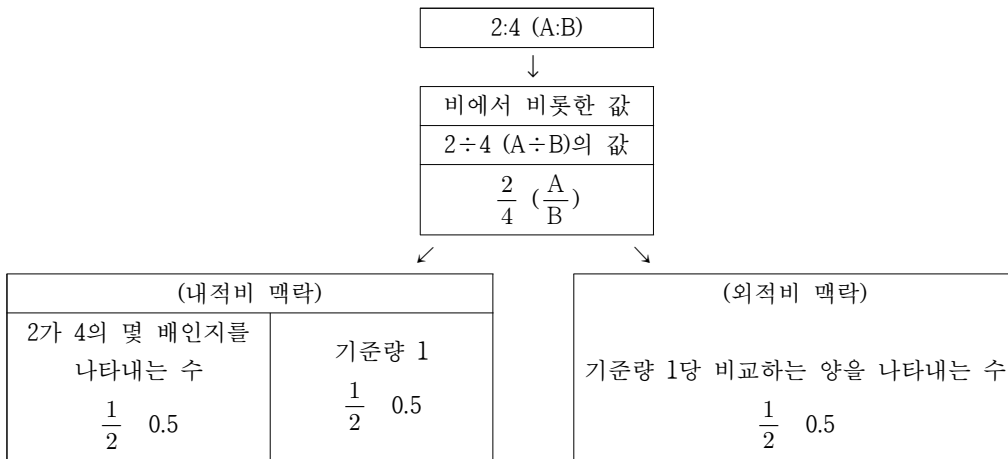
<표 3>의 좌측 내적비 쪽에 기준량 1, 기준량 10, 기준량 100이 옆으로 나란히 배치되어 있다. 언뜻 보면 기준량만 달라지므로 이 셋을 병렬로 배치하는 것이 타당해 보인다. 그러나 기준량 1인 경우와 그 상위 셀인 ‘내적비 맥락에서 $2 \div 4$ 의 값의 의미(2가 4의 몇 배인지를 나타내는 수)’와의 관련을 고려하면, 이 셋을 병렬적으로 배치하는 것은 타당하지 않다. 2가 4의 몇 배인지를 나타내는 수를 구하려면 $2 \div 4$ 의 값을 구해야 한다. $2 \div 4$ 를 계산하여 최종적으로 얻는 수는 기약분수 $\frac{1}{2}$ 또는 소수 0.5이다. 그런데 $\frac{1}{2}$ 또는 0.5는 그 하위의 기준량 1 셀에 있는 수들과 다르지 않다. 즉, 기준량 1 셀은 그 상위 셀인 ‘내적비 맥락에서 $2 \div 4$ 의 값의 의미(2가 4의 몇 배인지를 나타내는 수)’와 같은 수준에 놓일 수 있다.

다른 한편, 기준량 1 셀이 다른 기준량 셀들로부터 떨어져 상위로 옮겨갈 수 있으려면, 기준량 1과 다른 기준량, 예컨대 기준량 100과의 관계가 상하로 파악될 수 있어야 한다. 이것은 백분율을 $\frac{1}{2}$ 이나 0.5의 다른 표현으로 보면 가능하다. 백분율은 일차적으로 $\frac{1}{2}$ 이나

0.5를 $\frac{50}{100}$ 으로 바꾸어 표현한 것이다. 50%는 $\frac{50}{100}$ 을 일상생활의 편리함을 위해 한번 더 표현을 바꾼 것이다. 즉, $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 5\text{할}$, $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ 이다. 이때 할은 $\frac{1}{10}$, %는 $\frac{1}{100}$ 의 다른 표현으로 간주된다.

이상의 논의를 반영하면 <표 3>은 <표 4>와 같이 수정된다.

