

한국과 미국(Harcourt Math)의 초등수학 교과서 비교 분석: 분수와 소수의 도입과 연산을 중심으로¹⁾

최근배²⁾

이 논문에서는 분수와 소수를 중심으로 미국의 초등학교 교과서인 Harcourt Math와 한국의 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 교과서를 비교 분석하였다. 분석 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 미국의 Harcourt Math와 우리나라의 교과서 모두 분수를 전체-부분의 상태를 나타내는 것으로 도입하고 있는데, 미국의 경우가 우리의 경우보다 분수의 생성원으로서의 단위분수 관념이 강하게 나타나있다. 둘째, 당연한 것으로 여길 수 있는 극단적인 양-전체를 나타내는 분수, 분모가 1인 분수-의 표현이 미국의 교과서에서 우리의 경우보다 잘 드러난다. 셋째, 분수와 관련된 용어의 도입방식에 있어서, 우리나라의 교과서는 미국의 경우에 비해서 표현의 관점보다 분류의 관점이 강하다. 넷째, 동치분수와 동치소수의 개념이 미국 교과서(Harcourt Math)에서 우리의 경우보다 자세히 다루고 있다. 끝으로, 미국의 경우는 분수와 소수를 다루는 관점이 우리의 경우보다 좀 더 수학적인 구조에 충실한 것처럼 보인다.

주제어: 분수, 소수

I. 서 론

분수(fraction)와 소수(decimal)는 오랜 시간동안 많은 학생들에게 장애물이 되어왔다. 그 이유 중 하나는 이들 수와 그 연산의 불충분한 개념적 이해의 상태에서 기호화와 계산절차를 서둘러 도입하기 때문이다(Reys, Lindquist, Lambdin & Smith, 2009). 실제로, 분수의 개념은 여러 가지의 복합적인 의미(권성룡, 2003; 정은실, 2006; Reys, Lindquist, Lambdin & Smith, 2009)를 가지고 있어서 교수·학습상의 많은 어려움을 가지고 있으며, 이에 따라 분수 학습에서 수학적 과정을 생략한 단순히 기능적인 계산 절차만을 강조하는 도구적 이해(instrumental understand; Skemp, 1989)의 경향이 강하게 나타난다.

위에서 언급한바와 같은 분수와 소수가 지닌 교수·학습상의 어려움을 해결하기 위해서 NCTM(2000)의 수와 연산영역의 기준에서 분수와 소수에 대한 개념적 접근을 강조하고 있으며 우리나라에서도 2007 개정 교육과정에서 분수의 도입시기의 조정과 분수내용의 통합 등을 통해서 분수학습 체계를 수정한바 있다(교육과학기술부, 2008).

1) 이 논문은 2013년도 제주대학교 학술연구 지원사업에 의하여 연구되었음.

2) 제주대학교 교육대학 초등교육과 수학교육전공

한편, 초등학교 수학에서의 분수 또는 소수를 중심으로 한 우리나라와 다른 나라와의 비교 연구가 꾸준히 있어왔다. 박교식 외(2004)은 남북한 초등학교 교과서에서 분수를 도입하는 과정을 분할분수(전체-부분의 관계를 의미하는 분수, 정은실, 2006, p. 125)와 동치분수로 나누어 비교하고 논의를 전개하고 있다. 서미나(2012)와 최민아(2014)는 중국과의 비교 분석을 하고 있는데, 서미나는 소수를 중심으로, 최민아는 분수를 중심으로 전반적인 분석하고 있다. 박은희(2007)와 배유경(2011)은 각각 분수와 소수를, 소수의 나눗셈을 중심으로 비교 분석하고 있다. 이정현(2005)과 조인혜(2013)는 우리나라와 미국과의 비교 분석을 하고 있다. 이정현은 3~6학년의 수와 연산단원을 중심으로, 조인혜는 소수를 중심으로 비교 분석하고 있다. 위에서 언급한 연구들 중에서 박교식 외(2004)의 논문을 제외한 모든 논문들은 세부적인 분석보다는 전반적인 분석을 하고 있다.

각 나라의 교과서들은 그 나라가 처한 입장에 따라 고유의 색깔을 지니고 있다. 따라서 두 나라의 교과서를 비교분석한다는 것은 좋고 나쁨의 문제가 아니라 단지 비교분석을 통해 교육적 시사점을 얻고자 하는 것이다. 이러한 관점을 견지하면서, 이 논문에서는 2007 개정 교육과정에 따른 초등수학 교과서(2009 개정교육과정 초등수학교과서는 2007 개정교육과정과 비교해서 교수·학습의 방법적인 측면에서는 많은 변화-스토리텔링 등-가 있었지만 순수 수학적인 측면의 교과 내용 변화가 크지 않은 점과 분수와 소수 영역이 초등고학년에 편재되어 있어 2007 개정교육 초등수학교과서를 택하였다)와 미국의 교과서(Harcourt Math)³⁾의 분수와 소수와 관련된 내용을 중심으로 비교 분석하고 우리나라 교과서의 분수 지도방식에 대한 교육적 시사점을 얻고자 한다. 여기서 분석의 초점은 선행논문들과는 달리 전반적인 분석이 아닌 분수와 소수의 도입방식 및 연산을 보는 수학적 관점을 바탕으로 두 교과서의 차이점을 세부적으로 분석 논의한다.

II. 분석의 관점

이 장에서는 두 교과서 비교분석의 초점인 분수와 소수의 도입방식 및 연산을 보는 수학적 관점에 바탕이 되는 이론적인 배경을 알아본다. 구체적으로, 분수와 소수의 도입방식 및 연산의 수학적 배경이 되는 유리수의 개념을 알아보고, 또한 분수와 소수의 연산 과정에서 자주 접하는 귀납적 추론(inductive inference)과 관련된 일반화의 개념을 살펴본다.

1. 유리수

역사적으로 보면 분수(fraction)의 개념이 유리수(rational number)보다 먼저 발생(정은실, 2006)했으며 유리수는 나중에 수학적으로 구조화된 대수체계이다. 학교수학에서는 유리수라는 대수체계를 적절한 교수학적 변환(didactic transposition)과정을 거쳐 학생들에게 제공된다. 일반적으로, 어떤 대상들을 모으고, 어떤 기준에 따라 대상들을 분류하고, 분류된 대상들끼리 연산을 어떻게 할 것인가의 문제가 대수를 다루는 기본 골격으로 볼 수 있다.

일반적으로 분수의 범위가 유리수보다 크지만 초등학교 수학에서는 수의 관점에서 보면

3) Harcourt Math가 미국 초등학교 교과서를 대표한다고 할 수는 없지만, NCTM의 기준을 따르고 있는 교과서이고 또한 이 논문이 단지 분수와 소수에 대한 교육적인 시사점을 얻기 위한 것이기 때문에 이 교과서를 택하였다.

분수와 유리수는 같은 개념이다. 유리수는 정수의 확장의 관점에서 다음과 같이 정의된다.

