

시간 지연을 갖는 사랑의 동적 모델에서의 거동 해석

배영철*

Behavior Analysis of Dynamic Love Model with Time Delay

Young-Chul Bae*

요 약

사람의 감정 중의 하나인 사랑은 사회학과 심리학에서 주된 관심사로 연구되어 왔다. 본 논문에서는 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식에서 시간 지연 요소가 없는 경우와 시간 지연요소가 있는 경우의 사랑의 거동을 시계열과 위상 공간으로 나타내고 이들 사이의 차이를 분석하였다.

ABSTRACT

Love which is one of the emotional of mankind, has been studied in sociology and psychology as a matter of grate concern. In this paper we represent romantic behaviors in the love equation of Romeo and Juliet as time series and phase portraits in the case of with and without time delay. And we also analyze their difference.

키워드

Love Model, Mathematical Model, Random Variable, Time Series, Phase Portrait, Behavior Analysis, Romeo and Juliet, Time Delay

사랑 모델, 수학적 모델, 랜덤 변수, 시계열, 위상 공간, 거동 해석, 로미오와 줄리엣, 시간 지연

1. 서 론

사람이 동물과 다른 점은 감정을 가졌다는 것이며, 감정 중에서도 사랑을 할 수 있고 사랑을 받으면서 살아가는 존재라는 것이다. 따라서 인간들은 사랑에 대한 관심이 많고 많은 연구를 진행하고 있다. 이러한 관심을 가지고 사랑에 대한 많은 생물학적, 생리학적, 철학적, 윤리적, 종교적인 연구가 있었지만 수학적으로 모델링하고 이들의 거동을 해석한 경우는 거의 없었다[1].

사랑을 하나의 감정의 영역이므로 감정에 대한 수학적 표현에 대한 연구로서 중독 모델[2,3], 행복 모델

[4-6], 사랑 모델[1,7-8] 등이 연구되었다. 이들 연구들은 모두 시간 변화량에 대한 지각 등의 변화량을 중심으로 중독, 행복, 사랑에 대한 정의를 한 후 이 정의로부터 2차원의 미분 방정식을 유도하여 이들 거동으로부터 선형 또는 비선형적인 특성이 있음을 보였다.

사람의 감정이외에 시스템에서 비선형적인 거동에 대한 연구[8-15]는 많이 진행해왔으나 이는 사람이 아닌 시스템에 대한 것으로 사람의 감정과는 다른 영역이다.

사랑 방정식에 대해서는 수학자들은 수학적 관점에서 사랑에 대한 정의를 해결하고자 하는 노력을 지속

* 교신저자 : 전남대학교 전기·전자통신·컴퓨터 공학부(ycbae@jnu.ac.kr)

접수일자 : 2014. 12. 08

심사(수정)일자 : 2015. 01. 16

게재 확정일자 : 2015. 02. 09

[1,5]하였으며 그 대표적으로 로미오와 줄리엣의 사랑을 들 수 있다[1,7,8]. 이들 로미오와 줄리엣의 사랑에서는 수학적인 모델과 그 거동 및 수정된 사랑 방정식을 제시하였다.

본 논문에서는 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식 [1,7,8]에서 제시한 기본 방정식을 이용하여 시간 지연을 가진 사랑 방정식에 대하여 이들의 거동을 시계열과 위상 공간으로 나타내고, 시간 지연이 없는 사랑 방정식과 비교하였다.

II. 시간 지연을 갖는 사랑의 동적 모델

2.1 기본적인 사랑 방정식

일반적으로 사랑 모델은 로미오와 줄리엣에 대한 사랑 방정식으로 식(1), 식(2)과 같이 표현한다[6].

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ \tag{1}$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR + dJ \tag{2}$$

여기서 a 와 b 는 로미오의 사랑 형태이고, c 와 d 는 줄리엣의 사랑 형태를 나타낸다.