<표 4> 비의 값과 비율 용어 관련 개념 구조 (2)

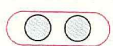



※ $\frac{1}{2}$, 0.5의 다른 표현



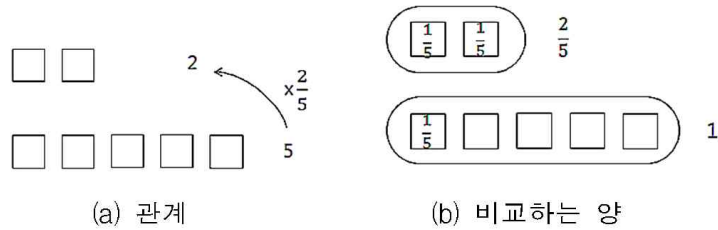
이제 내적비 맥락에서 ‘2가 4의 몇 배인지를 나타내는 수’ 셀과 ‘기준량 1’ 셀이 본질상 다른 것인지 아니면 겉보기만 다른 것인지 검토하자. 이를 위해서는 ‘기준량 1’의 의미를 분명히 해야 한다. 내적비 맥락에서 기준량 1의 의미는 ‘(1이 아닌) 기준량을 1로 본다’에 있다. 6차 교과서는 기준량을 1로 본다는 것의 의미를, 지은이가 전화를 건 횟수가 2이고 어머니가 전화를 건 횟수가 5인 상황을 예로 하여 [그림 5]와 같이 설명한다.

☒ 그림을 그려서 생각하여 보자.

가(지은이가 전화를 건 횟수) 그림에서 나에 대한 가의
 비는 2:5이고, 그 비의 값은
 나(어머니가 전화를 건 횟수) $\frac{2}{5}$ 이다. 이 비의 값은 기준량
 나를 1로 보았을 때, 비교하는
 양 가가 $\frac{2}{5}$ 임을 뜻하며, 이것을 비율이라 한다.

[그림 5] 기준량 1의 의미(교육부, 1997, p. 94)

2는 5의 $\frac{2}{5}$ 라고 할 때 $\frac{2}{5}$ 를 [그림 6](a)와 같이 나타낼 수 있다. 이때 $\frac{2}{5}$ 는 비교하는 양과 기준량 사이의 관계를 나타낸다. 이것을 상징적으로 $\frac{2}{5}$ 를 윗줄과 아랫줄 중간의 화살표 위에 표시하여 나타낼 수 있다.

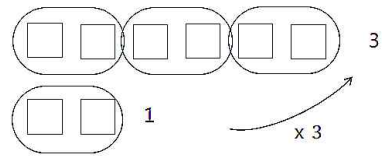


[그림 6] $\frac{2}{5}$ 의 두 의미

한편, 기준량 5회를 1로 보았을 때 $\frac{2}{5}$ 는 비교하는 양 자체를 나타낸다고도 볼 수 있다 ([그림 6](b)). 5회가 1이므로 1회는 $\frac{1}{5}$ 이 되고, 따라서 비교하는 양은 $\frac{2}{5}$ 가 된다. $\frac{2}{5}$ 가 비교하는 양을 가리킨다는 것을 [그림 6](b)처럼 비교하는 양 바로 옆에 $\frac{2}{5}$ 를 써서 나타낼 수 있다.