정수의 집합을 Z 라고 하고, 집합 $Z \times (Z \setminus \{0\})$ 에서의 관계(relation) \sim 를 다음과 같이 정의한다. 임의의 두 순서쌍 $(a, b), (c, d) \in Z \times (Z \setminus \{0\})$ 에 대하여, $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$. 이때 \sim 는 $Z \times (Z \setminus \{0\})$ 에서 동치관계(equivalent relation)가 됨을 쉽게 알 수 있다. 따라서 집합 $Z \times (Z \setminus \{0\})$ 는 동치류들로 분할된다. 각 원소 $(a, b) \in Z \times (Z \setminus \{0\})$ 의 동치류를 $[(a, b)]$ 로 나타내면, 상집합(quotient set)은

$$Q = Z \times (Z \setminus \{0\}) / \sim = \{[(a, b)] : (a, b) \in Z \times (Z \setminus \{0\})\}$$

이 고 상집합의 원소인 각 동치류 $[(a, b)]$ 를 유리수(rational number)라고 한다. 임의의 $(a, b), (a', b'), (c, d), (c', d') \in Z \times (Z \setminus \{0\})$ 에 대하여, 만일 $(a, b) \sim (a', b')$ 이고 $(c, d) \sim (c', d')$ 이면

$$(ad+bc, bd) \sim (a'd'+b'c', b'd') \text{ 이고 } (ac, bd) \sim (a'c', b'd')$$

따라서 덧셈 $[(a, b)] + [(c, d)] = [(ad+bc, bd)]$ 과 곱셈 $[(a, b)] \times [(c, d)] = [(ac, bd)]$ 은 잘 정의된 이항연산이 되며, 대소 관계는 $[(a, b)] \leq [(c, d)] \Leftrightarrow ad \leq bc$ 로 정의된다. 또한 정수의 집합 Z 는 집합 $\{[(m, 1)] \mid m \in Z\}$ 으로 동일시 할 수 있다.

위와 같은 유리수의 구성에서 볼 수 있는 핵심적인 개념은 ‘정수의 확장으로서의 유리수’, ‘동치개념’ 그리고 ‘연산과 대소 관계’ 라고 할 수 있다. 이러한 개념들이 초등학교 분수영역에서 어떻게 다루어지고 있는가의 문제가 이 논문에서의 분석대상이다. 실제로, 정수의 확장으로서의 유리수는 정수를 유리수 관점에서 어떻게 볼 것인가의 문제와 관련되어 있다. 특히, 초등수학에서는 유리수를 분수의 관점(등분할의 관점)에서 다루기 때문에, 극단적인 양, $n = \frac{n}{1}$, $0 = \frac{0}{n}$ 을 이해하기 힘들다. 그리고 연산과 대소 관계는 동치개념과 연관되어 있음을 볼 수 있다.

2. 일반화

일반화는 추상화와 더불어 개념 형성의 과정에 자주 언급된다. 일반화의 사고는 주어진 문제에 대한 적용 가능한 일반성을 찾아낸다거나 또는 해결된 문제를 바탕으로 이를 포함하는 집합 전체에서 성립하는 일반성을 구하려고 할 때 작용하는 사고를 의미한다. 일반화는 어떤 대상에 대한 고찰로부터 이 대상을 포함하는 집합 전체에 대한 고찰로의 이행이라고 할 수 있다(강문봉 외, 2012). 수학교육에서 유용한 일반화는 두 가지 측면으로 나누어 생각할 수 있다.

하나는 ‘주어진 문제 상황을 우리가 알고 있는 내용 중에서 어디에 적용할 것인지 결정하는 것’, 다른 하나는 ‘구체적이고 특별한 내용들로부터 추상화하여 내용들 사이의 관계, 유사성 등을 찾아 본질적인 것을 무엇인지 결정하는 것’ 이다(서보억, 2008; 김동근, 2011, p.7에서 재인용).

일반화와 관련하여 한인기(2006)는 어떤 범주의 대상들을 비교하면서 대상들의 외적으로 동일한, 공통의 성질들을 찾아내고 추출하며, 이들을 언어적으로 표현하는 과정을 통해 이

루어지는 일반화를 경험적 일반화(empirical generalization)라고 언급하고 있다. 실제로, 경험적 일반화는 외형적으로 관찰할 수 있는 수학적 대상 또는 현상으로부터 유사한 성질이나 관계를 찾아 개념을 만드는 작용이다. 또한 그는 현상이나 대상의 본질적인 추출과 관련된 개념이 이론적 일반화(theoretical generalization)라고 제시하고 있다.

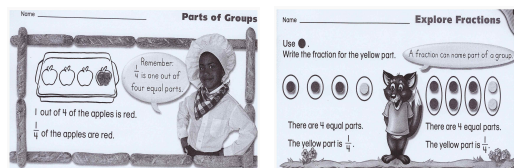
초등수학에서 수학내용의 전개는 일반화의 과정이 바탕을 이루고 있다. 예를 들어, 분수끼리의 연산은 주로 진분수끼리의 연산을 차시로 도입하고, 그 후 가분수가 포함된 연산은 진분수끼리의 연산에서 형성된 개념을 바탕으로 일반화하여 사용하는 경향이 많다. 특히, 초등학교 수학에서는 귀납적인 추론의 사고를 많이 하므로, 학습에 있어서 이론적 일반화의 과정보다 경험적 일반화의 과정이 많이 나타난다.

Ⅲ. 교과서 분석 및 논의

이 장에서는 앞선 장에서 논의된 분석의 관점을 바탕으로, 순수 수학에서 대수적인 구조를 도입하는 일반적인 순서인 대상들의 모임을 만들고, 이 모임에서 두 대상의 동일시(identification)와 관련된 동치(equivalent)를 도입하고, 그 후 연산을 도입하는 순서에 입각하여, 두 교과서의 비교 분석과 동시에 논의를 하고자 한다. 특히, 연산은 주로 일반화의 관점과 관련하여 논의 한다.

1. 분수의 도입

미국의 교과서(Harcourt Math)에서는 분수개념 형성을 위한 교수·학습에 단위분수 개념이 바탕으로 자리 잡고 있다. 실제로, 분수개념 형성을 위한 기본적인 활동 교구로서 분수막대(fraction bars)를 사용하고 있다. 분수막대는 전체(1)의 막대를 기준으로 모든 막대가 단위분수를 나타내는 막대들로 구성되어 있다. 분수의 도입은 단위분수를 먼저 도입하고 그 후 진분수를 도입하고 있다. 구체적으로 살펴보면, 단위분수 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ 을 전체-부분의 관점에서 연속량의 모델을 먼저 그 후 이산량의 모델([그림 1] 참조)을 사용하여 도입하고 있다.



[그림 1] 모임의 부분

(Evan M. Maletsky et al., 2002a, p. 361; Evan M. Maletsky et al., 2002b, p. 349)

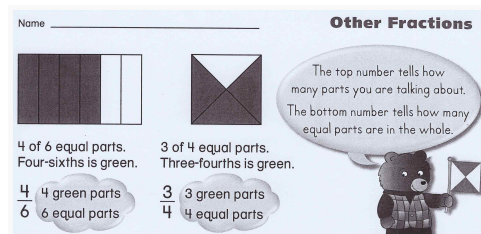
진분수인 경우도 단위분수가 몇 개인가의 관점이 분수 용어에서 드러나 있다. 실제로,

- 4) $\frac{1}{3}$ 보다 $\frac{1}{4}$ 을 먼저 도입하는 이유는 막대의 3조각보다 4조각의 등분할이 용의하기 때문인 것 같다.

[그림 2]와 같이 진분수 $\frac{3}{4}$ 은

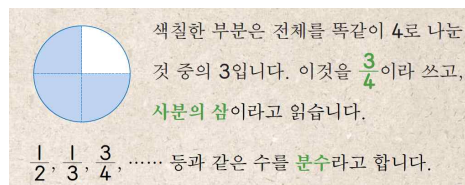
- ‘4개의 등분할 조각 중의 3개(3 of 4 equal parts)’
- ‘3개의 $\frac{1}{4}$ (three-fourths⁵⁾’

의 의미로 도입하고 있다. 그러나 우리의 관점 ([그림 3] 참조)에서는 ‘3개의 $\frac{1}{4}$ ’의 의미가 잘 드러나지 않으며 또한 이러한 관점에서의 $\frac{3}{4}$ 은 차시를 달리하여 단지 등분모 분수의 크기비교를 위한 수단으로 도입된다.



[그림 2] 진분수 (Evan M. Maletsky et al., 2002b, p. 339)

우리나라 교과서의 경우는 [그림 3]과 같이 분수를 단위분수와 진분수를 동시에 ‘전체-부분’의 관점으로 도입하고 있으며, 주로 활동이 연속량에 편중되어 있다.



