

## 초등학교 2학년 수 개념 지도를 위한 비비레모델의 적용 가능성 탐색

강태석<sup>1)</sup> · 임미인<sup>2)</sup> · 장혜원<sup>3)</sup>

본 연구는 2009 개정 교과서 2학년 1학기 1단원 ‘세 자리 수’의 단원평가에 제시된 비비레모델과 관련된 문항의 적절성에 대한 문제제기에서 출발하여, 교과서 분석과 검사지 적용을 통해 2학년 수 개념 학습을 위한 비비레모델의 적용 가능성 탐색을 목적으로 한다. 결과적으로 2학년 초기 단계에서 비비레모델을 이용한 수 개념 지도는 교수학적으로 몇 가지 문제가 있음이 지적된다. 교과서 분석 결과로서 파악된 문제점은 첫째, 비레모델을 통한 학습 후 평가 시점에서만 비비레모델을 제시한 것, 둘째, 비비레모델을 제시할 때 수의 크기를 표시하지 않은 것, 셋째, 비비레모델이 처음 제시되는 시점에서 가장 어려운 수준의 유형을 이용한 것이다. 한편 학생 이해 측면의 문제점으로, 첫째, 비비레모델의 관계에 대한 이해도가 낮으며 특히 자릿값 개념에 기초하여 파악하는 경향이 있다는 점, 둘째, 비비레모델 간의 관계를 묻는 질문이 덧셈 맥락이 상실된 곱셈 맥락을 따른다는 점이 파악되었다.

주제어: 비비레모델, 비레모델, 자릿값, 수 개념 지도

### I. 서 론

수 개념 및 그 표현에 대한 이해는 수학 학습을 위한 출발점이다. 또한 오늘날의 수학적 위업으로 이어지는 수학적 발달을 촉발시킨 원동력으로서의 위치적 기수법에 대한 원리 파악은 이후 수학 학습을 위해 학교수학의 어느 지점에선가는 반드시 숙달되어야 하는 필수 요소이다. 초등학교 1학년부터 십진기수법의 원리에 대한 이해를 언급하는 핀란드(Finnish National Board of Education, 2004), 2학년 때 자릿값 인식으로 시작하여 고학년에서 로마기수법까지 다루는 영국(Department of Education, 2013), 5학년 때 자릿값 체계에 대한 이해를 다루는 미국(CCSSI, 2010) 등 국가마다 지도 시기나 내용 수준에 있어 차이가 있지만, 자릿값에 기반한 위치적 기수법의 원리는 수와 연산 학습을 위한 기초에 해당하는 것이다. 우리나라 초등수학에서는 보통, 묶음과 낱개로 다룸으로써 자릿값의 개념이 주로 암묵적으로 다루어지는 두 자리 수와 달리 세 자리 수를 도입하면서 본격적으로 자릿값의 개념을 지도하게 된다. 수는 수학적 개념의 특성인 추상성을 보여주는 대표적인 개

1) [제1저자] 서울은정초등학교/ 서울교육대학교 교육전문대학원 박사학위과정

2) 서울오류초등학교/ 서울교육대학교 교육전문대학원 박사학위과정

3) [교신저자] 서울교육대학교 수학교육과

념이므로 초등학생에게 이를 지도하기 위해 구체적 조작물인 교구를 이용하는 것이 필연적이고, 흔히 주변에서 쉽게 택할 수 있는 바둑돌, 빨대 같은 구체물이나 교구용으로 제작된 수 모형을 이용한다. 이와 같은 교구는 그 양이 수의 크기에 비례하는 비례모델이다. 비례모델은 모델이 지닌 양감을 통해 표상하는 수의 크기를 직관적으로 파악하도록 한다는 점에서 이해가 용이하다. 이후 수가 커지고 아동의 인지 수준이 높아지면 비비례모델을 사용하게 되는데, 비례모델에 비해 모델 자체가 지니는 상징성이 추가되는 비비례모델의 경우 의미 파악에 어려움이 따른다.

비례모델과 비비례모델은 수의 크기와 모델의 양이 비례 관계에 있는지의 여부에 따라 결정되지만, 사고의 과정에서도 차이를 보인다. English & Halford(1995)는 비비례모델의 일종인 색깔로만 구분되는 색깔 칩 교구의 예를 들어, 교구로부터 그것이 나타내는 수까지 연결된 사상을 칩에서 색, 색에서 값(수의 크기)의 2단계로 이루어졌다고 보았다. 이때, 아동은 칩의 색깔을 확인하고 할당된 값을 기억해야 하는 추가적인 처리 부담을 갖게 된다고 지적하며, 이러한 인지적 어려움 때문에 색깔 칩과 같은 교구는 자릿값 개념 도입에 적합한 유추를 제공하지 못한다고 하였다. 이러한 차이에도 불구하고, Reys et al.(1998)은 두 모델이 모두 중요하므로 반드시 소개되어야 하며 다만 비례모델이 더 구체적이기 때문에 비비례모델로 이행하기 전에 비례모델을 확실하게 이해해야 한다고 하였다. 비비례모델의 활용 상황을 이해하기 위해서는 모델의 양과 관련 없이 모델 개체 사이의 상징적 교환 관계를 이해해야 하고, 이를 위해 필요한 심진법 관계의 이해를 위해 많은 시간이 요구된다.

학생들이 수학 수업에서 도구에 내재된 의미를 어떻게 이해하는가는 매우 복잡한 질문이다(Hiebert et al., 1997). 수학적 도구는 추상적인 수학적 개념을 구현하는 매개체이며, 학생들이 수학적 도구를 효과적으로 사용하기 위해서는 도구에 내재된 의미 이해를 전제로 한다. 따라서 수 개념 지도를 위해 수 개념 모델을 사용하기 위하여 비례모델과 비비례모델에 대한 학생들의 이해는 어떠하며, 그 모델을 적절하게 사용할 준비가 되어 있는지에 대해 파악할 필요가 있다.

관련 선행연구로는 심혜순(2003), 김판수(2011) 등이 있다. 심혜순(2003)은 네 자리 수 학습시 오류를 보인 학생들에게 비비례모델(화폐 모형)과 비례모델(수 모형)을 사용한 지도 방안을 제시하며, 비비례모델 사용시 학생 활동이 수 세기 및 읽기에 국한된 반면, 비례모델을 사용함으로써 수의 구성과 상대적인 크기 이해로까지 확장됨을 보여주었다. 김판수(2011)는 한국과 중국의 교과서를 비교하며 중국의 교과서는 비례모델, 비비례모델, 자리값 틀이 하나의 삽화에 동시에 제시되고 있음에 주목하면서 우리나라 교과서에 비해 다수의 수 관련 내용을 다양한 방법의 그림으로 도입하고 있다고 하였다. 요컨대, 우리나라 역대 교육과정기의 교과서에서 수 개념과 관련하여 수 모형, 화폐, 콩 등 다양한 모델을 폭넓게 활용하고 있는데 비해서 그 모델 자체나 모델에 대한 학생들의 이해 정도에 관한 연구는 다소 부족한 편이다.

