Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 41, No. 1, pp. 17-24, February 2015.
ISSN 1225-0988 | EISSN 2234-6457
http://dx.doi.org/10.7232/JKIIE.2015.41.1.017
© 2015 KIIE
<Original Research Paper>

OIML 혼합 샘플링 검사계획에 대한 고찰과 최적 목표값의 설정 : 실량표시상품을 대상으로

서 순 근†

동아대학교 산업경영공학과

On OIML Mixed Acceptance Sampling Plans and Optimal Target Value for Products in Prepackages

Sun-Keun Seo

Department of Industrial and Management Systems Engineering, Dong-A University

Mixed acceptance sampling plans for quantity of products in prepackages are widely used for compliance testing. To pass testing, random samples jointly comply with two legal requirements: (i) the average net content of an inspection lot shall be not less than the labelled quantity and (ii) the numbers of under-filled prepackages in a sample are less than or equal to permitted numbers. This paper discusses some drawbacks of the acceptance sampling plans and requirements recommended in OIML R87 (KS A 50087 translated by Korean) developed by the International Organization of Legal Metrology and evaluates the producer's and consumer's risks. In addition, problem of determining a target value in filling processes of prepackages under the OIML R87 requirements is addressed and illustrated with a numerical example.

Keywords: Average Criterion, Individual Criteria, Mixed Acceptance Sampling, Prepackage, Target Value

1. 서 론

우리나라는 2006년 공표된 계량에 관한 법률(제7862호)과 시행령에 의하여 실량표시상품(포장상품)의 종류와 허용차가 규정되어 있으며, 부피 및 질량형태의 양의 표기를 소비자가 쉽게 읽을 수 있고 알아볼 수 있는 방식으로 포장상품에의 부착을 요구하고 있다. 또한 EU 등에서 실시하고 있는 실량표시상품 관리제도인 자기적합성 선언제도를 도입하였다. 즉, 실량표시상품을 제조, 수입, 가공 또는 판매하는 자가 스스로 실량(내용량)을 검증하는 시스템을 구축하고 표기된 양에 대한 실량 보증을 선언하는 제도로 적합사업자는 k-mark 표시를 할 수 있도록 하였다.

또한 2004년에 발행된 실량표시상품의 실량검사에 관한 OIML(Organisation Internationale de Metrolgie Legale; 국제법정계량기구(International Organization of Legal Metrology)의 OIML R87을 도입한 KS표준인 KS A 50087을 2010년 제정하였다.

기술표준원 주관으로 2004년에 실시한 실태조사를 보면 508개 제품 중에서 13.4%가 실량이 표시된 양에서 허용오차보다 미달됨을 보고하고 있으며, 더불어 36.0%가 허용오차 이상으로 실량을 제공하고 있어 생산자 입장에서는 손실을 감수하고 있다.

국내와 유럽에서 표준으로 채택하고 있는 OIML R87(2004)과 미국의 NIST handbook 133의 실량검사요건(2011)은 표본의 평균 실량이 적어도 표시량과 동일해야 한다는 평균요건(average requirement)과 표본의 검사에서 발견된 부적합품의

이 논문은 동아대학교 교내연구비 지원에 의하여 연구되었음.
† 연락저자 : 서순근 교수, 604-714 부산광역시 사하구 낙동대로 550번길 37번지 동아대학교 공과대학 산업경영공학과, Tel : 051-200-7693, Fax : 051-200-7697, E-mail : skseo@dau.ac.kr
2014년 8월 25일 접수; 2014년 10월 13일 수정본 접수; 2014년 11월 3일 게재 확정.

개수에 적용되는 개별요건(individual prepackage requirement)의 두 가지로 대별된다. 이런 두 요건으로부터 도출된 샘플링 검사는 계량형과 계수형이 혼합된 샘플링 검사방식(mixed acceptance sampling plan)에 속한다.