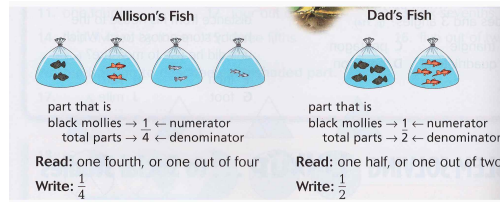
[그림 3] 분수의 정의 (교육과학기술부, 2012a, p. 81)

이산량의 경우는 ‘전체-부분의 상태’를 나타내는 관점인 미국의 경우([그림 1] 참조)와는 달리 ‘측정의 의미’가 내포된 상태로 도입하고 있다. 예를 들어, 미국의 경우인 [그림 1]에서는 $\frac{1}{4}$ 이 ‘4개의 묶음 중 하나’라는 전체-부분의 상태를 나타내고 있지만, 우리 교과서의 관점에서는 다음과 같이 측정(개수: 절대적인 측도)의 의미가 내포되어 있다.

- ‘8의 $\frac{1}{4}$ 을 알아봅시다.’로 도입하고,
- ‘8의 $\frac{1}{4}$ 은 얼마라고 생각합니까?’를 발문한다.

5) A fourth is one of four equal parts of something (Collins Cobuild Advanced Learner’s English Dictionary (6th Edition), HarperCollins Publishers, 2009).

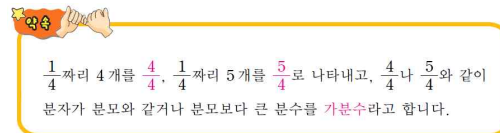
또한 우리의 경우는 미국의 경우6)([그림 4])와는 달리 다양한 묶음활동이 많이 나타나 있지 않다. 따라서 학생들은 ‘12는 18의 얼마인지 알아봅시다.’ (교육과학기술부, 2012b, p. 99)라는 활동에 많은 어려움을 느낀다. 실제로, 이 활동은 묶음화되어 있지 않은 전체가 주어지고 부분의 크기를 분수로 나타내는 문제(부분분수 스키마, partitive fractional scheme; Norton & Wilkins, 2009; Hackenberg, 2007; Steffe, 2002)로 등분할 상태에서 몇 개를 잡아내는 정신적 활동(전체-부분 스키마, parts-whole fractional scheme; Norton & Wilkins, 2009; Steffe, 2003)의 분수를 찾는 문제보다는 훨씬 어려운 문제이다⁷⁾



[그림 4] 모임의 부분세기 (Evan M. Maletsky et al., 2002c, p. 416)

2. 단위를 나타내는 분수

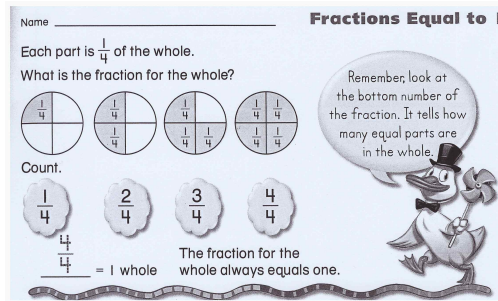
우리의 초등학교 교과서에서는 ‘단위를 나타내는 분수’를 구체화하여 도입하고 있지 않다. 단지 가분수를 도입할 때 ‘단위를 나타내는 분수’가 직관적으로 드러나 있다([그림 5] 참조). 이 때문에 교사들은 자신의 입장에서 당연히 학생들이 이것을 알고 있으리라 생각하고 무심코 지나쳐 버릴 수 있다. 그리고 단위를 나타내는 분수의 도입시기와 관련하여, 맥락적인 측면에서 보자면 가분수를 도입 할 때 보다 분수의 도입시기인 저학년의 ‘전체-부분의 관계’에서 전체(단위)를 나타내는 분수를 도입하는 것이 좋다.



[그림 5] 가분수 (교육과학기술부, 2012c, p. 96)

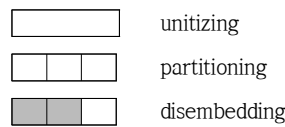
미국(Harcourt Math)의 경우는 [그림 6]에서처럼 ‘Fractions Equal to 1’로 구체화 하여 도입하고 있다.

- 6) 미국의 경우는 이산량에 대한 활동을 연속량의 활동과 동등하게 취급하고 있다. 이를 보면, 장을 달리하면서 연속량인 경우는 ‘Parts of a Whole’, 이산량인 경우는 ‘Parts of a Group’으로 전체-부분의 개념으로 분수를 다루고 있다.
- 7) 부분 분수 스키마는 전체에 대한 부분의 상대적 크기를 알아내기 위해서 단위분수의 반복(iterating) 조작이 핵심이다. 단지 전체-부분 분수 스키마만을 가진 학생들은 반복 가능한 분수 단위(iterable fractional unit)로서의 단위분수(unit fraction)를 구성에 어려움을 겪는다(Steffe, 2003; Norton & Wilkins, 2009, p. 152에서 재인용). 이를 보면, 분수 $\frac{3}{4}$ 을 전체에서 등분할된 4개 중에 3개의 의미로만 알고 있는 학생은 이를 $\frac{1}{4}$ 의 3회 반복으로서의 분수로 이해하기 힘들다.



[그림 6] 전체를 나타내는 분수 (Evan M. Maletsky et al., 2002b, p. 343)

대분수 개념을 다룰 때 단위의 개념을 심어 주기 위해서라도 이러한 활동이 필요하다고 생각된다. 실제로, 분수개념에서 가장 먼저 시작하는 활동이 단위화하기(unitizing)이다. 이를 떼면 한 단위 전체를 무엇으로 볼 것인가? 전체-부분의 스키마([그림 7])의 첫 번째 사고활동이 바로 단위화하기다.



[그림 7] 전체-부분 스키마 (Norton & Wilkins, 2009; Steffe, 2003)

3. 분수와 관련된 용어

우리나라의 경우 분수와 관련된 수학적 용어로서 ‘진분수’, ‘가분수’ (단위분수의 개수 개념으로 도입; [그림 5] 참조), ‘대분수’를 사용하고 있다. 먼저, 진분수의 용어를 도입하고 그 후 차시를 달리하여 가분수와 대분수의 용어를 도입하는 순서를 따르고 있다. 관계적 이해의 관점을 중시한다면 같은 차시에서 동시에 도입하는 것이 좋을 것 같다. 즉, 분수를 진분수와 가분수로 분류하는 관점에서 동시에 도입하고, 그 후 대분수를 도입하는 순서를 따르는 것이 좋다(각주 9 참고).

우리가 분석하고 있는 미국 교과서(Harcourt Math)의 경우는 진분수(proper fraction)와 가분수(improper fraction)⁸⁾의 용어를 사용하지 않으며, 수학적 용어로 분수(fraction)와 대분수(mixed number 또는 mixed fraction)의 용어만 사용하고 있다⁹⁾.

8) 가분수는 미국교과서(Harcourt Math)에서 수학용어의 관점에서 도입하고 있지는 않지만 초등학교 고학년에서 대분수를 다룰 때 문장 중에 가분수 용어에 대한 언급은 있다: A fraction greater than 1 is sometimes called an improper fraction.

