KIGAS Vol. 19, No. 5, pp 47~53, 2015
(Journal of the Korean Institute of Gas)
http://dx.doi.org/10.7842/kigas.2015.19.5.47

극한지 동상융기에 의한 가스배관과 토양의 응력 및 변위 해석

김경일*・염규정*,・오규환*・†김우식****
*서울대학교 재료공학부, **한국가스공사 연구개발원
(2015년 9월 8일 접수, 2015년 10월 19일 수정, 2015년 10월 20일 채택)

Stress and Displacement Analysis of Arctic Frostheave with Gas Pipeline using Finite Element Method

Kyung Il Kim*・Kyu Jung Yeom*,・Kyu Hwan Oh* and †Woo Sik Kim****
**Dept. of Material Science and Engineering, Seoul 151-742, Korea*
***Korea Gas Corporation, KOGAS Research Institute, Gyeonggi-do 426-790, Korea*
(Received September 8, 2015; Revised October 19, 2015; Accepted October 20, 2015)

요 약

최근 극한지 자원에 대한 관심이 높아지면서 세계 각국에서 자원을 개발하려는 움직임을 보이고 있다. 대한민국도 이러한 정세에 맞춰 비교적 가까운 시베리아의 천연가스자원을 개발하기 위한 러시아와의 협상도 이루어진 상태이다. 그러나 극한지 에너지자원 개발 및 운송을 위해서는 국내환경과 상이한 극한지 건설기술 개발이 필수적이다. 극한지 가스배관의 경우 극저온의 환경에 따라 국내에서 볼 수 없는 외부환경중 하나인 동상융기의 영향을 받게 되는데 이에 맞는 새로운 유한요소해석모델이 필요하다. 본 연구에서는 유한요소해석을 활용하여 극한지 가스배관과 동상융기를 모델링하였다. 또한 이 모델에 극한지의 온도에 따른 토양 및 배관의 물성을 부가하고 frozen bulb의 영향을 실제 환경과 비교하여 해석을 진행하였으며, mohr-coulomb이론을 적용하여 동상융기에 따른 배관과 토양이 받는 응력 및 변위를 출력하여 분석하였다.

Abstract - According to the interest of the arctic's resources rising, many countries are making moves to develop these resources. Korea has also undergone negotiations with Russia to develop natural gas resources in Siberia, which is geographically relatively close. However, the Arctic resources market is dominate, it is essential to develop construction techniques that are suited for the Arctic. Gas pipelines in the Arctic are affected by frost heave due to the region's extremely low temperatures, a condition that is not present in Korea, making it vital to develop a finite element method (FEM) model. This research paper study a model of gas pipe lines in the Arctic and frost heave using FEM.

Key words : finite element method, arctic, pipeline, frost heave, elasto-plastic

I. 서 론

전 세계적으로 에너지자원 확보를 위한 노력을 기울이고 있는 현 시대에 극한지의 자원은 육상의 화석연료를 대체할만한 에너지자원으로 주목받고 있다. 특히 시베리아의 자원은 정부가 향후 30년간 러시아 천연가스를 한국으로 도입하는 사업을 추진하기로 한 현 시점에서 중요한 요소로 떠올랐다. 극한지에서의 석유, 가스의 수송은 주로 배관을 통하여 이루어지고 있으며 실제로 유럽의 여러 나라에서도 러시아에서 천연가스를 배관으로 운송하여 사용하고 있다. 그러나 국내 기술로는 아직까지 극한지 환경에 대한 정보가 많이 부족하며 극한지에 적용될 파이프라인의 건설에 대한 기술력 또한 부족한 상황이다[1]. 이러한 기술을 국산화하지 못한다면 외국의 기술에 의존하여 막대한 비용을 지출하게 될 것이다. 만약 러시아에서 대한민국으로 들어오는 파이

†Corresponding author:wskim@kogas.or.kr
Copyright ⓒ 2015 by The Korean Institute of Gas

프라인을 건설할 경우 최소 2000Km급이 예상되는데 이는 상당한 비용이 들어갈 것으로 예상된다[2]. 이에 따라 파이프라인 건설비용의 최적화가 필요하며 파이프라인 건설에 필요한 재료, 설계 및 설치비용이 큰 비중을 차지하기 때문에 재료선정 및 설계에 대한 많은 연구가 필요하다. 또한 최적비용으로 파이프라인을 건설하되 극한지의 다양한 외부환경에 의해 배관이 파손되지 않도록 설계 및 운용하는 것이 중요하다[3]. 본 연구에서는 이러한 외부환경 중 동상융기현상에 집중하였다.