식(1)을 미분하면 식(3)과 같이 정리된다.

$$\frac{d^2R}{dt^2} = a \frac{dR}{dt} + b \frac{dJ}{dt} \tag{3}$$

식(3)의 우변의 $\frac{dJ}{dt}$ 항은 식(2)과 같으므로 식(2)을 식(3)에 대입하면 식(4)을 얻는다.

$$a \frac{dR}{dt} + b(cR + dJ) = a \frac{dR}{dt} + bcR + dbJ \tag{4}$$

식(4)의 우변 항에 식(1)을 대입하여 정리하면 식(5)을 얻는다.

$$a \frac{dR}{dt} + bcR + d \left(\frac{dR}{dt} - aR \right) = a \frac{dR}{dt} + d \frac{dR}{dt} + bcR - adR \tag{5}$$

마지막으로 식(5)을 식(3)의 우변 항에 대입하여 정리하면 식(6)과 같은 2차 방정식이 얻어진다.

$$\frac{d^2R}{dt^2} + \beta \frac{dR}{dt} + \omega^2 R = 0 \tag{6}$$

여기서 $\beta = -(a+d), \omega^2 = ad-bc$ 이다.

2.2 사랑 방정식과 Spring-Damper-Mass의 관계

그림 1은 Spring-Damper-Mass의 기계 시스템을 나타낸다.

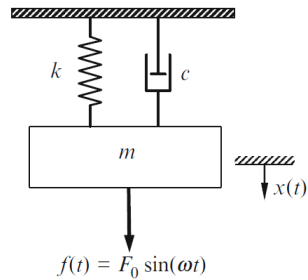


그림 1. Spring-Damper-Mass 회로
Fig. 1 Spring-Damper-Mass circuit

그림 1로부터 독립 변수들인 제동 계수(c), 질량(m), 스프링 상수(k)에 대응하는 종속 변수들의 미분과 적분으로 식(7)과 같은 시간에 따라 변하는 시불변 2차 상미분 방정식으로 정리된다.

$$m \frac{dx^2(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t) \tag{7}$$

여기서 m 은 질량, c 는 제동 계수, k 는 스프링 상수이다.

식(6)의 기본적인 사랑 방정식과 식(7)의 Spring-Damper-Mass 방정식은 계수를 제외하고 동일한 형태를 가지고 있음을 알 수 있다. 따라서 사랑 방정식을 해석할 때 식(6)을 이용해도 되고 간단하게 식(7)을 이용해도 된다. 따라서 사랑의 감성 표현과 관계되는 사랑 방정식을 가장 기본적인 물리적인 방정식으로 표현하여 해석이 가능하다.

2.2 시간 지연을 갖는 사랑 방정식

식(1), 식(2)에서 식(1)에서만 시간 지연을 가진 사랑 방정식을 식(8), 식(9)과 같이 표현한다.

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ(t - \tau) \tag{8}$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR + dJ \tag{9}$$

식(8)은 로미오의 사랑이 로미오 자신의 사랑과 줄리엣에서 나오는 사랑의 합으로 표현되는 기본 사랑 방정식에서 줄리엣의 사랑에 대한 반응이 τ 만큼 시간 지연이 있을 경우를 나타낸다.

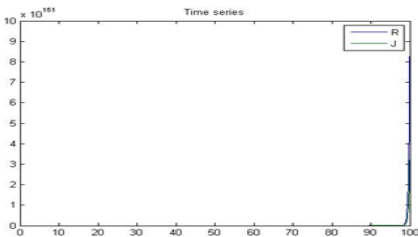
III. 시간 지연을 갖는 사랑 방정식에서의 거동 해석

시간 지연 τ 을 갖는 식(8)과 식(9)의 사랑 방정식에서 $c=1, d=1$ 파라미터를 정하고 a, b 에 따라 이들 사이의 거동 해석을 알아본다. 이 조건은 식(8)과 식(9)에서 줄리엣의 마음을 고정해 놓고 시간 지연 $\tau=2d$ 을 가진 로미오의 마음의 상태 4가지 경우를 적용하면 다음과 같은 결과를 얻는다. 본 논문에서는 4가지 조건에 해당하는 파라미터 값을 범위에 맞게 결정하였다.