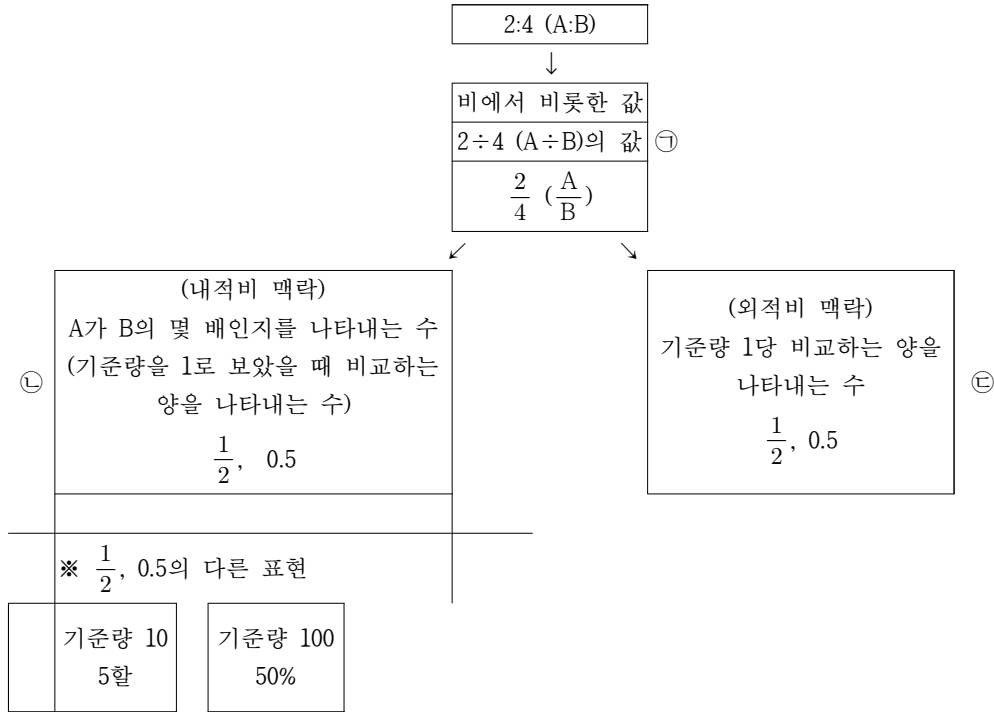
이렇게 보면 ‘A가 B의 몇 배인지를 나타내는 수([그림 6](a))’와 ‘기준량을 1로 볼 때 비교하는 양을 나타내는 수([그림 6](b))’는 서로 다른 것을 나타내므로, 구분되는 다른 셀에 배치해야 하는 것으로 보이기도 한다. 그러나 비교하는 양을 나타내는 수 $\frac{2}{5}$ 의 의미를 더 생각해 보면 꼭 그렇지 않음을 알 수 있다. 비교하는 양을 나타내는 수 $\frac{2}{5}$ 가 참조하는 단위는 5회 전체로 이루어진 덩어리 또는 묶음이다. 이 새로운 합성단위를 편의상 1덩어리라고 하면, $\frac{2}{5}$ 는 이 합성단위 1덩어리의 $\frac{2}{5}$ 를 뜻한다. $\frac{2}{5}$ 가 1덩어리를 단위를 참조한다는 것은 기준량을 1로 볼 때 비교하는 양을 나타내는 수와 2가 5의 몇 배인지 나타내는 수가 실상 동일한 것의 다른 표현에 불과함을 시사한다.

이것은 [그림 7]을 볼 때 더 분명해진다. 6개가 2개의 몇 배인지를 알려면, 2개를 1덩어리로 하는 합성단위를 구성하고 이 새로운 단위로 6개라는 주어진 양을 다시 측정하면 된다. 그렇게 해서 얻은 수 3은 기준량 2개를 1(덩어리)로 보았을 때 비교하는 양(3덩어리)을 나타냄과 동시에, 비교하는 양이 기준량의 3배임을 나타낸다. 이 양이 저 양의 몇 배인가를 아는 보통의 과정은 저 양을 단위로 하여 이 양을 측정하는 것이다. 그러므로 내적비 맥락에서 ‘A가 B의 몇 배인지를 나타내는 수’ 셀과 ‘기준량 1’ 셀은 합쳐질 수 있다. 이를 반영하면 <표 4>는 <표 5>와 같이 된다.



[그림 7] 6은 2의 3배

<표 5> 비의 값과 비율 용어 관련 개념 구조 (3)



IV. 논 의

이 장에서는 <표 5>에서 <관점 1>, <관점 2>, <관점 3>, <관점 4>를 자리매김하고, 비의 값과 비율을 비롯한 관련 용어 사용에 대하여 논의한다.

1. 기존 관점의 재해석

앞 장에서 선행 연구로부터 다음 네 가지 관점을 추출하였다.