본 연구의 관심은 2009 개정 교육과정에 따른 교과서에 제시된 비비례모델에 있다. 현행 교과서에서 비비례모델이 처음 등장하는 시점은 2학년 1학기의 단원평가이다. 이전 학년에서 비비례모델을 다룬 적이 없고 본 차시에서 수 개념 지도를 위해 비례모델만을 사용하였음에도 불구하고 단원평가 문항으로 비비례모델을 사용함으로써 학교 현장에서 학생들의 오답률은 매우 높았고 그 이해에 상당한 어려움을 보였다. 이는 비비례모델에 내포된 수학적 원리가 2학년 초기 학생에게 이해 가능한 것인지에 대한 연구의 필요를 제기한다.

이에 본 연구는 비비레모델이 자릿값 이해에 필수라고 주장되지만 비레모델에 비해 많은 시간과 노력을 요구한다는 관점(Reys et al., 1998)에서, 초등학교 2학년 학생들의 수 개념 이해를 돕기 위한 비비레모델의 적용 가능성을 탐색하는 것을 목적으로 한다.

이를 위해 우리나라 역대 수학교과서에서 비비레모델의 활용 사례를 분석하고, 학생들이 어려움을 겪는 것으로 드러난 비비레모델 관련 단원평가 문항과 동일한 유형의 1차 검사와 비비레모델의 배열과 모델의 종류를 변화시킨 문항으로 구성된 2차 검사를 실시함으로써 비비레모델을 이해하는 과정에서 나타나는 초등학교 2학년 학생들의 인지적 특성을 분석한다. 그 결과에 기초하여 초등학교 2학년 수준에서 비비레모델의 의미를 이해하는데 따르는 어려움을 파악하고, 수 개념 지도시 적용과 관련한 교수학적 시사점을 도출하고자 한다.

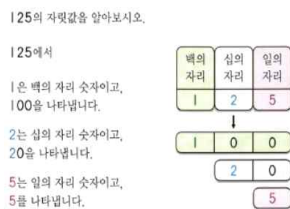
## II. 비비레모델 관련 교과서 분석

### 1. 2009 개정 교과서의 비비레모델 분석

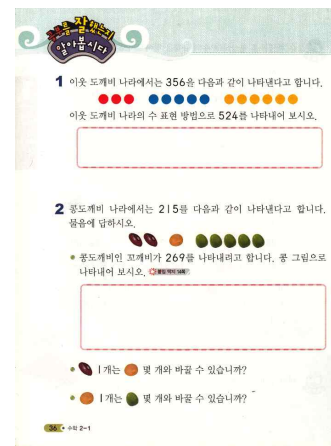
2009 개정 교육과정에 따른 2학년 1학기 수학교과서의 첫 단원은 ‘세 자리 수’이다. 1학년에서 배운 100까지의 수에 기초하여 세 자리 수를 학습하는 것이 단원의 목표인데, 이 때 사용되는 콩과 같은 구체물이나 수 모형은 모두 비레모델에 해당한다. 1학년에서 두 자리 수를 다루면서 [그림 1]에서 보는 것과 같이 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 알려주고 있으나, 그에 이어지는 활동4를 제외하고는 자릿값은 주로 10개씩 묶음의 수와 날개의 수를 통해 암묵적으로 다루고 있다. 따라서 2학년 1학기의 첫 단원은 자릿값을 명시적으로 지도하는 첫 단원이기도 하다([그림 2] 참조). 본 연구에서 주목하는 바는 이 단원의 단원평가 2번 문항이다([그림 3] 참조).



[그림 1] 수학 1-2  
(교육부, 2014a)



[그림 2] 수학 2-1  
(교육부, 2015)



[그림 3] 수학 2-1  
(교육부, 2015)

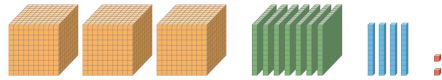
구체적으로 문항 1번(도형 모델), 2번(콩 모델) 모두 수를 모델로 표현하는 문제이고 각 모델의 색이나 모양에 따라 의미하는 수의 크기가 다른 비비레모델에 해당한다. 다만 2번

문항에서는 콩 모델 사이의 교환 가능성을 질문함으로써 양자 간의 크기 관계를 파악할 것이 추가적으로 요구된다. 이 문항을 어려워하는 이유로 두 가지 가능성을 추측할 수 있다. 첫째, 비비례모델에 대한 경험이 없기 때문이다. 둘째, 비비례모델이 내포하는 크기 관계의 상징성에 대한 이해의 어려움 때문이다. 한편 교과서의 단원평가 문항에 비비례모델이 이용되었다는 점을 볼 때, 2학년 초기에도 비비례모델의 이해가 가능하다는 교과서 저자의 견해를 엿볼 수 있다. 이와 같이 학생이 경험하는 어려움과 교과서의 의도간의 괴리가 존재한다.

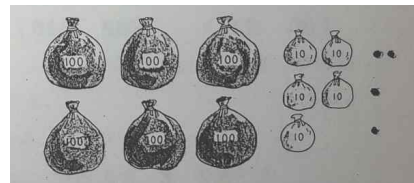
## 2. 역대 교육과정기의 비비례모델의 유형 분석

우리나라 역대 수학교과서에는 비례모델과 비비례모델이 혼재되어 왔다. 따라서 1차에서부터 2007 개정 교육과정에 따른 수학교과서를 분석 대상으로 하여 현행 2009 개정 이전 교육과정기의 수학교과서에서 비비례모델이 활용된 사례를 분석하였다.

수학교과서에서 사용되는 수 모델은 크게 비례모델과 비비례모델로 범주화된다. 먼저 비례모델은 구체화의 정도에 따라 두 가지로 분류될 수 있다. 시각적으로 그 양을 명확히 확인할 수 있는 유형과 시각적으로 확인되지 않지만 양적 추론을 통해 그 양이 수의 크기에 비례함을 알 수 있는 유형이다. 전자의 전형적인 예는 [그림 4]와 같은 수 모형이고, 후자의 예는 날개와 날개가 담긴 주머니, 다시 그것보다 큰 주머니에 10, 100이라는 이름표를 표시하여 나타내고 있는 [그림 5]와 같은 경우이다. 10이 적힌 작은 주머니, 100이 적힌 큰 주머니에 들어있는 양은 맥락을 통한 추론을 통해 파악될 수 있다. 이는 각각 날개가 10, 100개 들어있는 주머니이므로 양적 추론을 통해 구체화되는 비비례모델이라고 할 수 있다.