이들 두 요건과 같이 독립이 아닌 혼합형 검사방식의 합격확률은 정확하게 구하기 힘들어 보통 근사적으로 구하고 있다(Elder and Muse, 1982; Constantine *et al*., 2000; Vangel, 2002). 최근에 Linkletter *et al*.(2012)는 로트간의 변동을 수용한 변량모형을 제안하고 NIST handbook 133의 실량검사요건을 중심으로 검사계획의 합격확률을 시뮬레이션을 통해 조사하였으며, Brennenan and Joner(2012)는 이를 수용하여 개발된 소프트웨어를 소개하고 사례를 통해 활용과정을 자세하게 기술하였다.

한편 일부 전문가들은 OIML R87(KS A 50087) 검사계획이 도출기준과 부합되지 않는다고 보고하고 있으며(Sim, 2007), 이들 표준에 언급된 통계적 근거도 명확하지 않은 편이다. 이에 따라 본 논문은 OIML R87(KS A 50087)의 검사계획의 통계적 근거를 체계적으로 검토하고 이의 특색과 문제점을 규명하고자 한다.

한편 충전공정에서 공정평균을 낮게 설정하면 규격에 부합되지 못하는 제품이 발생하여, 재충전, 할인판매, 폐기 등으로 인해 손실이 발생된다. 반대로 공정평균을 높게 설정하면 부적합품에 따른 손실은 감소하지만 초과 성분량으로 인해 과다비용이 발생한다. 이런 공정평균을 설정하는 문제를 목표치(target value) 설정 또는 canning 문제라 부르기도 하며(Kim *et al*., 2008), 최초에 Springer(1951)에 제시되어, Golhar(1987)에 의해 발전되었으며, 최근까지의 연구동향은 Tahera *et al*.(2008)을 참조하면 된다. 특히 Tahera *et al*.에 의하면 최초에 규격한계가 주어질 때 공정평균을 설정하는 문제로 시작되어, 결함제품을 처리하는 방식을 고려한 경우로 확장되었으며, 그 후 기대이차손실을 포함한 품질손실함수의 도입, 평균과 분산을 동시에 설정하는 문제 등으로 발전되고 있다고 보고 있다. 또한 그들은 공정 변화가 지속적으로 발생할 때 공정평균과 생산기간(production run)을 동시에 결정하는 문제도 통람하고 있다.

따라서 본 논문에서는 OIML R87(KS A 50087)의 검사계획을 채택한 실량표시제품의 충전공정에서 공정평균의 설정치 문제를 모형화하고 이를 구하는 방법을 예시한다.

2. OIML R87 검사계획의 고찰

2.1 실량표시제품의 요건

제품의 표시량을 Q, 실량(X)의 평균과 표준편차를 각각 μ, σ, 검사로트의 크기와 이로부터 랜덤하게 추출한 표본크기를 각각 N과 n, 표본의 단위별 실량을 $X_1, X_2, \cdots, X_n$, 이들의 평균을 $\overline{X}$라 할 때 평균요건 R1은 다음과 같이 주어지며, a를 SEL(Sample Error Limit; 표본오차한계)라고 부른다.

$$\text{R1} : \overline{X} \geq Q - a$$

그리고 개별요건은 두 종의 오차 허용량에 대한 부적합개수 요건인 R2와 R3으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{R2} : Q - h_1 \text{ 미만인 제품 수가 } m \text{ 이하}$$
$$\text{R3} : Q - h_2 \text{ 미만인 제품은 하나도 없음}$$

여기서 실제적인 R2 요건은 R3 요건을 고려하면 $Q - h_2$ 이상이고 $Q - h_1$ 미만인 제품 수가 m개 이하인 조건이 된다.

EU와 우리나라에서 채택하고 있는 OIML R87은 R1, R2, R3 요건을 모두 충족해야 하며, R1 요건에서 실제 모평균이 Q일 때 표본에 의한 합격확률이 0.995가 되도록 a를 설정한다. 그리고 R2와 R3에서 $h_1 = T,\ h_2 = 2T$(T를 허용 부족량(tolerable deficiency) 또는 MAV(Maximum Allowable Variation)로 칭함)로 두고 있다. 미국의 NIST handbook 133은 R1과 R2 요건만 부과하고 a를 합격확률이 0.975가 되도록 정하며, 호주와 뉴질랜드에서는 와인과 같은 병입된 액체물에 대한 실량요건으로 $a = 0$인 R1과 R3 요건만 규정하고 있다(Constantine *et al*., 2000; Linkletter *et al*., 2012).