9) 두 나라 교과서 모두 전체-부분의 관점에서 분수라는 수학적 용어가 도입된다. 여기서 전체-부분의 관점에서 만들어 질 수 있는 분수의 형태는 $\frac{0}{n}$, $\frac{m}{n}$ ($0 < m < n$), $\frac{n}{n}$ 이기 때문에, 분수는 세 가지 형태 모두를 포함하는 포괄적인 의미를 담고 있다고 볼 수 있다. 이로부터 파생되는 문제를 살펴보자. 대분수를 우리의 경우 ‘자연수와 진분수로 이루어진 분수’로, 미국의 경우는 ‘범자연수(0과 자연수)와 분수로 이루어진 수’로 도입한다. 따라서 우리의 경우와는 달리 미국의 경우에는 진분수도 범자연수도 대분수 표현이 가능하다. 예를 들어, $\frac{1}{2} = 0\frac{1}{2}$, $2 = 1\frac{2}{2}$. 그러므로 미국의 경우 대분수는 분수를 분류하는 용어이기 보다는 분수의 표현과 관련된 용어로 보는 것이 좋

4. 동치분수

미국 교과서(Harcourt Math)는 도형의 합동개념을 초등학교 저학년에 일찍 도입하는 것처럼 동치분수 개념을 분수연산이 도입되기 이전에 도입하고 있다. 이러한 관점은 순수수학의 접근 방식을 그대로 따르고 있다고 볼 수 있다. 일반적으로, 수학에서 대수적 구조를 만들 때 먼저 특정 대상들의 모임을 만들고 그 후 주어진 기준에 따라 두 대상이 같은지 다른지의 동치개념(equivalence)을 도입하고 끝으로 연산을 도입하고 연산과 관련된 성질을 조사하는 방식을 따른다.

우리 교과서는 미국의 경우와는 달리 이분모 분수들 사이의 연산을 도입하기 직전에 동치분수 개념을 도입하고 있다. 이러한 도입방식을 비판적인 관점에서 보면, 수학적 대수적인 구조를 등한시한, 동치분수의 개념이 단지 이분모 분수의 연산을 위한 도구로만 삼입된 것처럼 보인다.

분수개념의 다양한 의미의 바탕에서 두 가지의 강력한 개념인 분할(partitioning)과 동치(equivalence)가 있다(Reys, Lindquist, Lambdin & Smith, 2009). 그 중 동치의 개념은 주어진 양의 다양한 표현과 관련된 것이다. 실제로, $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{4}$ 는 양의 범주에서는 같은 것이지만 분수의 범주에서는 다른 것이다. 어떤 문제가 분수를 묻는 문제이면 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{4}$ 는 다른 답이지만 양을 묻는 문제이면 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{4}$ 는 같은 답이다. 그러나 가끔씩 교사들도 동치(equivalence)의 의미와 같음(equal)의 의미를 착각하는 경우가 있다. 동치는 분수 범주 내에서 관계(relation)¹⁰⁾의 문제이고 같음(=)은 양의 범주에서의 문제이다. 따라서 동치분수를 학교수학에서 어떻게 도입할 것인가의 문제를 고려해 볼 필요가 있다.

5. 분수의 연산

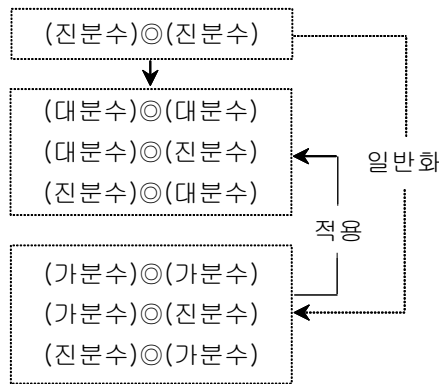
우리나라 교과서의 경우 차시 목표를 도입할 때 학습 목표와 어긋나는 내용을 다루는 경우가 종종 있다. 특히, 가분수가 포함된 두 분수의 연산을 다룰 때 자주 발생한다. 예를 들어, ‘대분수와 자연수의 곱셈을 할 수 있어요.’ 라는 차시에 ‘가분수×자연수’의 내용을 설명 없이 계산의 과정에서 다루고 있다.

미국(Harcourt Math)의 경우는 가분수를 수학적 용어로 도입하고 있지 않아서 차시 목표와 다루는 내용이 어긋나는 문제가 우리의 경우보다 덜 발생한다.

일반적으로 두 나라의 교과서에서의 분수끼리의 연산은 진분수끼리의 연산, 대분수와 진분수의 연산의 순서를 따르는데, 가분수가 포함된 연산은 진분수끼리의 연산에서 얻은 계산방법을 그대로 ‘일반화’ 하여 사용한다([그림 8] 참조).

다. 분류의 관점으로 본다면 우리 교과서가 채택하고 있는 진분수(proper fraction)와 가분수(improper fraction)의 용어가 더 적절하다. 물론 우리 교과서에 드러나 있지 않지만 $\frac{0}{n}$ 을 진분수로 허용한다면 모든 가분수는 대분수 표현이 가능(예를 들어, $2 = 2\frac{0}{2}$)하며, 진분수와 대분수로 분수의 분류가 가능하다. 따라서 우리나라의 교과서가 미국의 교과서(Harcourt Math)보다 좀 더 분류의 관점이 강하다.

10) $\frac{a}{b} \equiv \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

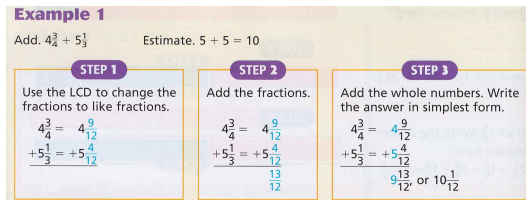


[그림 8] 분수의 이항연산 절차

가. 분수의 덧셈과 뺄셈

1) 대분수가 포함된 덧셈과 뺄셈

미국(Harcourt Math)에서는 대분수가 포함된 경우를 계산할 때 우리의 경우보다 세로셈 형태([그림 9] 참조)를 많이 취하는 경향이 있다. 자연수의 덧셈·뺄셈 연산에서 자리값을 맞추기 위해 세로셈의 형식을 만드는 활동과 통합해서 다루려는 생각이 있음을 알 수 있다.



[그림 9] 대분수의 세로셈 (Evan M. Maletsky et al., 2002e, p. 340)

또한 미국의 교과서(Harcourt Math)에서는 대분수가 포함된 덧셈과 뺄셈의 경우 우리나라와는 달리 대분수를 가분수로 고쳐서 계산하는 방법은 도입하고 있지 않다.

우리나라 교과서에서는 대분수가 포함된 연산에서 대분수를 가분수로 고쳐서 연산하는 것을 계산방법의 하나로 자주 사용하고 있지만, 특이하게 동분모 대분수를 포함하는 뺄셈에서 대분수를 가분수로 고쳐서 계산하는 활동이 없다¹¹⁾. 기왕에 수학적 용어로 가분수를 도입하여 사용한다면 일관성을 위해서라도 대분수를 가분수로 고쳐서 뺄셈하는 방법을 도입하는 것이 좋을 것 같다.

2) (가분수)±(가분수)

우리나라의 교과서에서는 ‘(가분수)±(가분수)’의 경우는, 실제적인 활동 없이 앞선 차시인 ‘진분수끼리의 덧셈·뺄셈’에서의 계산 방법을 그대로 일반화하여 사용한다.

11) 일반화의 관점을 견지하고 있거나 또는 이분모 분수에서 다루는 체계를 염두에 두고 있는 것처럼 보인다.

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{4} = \boxed{\frac{7}{4} + \frac{10}{4}}, \quad 1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{5} = \boxed{\frac{3}{2} + \frac{12}{5}}$$

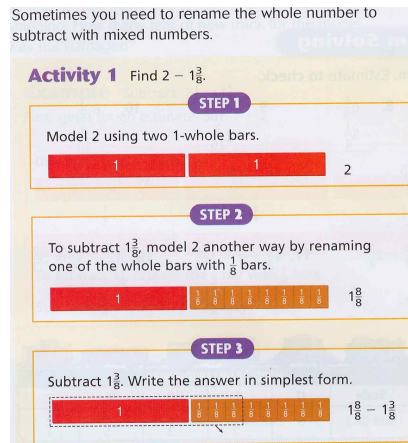
미국의 교과서(Harcourt Math)에서는 수학적 용어로서 가분수(improper fraction)를 사용하지 않기 때문에 ‘(가분수)±(가분수)’를 대분수가 포함된 덧셈·뺄셈의 도구로 사용하지는 않는다.