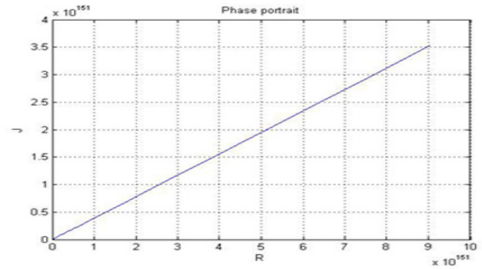
3.1 $a > 0, b > 0$ 인 경우

$a > 0, b > 0$ 인 경우는 로미오가 줄리엣을 열심히 사랑하는 상태를 나타낸다. 여기에서는 $a=2, b=4$ 로 정했을 때 시간 지연이 없는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 2(a), 2(b)에, 시간 지연이 있는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 2(c), 2(d)에 각각 나타내었다.

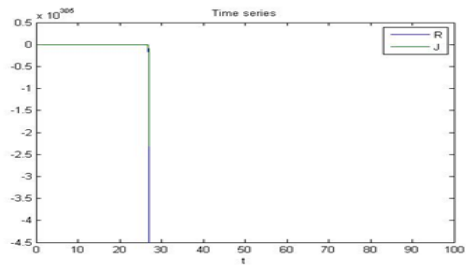
이 조건에서는 시간지연이 두 사람의 사랑에 큰 영향이 없음을 알 수 있다.



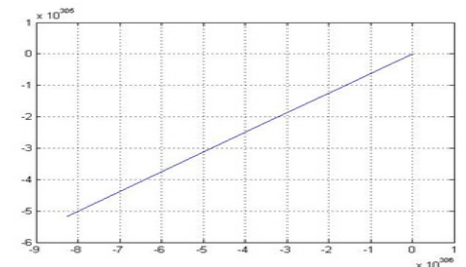
(a) 시간 지연이 없는 $a=2, b=4$ 일 때 시계열 데이터
(a) Time series when $a=2, b=4$ without time delay



(b) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=2, b=4$ 일 때 위상 공간
(b) Phase portrait when $a=2, b=4$ with time delay $\tau=2$



(c) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=2, b=4$ 일 때 시계열 데이터
(c) Time series when $a=2, b=4$ with time delay



(d) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=2, b=4$ 일 때 위상 공간
(d) Phase portrait when $a=2, b=4$ with time delay $\tau=2$

그림 2. $a=2, b=4$ 일 때의 시간 지연이 있는 경우와 시간 지연이 없는 경우 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간

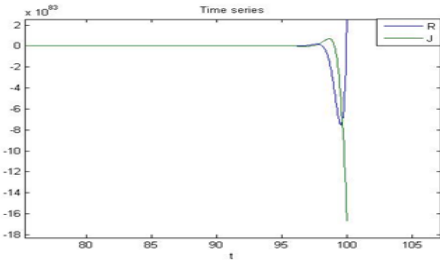
Fig. 2 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet when $a=2, b=4$ with and without time delay

3.2 $a > 0, b < 0$ 인 경우

$a > 0, b < 0$ 경우는 로미오가 스스로의 자기도취적인 상태로서 줄리엣과 다른 형태의 거동을 보여준다.

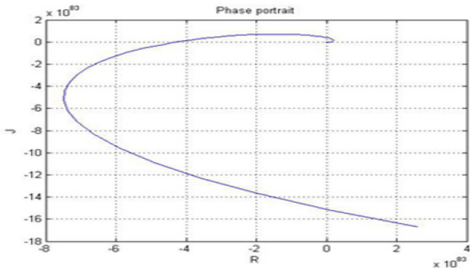
여기에서는 $a=2, b=-4$ 로 정했을 때 시간 지연이 없는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 3(a), 3(b)에. 시간 지연이 있는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 3(c), 3(d)에 각각 나타내었다.