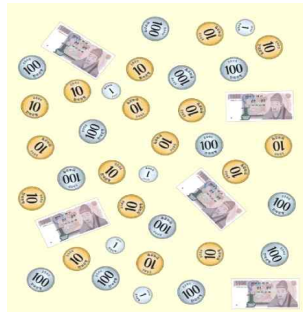


[그림 4] 2007 개정 3-1  
(교육과학기술부, 2012)

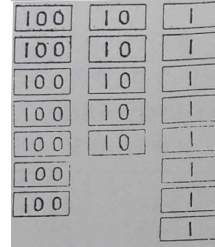


[그림 5] 2차 2-2 (문교부, 1966c)

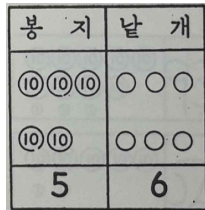
한편, 비비례모델은 양을 통한 추론이 불가능하기 때문에 크기를 모델에 기입하는 것이 일반적인 특징이다. 비비례모델은 유형에 따라 [그림 6]과 같이 혼재된 형태로 제시되기도 하며, [그림 7]과 같이 모델이 상징하는 수의 크기에 따라 정리된 형태로 제시되기도 한다. [그림 8]과 [그림 9]와 같이 자릿값에 기초하여 제시되기도 하며, [그림 9]의 경우는 크기가 표시되지 않았지만 위치한 자릿값이 크기 표시를 대신한다.



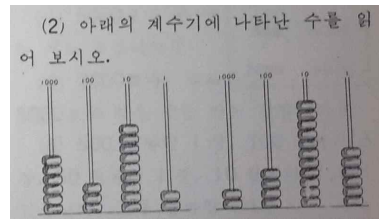
[그림 6] 7차 3-가  
(교육부, 2001)



[그림 7] 1차 3-1  
(문교부, 1955)



[그림 8] 2차 1-2  
(문교부, 1966b)



[그림 9] 3차 3-1 (문교부, 1979)

이상의 고찰에 기초하여 우리나라 교과서에서 사용된 수 모델을 <표 1>에서 보는 바와 같이 P1, P2, N1, N2, N3, N4의 6가지로 분류해볼 수 있다.

<표 1> 비레모델과 비비레모델의 속성 구분 기준

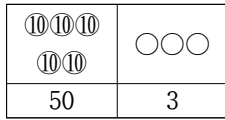
|       |           |  | 양의 확인 | 양적 추론 | 크기 표시 | 위치 정리 | 자릿값 |
|-------|-----------|--|-------|-------|-------|-------|-----|
| 비레모델  | P1 [그림 4] |  | ○     | ○     | ×     | ○     | ×   |
|       | P2 [그림 5] |  | ×     | ○     | ○     | ○     | ×   |
| 비비레모델 | N1 [그림 6] |  | ×     | ×     | ○     | ×     | ×   |
|       | N2 [그림 7] |  | ×     | ×     | ○     | ○     | ×   |
|       | N3 [그림 8] |  | ×     | ×     | ○     | ○     | ○   |
|       | N4 [그림 9] |  | ×     | ×     | ×     | ○     | ○   |

비레모델은 양을 모델로부터 시각적으로 확인하거나 추론할 수 있는 경우이다. 반면에 비비레모델은 모델 자체로서는 양을 구분할 수 없고 모델에 양을 나타내는 크기가 표시되어 있거나 자릿값을 통해서만 구분이 가능하다. P2는 정확한 양의 크기를 확인하기 위해 모델에 크기를 표시해야만 한다는 점에서 비비레모델과 유사성을 띠지만, 모델 자체의 크기의 관계에 따라 양을 추론할 수 있기 때문에 비레모델에 해당된다. 비비레모델의 분류 기준인 ‘위치 정리’와 ‘자릿값’은 후자가 기본적으로 전자를 포함하고 있기 때문에 애매할 수 있다. 그러나 기본적으로 자릿값은 자리의 구분이 명확하고 위계적인 반면 위치 정리는 모델을 파악할 때 혼란을 방지하기 위한 차원에서 정리만 해놓은 상태로, 모델의 위치와 관련하여 자릿값이 더 강력한 기준이 된다. 예컨대, N2는 개체별로 정리되어 있

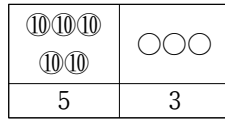
지만 그것이 반드시 자릿값을 의미한다고 할 수는 없는 반면, N4는 모델 개체 각각의 의미가 놓인 위치에 따라 달라지는 자릿값 중속 모델인 것이다.

이상의 비비례모델에서 교수학적 문제점이 발견된다. 비비례모델의 유형 N1, N2, N3, N4 중에서 모델이 정리되지 않은 N1을 제외한 나머지 유형은 위치 요인에 의한 영향이 있다. 그들은 자릿값이 있는 것과 없는 것의 두 종류로 구분할 것이 예측되는데, 실제로는 N2, N3, N4과 같이 세 종류로 구분된다. 이때 N3가 주목할 만하며, 비비례모델의 결함을 내포한 형태라 할 수 있다.

아래 제시되는 그림에서 모델은 동일한 형태를 띠지만 서로 다른 수를 나타낸다. ⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩은 50이고, ○○○○은 3이기 때문에 모델을 적절하게 표현한 것은 [그림 10]이다. 그러나 자릿값 틀의 존재로 인해 이를 자릿값의 개념과 결합하여 읽게 되면 십의 자리에 있는 50이므로 503으로 읽는 것이 타당하다. 이는 의도한 바가 아니기 때문에 자릿값과 결합하여 나타낸 것은 [그림 11]이며 이것이 N3에 해당한다. 이를 적절히 해석하기 위해서는 모델이 상징하는 수의 크기와 자릿값을 조화시켜야 할 필요가 있으며, 모델이 지닌 논리적 결함에도 불구하고 학생의 혼란을 방지하기 위하여 수학적 오류를 묵인한 교수학적 선택에 해당한다.

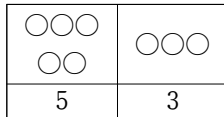


[그림 10]



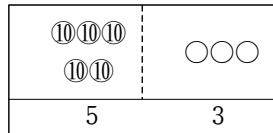
[그림 11]

이 표현을 수학적으로 엄밀하게 한다면 [그림 12]와 같이 해야 하며 이것은 N4 유형에 속한다.

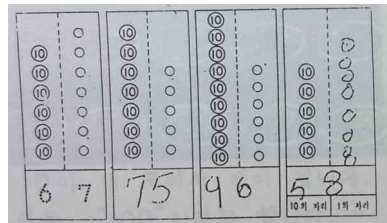


[그림 12]

한편 [그림 13]은 자릿값 틀과 유사 형태를 이용하지만 실선을 점선으로 변형시켜 ⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩에 자릿값 부여 없이 위치만 정리하려는 의도를 담고 있기 때문에 N2와 같은 유형으로 볼 수 있다. 다만 하단에 자리 구별은 삭제되고 자릿값 개념이 내포된 수 표현을 첨가한다는 차이가 있다. 이와 같은 모델이 2차 교육과정기에 사용되었고, [그림 14]와 같다.

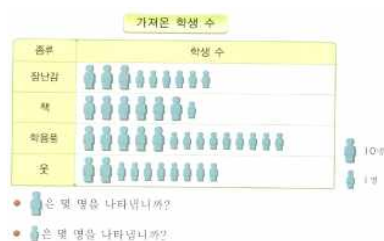


[그림 13]



[그림 14] 2차 1-1(문교부, 1966a)

흥미로운 사실은 수 모델의 사용이 수와 연산 영역에 국한된 것이 아니라는 점이다. 3학년과 5학년의 확률과 통계 영역의 그림그래프 지도 시 비비레모델이 활용되며, 이중 3학년에 나타나는 사례는 [그림 15]와 같다. 이는 1명을 나타내는 작은 사람, 10명을 나타내는 큰 사람의 그림으로 학생 수를 표시하고 있으나, 그림만을 통해 큰 그림에 대한 양적 추론이 어렵고 큰 사람 안에 작은 사람 10명을 포함하는 것은 불가능하기 때문에 대표적인 비비레모델로 간주된다.