3) (자연수)-(진분수)

우리나라 교과서에서는 ‘(자연수)-(진분수)’의 활동을 ‘분모가 같은 진분수의 뺄셈을 할 수 있어요.’의 차시에서 도입해서 다루고 있다. 예를 들어, 자연수가 진분수가 아님에도 불구하고 이 차시에서 아래의 예처럼 다루고 있다.

$$1 - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{3}{3} - \frac{2}{3}}$$

그리고 ‘(자연수)-(대분수)’, ‘(자연수)-(가분수)’의 형태를 다루는 활동이 없다. 미국(Harcourt)의 경우는 ‘Subtraction with Renaming’의 활동으로 도입하고 있다([그림 10]참고).



[그림 10] 다른 이름으로 바꾸어 빼기 (Evan M. Maletsky et al., 2002e, p. 338)

나. 분수의 곱셈

1) (가분수)×(자연수)

우리나라의 교과서에서는 ‘(가분수)×(자연수)’의 경우 실제적인 활동 없이 ‘대분수와 자연수의 곱셈을 할 수 있어요.’라는 차시에 나타나 있는데, 앞선 차시인 ‘진분수와 자연수의 곱셈’에서의 계산 방법을 그대로 일반화하여 사용한다.

$$2\frac{1}{4} \times 3 = \boxed{\frac{9}{4} \times 3 = \frac{27}{4}}$$

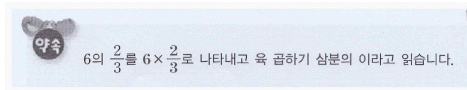
한국과 미국(Harcourt Math)의 두 교과서 모두 승수가 자연수인 경우 주로 동수누가의 모델을 사용한다. 실제로, (진분수)×(자연수)의 경우도 동수누가의 모델을 따르고 있으며 이로부터 계산방법을 유도하고 있다. 만일 분수를 단위분수의 개수로 해석하면 직사각형 모델([그림 12] 참조)이 ‘(진분수)×(자연수)’와 ‘(가분수)×(자연수)’의 계산을 설명할 수 있는 공통모델이 될 수 있다. 또한 이 모델은 ‘(대분수)×(자연수)’의 계산 방법을 유도하는데 유용하게 사용될 수 있다.

2) (자연수)×(가분수)

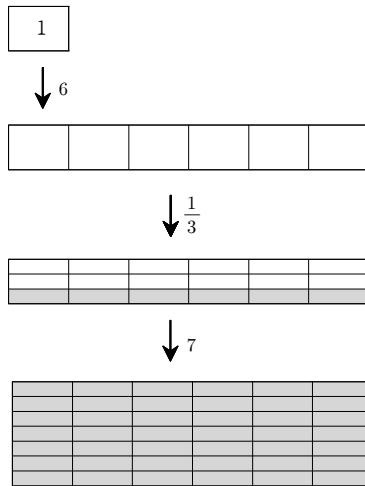
우리나라의 교과서에서는 ‘(자연수)×(가분수)’의 경우에 실제적인 활동 없이 ‘자연수와 대분수의 곱셈을 할 수 있어요.’라는 차시에 나타나 있는데, 앞선 차시인 ‘자연수와 진분수의 곱셈’에서의 계산 방법을 그대로 일반화하여 사용한다.

$$6 \times 2\frac{1}{3} = 6 \times \frac{7}{3} = \frac{42}{3}$$

일반적으로 곱하는 수가 분수인 경우는 연산자관점의 상황으로 해석을 많이 한다. 실제로 (자연수)×(진분수)의 경우 [그림 11]과 같이 연산자관점의 해석, 즉 ‘(자연수)의 (진분수)배’로 이해한다.



[그림 11] 6의 $\frac{2}{3}$: $6 \times \frac{2}{3}$ (교육과학기술부, 2012d, p. 52)



[그림 12] 두 조作的 결합¹²⁾: $6 \times \frac{7}{3} = (6 \times \frac{1}{3}) \times 7 = \frac{42}{3}$

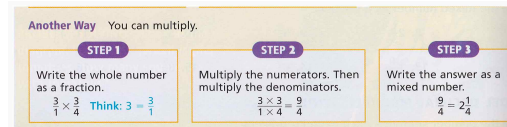
12) 곱셈은 주로 동수누가의 관점으로 소개된다. 동수누가의 개념은 자연수에서는 잘 적용되지만 분수의 경우에는 적용이 잘 되지 않는다. 따라서 자연수나 분수의 곱셈에 공통으로 사용할 수 있는

만일 분수를 단위분수의 개수로 해석하면 [그림 12]와 같은 직사각형 모델이 ‘(자연수)×(진분수)’와 ‘(자연수)×(가분수)’의 계산을 설명할 수 있는 공통모델이 될 수 있다. 또한 이 모델은 ‘(자연수)×(대분수)’의 계산 방법을 유도하는데 유용하게 사용될 수 있다.

미국(Harcourt Math)의 경우 교환법칙을 ‘Fact family¹³⁾’의 관점에서 취급하기 때문에 우리나라처럼 (분수)×(자연수)와 (자연수)×(분수)를 구분해서 활동하지는 않고 있다.

$$3) \text{ 자연수} = \frac{\text{자연수}}{1}$$

미국(Harcourt Math)의 경우 분수끼리의 곱셈을 하는 기본원리인 ‘분자는 분자 끼리’, ‘분모는 분모 끼리’ 곱하는 방법을 자연수와 분수의 곱셈에서도 사용하여 분수끼리의 곱셈원리를 통합적으로 보고 있다. 즉, 우리 교과서에서 거의 사용하지 않는 ‘자연수 = $\frac{\text{자연수}}{1}$ ’의 관념을 도입하여 자연수와 분수의 곱셈에 사용하고 있다([그림 13] 참조).



[그림 13] $3 = \frac{3}{1}$ (Evan M. Maletsky et al., 2002e, p. 348)

4) (가분수)×(가분수)

우리나라 교과서에서는 ‘(가분수)×(가분수)’의 경우는 실제적인 활동 없이 ‘대분수와 대분수의 곱셈을 할 수 있어요.’의 차시에서 다루고 있는데, 앞선 차시인 ‘진분수와 진분수의 곱셈’에서 유도된 계산방식을 그대로 일반화하여 사용하고 있다.

$$2\frac{2}{5} \times 1\frac{3}{4} = \frac{12}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{12 \times 7}{5 \times 4}$$

이 경우에도 조작 활동으로서 [그림 12]와 같은 직사각형 모델이 유용하게 사용될 수 있다.

미국(Harcourt)의 경우에는 수학적 용어로 가분수를 도입하고 있지 않지만 대분수끼리 곱셈에서 ‘1보다 큰 분수로서 두 대분수를 재이름화(Rename both mixed numbers as fractions greater than 1)’의 관점에서 가분수를 사용하여, 우리의 경우와 마찬가지로, ‘진분수와 진분수의 곱셈’에서 유도된 계산방식(‘분자는 분자 끼리, 분모는 분모 끼리’ 곱하는 방법)을 그대로 일반화하여 사용하고 있다.

곱셈개념이 ‘두 조작의 결합’이다(Skemp, 1989). 두 나라교과서 모두 분수곱셈의 계산 원리유도에 바탕이 되는 (진분수)×(진분수)의 활동이 바로 두 조작의 결합으로 볼 수 있다.