이 조건에서는 시간 지연이 있을 경우 사랑의 패턴에 변화가 있음을 알 수 있다.



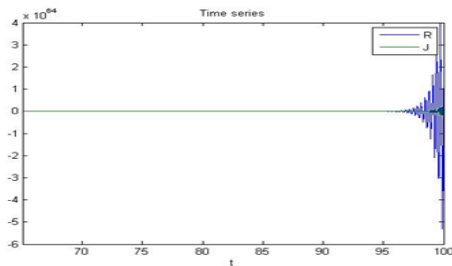
(a) 시간 지연이 없는 $a=2, b=-4$ 일 때 시계열 데이터

(a) Time series when $a=2, b=-4$ with time delay



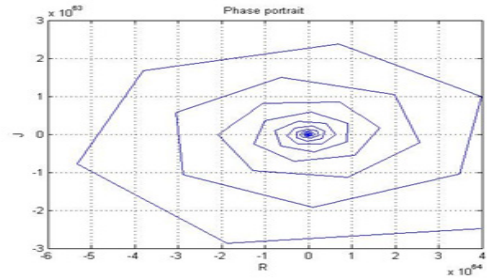
(b) 시간 지연이 없는 $a=2, b=-4$ 일 때 위상 공간

(b) Phase portrait when $a=2, b=-4$ without time delay



(c) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=2, b=-4$ 일 때 시계열 데이터

(c) Time series when $a=2, b=-4$ with time delay $\tau=2$



(d) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=2, b=-4$ 일 때 위상 공간

(d) Phase portrait when $a=2, b=-4$ with time delay $\tau=2$

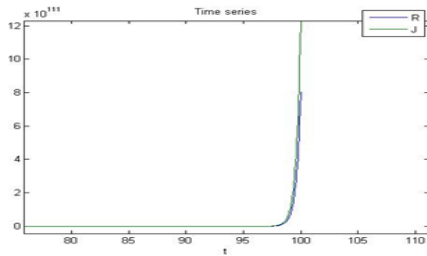
그림 3. $a=2, b=-4$ 일 때의 시간 지연이 있는 경우와 시간 지연이 없는 경우 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간

Fig. 3 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet when $a=2, b=-4$ with and without time delay

3.3 $a < 0, b > 0$ 인 경우

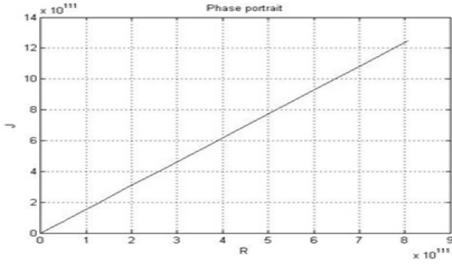
$a < 0, b > 0$ 경우는 이 경우 로미오의 신중한 사랑의 상태를 나타낸다. 줄리엣은 로미오와 같은 거동을 보이다가 마지막에 더 사랑하는 거동을 보인다. 여기에서는 $a=-2, b=3$ 로 정했을 때 시간 지연이 없는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 4(a), 4(b)에. 시간 지연이 있는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 4(c), 4(d)에 각각 나타내었다.

이 조건에서는 두 사람의 사랑의 패턴에 일부 변화가 있음을 알 수 있다.