현재까지는 동상융기의 유한요소해석에 대한 연구사례는 국내에서 진행되어진바 없으며 외국에서도 ASAP[4], Kazuhiko[5]가 해석을 진행하였지만 이는 2D모델이기 때문에 전체적인 경향을 파악할 수 없는 단점을 가지고 있었다. 또한 Winkler foundation이론을 적용하여 토양의 다양한 물성 값을 사용치 않았으며 배관의 elasto-plastic을 고려하지 않아 배관의 소성영역을 고려하지 않는 부족한 점이 있었다. 본 연구에서는 이러한 단점들을 극복하고자 Mohr-Coulomb 이론을 적용하여 토양에 대한 거동을 자세히 해석하였으며 elasto-plastic을 고려한 배관의 물성을 적용하였다. 또한 극한지 환경에서 배관에 미치는 영향을 분석하기 위해 독자적인 동상융기의 3D모델을 제안하였으며 배관 및 주변토양이 받는 응력 및 변위를 해석하고 그에 대한 영향을 분석하였다.

Ⅱ. 유한요소법 적용

2.1 동상융기 정의

동상융기(Frostheave)란 극한지의 영구동토층 상부의 활동층(active layer)이나 계절동토에서 주로 발생하며 동결면에서 수분의 이동과 동결에 따른 이차적인 팽창에 의해 토양이 위로 솟아오르는 현상이다. 이 현상은 가을의 매우 추운 기간뿐만 아니라 지표면의 온도가 0℃이하로 떨어지는 겨울에도 발생한다. 이 같은 현상에 의해 극한지에 매설되는 배관의 경우 심각한 손상을 입을 수 있으며 이는 설치비용에 준하는 보수비용을 초래하기도 한다. Fig 1.에 동상융기의 모식도를 나타내었다. 토양과 frozen bulb와 배관으로 이루어져있다. 본 연구에서는 이 모식도를 참고하여 3D모델링을 하였다.

2.2 토양의 연계 해석

토양의 마찰력과 점착력을 고려하기 위해 식(1)을 적용하였다. 이 식은 어떤 면상의 전단응력과 전단강도가 같을 때 파괴가 일어나며, 전단응력은 그 응력이 생기는 면에 작용하는 수직응력의 함수임을 나타낸다. 식(1)에서 S는 전단강도를 말하며 σ는 응력을 의미한다.

$$\tau_f = S = f(\sigma) \tag{1}$$

재료의 파괴상태를 Mohr의 파괴이론에 의해 설명하면, 파괴 때의 응력 상태를 표시하도록 여러 개의 Mohr의 원을 그리고, 이 원에 접하는 공통되는 선을 그을 수 있는데 이것을 Mohr의 파괴포락선(Mohr's failure envelope)이라 한다. Mohr원이 파괴포락선과 교차한다면, 파괴상태를 넘는 것을 의미하며, Mohr원이 파괴포락선 아래에 그려지면 토양이 파괴상태에 도달하지 않았음을 의미한다.

Mohr-Coulomb식은 Coulomb이 Mohr의 파괴이론을 쉽게 적용할 수 있도록 수정한 것으로 σ와 τ의 관계는 직선적이며, 토양의 파괴는 요소의 한 면에서 전단응력이 토양의 마찰저항과 점착 저항을 초과할 때 일어난다는 것 이다. 파괴 때 한 전단면에 작용하는 응력(토양의 전단강도)을 식(2)에 나타내었다.

$$\tau_f = C + \bar{\sigma} \cdot \tan \varnothing \tag{2}$$

위 식에서 C는 점착력이며 $\bar{\sigma}$는 유효수직 응력, Φ는 내부마찰각을 의미한다. 이와 관련된 그림을 Fig. 2에 나타내었다[7].

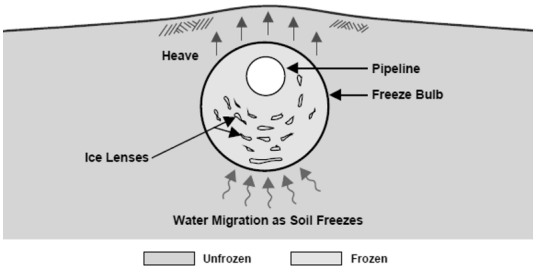

Fig. 1. Figure of frost heave[6].