[그림 15] 2009 개정 3-2  
(교육부, 2014b)

### Ⅲ. 비비레모델에 대한 이해 조사

초등학교 2학년 학생들의 수 개념 이해를 위한 비비레모델의 적용 가능성을 탐색하면서 비비레모델에 대해 학생들이 겪는 어려움을 조사하기 위하여 1차 및 2차 검사를 실시하였다. 2학년 학생들이 어려움을 겪는 것으로 판단된 2학년 1학기의 비비레모델 관련 단원평가 1, 2번 문항을 토대로 하여 그에 대한 학생들의 이해를 파악하고자 동일한 유형의 1차 검사를 실시하였다. 이후, 비비레모델의 배열 변화에 따른 이해도 차이와 비비레모델과 비레모델을 통한 학생들의 이해도 차이를 알아보기 위해 2차 검사를 실시하였다.

#### 1. 연구 대상

본 연구에서는 초등학교 2학년 학생들의 비비레모델 이해를 조사하기 위해 서울특별시 강서구 소재 E초등학교 2학년 2개 학급 49명, 구로구 소재 O초등학교 2학년 2개 학급 50명의 총 99명을 연구 대상으로 하였다. 두 학교는 지역 특성상 서울특별시에서 경제적 여건과 교육 환경이 평균 내지 그 이하로 분류된다.

#### 2. 검사 도구

2학년 1학기 단원평가 문항에 기초하여 1차와 2차 검사를 위한 두 가지 검사지를 구성하여 검사 도구로 활용하였다.

[그림 16]의 1차 검사지는 단원평가와 동일 구조를 가지고 있으나 몇 가지 차이점이 있다. 1번 문항의 경우 ‘도깨비나라’라는 상황의 맥락이 제거되었으며, 자릿값의 모델을 색으로 구분하지 않고 도형으로 구분하였다. 연구의 의도상 2번 문항에 대해 세 가지를 수정하였다. 첫째, 모델 표현 방법의 변화이다. 교과서 단원평가의 경우 붙임딱지를 이용



하였으나 검사에서는 현실적으로 붙임딱지 활용이 어려워 그리기로 표현해야 했다. 둘째, 모델 소재의 변화이다. 그리기 쉽고 구분이 명확하게 나타낼 수 있는 소재로 과일을 선택하였다. 셋째, 질문 형태의 변화이다. 문항 진술을 ‘~ 몇 개와 바꿀 수 있습니까?’에서 ‘~ □개와 바꿀 수 있습니다.’로 변형하였다. 이는 학생들이 문항의 의미에 대한 이해도를 높일 것이라는 기대에 근거한 것이다.

|                                     |
|-------------------------------------|
| 2학년 반 이름 :                          |
| 다음 문제를 풀어보세요.                       |
| 1. 254를 다음과 같이 나타낼 수 있습니다.          |
| ○○ △△△△ □□□□                        |
| 위와 같은 방법으로 532를 나타내어 보세요.           |
|                                     |
| 2. 과일 나라에서는 325를 다음과 같이 나타낸다고 합니다.  |
|                                     |
| • 264를 나타내려고 합니다. 과일 그림으로 나타내어 보세요. |
|                                     |
| • 다음 □ 안에 알맞은 수를 넣으시오.              |
| -  1개는  1개와 바꿀 수 있습니다.              |
| -  1개는  1개와 바꿀 수 있습니다.              |

[그림 16] 1차 검사지

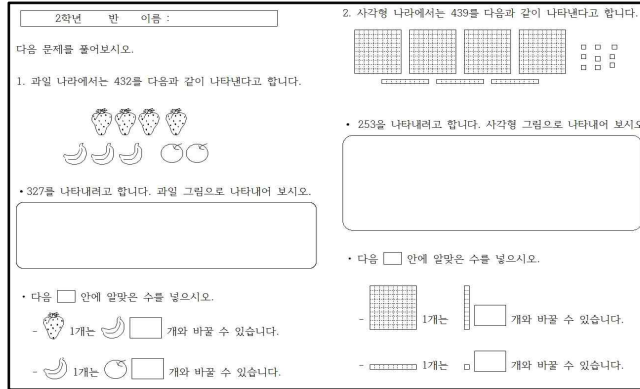
2차 검사지는 [그림 17]과 같이 1차 검사의 2번 문항에 제시된 비비레모델의 배열 형태에 변화를 주고, 비레모델을 활용한 동일 맥락의 문항을 추가한 것이다. 2차 검사의 1번 문항은 비비레모델을 그대로 활용하였으나 모델을 자릿수에 맞추어 일렬로 제시하지 않고 두 줄로 제시하였다. 학생들이 모델을 자릿값에 기초하여 파악할 여지를 축소시키고자 하는 의도였다. 즉, 1번 문항의 변형은 학생들이 모델을 자릿값의 개념이 아닌 비비레모델의 모델 사이의 관계로 인식하여 문제를 해결하는지, 즉 비비레모델에 대한 자릿값 해석에의 영향 여부를 파악하기 위한 의도를 담고 있다. 2번 문항은 동일한 맥락의 내용에 대해 비비레모델을 활용하지 않고 비레모델인 수 모형을 활용하였다. 2번 문항의 변형은 비비레모델과 비레모델에 따른 이해도를 알아보기 위한 것이다. 즉 같은 내용을 비레모델로 제시했을 때와 비비레모델로 제시했을 때 학생들의 이해를 비교 분석함으로써 사용되는 모델의 유형이 학생들의 사고에 미치는 영향에 유의미한 차이가 있는지, 차이가 있다면 어느 유형에서 더 어려움을 느끼고 구체적으로 어떤 어려움을 느끼는지 분석하기 위함이다.

### 3. 연구 방법 및 절차

2학년 1학기 1단원 평가 후, 연구 대상 99명을 대상으로 1차 검사를 실시하여 그 결과 분석 및 면담을 진행하고, 3단원 덧셈과 뺄셈의 학습 이전인 약 3주 후 2차 검사를 실시하였다. 2차 검사 시기의 결정은 3단원의 계산 연습이 야기할 수 개념에의 친숙함이 비비레모델 이해에 미치는 영향을 배제하기 위한 의도를 담고 있다. 연구 결과로서 1차, 2차 검사의 정답률을 분석하였으며, 검사지를 통해 확인할 수 있는 학생들의 오류 유형을 범주화하여 제시하였다. 유형별 오류 중에서 주목할 만한 사례를 보인 학생들과 개별 면담



을 실시함으로써 오류 원인과 비비레모델에 대한 이해 여부를 파악하였다.