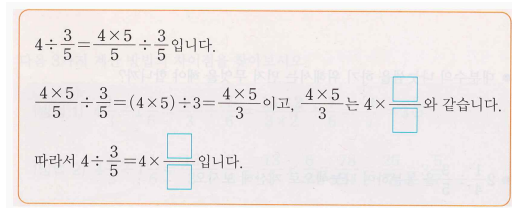
13) a, b, c : fact family; $a \times b = c$, $b \times a = c$, $c \div a = b$, $c \div b = a$

다. 분수의 나눗셈

1) 기본적인 관점

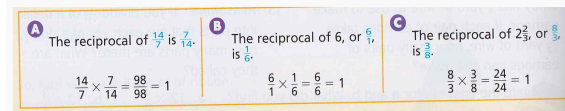
가) 나눗셈 상황

분수의 나눗셈에서 제수가 분수인 경우 두 나라 모두 포함제 관점의 상황으로 인식하고 있다. 또한 이 경우 제수의 역수를 곱하는 원리를 도입할 때 우리나라의 경우는 [그림 14]와 같이 형식적인 식의 조작방법을 따르고 있다.



[그림 14] 형식적 조작 (교육과학기술부, 2012e, p. 11)

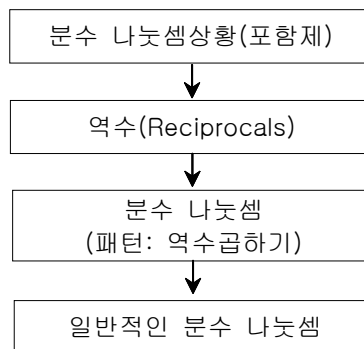
그러나 미국(Harcourt Math)의 경우는 먼저 수학적 용어인 ‘역수(reciprocal)’ 개념을 도입([그림 15])하고, 귀납적인 방식으로 분수 나눗셈 원리([그림 17] 참조)를 학습한다.



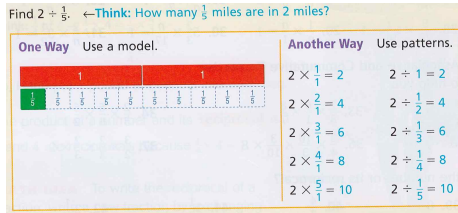
[그림 15] 역수 (Evan M. Maletsky et al., 2002e, p. 364)

나) 기본적인 구성

우리나라의 교과서는 주제를 나눗셈 형태에 따라 난이도를 고려한 내용도입의 순서를 따르고 있는 반면 미국의 교과서(Harcourt Math)는 [그림 16]에서처럼 우리의 경우보다 차이를 세분화하지 않고 기본원리에 따른 계산위주의 도입방법을 취하고 있으며, 계산상의 편리성을 위해서 미국의 교과서(Harcourt Math)는 기본적으로 수학적 용어로 가분수(improper fraction)를 도입하고 있지 않지만 ‘대분수의 재이름화’로 도입하여 사용하고 있다.



[그림 16] 미국(Harcourt Math)에서 분수 나눗셈의 내용구성 순서



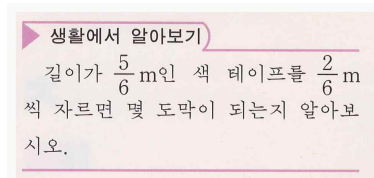
[그림 17] $2 \div \frac{1}{5} = 2 \times 5$ (Evan M. Maletsky et al., 2002e, p. 366)

2) (가분수)÷(자연수)

우리나라 교과서에서는 덧셈·뺄셈·곱셈의 경우 차시로 가분수가 포함된 경우를 다루고 있지 않지만 특이하게 분수 나눗셈에서는 분수의 계수가 자연수인 경우 ‘(가분수)÷(자연수)의 계산을 할 수 있어요.’를 차시로 도입하고 있다. 이는 다음 차시인 (대분수)÷(자연수)의 계산의 편리를 위해서 차시로 도입되어 있는 것 같다. 분수 곱셈의 도입방식을 고려해보면 (가분수)÷(자연수)의 계산은 (대분수)÷(자연수)의 차시에서 도입하고 또한 (진분수)÷(자연수)의 차시에서 얻은 계산 방법을 그대로 일반화 하여 사용하는 것이 좀 더 일관적일 수가 있다.

3) 동분모인 진분수끼리의 나눗셈

우리나라의 경우 동분모인 진분수끼리의 나눗셈은 피제수의 분자가 제수의 분자의 배수가 되는 경우를 예로 포함제의 상황으로 해석하고, 결국 결과가 (피제수의 분자)÷(제수의 분자)로 귀착되는 것으로 설명하고 있다. 이로부터 피제수의 분자가 제수의 분자의 배수가 되지 않는 일반적인 동분모인 분수끼리의 나눗셈으로 그대로 일반화하고 있다. 현재 분석하고 있는 개정 7차 교육과정과는 달리 7차 교육과정에서는 [그림 18]과 같이 후자의 경우로 활동을 도입했었다.



[그림 18] $\frac{5}{6} \div \frac{2}{6}$ (교육과학기술부, 2007, p. 6)

4) 가분수가 포함된 분수끼리의 나눗셈

우리나라의 경우 가분수가 포함된 분수끼리의 나눗셈은 ‘대분수의 나눗셈을 할 수 있어요.’라는 차시에서 ‘(진분수)÷(진분수)의 곱셈’ 차시에서 배운 계산 방법을 그대로 일반화하여 사용하고 있다([그림 19] 참조).

$$4\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6} = \frac{13}{3} \div \frac{7}{6} = \frac{13 \times 2}{3 \times 2} \div \frac{7}{6} = \frac{26}{7} = 3\frac{5}{7}$$

$$4\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6} = \frac{13}{3} \div \frac{7}{6} = \frac{13}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{78}{21} = \frac{26}{7} = 3\frac{5}{7}$$

[그림 19] (가분수)÷(가분수) (교육과학기술부, 2012e, p. 13)

6. 소수의 도입

우리나라의 경우 초등수학교과서의 전반적인 특징인 작은 주제 중심의 도입방법에 따라 소수를 도입하고 있다. 먼저 소수점 이하 한자리의 소수를 도입하고 전반적인 개념(소수를 쓰고, 읽고, 크기비교)을 알아보고, 그 후 소수점 이하 두 자리, 세 자리의 소수를 도입하여 전반적인 개념을 다루고 있다. 반면, 미국(Harcourt Math)의 경우는 우리의 경우보다 좀 더 포괄적으로 접근하고 있다. 먼저, 소수점이하 한자리, 두 자리의 소수를 도입한 후 전반적인 개념을 다루고 있다. 이에 따라, 활동에 사용되는 모델의 차이점도 나타난다. 우리나라의 경우 주로 소수점 이하 한자리의 소수를 도입에 ‘막대형’을 소수점 이하 두 자리의 경우에는 ‘정사각형’의 모델로 구분하여 사용하고 있지만, 미국(Harcourt Math)의 경우는 포괄적인 소수의 도입방식에 따라 ‘정사각형’의 모델이 주로 사용된다. 따라서 미국(Harcourt Math)의 경우는 우리보다 관계적 이해가 용의할 수 있다. 또한 미국의 경우 소수의 표현이 십진기수법 체계를 따른다는 의미를 주기 위해서 [그림 20]과 같이 소수의 표현에서 ‘expanded form’을 다루고 있다.

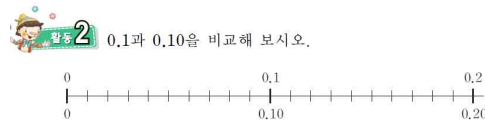
ONES	TENTHS	HUNDRETHS
2	4	6

standard form: 2.46
 word form: two and forty-six hundredths
 expanded form: 2.0 + 0.4 + 0.06
 2.46 is the same as 2 ones 4 tenths 6 hundredths.