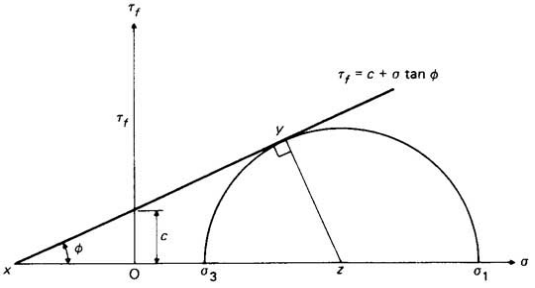

Fig. 2. Mohr's failure envelope.

2.3 Frozen bulb의 해석 조건

Frozen bulb란 온도가 내려가며 배관주변의 물이 응축하여 얼면서 생기는 것이며 이는 토양의 조건보다는 물과 얼음의 거동을 한다고 가정하여 해석에 적용하였다. 따라서 물과 얼음의 온도에 따른 밀도를 적용하였다. 물의 경우 온도가 0℃이하로 떨어질 때 얼음이 되며 얼음이 되면 부피가 팽창하게 된다. 즉, 밀도 값이 내려가게 된다. 이 현상을 사용하여 온도별 expansion값을 직접 계산하여 해석에 적용하여 Frozen bulb의 팽창정도를 모델에 적용하여 배관이 받는 응력 및 변위를 해석하였다[8]. Fig. 3에 온도에 따른 물과 얼음의 밀도를 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 0℃를 기준으로 물과 얼음의 밀도가 급격히 변하여 해석에 어려움을 주는 것을 보완하기 위해 점선으로 나타낸 밀도 값을 해석조건에 적용하였다.

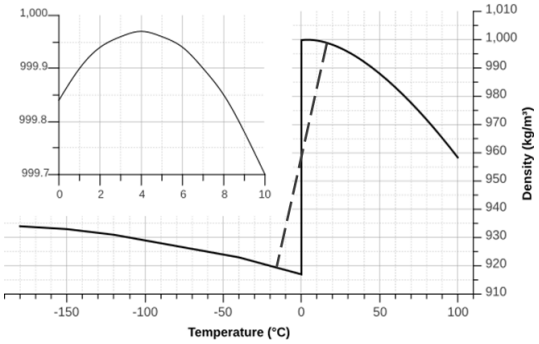

Fig. 3. Density of ice and water[9].

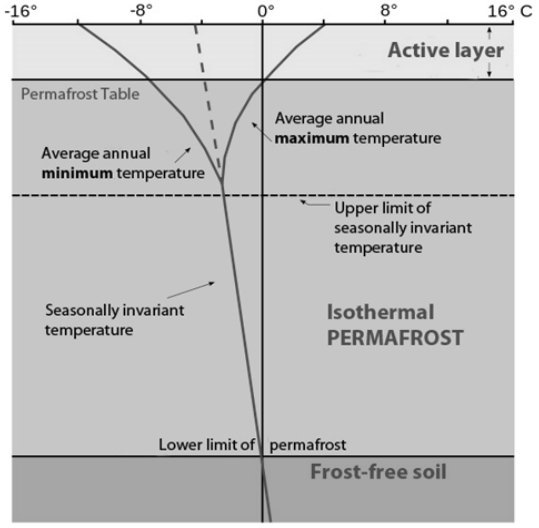

Fig. 4. Temperature change due to soil depth.

2.4 온도 변화 적용 조건

일반적인 극한지에서 상온의 온도는 겨울철에는 평균적으로 영하 30℃까지 내려가며 여름철에는 영상 10℃정도로 큰 차이를 보인다. 그러나 토양에서는 상온에 비해 큰 차이를 보이지 않는다. Fig. 4에 보여 지는 것처럼 깊이에 따라 다르지만 지반의 1~5m깊이의 온도는 1년 중 최고 5℃에서 최저 -10℃정도의 차이밖에 보이지 않는다. 따라서 본 연구에서는 5℃에서 -10℃로 온도를 하강시키는 것으로 해석을 진행하였다.