[그림 17] 2차 검사지

#### 4. 검사 결과

##### 가. 1차 및 2차 검사 결과

1차 검사의 4개 질문과 2차 검사의 6개 질문 중, 수를 비비레모델로 표현하는 문항은 모두 4개(I-1, I-2-1, II-1-1, II-2-1)이고, 모델 간의 관계를 묻는 문항은 모두 6개(I-2-2와 I-2-3, II-1-2와 II-1-3, II-2-2와 II-2-3)이다<sup>4)</sup>. 모델 간의 관계를 묻는 문항의 경우 각각 10이라고 답해야 의미가 있기 때문에 표에 두 문항 모두 정답을 쓴 경우만을 정답으로 인정하였다. 1차와 2차 검사 결과를 분석하여 정리한 결과는 [그림 18]과 같다.

|       | 1차 검사                         |       | 2차 검사                           |                                 |
|-------|-------------------------------|-------|---------------------------------|---------------------------------|
|       | 비비레모델                         | 비비레모델 | 비비레모델                           | 비레모델                            |
| 모델 표현 | 문항 I-1<br>92.9%<br>Ⓐ          | Ⓑ     | 문항 II-1-1<br>88.7%<br>Ⓒ         | 문항 II-2-1<br>80.8%              |
|       | 문항 I-2-1<br>82.8%             | →     |                                 |                                 |
| 모델 관계 | 문항 I-2-2<br>문항 I-2-3<br>42.4% | Ⓓ     | 문항 II-1-2<br>문항 II-1-3<br>59.8% | Ⓔ                               |
|       |                               | →     |                                 | 문항 II-2-2<br>문항 II-2-3<br>71.1% |

[그림 18] 문항별 정답률

수를 모델로 표현하는 문항은 I-1, I-2-1, II-1-1, II-2-1이다. 정답률이 80~90%에 이

4) I-1은 1차 검사지의 1번 문항, I-2-1은 1차 검사지 2번의 첫째 문항과 같은 방식으로 코딩한 것이다.

르고 있기 때문에 상대적으로 수를 모델로 표현하는 문항에 대해서는 학생들의 곤란도가 높지 않음을 알 수 있다.

정답률의 차이에 있어, ㉠과 ㉡의 차이는 모델의 복잡성 때문에 기인한 것으로 추론할 수 있다. 모델을 5개 그려야할 것을 4개만 표현한 것과 같은 단순 실수에서 기인하는 오답이 많았다는 사실로부터 학생들은 간단한 도형보다는 과일 그림을, 과일 그림보다는 복잡한 수 모형을 표현하기 어려워했다고 볼 수 있다. 한편, ㉢에서 정답률의 상승은 2차 검사에서 과일 모델을 두 줄로 제시한 것이 학생들의 이해에는 어려움으로 작용하지 않았다는 것을 보여준다. 실제로 학생들의 답에는 과일을 한 줄로 또는 두 줄로 그리는 방법이 혼재되어 있었다.

모델 사이의 관계를 묻는 문항은 I-2-2와 I-2-3, II-1-2와 II-1-3, II-2-2와 II-2-3이다. 정답률이 약 40~70%를 보이고 있기 때문에 상대적으로 모델 사이의 관계를 묻는 문항에 대해서는 학생들의 곤란도가 높다는 것을 알 수 있다.

교과서를 이용한 단원평가 때와 마찬가지로 1차 검사에서 I-2-2와 I-2-3의 정답률은 50% 이하를 보여주고 있다는 것은 비비레모델 간의 관계를 이해하기는 어렵다는 것을 보여준다. 동일 유형의 문항임에도 불구하고 정답률 ㉣의 상승은 검사 시기의 차이에 따라 개별 복습이나 교사의 보충 지도 등 다양한 요인에 의한 향상으로 추측된다. 그러나 주목할 것은 2차 검사에서의 정답률 차이 ㉤이다. 문항 II-1-2, II-1-3과 문항 II-2-2, II-2-3은 동시에 실시되었기 때문에 두 정답률의 차이는 제시된 모델의 차이에서 원인을 찾을 수밖에 없다. II-1-2, II-1-3은 딸기와 바나나, 바나나와 사과 그 자체가 수의 크기를 드러내지 못하는 비비레모델을 상징성을 해석해내야만 답할 수 있지만, II-2-2, II-2-3은 모델 자체가 양의 크기를 그대로 보여주는 비레모델의 특성상 학생들은 직관적으로 읽어낼 수 있는 것이다. 즉 모델 간의 양의 관계를 파악하는 데 비비레모델이 비레모델보다 어려움을 야기한다는 결론으로 이끄는 결과이다.

결과적으로, 1차, 2차 검사로부터 다음의 두 가지를 알 수 있다. 첫째, 비비레모델을 사용하여 수를 표현하는 것은 학생들에게 어렵지 않다는 점이다. 둘째, 모델 사이의 관계를 이해하는 데 있어서 비레모델에 비해 비비레모델을 현저히 어려워한다는 것이다.

#### 나. 학생들의 수 표현 방식 분석

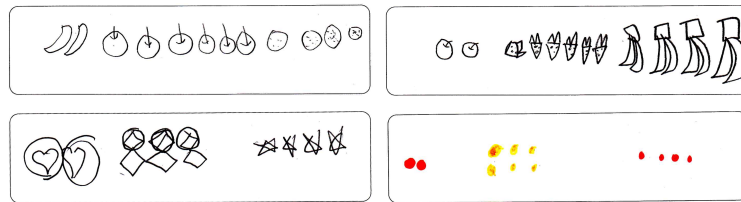
수를 비비레모델로 표현하는 문항 I-2-1의 정답 사례는 [그림 19]와 같다. 100을 나타내는 꿀, 10을 나타내는 바나나, 1을 나타내는 사과로 264를 표현한 것이다.

• 264를 나타내려고 합니다. 과일 그림으로 나타내어 보시오.

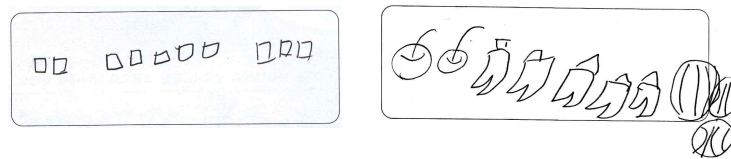


[그림 19] 비비레모델로 정확하게 표현한 경우

학생들의 표현 중에는 주목할 만한 몇 가지 사례가 있다. [그림 20]은 문항 I-2-1에 대한 사례이고, [그림 21]은 문항 II-1-1에 대한 사례이다.



[그림 20] 정확하지 않은 비비레모델로 264를 나타낸 경우



[그림 21] 정확하지 않은 비비레모델로 253을 나타낸 경우

이 사례들은 비비레모델에서 모델이 가진 수의 크기를 이용하여 수를 표현하고 있지는 않지만, 나름대로 자릿값에 기초하여 수를 표현하고 있다. [그림 20]의 예는 주어진 모델을 사용하되 모델 크기는 개의치 않고 자릿값을 나타내는 모델로만 활용, 주어진 모델 이외에 다른 과일(딸기)을 활용, 제시되지 않은 일반 도형으로 표현, 색을 이용하여 자릿값의 수 표현하는 방법을 보이며, [그림 21]에서도 작은 사각형만으로 표현, 다른 과일 그림 활용과 같은 표현의 방법을 보이고 있다. 1, 2차 검사의 정답자 136명 중 31명(1, 2차 검사 누적 계산) 약 22.8% 가량이 이러한 방식으로 반응을 보이고 있었다.