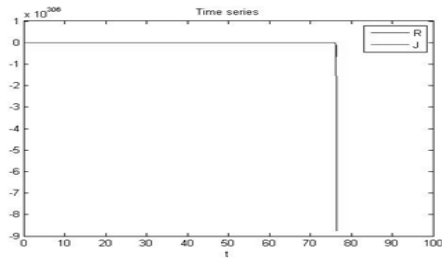


(a) 시간 지연이 없는 $a=-2, b=3$ 일 때 시계열 데이터

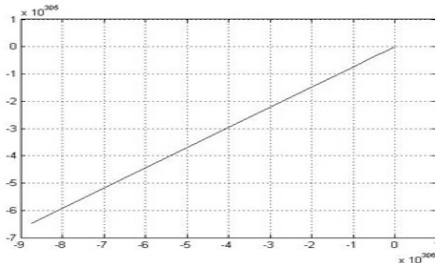
(a) Time series when $a=-2, b=3$ with time delay



(b) 시간 지연이 없는 $a=-2, b=3$ 일 때 위상 공간
(b) Phase portrait when $a=-2, b=3$ without time delay



(c) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=-2, b=3$ 일 때 시계열 데이터
(c) Time series when $a=-2, b=3$ with time delay $\tau=2$



(d) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=-2, b=3$ 일 때 위상 공간
(d) Phase portrait when $a=-2, b=3$ with time delay $\tau=2$

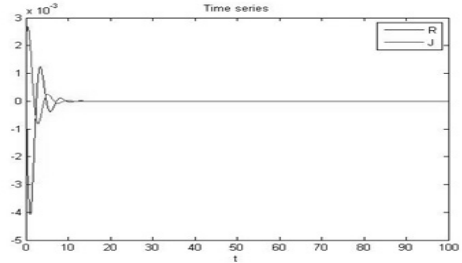
그림 4. $a=-2, b=3$ 일 때의 시간 지연이 있는 경우와 시간 지연이 없는 경우 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간
Fig. 4 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet when $a=-2, b=3$ with and without time delay

3.4 $a < 0, b < 0$ 인 경우

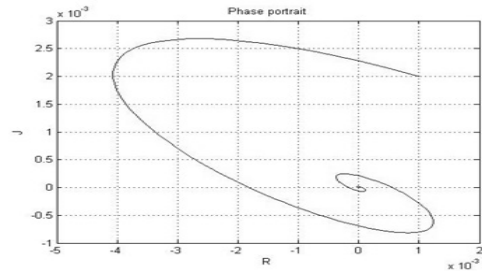
$a < 0, b < 0$ 경우는 로미오의 은둔 상태의 사랑을 나타낸다. 따라서 로미오의 거동과 줄리엣의 거동이

반대 방향으로 향한다. 여기에서는 $a=-2, b=-4$ 로 정했을 때 시간 지연이 없는 경우의 시계열과 위상 공간을 그림 5(a), 5(b)에. 시간 지연이 있는 경우의 시계열과 위상공간을 그림 5(c), 5(d)에 각각 나타내었다.

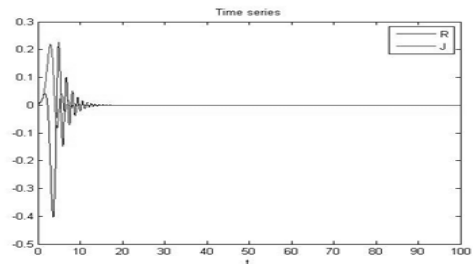
이 조건에서는 두 사람의 사랑의 패턴이 많은 변화가 있음을 알 수 있다.



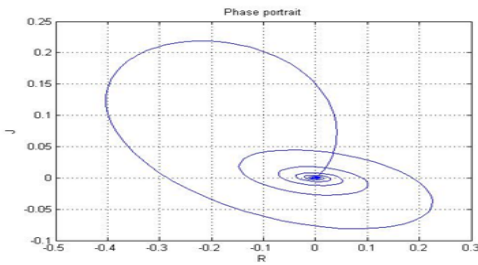
(a) 시간 지연이 없는 $a=-2, b=-4$ 일 때 시계열 데이터
(a) Time series when $a=-2, b=-4$ without time delay



(b) 시간 지연이 없는 $a=-2, b=-4$ 일 때 위상 공간
(b) Phase portrait when $a=-2, b=-4$ without time delay