Ⅲ. 해석 모델 및 물성

3.1 배관의 유한요소해석 모델 및 물성

해석한 배관의 모델은 경계조건 및 응력을 고려하기 위해서 1/4 스케일로 Fig. 5와 같이 모델링하였으며, 배관의 축 방향(Z방향) 길이는 5m, 직경은 762mm, 배관두께는 20mm로 모델링 하였다. 해석시간을 줄이기 위해 다른 방향에 비해 상대적으로 긴 Z방향으로 적은 mesh를 할당하였다.

배관의 물성은 API 5L X70의 실제 인장실험을 통한 물성을 적용하였는데 이때 사용한 배관의 물성 값은 Table 1에 나타내었다.

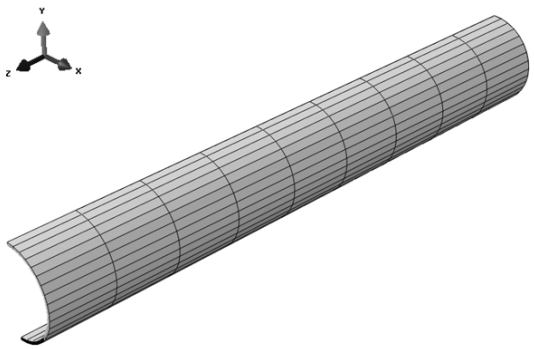

Fig. 5. API 5L X70 pipe model.

Table 1. Material properties of API 5L X70 pipe

Property	Value
Density(kg/m^3)	7850
Poisson's ratio	0.3
Elastic modulus (MPa)	207000
Yield Strength (MPa)	530
Ultimate Tensile Strength (MPa)	626

유한요소해석의 모델링은 상용 프로그램인 ABAQUS를 사용하였고 이에 대한 해석은 ABAQUS/Implicity를 활용하였다. 배관의 해석은 지금까지 일반적으로 사용되어진 Winkler[10][11]에 의해 제시된 지반반력기반 모델에서는 배관주위의 지반을 탄성 기반 (elastic foundation)으로 모델링하였지만, 본 연구에서는 배관의 요소를 C3D8R로 사용하여 배관의 Elasto-plastic 거동을 구현하는 새로운 모델을 사용하였다[5].

3.2 토양 및 frozen bulb의 유한요소해석 모델 및 물성

토양의 유한요소모델을 Fig. 6과 같이 모델링 하였다. 토양의 크기는 Z방향 길이(축방향)는 5m로 배관의 길이와 같고 X방향 길이(폭)은 3m, Y방향 길이(높이)는 5m로 모델링 하였다. 토양모델의 경우 frozen bulb와 접촉해야하기 때문에 frozen bulb가 들어가는 타원모양의 자리를 만들었다.

Table 3. Material properties of ice

Property	Value
Density(kg/m^3)	917.1
Poisson's ratio	0.33
Elastic modulus (MPa) at -5℃	140
Elastic modulus (MPa) at -10℃	220

frozen bulb의 경우 배관처럼 원형이 아닌 일반적으로 밑으로 쳐진 타원의 모양을 가지고 있기 때문에 이를 임의로 가정하여 적용하였으며 Y방향과 X방향의 비율을 4:1로 모델링하였다. Y방향 길이는 총 4m이며 X방향 길이는 1m로 하였다. 실질적인 길이는 1/4모델이기 때문에 X방향의 길이는 2m 가 된다. Z방향의 길이는 토양모델과 같이 5m로 설정하였고 이를 Fig. 7에 자세히 나타내었다. 그림과 같이 배관이 들어가는 원형의 자리는 비워두었다.

앞서 설명한 배관, 토양, frozen bulb의 연계해석 모델을 fig. 8에 수치와 함께 나타냈다. 배관과 접촉하는 frozen bulb의 모델에 상대적으로 더 많은 mesh를 할당하여 배관의 변형 및 응력 분포를 더 자세히 해석할 수 있게 모델링 하였다.

토양 물성의 경우 극한지라는 범위가 크기 때문에 어느 특정 지역마다 토양의 종류가 다르기 때문에 물성 값 또한 큰 차이를 보인다. 본 연구에서는 극한지 특정 지역의 점토(clay) 물성을 적용하였다[12]. -10℃에서 5℃까지 활동층의 밀도(density), 탄성계수(Elastic modulus), 푸아송 비(poisson's ratio), 점착력

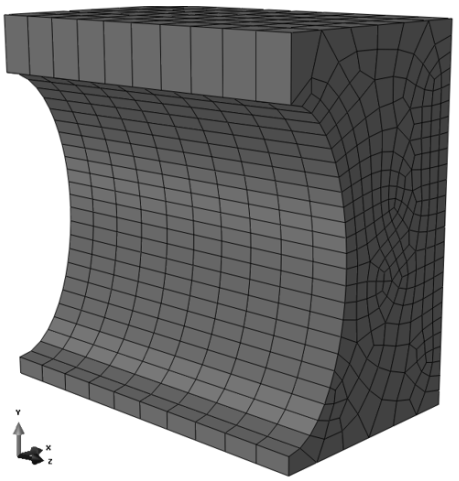

Fig. 6. Soil model.