- <관점 1> 비의 값과 비율 중 한 용어만 사용
- <관점 2> 비의 값과 비율을 내적 의미-외적 형태로 구분
- <관점 3> 비의 값과 비율을 상위 개념-하위 개념으로 구분
- <관점 4> 비의 값과 비율을 구분 없이 병용

<관점 1>은 우선 ㉠셀 내에서 비의 값과 비율이라는 두 용어를 사용할 경우 의미 있는 구별을 할 수 없다는 것으로 해석될 수 있다. 초등 수학에서 비의 값과 비율 용어의 도입은 내적비 맥락에서 이루어져 왔다. 2007 개정 교과서까지는 비와 비율 단원에서 외적비 맥락 자체가 본격적으로 다루어지지 않았다. 2009 개정 교과서에서는 이전 교과서와 달리 속도, 밀도, 농도와 같은 맥락을 본격적으로 취급한다(교육부, 2015a, pp. 116-121). 그러나 속도, 밀도, 농도와 같은 외적비 맥락은 비의 값과 비율이라는 용어가 도입되는 단원 전반 부에는 등장하지 않고, 단원의 뒷부분에서 ‘비율이 사용되는 경우를 알 수 있어요.’ 라는

비율의 활용으로 등장한다. 결국 2009 개정 교과서에서도 비의 값과 비율이라는 용어는 내적비 맥락에서 도입되고 있다. 그런데 내적비 맥락, 즉 <표 5>의 ㉠셀에 한정하여 보면, 별도의 두 용어로 규정할만한 상이한 개념이 존재하지 않는다. ‘A가 B의 몇 배인지를 나타내는 수’와 ‘기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양을 나타내는 수’는 앞에서 살펴본 바와 같이 동일한 개념의 다른 표현이므로, ㉠셀에 국한하면 한 용어로 충분하다는 <관점 1>은 타당하다.

<관점 1>에 기반하여, ㉠, ㉡ 두 셀, 나아가 ㉠, ㉡, ㉢ 세 셀 전체에 한 용어만 사용하자는 주장도 가능하다. 즉, 상위의 ㉠셀에 비의 값이나 비율 중 한 용어를 할당하고, ㉡셀과 ㉢셀에는 별도의 용어를 할당하지 않는 것이다. 예를 들어, ㉠셀의 비 A:B에서 $A \div B$ 의 값이나 $\frac{A}{B}$ 에 비율이라는 용어를 할당하고, ‘A가 B의 몇 배인지를 나타내는 수’나 ‘기준량 1당 비교하는 양을 나타내는 수’는 비율이라는 한 용어가 각 맥락에서 지니는 서로 다른 의미로서 다루는 것이다. 이러한 방식은 꼭 필요한 최소한의 용어만 경제적으로 사용한다는 점에서 장점이 있다.

비의 값과 비율 두 용어를 내적 의미-외적 형태로 구분하는 <관점 2>는 ㉠셀에 한 용어, ㉡셀에 다른 한 용어를 부여하자는 것으로 자리매김할 수 있다. A=2, B=4일 때 $\frac{A}{B}$ 형태의 분수인 $\frac{2}{4}$ 는 ㉠셀에 존재하고 ㉡셀에는 존재하지 않는다. 그러므로 예를 들어 A가 B의 몇 배인지를 나타내는 수에 비율이라는 용어를 사용하고 $\frac{A}{B}$ 에 비의 값이라는 용어를 사용하자는 주장(박교식, 2010)은 ㉠셀에 비의 값이라는 용어를 할당하고 ㉡셀에 비율이라는 용어를 할당하자는 제안으로 해석될 수 있다. <표 5>에서 ㉠셀은 ㉡셀의 상위에 위치한다. 그런데 앞 장에서 <관점 2>를 추출할 때 외적 형태와 내적 의미의 상하위 관계는 명확하지 않았다. ㉢셀을 고려하지 않으면 외적 형태와 내적 의미 사이의 상위-하위 관계는 뚜렷이 드러나지 못한다.