엄밀하게 판단한다면 이와 같은 반응은 비비레모델이 상징하는 수의 크기를 활용하여 수를 나타내지 못하였기 때문에 오답으로 처리되어야 한다. 그러나 학생들이 자릿값에 기초하여 수를 표현하였다는 학생들의 논리에 근거하여 판단한다면 오답이라고 단정 지을 수도 없다. 다음과 같은 학생의 면담 사례를 보면 모델이 상징하는 수의 크기를 가지고 수를 나타내는 것이 아니라, 모델의 소재가 무엇이든 간에 자릿값에 기초하여 모델을 해석하고 있다는 것을 알 수 있다.

S: 한 번 바꾸어 보는 게 좋을 것 같았어요.

T: 다르게 해보고 싶었어? 여기에 바나나(100을 나타내는 모델) 대신에 수박(문제에 등장하지 않는 과일 그림)을 넣어도 될까? 바나나 두 개 대신에 수박 두 개를 가져다 놓으면 어때? 괜찮을 것 같아?

S: 네

T: 왜?

S: 생각나는 대로 넣으면..

T: 아무 과일이나 넣어도 된다는 거야? 그러면 만약에 수박이 두 개 있으면 그 수박은 몇을 나타내는 거야?

S: 똑같이 백.

이를 근거로 또 다른 의문이 생긴다. 비비레모델로 수를 정확하게 표현한 학생들, 즉 정답을 한 학생들이 비비레모델의 개념으로 수를 표현하였는지 아니면 다른 과일, 다른 도

형으로 나타난 학생들처럼 자릿값에 기초하여 표현하였는지 하는 문제이다. 본 연구에서는 1차, 2차 검사지를 교과서 단원평가의 구조에 따라 구성하였기 때문에 이것을 판단할 근거는 없지만, 비비례모델의 관계에 대한 낮은 정답률을 근거로 볼 때 상당수의 학생이 비비례모델의 개념으로 수를 표현했다고 하기 보다는 자릿값에 기초하여 수를 표현하였을 것이라고 추론할 수 있다.

#### 다. 모델 관계 파악에 대한 오류 분석

모델 관계를 묻는 문항은 I-2-2 ‘귤(100 모형) 1개는 바나나(10 모형) □개와 바꿀 수 있습니다.’와 I-2-3 ‘바나나(10 모형) 1개는 사과(1 모형) □개와 바꿀 수 있습니다.’이다. 이에 대한 정답률은 수를 모델로 나타내는 문항에 비해 매우 낮았으며, 오류 유형도 둘 다 1이라고 답한 경우를 제외하고는 범주화하기 어려운 정도로 다양하게 나타났다.

<학생1> T: 귤 한 개는 바나나 한 개와 바꿀 수 있다고 했네! 왜 일이라고 썼어?

S1: 바나나가 한 개 이렇게 한 개가 있어서.

S1: 이것도 이것이(사과) 한 개가 있어서 한 개를 썼어요.

<학생2> T: 이것(귤 또는 과자) 하나가 되려면 이것은(바나나) 몇 개가 있어야 될까?

S2: 한 개

T: 왜 한 개라고 생각해?

S2: 바나나 한 개랑 과자(귤을 과자로 파악) 한 개를 바꾸면 둘 다 똑같아져요.

학생1의 예에서 1을 쓰게 된 이유로 문항의 진술에 나온 과일을 개수가 1개인 것을 보고 1을 썼다고 말하고 있다. 이러한 방식으로 2를 쓴 경우도 있는데 이 경우에는 문장의 진술 속에 과일을 본 것이 아니라, 앞선 문항에서 그려진 바나나의 개수를 보고 2라고 쓴 경우이다. 이와 같은 반응은 ‘보이는 수를 찾아 쓰기’의 형태라고 볼 수 있다.

학생2의 예는 귤이나 바나나를 비비례모델의 관계로 파악하고 있는 것이 아니라 세기 단위의 사례로 판단한 것이다. 학생의 논리대로라면 바나나 2개로 200을 나타내거나 귤 2개로 200을 나타내는 것은 차이가 없기 때문에 귤 1개를 바나나 1개와 바꿀 수 있다고 답변한 것이다. 이는 자릿값에 기초하여 판단하는 것으로 해당 자릿값에 들어가는 모델은 어떤 것이라도 상관없다는 생각을 보여준다. 이 학생은 N4 유형에 해당하는 [그림 12]와 같은 표상을 가지고 있기 때문에 모델 간의 관계를 1:1로 생각한 것이다.

#### 라. 곱셈 맥락의 질문

교과서에 제시된 ‘귤(100) 1개는 바나나(10) 몇 개와 바꿀 수 있습니까?’ 또는 본 연구에서 변형한 ‘귤(100) 1개는 바나나(10) □개와 바꿀 수 있습니다.’는 2학년 학생들에게 어려운 형태의 문장이다. 이 어려움은 문장 구조나 형태에서 기인할 뿐만 아니라 과일간의 관계에 대한 의미상 구조가 파악되지 않기 때문이라는 사실이 면담을 통해 드러났다.

T: 아니 두 개 있으면

S: 이십

T: 세 개 있으면

S: 삼십

|                                               |          |
|-----------------------------------------------|----------|
| T: 네 개 있으면                                    | S: 사십    |
| T: 다섯 개 있으면                                   | S: 오십    |
| T: 여섯 개 있으면                                   | S: 육십    |
| T: 일곱 개 있으면                                   | S: 칠십    |
| T: 여덟 개 있으면                                   | S: 팔십    |
| T: 아홉 개 있으면                                   | S: 구십    |
| T: 열 개 있으면                                    | S: 백     |
| T: 열개짜리가 열 개 있으면 몇이야?                         | S: 백이요.  |
| T: <u>이것(십 모형)이 되려면 이게(백 모형) 몇 개 있어야 돼? ①</u> | S: 열 개요. |
| T: 그래 열 개 있으면 되잖아.                            |          |

위의 면담에서 백 모형이 되려면 십 모형이 몇 개인지를 자연스럽게 알아냈다. 위의 대화는 학생이 문장의 의미를 잘 이해하지 못했기 때문에 제시된 내용으로, 위의 대화 직전에 있었던 대화는 다음과 같다.

|                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------|
| T: <u>이것(백 모형)이 백이고 이것(십 모형)이 십이면 이것(십 모형)이 이게(백 모형) 되려면 이것(십 모형)이 몇 개 있어야 될까? ②</u> |
| S: 십 아니 구십                                                                           |
| T: 왜 구십이야?                                                                           |
| S: 구십에다가 십을 더하면 백이 되요.                                                               |
| T: 이것(십 모형)이 몇 개 있어야 이것(백 모형)이 되냐고?                                                  |
| T: <u>이것(십 모형) 몇 개하고 이것(백 모형) 몇 개하고 똑같냐고? ③</u>                                      |
| S: 백 아니아니 구십 개                                                                       |
| T: 구십 개 있으면 애하고 똑같니?                                                                 |
| S: 예                                                                                 |