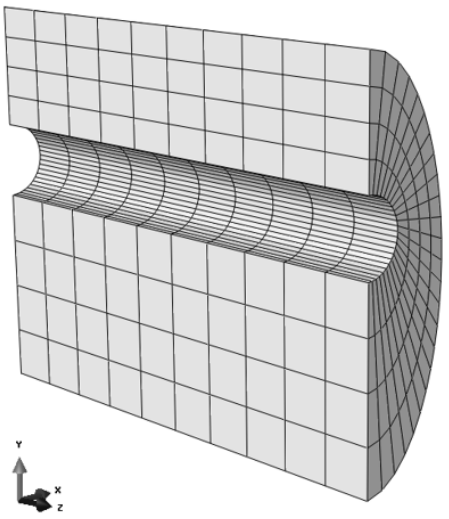

Fig. 7. Frozen bulb model.

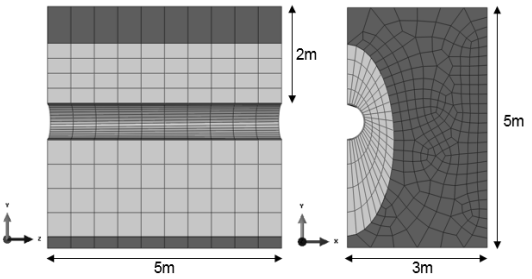

Fig. 8. Frostheave model of arctic region.

Table 2. Material properties of clay in active layer

Type of soil	Property	-20℃	-10℃	-5℃	-2℃	0℃	20℃
Clay in active layer	Density (kg/m^3)	1920	1920	1920	1920	1920	1920
	Elastic modulus (MPa)	200	100	50	23.4	6	6
	Poisson's ratio	0.32	0.32	0.32	0.32	0.35	0.35
	Cohesion (MPa)	0.6	0.6	0.6	0.57	0.15	0.15
	Angle of internal friction (degree)	26	26	26	26	24	24

(Cohesion), 마찰각(friction angle)까지 고려하였다. 온도에 따라 밀도는 변하지 않으나 탄성계수의 경우 크게 다른 값을 보이며 푸아송 비, 점착력, 마찰각의 경우도 조금씩 다르게 나타나는 것을 알 수 있다. 이를 Table 2에 나타내었다[13].

frozen bulb의 경우 온도하강에 의해 물이 얼음으로 상변태에 의해 생긴 것이기 때문에 얼음의 물성 값을 사용하였다. 해석에 사용된 물성 값은 Table 3에 자세히 나타내었다. Elastic modulus의 경우 온도에 따라 다른 값을 적용하였다[14]. 얼음의 경우 Fig. 3에서 알 수 있듯이 물보다 밀도가 낮아 같은 질량일 경우 부피가 급격히 커지게 된다. 이러한 현상을 해석에 적용시켰다.

본 연구에서는 특히 온도가 떨어지면서 토양 및 frozen bulb의 물성치가 크게 달라지는 것에 중점을 두었다. 특히 해석에 중요한 elastic modulus와 cohesion은 큰 차이를 보이는데 이를 적용하기 위해 온도별 물성 값을 각각 적용하여 해석을 진행하였다. 토양의 높이를 5m로 설정한 이유는 활동층(active layer)이 최대 5m까지 나타나기 때문이며 배관의 매설 깊이는 2m로 고정하였다.

3.3 하중부가 및 경계 조건

본 모델에서는 재료의 물성을 대입할 뿐 아니라 실제와 같은 조건으로 해석을 진행하기 위해 중력을 부가하였다. 중력은 전체모델에 Y방향(중력방향)으로 9.8N/m을 부가하였다. 또한 배관의 내압도 부가하였다. 일반적인 장거리 배관의 경우 15~17MPa의 압력으로 운영이 되는데 이는 선진국의 사례[15]를 참고하였으며 본 연구의 해석모델에서는 17MPa의 내압을 부가하였다.