<표 5>는 비의 값과 비율을 상위 개념-하위 개념으로 구분하는 <관점 3>과 잘 어울린다. 이때 ㉠셀이 상위 개념이 되고 ㉡, ㉢셀이 하위 개념이 된다. 그런데 <관점 3>이 추출된 홍갑주(2013)의 연구에는 <관점 3>의 구현 방안으로 비에서 비롯한 값에 비의 값이라는 상위 용어를 부여하고 기준량 1일 때 비율, 기준량 100일 때 백분율이라는 하위 용어를 사용하는 방안이 제시되어 있다. 이것은 ㉠셀을 상위 개념으로 하고, ㉡셀(기준량 1)과 그 아래 ※의 기준량 100 셀을 병렬적인 하위 개념으로 하는 것이다. <표 5>에서 기준량 1셀은 다른 기준량들과 구분되는 특수한 지위를 지니고 있으며, 그로 인해 기준량 100셀과 병렬이 아닌 상위에 위치해 있다. <표 5>는 기준량 1과 기준량 100을 병렬 관계로 하여 비의 값과 비율을 상위-하위 관계로 설정하는 것을 지지하지 않는다.

비의 값과 비율을 구분 없이 병용한다는 <관점 4>는 <표 5>에서 두 가지로 해석될 수 있다. 첫째는 ㉡셀에서 비의 값과 비율을 구분 없이 병용한다는 것이고, 둘째는 ㉠셀에서 비의 값과 비율을 구분 없이 병용한다는 것이다. <관점 4>의 바탕이 된 2009 개정 교과서에서는 “비교하는 양을 기준량으로 나눈 값을 비의 값 또는 비율이라고 합니다.”와 같이 두 용어를 정의한다(교육부, 2015a, p. 107). 두 용어의 정의는 내적비 맥락의 활동을 기반으로 하지만, 정의 자체만 놓고 보면 2009 개정 교과서는 ㉠셀의 $A \div B$ 의 값에 비의 값과 비율이라는 두 용어를 모두 부여하자는 것으로 볼 수 있다. 어느 셀에서 두 용어를 병

용하는 간에, 한 셀에서 두 용어를 병용하는 것은 경제성 면에서 효율적이지 못하며 <표 5>의 전체 구조를 포괄하기에도 불충분하다.

2. 비의 값과 비율 용어 사용에 관한 제안

<표 5>에서 맨 위의 비(A:B) 셀과 맨 아래 다른 표현(※) 셀들을 제외하면, 세 개의 셀이 남는다. 우선 앞 절에서 <관점 1>과 관련하여 논의한 바와 같이, 세 개의 셀 전체를 통틀어 하나의 용어만 사용하는 것도 경제성 면에서 장점이 있다.

만일 그렇게 하지 않고 각 셀에 별도의 용어를 부여하기로 한다면, ㉠셀에 비의 값이라는 용어를 부여할 수 있다. 이것은 이 셀이 하위의 두 맥락을 포괄하는 일반적인 성격을 지닌다는 점과 비의 값이라는 용어가 특정 맥락에 한정되는 낱양스를 지니지 않는 중립적 단어라는 점에서 일리가 있다. 이 셀에는 A:B에서 비롯한 값, $A \div B$, $\frac{A}{B}$ 라는 세 표현이 있다. ‘A:B에서 비롯한 값’은 구체적으로 어떻게 그 값이 정해지는지 드러내지 못한다.

(A:B도 A:B에서 비롯된 값이다.) $\frac{A}{B}$ 는 기준량을 분모에 비교하는 양을 분자에 써넣은 ‘꼴’의 성격이 강하다. A가 2, B가 4이면 $\frac{A}{B}$ 는 $\frac{1}{2}$ 이 아니라 $\frac{2}{4}$ 이다. 나눗셈 계산을 완

료하여 비에 붙여 줄 구체적인 값을 얻는다는 점에서, 비에서 비롯된 값이나 $\frac{A}{B}$ 보다, ‘ $A \div B$ 의 값’에 비의 값이라는 용어를 부여하는 것이 실질적일 것이다. 2009 개정 교과서에서 비의 값(과 비율)을 ‘비교하는 양을 기준량으로 나눈 값’으로 정의한 것은 이 점에서 적절하다.