(c) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=-2, b=-4$ 일 때 시계열 데이터
(c) Time series when $a=-2, b=-4$ with time delay $\tau=2$



(d) 시간 지연 $\tau=2$ 이 있는 $a=-2, b=-4$ 일 때 위상 공간
 (d) Phase portrait when $a=-2, b=-4$ with time delay $\tau=2$

그림 5. $a=-2, b=-4$ 일 때의 외부 힘을 인가 한 경우 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간

Fig. 5 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet when $a=-2, b=-4$

VI. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 로미오와 줄리엣의 사랑의 관점에서 이를 수학적으로 표현하고 시간 지연이 있는 경우와 시간 지연이 없는 경우에 대하여 거동을 해석하였다 이들에 대한 차이를 분석하였다. 앞으로 이 수식을 기반으로 한 비선형 거동에 대한 해석과 이를 이용하여 로봇 등에 감성 모델을 이식하는 것이 과제로 남는다.

References

- [1] J. C. Sprott, "Dynamics of love and happiness," *Chaos and Complex Systems Seminar*, Madison WI, Feb. 2001.
- [2] Y. Bae, "Chaotic phenomena in addiction model for digital leisure," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 13, no. 4, Dec. 2013, pp. 291-297.
- [3] M. Kim and Y. Bae, "Mathematical modelling and chaotic behavior analysis of cyber addiction," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 24, no. 3, June 2014, pp. 245-250.
- [4] Y. Bae, "Synchronization of dynamical happiness model," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 13, no. 4, 2013, pp. 291-297.
- [5] S. Kim, S. Choi, Y. Bae, and Y. Park, "Mathematical modelling of aappiness and its nonlinear analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, 2013, vol. 9, no. 6, pp. 711-717.
- [6] J. C. Sprott, "Dynamical models of happiness," *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*, vol. 9, no. 1, 2005, pp. 23-34.
- [7] S. Kim, Y. Shon and Y. Bae, "Mathematical modelling of love and its nonlinear analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 11, 2014, pp. 1297-1303.
- [8] Y. Bae, "Modified mathematical modelling of love and its nonlinear analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 12, 2014, pp. 1441-1447.
- [9] S. Yu, C Hyun, and M. Park, " Backstepping control and synchronization for 4-D Lorenz-Stenflo chaotic system with single input," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems* vol. 11, no. 3, Sept. 2011, pp. 135-216.
- [10] S. Yu, C. Hyun, and M. Park, "Control and synchronization of new hyperchaotic system using active backstepping design," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 11, no. 2, June 2011, pp. 77-83.
- [11] Y. Bae, "Diagnosis of power supply by analysis of chaotic nonlinear dynamics," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 8, no. 1, 2013, pp. 113-119.
- [12] Y. Bae, "Chaotic phenomena in MEMS with Duffing equation," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 6, no. 6, 2011, pp. 709-716.
- [13] Y. Bae and J. Park "A study on obstacle avoid method and synchronization of multi chaotic robot for robot formation control based on chaotic theory," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 5, no. 5, 2010, pp. 534-540.

- [14] Y. Bae, " A study on chaotic phenomenon in rolling mill bearing," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 315-319, Aug. 2001.
- [15] Y. Bae, J. Kim, Y. Kim, and Y. Shon, "Secure communication using embedding drive synchronization," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 13, no. 3, pp. 310-315, June 2003.

저자 소개



배영철(Young-Chul Bae)

1984년 광운대학교 전기공학과(공학사)

1986년 광운대학교대학원 전기공학과(공학석사)

1997년 광운대학교대학원 전기공학과(공학박사)

1986년~1991년 한국전력공사

1991년~1997년 산업기술정보원 책임연구원

1997년~현재 전남대학교 전기·전자통신·컴퓨터공학부 교수

2002년~2002년 Brigham Young University 방문교수

2011년~2011년 University of Utah 방문교수

※ 관심분야 : Chaos Control and Chaos Robot, Robot control etc.