장거리 배관의 조건에 맞게 경계조건을 부여하기 위해 배관, 토양 그리고 frozen bulb의 경계조건은 Fig. 9과 같이 적용하였다. 모델의 바닥부분은 Z방향, X방향, Y방향을 모두 구속하였으며 모델의 옆부분 중 배관부분은 1/4스케일이기 때문에 X방향

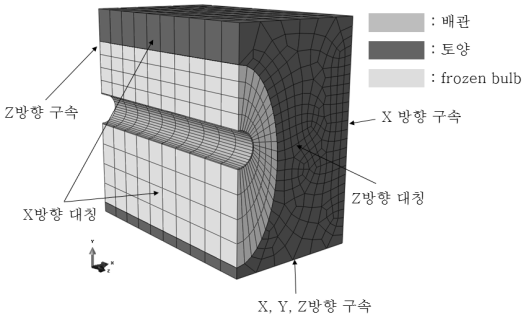

Fig. 9. Boundary condition of soil and pipe model.

대칭조건을 주고 반대방향은 X방향 구속을 하였다. 그리고 Z방향의 경우 한쪽은 대칭을 하여 1/4스케일로 만든 것을 활용하였고 다른 한 면은 Z방향 구속을 하여 1년 내내 완전히 얼어 고정되어있는 영구동토층(permafrost)을 가정하여 배관 또한 움직이지 않고 고정되어있는 것으로 모사하여 경계조건을 설정하였다. 또한 모델의 바닥을 제외한 모든 부분을 Y방향(중력방향)을 자유롭게 움직일 수 있도록 경계조건을 설정하여 동상융기에 따라 배관과 토양이 받는 응력 및 변위를 해석할 수 있도록 하였다.

Ⅳ. 유한요소해석 결과 및 고찰

극한지의 매설배관이 있는 환경에 동상융기현상을 모델링하여 나온 유한요소해석결과를 배관이 받게 되는 응력분포에 대한 해석과 배관 및 토양의 변위변화로 크게 두 가지로 분류하였다. 배관 응력분포의 경우 경향성을 확인하기 위해 von Mises stress를 확인하였다. 이를 통해 임의의 상황에서 배관이 매설되었을 때 동상융기가 일어나도 안전한지 위험한지 여부를 알 수 있다. 해석결과는 다음과 같다.

4.1 동상융기에 의한 배관 응력 해석

동상융기현상이 일어났을 때 배관의 상단, 중단, 하단이 받는 응력을 각각 출력하였으며 이 결과를 Fig. 10에 나타내었다. 배관의 동상융기에 대한 영향은 동상융기가 일어나는 중앙에서 가장 큰 응력을 받는 것을 확인할 수 있다. 이는 배관의 상단, 중단, 하단에서 모두 같은 경향을 보였으며 그 응력 값도 세 부분 모두 비슷하게 나왔다. 그러나 전체적인 응력분포는 조금씩 다르게 나오는 것을 확인할 수 있다. 영구동토에 의해 고정되어있다고 가정하였으며 동상융기가 끝나는 부분인 0m부분에서는 배관의 상단, 중단, 하단 모두 가장 적은 응력을 받았으며 특히 배관의 상단에서 202.2MPa의 최소 응력 값이 나왔다. 최대 응력 값은 배관의 하단에서 일어났으며 485.2MPa의 응력을 받는 것을 알 수 있다. 이는 모두 경향성을 보기위해 von Mises stress로 나타낸 값이다.

위 결과를 통해 배관이 받는 응력이 상당한 것으로 나타나며 동상융기현상이 얼마나 배관에 큰 영향을 주고 심각한지 보여주고 있다. 기존의 2D모델들은 배관이 받는 응력을 위치별로 볼 수 없었으나 본 연구에서 사용한 3D모델의 경우 Fig. 10에서 나타냈듯이 위치별로 분석이 가능하여 배관설계에 더 효율적임을 알 수 있다.

4.2 동상융기에 의한 배관 및 토양 변위 해석

동상융기에 의한 배관의 변위를 Fig. 11에 나타내었다. 동상융기가 일어나는 지점의 중앙인 5m부분에서 배관의 변위가 최대로 나타난다. 약 125mm 배관이 상승하는 것을 확인할 수 있다. 그리고 영구동토에 의해 고정되어있다고 가정한 0m부분은 변위차이가 없으며 중앙으로 갈수록 배관이 상승하는 것을 그래프를 통해 확인할 수 있다.