㉠셀에는 비율이라는 용어를 부여할 수 있다. 박교식(2010)은 “비교하는 양과 기준량의 단위가 같은 경우에만 비율이라는 용어를 사용하는 것으로 한정할 것(p. 397)”을 제안하였다. ‘율(率)’이 경쟁률, 타율, 할인율처럼 같은 종류의 두 양을 비교할 때 사용된다는 것을 고려해도, 비율을 내적비 맥락에서 쓰는 것은 적절해 보인다. 비율 이외의 용어로 ‘배율(倍率)’도 고려할 수 있다. 배율은 ‘비교하는 양이 기준량의 몇 배인가를 나타내는 수’라는 표현과 잘 어울린다. (㉠셀에 배율을 사용한다면 ㉠셀에 비의 값 대신 비율을 사용할 수도 있다.)

㉡셀에 대응하는 우리말 용어는 현재 없는 것으로 보인다. 2009 개정 교과서에서는 비율이 사용되는 경우로 속도, 밀도, 농도 상황을 다루었다. 앞으로도 이와 같은 외적비 상황을 계속 교과서에서 다룬다고 할 때, ㉡셀에 대응하는 우리말 용어를 만들 필요성에 대해 고려할 필요가 있다. ㉡셀에 해당하는 영어 단어로는 rate이 있지만, 영어권에서도 ratio와 rate의 합의된 관습적인 구분이 분명한 것은 아니다(Lesh, Post, and Behr, 1988). ratio를 임의의 두 양의 비에 포괄적으로 사용하기도 하고(Common Core State Standards Initiative, 2010), ratio를 두 양의 단위가 같을 때 사용하고 rate을 두 양의 단위가 다를 때 사용하기도 한다(Vergnaud, 1988). 미국의 Everyday Mathematics(2015)에서는 ratio를 같은 종류의 두 양의 비교에, rate을 단위가 다른 두 양의 비교에 구분하여 사용한다.

영어 rate에 대응하는 새로운 용어를 만든다면, 다른 종류의 두 양의 비교에서 속도(速度), 밀도(密度)처럼 주로 度라는 한자가 쓰이는 점을 고려하여 ‘비도(比度)’와 같이 비율과 짝을 이루는 용어도 고려할 수 있다. 그러나 2009 개정 교과서에서는 속도, 농도라는 용어를 쓰지 않고, 속력, 용액의 진하기라고 표현한다(교육부, 2015a, pp. 116-120). 이를

감안하면 도(度)로 끝나는 일반 용어를 만들 필요는 강하지 않다. 다른 종류의 두 양의 비교에서 ‘단위량 당’의 생각이 중요하다는 점을 살려 ‘단위율’과 같은 용어도 고려할 수 있다. 이렇게 하면 비의 값이라는 상위 개념 밑에 내적비 맥락에 비율(또는 배율), 외적비 맥락에 단위율이 있게 된다.

V. 결 어

이 연구에서는 두 가지 작업을 수행하였다. 전반부에서는 비의 값과 비율 용어 사용에 관한 선행 연구와 2009 개정 교과서에 내재된 관점들을 추출하여 검토하고, 6차 이후 교과서의 비의 값 및 비율 취급 방식과의 관련성을 분석하였다. 선행 연구와 2009 개정 교과서로부터 다음과 같은 네 가지 관점을 추출하였다: <관점 1> 한 용어만 사용, <관점 2> 내적 의미-외적 형태로 구분, <관점 3> 상위 개념-하위 개념으로 구분, <관점 4> 구분 없이 병용. 6차 교과서는 <관점 2>와 가까웠으나, 7차 교과서는 <관점 3>을 따른다. 2007 개정 교과서로 이행하면서 <관점 1>로의 전환이 이루어졌다. 2009 개정 교과서는 <관점 4>에 따라 집필되었다. 나름의 내적 논리를 가진 상이한 관점들의 경합이 계속되어 왔다.