②의 교사 질문에서 ‘되려면’을 곱셈 맥락으로 해석하면 적절하지만, 덧셈 맥락으로 해석하면 오해를 일으킬 수 있다. 실제로 학생은 덧셈 맥락으로 해석하여 십에 구십을 더해 백이 된다고 말을 하고 있다. 교사는 이 문제를 인식하고 ③과 같이 십 몇 개와 백이 같은지를 묻고 있다. 여전히 학생은 덧셈 맥락으로 이를 해석하고 답변을 하고 있다. ③에서 질문의 진술 방법은 바뀌었지만 교사는 여전히 학생에게 곱셈 맥락으로 해석하여 답변하기를 원하고 있다. 이에 반하여 앞 단락의 ①은 ③과 같이 ‘되려면’을 사용했음에도 학생은 혼란 없이 덧셈 맥락으로 해석하여 정답을 말하고 있다. ①의 맥락은 학생들이 자연스럽게 교과서와 수업을 통해 배워왔던 맥락으로 답을 한 것이고, ②과 ③의 맥락은 곱셈 맥락으로 해석해야 하는 상황인 것이다.

②의 진술에서 ‘이것은 백이고 이것은 십이다.’라고 전제하는 것은 비비레모델의 전제와 동일하다. 그리고 ‘(십 모형)이 (백 모형)이 되려면 (십 모형)은 몇인가?’는 교과서에서 제시된 ‘(백 모형) 1개는 (십 모형) 몇 개와 바꿀 수 있는가?’와 같은 질문인 셈이다. 질문만을 가지고 판단할 때 이 질문은 학생들에게 ‘곱하기 10’을 요구하는 것이다. 엄밀하게 말하면 ‘곱하기 □’에서 □를 알아낼 것을 요구하는 것이다. 즉, ‘곱(100) 1개는 바나나(10) 몇 개와 바꿀 수 있습니까?’ 또는 ‘곱(100) 1개는 바나나(10) □개와 바꿀 수 있습니다.’의 문항은 학생들에게 곱셈 맥락으로 답을 요구하는 것이고 그 근거는 비비레모델로 제시한 모델 사이의 관계이다.

#### IV. 논의 및 결론

본 연구는 현행 2009 개정 교육과정에 따른 교과서 2학년 1학기 1단원 단원평가에서 비비례모형을 다루고 있다는 사실로부터 출발하여, 초등학교 2학년에서 수 개념 지도를 위한 비비례모형 사용의 교수학적 적절성을 검토하였고, 결론적으로 몇 가지 문제점을 제기할 수 있다. 교과서 분석과 학생 이해도의 두 가지 측면에서 논할 것이다.

교과서 분석 측면의 교수학적 문제는 다음과 같다.

첫째, 해당 단원의 학습은 모두 비례모형에 국한된 활동으로 이루어지고 비비례모형은 평가에서 처음 다루어진다는 점이다. 학생들은 비비례모형을 경험하지 못한 상태에서 처음으로 상징성이 내포된 비비례모형을 단원평가에서 대면함으로써 어려움이 배가되고, 원론적으로 평가가 교수·학습 활동과 연계되어야 한다는 평가의 원리가 무시되어 있다.

둘째, 비비례모형임에도 불구하고 수의 크기를 나타내는 이름표가 생략되어 있다는 점이다. 비비례모형은 모형의 크기에 관계없이 수의 크기를 상징적으로 나타내므로 반드시 그 수가 제시되어야 한다. 대표적 사례인 화폐모형에서 50원짜리 동전이 10원짜리 동전보다 크기가 작지만 상징하는 수의 크기는 반대라는 사실만으로도 비비례모형에서 그 모형이 상징하는 수 표기의 중요성은 자명하다. 실제로 역대 수학교과서에서 다루어진 비비례모형은 항상 수의 크기를 표기하는 방식으로 사용되었다. 그러나 본 연구에서 문제로 제시된 평가 문항에서는 모형 자체에 수 표기가 생략되어 있다.

셋째, 비비례모형이 처음 제시되는 시점에서 가장 어려운 수준의 유형이 제시되었다는 점이다. 앞서 비비례모형의 유형을 구분할 때 모형에 크기가 표시되지 않는 경우는 N4가 유일하다. 이 유형은 자릿값을 기초로 해야만 그 모형의 크기를 파악할 수 있다. 본 연구의 관심인 평가 문항에서 사용한 모형은 각 자리가 모두 같은 숫자인 극단적인 경우를 고려해볼 때 제시된 수에 근거하여 자릿값에 따라 해석될 것을 요구한다는 점에서 N4에 해당한다. N4 유형은 이전 3차 교과서에서 계수기를 사용하여 유일하게 한 번 등장하였을 뿐이다.

다음은 학생 이해도 측면의 교수학적 문제이다.

첫째, 비비례모형은 2학년 초기 학생들이 이해하기에는 어려운 내용이라는 점이다. 학생들은 비비례모형을 이용하여 수를 표현할 때 어려움 없이 비비례모형을 활용하여 수를 표현하는 것으로 보였다. 그렇지만 이것은 비비례모형에 대한 이해라기보다는 자릿값의 개념의 이해를 기반으로 한 것임을 보여주었다. 이에 대한 근거로 비비례모형에서 모형 간의 관계에 대한 이해도가 매우 낮았다는 사실과 모형 간의 관계를 10:1로 파악하지 못하고 1:1로 답하는 사례를 들 수 있다. 비비례모형 간의 관계를 이해하지 못한 상태에서 비비례모형을 이용하여 수를 정확하게 표현하였다는 것은 그 표현이 자릿값의 개념에 의존하였음을 반증하는 것이다.

둘째, 비비례모형의 관계를 묻는 질문은 학생에게 곱셈을 요구함을 의도하지 않지만, 곱셈을 요구하는 것처럼 보인다. 100을 학습할 때 학생들은 ‘10이 하나, 둘, 셋, ..., 열은 백’이라는 동수누가를 경험한다. 100을 학습한 이후, ‘10이 열이면 몇 입니까?’라는 질문에 100을 답할 수 있으나, 100의 학습이 미진한 경우 이 질문을 정확하게 이해하지 못한다. 이때 덧셈의 의미가 내포된 ‘10이 하나면 십, 둘이면 이십, ..., 열이면 몇입니까?’의 질문 과정을 거치면 쉽게 답변이 가능하지만, ‘10이 열이면 몇 입니까?’라는 질문이

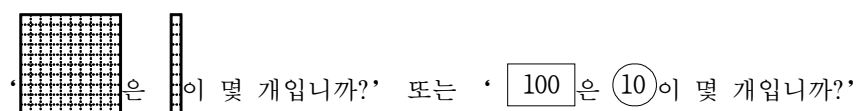
독립적으로 제시되면 학생들은 덧셈의 맥락으로 파악하지 못하게 된다. 질문 자체로만 본다면 곱셈의 맥락이므로 이 학습 내용을 파지 또는 상기하지 못한다면 학생들은 질문을 이해하지 못하게 된다. 즉, 비비레모델의 관계를 묻는 질문은 덧셈의 맥락이 상실된 상태에서 곱셈의 맥락으로 인식되기 쉽기 때문에 학생들에게 어려움을 야기하는 것이다.