실제로 극한지에서는 동상융기에 의해 배관이 엄청나게 상승하여 지면을 뚫고나오는 경우도 종종 발생하고 있다. 계절의 변화에 따라 온도가 상승하였다가 하강하는 것이 계속되면서 매년 조금씩 배관도 상승을 거듭하여 이러한 현상이 발생되는 것이다.

토양의 경우 fig. 12에 나타냈듯이 배관에 비해 상승폭이 훨씬 높은 것을 확인할 수 있다. 이는 배관에 비해 토양이 Elastic modulus가 작고 변형에 약하기 때문인 것으로 생각되어진다. 토양의 변위변화는 동상융기의 중앙부분인 5m지점에서 약 252.5mm로 가장 높이 상승한 결과를 보였다. 이는 배관에 비해 127mm가량 더 상승했음을 알 수 있다. 배관과 마찬가지로 영구동토로 고정되었다고 가정한 0m지점에서 5m지점으로 갈수록 토양도 상승하는 모습을 보였다. 그러나 위 모델에서는 0m지점은 경계조건을 통해 고정시켰다고 가정하였기 때문에 이러한 결과가 나온 것이며 실제로는 토양이 조금 상승하는 모습을 보일 것으로 예상된다.

해석결과에서 나타나듯이 극한지에서 발생하는

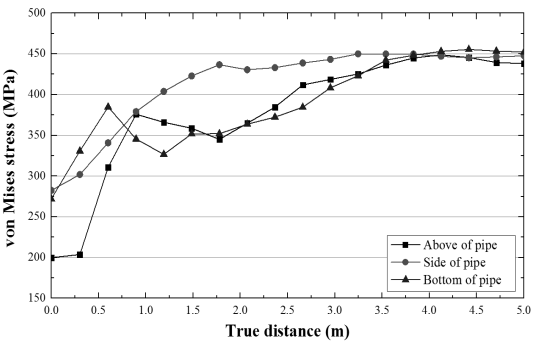

Fig. 10. Stress distribution of pipeline depends on location.

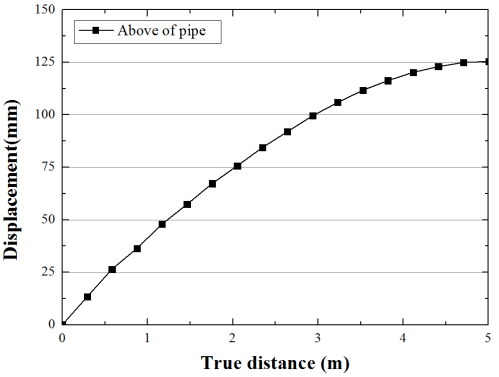

Fig. 11. Displacement change of pipe.

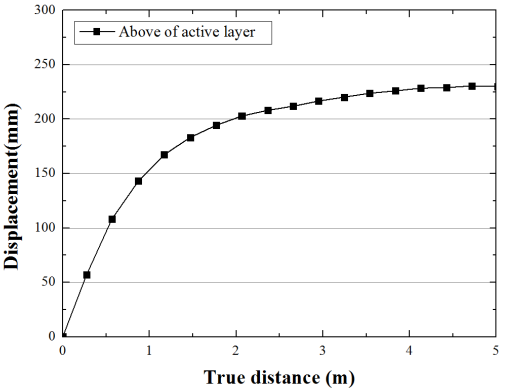

Fig. 12. Displacement change of active layer.

동상융기현상은 배관 및 토양에 큰 변형을 가져온다. 이는 극한지에 배관을 매설할 때 동상융기에 대한 영향을 고려해줘야 한다는 것을 보여준다. 또한 본 연구에서 고려한 모델을 통해 실제 배관이 변형을 받는 것을 해석하여 극한지 배관설계에 반영한다면 실제 실험으로는 어려운 부분을 채워줄 수 있을 것으로 예상한다.

V. 결 론

본 연구에서는 유한 요소법을 이용하여 극한지 동상융기에 따른 매설된 배관이 받는 응력과 변위변화를 알아보는 연구로 동상융기에 대한 실제 환경을 면밀히 분석해 이를 독자적인 방법으로 모사한 가로 3m, 세로5m, 높이5m의 1/4스케일의 3D유한요소모델을 통하여 응력 및 변위해석을 수행하였다. 본 연구를 통해 도출된 결론은 다음과 같다.