이 연구의 후반부에서는 이들 관점의 상이함이 어디에 기인하는 것인지를 밝힐 요량으로, 선행 연구와는 다른 대안적인 방향에서 비의 값과 비율 용어를 분석하였다. 맥락과 기준량에 주목하여 내적비 맥락에서 $A \div B$ 의 값의 의미와 외적비 맥락에서 $A \div B$ 의 값의 의미, 할이나 백분율이 사용되는 맥락, $\frac{A}{B}$ 와 같은 표현, 내적비 맥락에서 기준량 1의 특수성에 대한 고찰을 통해 <표 5>에 도달하였다. 이 표를 사용하여 기존의 네 관점을 자리매김하였다. 그리고 비의 값과 비율 용어 사용의 문제가 단지 용어 자체에 국한되는 것이 아니라 맥락 및 기준량 1의 의미와 관련되어 있는 포괄적인 사안이라는 인식을 바탕으로 몇 가지 시사점을 제안하였다. 앞으로 비의 값과 비율 용어에 관한 논의가 외적비 맥락을 초등학교 교과서에서 어떻게 취급할 것인가와 같은 문제를 포함한 포괄적인 틀 속에서 이루어지기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1997). **수학 5-2**. 충남: 국정교과서주식회사.
- 교육인적자원부 (2006). **수학 6-가**. 서울: 천재교육.
- 교육과학기술부 (2011a). **수학 5-2**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2011b). **수학 6-1**. 서울: 두산동아.
- 교육부 (2015a). **수학 6-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015b). **교사용 지도서 수학 6-1**. 서울: 천재교육.
- 김수현, 나귀수 (2008). 비와 비율 지도에 대한 연구-교과서 재구성을 중심으로. **수학교육학연구**, 18(3), 309-333.
- 박교식 (2010). 우리나라 초등학교 수학에서의 비율 정의와 비의 값 정의의 비판적 분석. **수학교육학연구**, 20(3), 397-411.
- 장혜원 (2002). 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의. **학교수학**, 4(4), 633-642.
- 정은실 (2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구**, 13(3), 247-265.
- 홍갑주 (2013). 초등학교 2007 개정 교과서 비와 비율 관련 용어에 대한 고찰. **수학교육학연구**, 23(2), 285-295.
- Common Core Standards Writing Team (2011). *Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics (draft): 6-7, Ratio and proportional relationships*. Retrieved from https://commoncoretools.files.wordpress.com/2012/02/ccss_progression_rp_67_2011_11_12_corrected.pdf
- Everyday Mathematics at Home Grade 6 Unit 8: Rates and Ratios Vocabulary List. (2015, April 13). Retrieved from <http://everydaymath.uchicago.edu/parents/6th-grade/em-at-home/family-letters/6-8-vocab.html>
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

<Abstract>

A Didactical Analysis of Korean Mathematical Terms Bi-yul and Bi-ui-gap

Yim, Jaehoon⁴⁾

There has been little consensus on how to define and use the Korean mathematical terms, bi-ui-gap and bi-yul. This study compares four perspectives of bi-ui-gap and bi-yul proposed and discussed in Korean mathematics education community and examines the ways of using the terms adopted since the 6th national curriculum.

Based on the analysis that previously proposed perspectives conflict each other, this study proposes as a way to synthesize different perspectives of bi-ui-gap and bi-yul by analyzing the terms in the internal and external ratio contexts. This study proposes that bi-ui-gap be used to represent 'a value of $A \div B$ ' rather than 'a value originated from a ratio $A:B$ ' or 'a fraction form $\frac{B}{A}$.' This study also proposes that bi-yul or bae-yul be used in the internal ratio context and a new term, such as dan-wi-yul, be created for the external ratio context.

Key words: ratio, rate, percent, internal ratio, external ratio

논문접수: 2015. 07. 14

논문심사: 2015. 08. 13

게재확정: 2015. 08. 20

4) jhyim@ginue.ac.kr