[그림 20] 소수 (Evan M. Maletsky et al., 2002c, p. 458)

7. 동치소수

우리나라의 경우 동치소수(equivalent decimal)라는 용어 대신에 같은 크기의 소수라는 의미를 간단하게 [그림 21]과 같이 수직선의 모델을 사용하여 도입하고 있다.

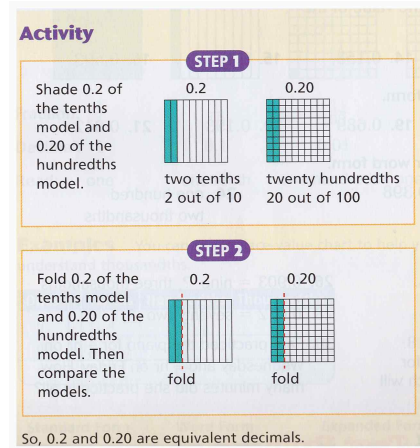


[그림 21] 0.1 = 0.10 (교육과학기술부, 2012c, p. 113)

미국(Harcourt)의 경우는 동치소수를 수학적 용어로 도입해서 사용하고 있다. 또한 [그림 22]와 같이 정사각형의 모델을 사용하여 개념적 해석을 하고 있다.

초등학생들에게 ‘소수 0.1과 소수 0.10이 어떻게 다른가?’ 라는 물음에 올바른 답을 못

하는 경우가 많다. 이러한 관점에서 [그림 21]과 같은 수직선 모델보다 [그림 22]와 같은 정사각형 모델이 소수의 표현에 내포된 최소단위의 개념을 형성하는데 좀 더 유리할 수 있다. 수학적으로 본다면 소수는 분수의 다른 표현이기 때문에 소수의 표현은 등분할 상태를 나타내는 것으로 엄격히 따진다면 0.1과 0.10은 소수의 순수한 의미에서 다른 것이다.

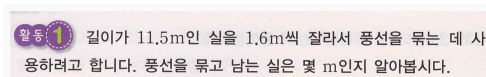


[그림 22] 동치 소수 (Evan M. Maletsky et al., 2002d, p. 412)

이러한 수학적인 입장에서는 수소의 상등개념인 동치소수(equivalent decimal)라는 용어가 의미가 있다. 실제로, [그림 22]에는 0.1을 나타내는 도형과 0.10을 나타내는 도형을 합동의 개념으로 설명하고 있다.

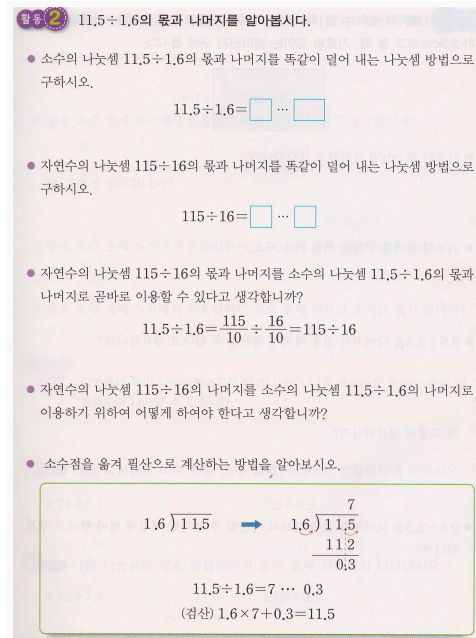
8. 소수의 연산

두 나라의 교과에서 다루는 소수의 연산은 크게 주목할 만한 다른 점이 없다. 그러나 우리나라 교과서에서는 6학년에 ‘소수의 나눗셈에서 나머지를 알 수 있어요.’ 라는 차시를 도입하고 있다([그림 23]과 [그림 24] 참고). [그림 23]에서의 활동은 현실 상황이지만 [그림 24]는 수학적 상황의 활동으로 볼 수 있다. 그러나 수학적 관점에서 보면, 몫(quotient)과 나머지(remainder)의 문제는 정수범위에서는 의미¹⁴⁾가 있지만 유리수의 범위에서는 몫만 있을 뿐 나머지는 없다.



[그림 23] 소수의 나눗셈 (교육과학기술부, 2012e, p. 28)

14) Division Algorithm: Given integers a and $b(\neq 0)$, there exist unique integers q and r satisfying $a = qb + r, 0 \leq r < |b|$. The integer q and r are called the quotient and remainder in the division of a by b , respectively.



[그림 24] 소수의 나머지 몫과 나머지 (교육과학기술부, 2012e, p. 29)

그리고 소수의 나눗셈을 포함제(임재훈, 2013; 강홍규, 2014) 상황으로만 해석하다보니 학생들이 ‘몫이 항상 자연수’라는 오개념에 빠질 수 있는 문제점도 있다. 포함제는 나눗셈의 상황인식이나 어림을 하는데 도움을 줄 수 있을 뿐이고, 실제적인 필산방법은 별개의 문제다. 실제로, [그림 24]에서의 답은 몫이 7.1875이고 나머지는 없다. 수학 상황에서의 용어와 일상에서의 용어를 구분해서 사용할 필요가 있다. [그림 24]의 활동에서 몫과 나머지의 의미는 일상에서의 용어이지 수학적 상황에서의 용어는 아니다.

IV. 결론 및 제언

학교수학은 순수수학의 적절한 교수학적 변환(didactic transposition) 과정을 거쳐 학생들에게 제공된다. 이러한 교수학적 변환의 주된 주체는 교과서 저자와 교사라고 할 수 있으며 교과서들은 교과서 저자 나름의 고유한 색깔을 지니고 있다. 따라서 두 나라의 교과서를 비교분석한다는 것은 두 교과서의 좋고 나쁨의 문제를 비교하는 것이 아니라 단지 비교분석을 통해 교육적 시사점을 얻고자 하는 것이다.

이 논문에서는 분수와 소수를 중심으로 미국의 초등학교 교과서인 Harcourt Math와 한국의 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 교과서를 비교 분석하였다. 분석 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 미국의 교과서인 Harcourt Math와 우리나라의 교과서 모두 분수를 전체-부분의 상태를 나타내는 것으로 도입하고 있는데, 미국의 경우가 우리의 경우보다 분수의 생성원으로서의 단위분수 관념이 강하게 나타나있다. 이를 테면, 분수 활동에 빈번히 사용되는 교구인 분수막대와 분수의 용어에서 단위분수에 대한 관념을 찾아볼 수 있다. 둘째, 당연한 것으로 여길 수 있는 극단적인 양인 전체를 나타내는 분수 및 분모가

1인 분수의 표현이 미국의 교과서(Harcourt Math)에서 우리의 경우보다 잘 드러난다. 실제로, [그림 6]의 전체를 나타내는 분수와 [그림 13]에서 분수끼리의 곱셈원리를 통합적으로 사용하려는 의도에서 그 도입의 의미가 잘 드러난다. 셋째, 분수와 관련된 용어의 도입방식에 있어서, 우리나라의 교과서는 미국(Harcourt Math)의 경우에 비해서 표현의 관점보다 분류의 관점이 강하다. 이를 보면, 우리의 경우는 분수를 분류의 관점에서 진분수(proper fraction)와 가분수(improper fraction)의 용어를 사용하고 있다. 또한 대분수도 진분수와 다른 것으로 분류된다. 반면, 미국의 대분수의 정의를 유심히 살펴보면 표현의 관점이 강하게 나타난다(각주 9 참조). 넷째, 동치분수와 동치소수의 개념을 미국 교과서(Harcourt Math)에서 우리의 경우보다 자세히 다루고 있다. 우리의 경우 도입 위치를 보면 동치분수를 이분모분수의 계산을 위한 수단으로 도입한 것처럼 느껴지고 또한 동치소수라는 수학적 용어는 도입하지 않고 있다. 반면, 미국(Harcourt Math)의 경우 수학에서 대수구조의 도입 순서를 따르고 있다. 끝으로, 미국(Harcourt Math)의 경우는 좀 더 수학적 구조에 충실한 것처럼 보인다. 실제로, 우리 교과서에서는 몫과 나머지의 개념이 정수의 범위에서만 수학적 의미를 지니고 있음에도 불구하고 소수의 나눗셈에서까지 직관적인 몫과 나머지의 개념을 도입하고 있지만, 미국(Harcourt Math)의 교과서는 이러한 내용이 없다. 이 부분은 수학적인 관점에서 한번 고려해야 할 주제이다.