(1) 배관의 응력 해석

활동층에서 온도하강에 의한 동상융기가 일어났을 때 배관 주위로 생기는 frozen bulb의 중앙부분에서 배관이 가장 큰 응력을 받으며 배관의 상단보다는 하단에서 더 큰 응력을 받는다. 그러나 배관의 상단과 중단, 하단 모두에서 큰 영향을 받기 때문에 배관매설시 모두 고려되어야 한다. 또한 사전에 극한지 환경조사를 한 후 본 연구에서 개발한 모델을 바탕으로 모델링을 하여 해석에 적용시켜 배관이 받는 응력을 고려하고 배관에 변형이 최대한 일어나지 않는 방향으로 설계가 이루어져야 할 것이다.

(2) 배관 및 토양의 변위 해석

배관과 토양의 변위는 frozen bulb의 중앙에서 가장 높게 상승하는 것을 보였으며 영구동토에 의해 고정되어있는 방향으로 갈수록 변위변화가 크지 않았다. 배관의 경우 최대 125mm까지 변형이 일어났으며 본 연구에서 해석에 사용한 clay토양의 경우 지반이 최대 252.5mm상승하는 것으로 나타났다. 실제로도 극한지에서는 지반상승으로 시설물이 붕괴되거나 배관을 사용하지 못하는 단계까지 이르기도 하는데 본 연구를 통해 해석모델을 만들고 분석하면 사전에 예방할 수 있는 방법을 마련할 수 있을 것이며 극한지 건설기술에도 큰 도움이 될 것으로 생각한다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 플랜트연구사업의 연구비 지원 (13IFIP-B06700801) 에 의해 수행되었습니다.

REFERENCES

[1] Kim, Young jin, Kang, Jae Mo, Kim, Young Suk and Hong, Seung Seo., “Anlysis of Environmental and Geographic Charactieristic and Respurece Development Condition”, *Civil Expo*, 4331-4334, (2007)

[2] Michael Bradshaw., “A New Energy Age in Pacific Russia: Lessons from the Sakhalin Oil and Gas Projects“, *Eurasian Geography and Economics*, 51(3), 330-359, (2010)

[3] Kim, Woo Sik, “Technology trend of energy pipe”, *KSME*, 54(1), 53-57, (2014)

[4] Alska Stand Alone Gas Pipline, “Design Methodology to Address Frost heave Potential”, (2011)

[5] Kazuhiko O'hashi, “Study on the unique design, construction and operation of gas pipelines in the permafrost of east siberia”, Kyoto university, (1997)

[6] Mackenzie Valley Pipeline, “Arctic Engineering”, (2004)

[7] Arnold Verruijt., “*Soil Mechanics*”, (2004)

[8] J. S. Dugdale, D. K. C. MacDonald, “The Thermal Expansion of Solids”, *Physical Review Letters*, 89, 832-, (1952)

[9] Klaus-Dieter Keller, QtiPlot, “Density of ice and water as function of temperature”, (2012)

[10] Kim, Hyung sik, Kim, Woo Sik, Bang, In Hwan, Oh, Kyuhwan and Hong, Sung Ho., “Analysis of Stresses on Buried Natural Gas Pipeline Subjected to Ground Subsidence”, *KOSOS*, 13(2), 54-64, (1998)

[11] Lee, Ouk Sub and Kim, Dong Hyeok., “Effect of Ground Subsidence on Reliability of Buried Pipelines”, *KSPE,* 21(1), 173-180, (2004)

[12] Yaping Wu, Yu Sheng, Yong Wang, Huijun Jin, Wu Chen., “Stresses and deformations in a buried oil pipeline subject to differential frost heave in permafrost regions”, *Cold Regions Science and Technology,* 64, 256-261, (2010)

[13] Zhi Wen, Yu Sheng, Huijin Jin, Shuangyang Li, Guoyu Li, Yonghong Niu., “Thermal elasto-plastic computation model for a buried oil pipeline in frozen ground”, *Cold Regions Science and Technology,* 64, 248-255, (2010)

[14] Levy, Bass, Stern, “Handbook of Elastic Properties of Solids, Liquids, and Gases”, (2000)

[15] ASME B31.8 (2010)