이상의 논의를 종합해볼 때 수 개념 지도를 위한 교과서 장면에서 비비레모델의 활용과 관련한 몇 가지 제언을 할 수 있다.

첫째, 2학년 초기의 수 개념 지도를 위한 비비레모델의 제시는 재고의 여지가 있다. 이 시기의 학생들에게 비비레모델의 이해는 어려운 내용이다. 비비레모델의 관계를 활용하여 이해를 바탕으로 모델을 인식하는 것은 무리라고 보인다.

둘째, 2학년 이후의 학년에서 비비레모델은 내용 영역에 따라 적절하게 활용되며 적절한 방식으로 제시되어야 한다. 본 연구가 비비레모델의 등장 시점에 대한 문제제기로 출발하였지만, 그림그래프 학습 이외에는 비비레모델의 활용의 사례는 역대 교육과정의 경과에 따라 점차 줄고 있는 실정이다. 이와 같은 추세를 인식하여 학생들의 양적 사고를 필요로 하는 비비레모델의 사용 방법 및 시기에 대한 충분한 검토가 있어야 할 것이다. 예컨대, 자릿값과 연결 짓는다면 세 자리 수 이상의 덧셈과 뺄셈을 지도할 때 활용의 효과는 클 것이다. 또한 학교 현장에서의 교구 구비에 있어 비레모델보다 비비레모델이 더 편리할 수 있지만 학생의 이해를 대가로 치를 수는 없기 때문에 주의해야 할 것이다. 교과서에서 적절하게 제시되었다면 이에 대한 문제의 소지는 발생하지 않을 것이다. 따라서 비비레모델의 교육적 효과 및 학교 현장에서의 활용 편의성 도모를 위해 비비레모델의 활용 적절성을 심도 있게 검토해야 할 것이다.

셋째, 모델 사이의 관계를 묻는 질문을 포함하여야 할 것이다. 비레모델이든 비비레모델이든 수의 크기 학습 맥락에서는 수의 크기의 관계에 대한 질문을 반드시 하게 된다. 교사는 ‘100은 10이 몇입니까?’와 같은 질문에 학생들이 옳게 답하면 수의 관계를 이해하였기 때문에 모델 사이의 관계도 이해하였을 것이라고 판단하여, 다음과 같은 모델 사이의 관계를 묻는 질문은 제시하지 않는다.



비레모델인 경우에는 직관적으로 알 것이라는 기대 때문에, 비비레모델인 경우에는 수가 표기되어 있기 때문에 모델 사이의 관계가 수의 관계 질문과 동일할 것이라는 기대로 인해 이와 같은 질문이 생략되기 쉽다. 모델의 관계를 이해하는 것은 매우 어려운 문제이기 때문에 수의 크기를 직관적으로 이해하더라도 모델 간의 관계와 관련된 질문을 제시하게 되면 수의 관계 이해에 대해 확장된 인식의 기회를 제공할 것이다.



## 참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2012). **수학 3-1**. 서울: 두산동아.
- 교육부 (2001). **수학 3-가**. 서울: 대한교과서.
- 교육부 (2014a). **수학 1-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014b). **수학 3-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015). **수학 2-1**. 서울: 천재교육.
- 김관수 (2011). 한국과 중국의 초등수학 교과서의 내용과 전개방식 비교 -수 개념과 덧셈 뺄셈 영역을 중심으로-. **한국초등수학교육학회지**, 15(3), 599-617.
- 문교부 (1955). **산수 3-1**. 서울: 서울문교서적주식회사.
- 문교부 (1966a). **산수 1-1**. 서울: 국정교과서주식회사.
- 문교부 (1966b). **산수 1-2**. 서울: 국정교과서주식회사.
- 문교부 (1966c). **산수 2-2**. 서울: 국정교과서주식회사.
- 문교부 (1979). **산수 3-1**. 서울: 국정교과서주식회사.
- 심혜순 (2003). **네 자리수 개념에 대한 오류와 지도방안**. 춘천교육대학교 석사학위논문.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Common core state standards for mathematics*. [http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math\\_Standards.pdf](http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf)
- Department of Education (2013). *Mathematics programmes of study: Key stages 1 and 2*. [https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment\\_data/file/335158/PRIMARY\\_national\\_curriculum\\_-\\_Mathematics\\_220714.pdf](https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/335158/PRIMARY_national_curriculum_-_Mathematics_220714.pdf)
- English, L. D., & Halford, G. S. (1995). *Mathematics education : Models and processes*. Laurence Erlbaum Associates. 고상숙 외 (역) (2003), **수학교육론**. 서울: 경문사.
- Finnish National Board of Education (2004). *National core curriculum for basic education 2004*. [http://www.oph.fi/download/47672\\_core\\_curricula\\_basic\\_education\\_3.pdf](http://www.oph.fi/download/47672_core_curricula_basic_education_3.pdf)
- Hiebert, J., Carpenter, T.P., Fennema, E. Fuson, K.C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., Human, P.(1997). *Making sense: teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann. 김수환 외 (역) (2004), **어떻게 이해하지?**. 서울: 경문사.
- Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. Prentice-Hall. 강문봉 외 (역) (1999), **초등 수학 학습지도의 이해**. 서울: 양서원.

---

<Abstract>

Study on Applicability of Nonproportional Model  
for Teaching Second Graders the Number Concept

Kang, Teaseok<sup>5)</sup>; & Lim, Miin<sup>6)</sup>; & Chang, Hyewon<sup>7)</sup>

This study started with wondering whether the nonproportional model used in unit assessment for 2nd graders is appropriate or not for them. This study aims to explore the applicability of the nonproportional model to 2nd graders when they learn about numbers. To achieve this goal, we analyzed elementary mathematics textbooks, applied two kinds of tests to 2nd graders who have learned three-digit numbers by using the proportional model, and investigated their cognitive characteristics by interview.

The results show that using the nonproportional model in the initial stages of 2nd grade can cause some didactical problems. Firstly, the nonproportional models were presented only in unit assessment without any learning activity with them in the 2nd grade textbook. Secondly, the size of each nonproportional model wasn't written on itself when it was presented. Thirdly, it was the most difficult type of nonproportional models that was introduced in the initial stages related to the nonproportional models. Fourthly, 2nd graders tend to have a great difficulty understanding the relationship of nonproportional models and to recognize the nonproportional model on the basis of the concept of place value. Finally, the question about the relationship between nonproportional models sticks to the context of multiplication, without considering the context of addition which is familiar to the students.

Key words: nonproportional model, proportional model, number concept, place value, elementary mathematics textbooks

논문접수: 2015. 07. 15

논문심사: 2015. 08. 08

게재확정: 2015. 08. 20

---

5) mathkts@gmail.com

6) ssbin22@sen.go.kr

7) hwchang@snue.ac.kr