두 나라의 교과서 분석을 통해서 우리나라 교과서의 분수와 소수영역에 구성에 몇 가지 교육적 시사점을 제언하면 다음과 같다. 첫째, 수학적 대수구조를 만드는 방법으로, 물론 초등학교 수학이 직관적인 접근 방식을 따를지라도, 분수와 소수의 내용 도입과 순서 등을 고려해볼 필요가 있다. 둘째, 미국(Harcourt Math)의 분수막대처럼 분수와 소수의 개념 형성 활동에 바탕이 되는 일관된 교구의 선정이 필요하다. 이것은 학생들의 개념이미지(concept image) 형성에 도움을 줄 수 있다. 끝으로, 분수의 생성원으로서 단위분수 개념을 강조할 필요가 있다. 실제로, 분수와 관련된 활동을 살펴보면 분할(partitioning)과 반복(iterating) 조작이 바탕을 이루고 있다(Norton & Wilkins, 2009; Hackenberg, 2007; Steffe, 2002). 또한 이 두 조작은 단위분수를 만들거나 단위(unit)를 찾아내는 것과 관련되어 있다. 즉, 분할을 통해서 단위분수를 찾고 역으로 단위분수 반복을 통해서 전체(unit)양을 알아낼 수 있다. 이지영, 방정숙(2014)의 연구에 의하면 초등학교 6학년 학생들이 전체와 단위(unit)에 대한 많은 오류가 있음을 알 수 있다. 따라서 단위를 찾기 위한 활동과 가분수의 의미를 인식하는 위한 활동으로 단위분수의 반복활동이 유용하다. 그리고 분수끼리의 연산활동의 편리성을 위해서도 분수의 단위분수 중심의 해석이 필요하다.

참 고 문 헌

- 강문봉, 강홍규, 김수미, 박교식, 박문환, 서동엽, 송상현, 유현주, 이종영, 임재훈, 정동권, 정은실, 정영옥 (2012). **초등수학교육의 이해(2판)**. 서울: 경문사.
- 강홍규 (2014). 초등수학에서 분수 나눗셈의 포함제와 등분제의 정의에 관한 교육적 고찰. **한국초등수학교육학회지**, 18(2), 319-339.
- 권성룡 (2003). 초등학생의 분수이해에 관한 연구. **학교수학**, 5(2), 259-273.
- 교육과학기술부 (2007). **수학 6-나**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2008). **초등학교 교육과정 해설 IV: 수학, 과학, 실과**. 서울: 미래엔.
- 교육과학기술부 (2012a). **수학 2-2**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012b). **수학 3-1**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012c). **수학 4-1**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012d). **수학 5-1**. 서울: 두산동아.
- 교육과학기술부 (2012e). **수학 6-1**. 서울: 두산동아.
- 김동근 (2011). **학교수학에서 일반화에 관한 연구**. 경상대학교 대학원 박사학위논문.
- 박교식, 이경화, 임재훈 (2004). 남북한 초등학교 교과서의 분수 도입 방식 비교, **수학교육학연구**, 14(4), 367-385.
- 박은희 (2007). **한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 배유경 (2010). **한국과 싱가포르의 수학교과서 비교·분석: 소수의 나눗셈을 중심으로**. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 서미나 (2011). **한국과 중국의 초등 수학 교과서 비교 분석: 소수를 중심으로**. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 서보억 (2008). **중학교 기하교육에서 개인차에 기초한 교수-학습에 대한 연구**. 경상대학교 대학원 박사학위논문.
- 이정현 (2005). **우리나라와 미국 수학 교과서의 단원 전개 방식과 학습 내용 체계 비교 분석: 초등학교 3~6학년의 수와 연산 단원을 중심으로**. 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이지영, 방정숙 (2014). 분수의 다양한 의미에서 단위에 대한 초등학교 6학년 학생들의 이해 실태 조사, **수학교육학연구**, 24(1), 83-102.
- 임재훈 (2013). 포함제와 등분제 맥락에서 자연수 나눗셈 계산법 지도의 문제. **한국초등수학교육학회지**, 17(3), 395-411.
- 정은실 (2006). 분수 개념의 의미 분석과 교육적 시사점 탐구. **학교수학**, 8(2), 123-138.
- 조인혜(2013). **우리나라와 미국의 초등 수학 소수 학습 내용 비교분석**. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

- 최민아 (2014). **분수지도에 대한 한국과 중국의 초등학교 수학 교과서 비교 분석**. 서울 교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 한인기 (2006). **수학교육학의 기초와 실제**. 경남: 경상대학교 출판부.
- Evan M. Maletsky et al. (2002a), *Harcourt Math (Math-Grade 1)*, Harcourt, Inc.
- Evan M. Maletsky et al. (2002b), *Harcourt Math (Math-Grade 2)*, Harcourt, Inc.
- Evan M. Maletsky et al. (2002c), *Harcourt Math (Math-Grade 3)*, Harcourt, Inc.
- Evan M. Maletsky et al. (2002d), *Harcourt Math (Math-Grade 4)*, Harcourt, Inc.
- Evan M. Maletsky et al. (2002e), *Harcourt Math (Math-Grade 5)*, Harcourt, Inc.
- Evan M. Maletsky et al. (2002f), *Harcourt Math (Math-Grade 6)*, Harcourt, Inc.
- Hackenberg, A. (2007). Units coordination and the construction of improper fractions: A revision of the splitting hypothesis, *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 27-47.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA., The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Norton, A. H. & J. L. M. Wilkins (2009). A quantitative analysis of children's splitting operations and fraction schemes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28, 150-161
- Reys, R., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2009). *Helping Children Learn Mathematics (9th Ed.)*, John Wiley & Sons, Inc.
- Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school (1st, paperback)*, Routledge.
- Steffe, L. P. (2002). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge, *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 267-307.
- Steffe, L. P. (2003). Fractional commensurate, composition, and adding schemes Learning trajectories of Jason and Laura: Grade 5, *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 237-295.

<Abstract>

A Comparative Study of Elementary School Mathematics Textbooks of
Korea(2007 Curriculums) and America(Harcourt Math)
-focused on the introductions and operations of fractions and decimals-

Keunbae Choi¹⁵⁾

In this paper, we compared and analyzed the Korean National Mathematics textbooks of the 2007 amendment curriculum and the Harcourt Math in America focused on fractions and decimals. To summarize the results of the analysis are as follows. First, both textbooks introduce fractions to the meaning of parts-whole concept, but the Harcourt Math is stronger than that of Korean Mathematics textbooks in the concept of unit fractions as a generator of fractions. Second, the fractions can be considered trivial materials - a fraction representing 1 whole, a fraction with its denominator is 1 - were more clearly represented in our US textbooks than those of our Korean textbooks. Third, in the introduction of the term relating to the fractions, Korea is a strong point of view of the classification of fractions than the point of view of representation in comparison with the case of the United States. Fourth, the equivalent fraction and equivalent decimal concepts were described more detail in the United States of textbooks than those of the case of Korean textbooks. Finally, the approaches of fraction and decimal concepts were introduced more mathematically in the case of the United States than those of the case of Korean textbooks.

Key words: fraction, decimal

논문접수: 2015. 01. 14

논문심사: 2015. 02. 12

게재확정: 2015. 02. 21

15) kbchoe@jejunu.ac.kr