2.2 OIML R87의 검사계획

1955년 법적계량에 관한 국제적인 통일을 위해 설립된 OIML에 우리나라는 1978년에 정회원으로 가입하였으며, 현재 정회원국 60개국, 준회원국 67개국이 가입되어 있다.

OIML R87는 실량이 정규분포를 따를 경우에 요건 R1, R2, R3으로부터 다음과 같은 절차로 $n,\ a,\ m,\ T$를 설정하는 검사계획을 구하고 있다.

즉, 평균요건의 $n,\ a$는 $b = 0.74$일 때 다음의 두 조건을 만족하도록 설정된다고 기술하고 있다.

$$\Pr(\overline{X} \geq Q - a \mid \mu = Q) \geq 0.995 \quad (1)$$
$$\Pr(\overline{X} \geq Q - a \mid \mu = Q - b\sigma) \leq 0.1 \quad (2)$$

단, μ와 σ는 각각 검사로트의 평균과 표준편차임.

식 (1)에서 a를 다음과 같이 설정하며 이의 계수를 SCF(sample correction factor; 시료보정인자)로 부르며, SCF와 n이 로트크기 N의 범위에 따라 <Table 1>(KS A 50087의 표 1)에 주어져 있다.

Table 1. Sampling plans in prepackages : OIML R87 and KS A 50087

N	n	SCF	m
100~500	50	0.379	3
501~3,200	80	0.295	5
> 3,200	125	0.234	7

$$a = \frac{t_{0.005}(n-1) \cdot S}{\sqrt{n}} = SCF \cdot S \quad (3)$$

단, $t_\alpha(\nu)$는 자유도가 ν인 t분포의 $(1-\alpha)$분위수이고, S는 표본 표준편차임.

여기서 대상 모집단이 유한 모집단이므로 유한 모집단 보정계수 $\sqrt{(N-n)/(N-1)}$를 SCF에 반영할 필요성도 있지만 본 논문에서는 $N \gg n$인 경우로 한정하여 이를 고려하지 않으며, 이에 따라 이후 전개과정에서 초기하분포보다는 이항분포를 채택한다. 하지만 초기하분포를 적용하더라도 관련 식 형태만 약간 복잡해지지 근본적인 전개 및 도출과정은 동일하다고 볼 수 있다.

또한 개별요건의 m과 T는 D_1, D_2가 각각 R2와 R3 요건의 부적합 개수(즉, $h_1 = T,\ h_2 = 2T$)라 할 때 생산자 위험률(α)과 소비자 위험률(β)이 각각 0.05와 0.1 이하가 되도록 식 (4)와 식 (5)의 조건 하에서 설정되었다고 기술되어 있으며, m은 KS A 50087의 표 1에 해당되는 <Table 1>에 수록되어 있다.

$$\Pr(D_1 \le m,\ D_2 = 0 \mid p \le 0.025) \ge 0.95 \quad (4)$$

$$\Pr(D_1 \le m,\ D_2 = 0 \mid p \ge 0.09) \le 0.10 \quad (5)$$

두 식의 p는 실량이 T보다 작은 검사로트의 부적합률인데, 실량표시상품의 종류에 따라 세 종류의 허용오차 적용 분류 중에서 어떤 허용오차 분류를 적용해야 하는지가 KS A 50087의 표 3에, 적용 분류별 표시량의 범위에 따른 허용부족량(T)이 KS A 50087의 표 2에 제시되어 있다.

여기서 식 (1)과 (4), 식 (2)와 식 (5)가 독립이라 가정하면 생산자 위험률은 1-0.995×0.95인 5.475% 이하, 소비자 위험률은 0.1^2인 1% 이하가 되어, 특히 소비자 위험은 전통적인 샘플링 검사계획과 달리 상당히 작은 위험률로 설정되고 있다.

OIML R87를 보면 R1, R2, R3 요건으로부터 식 (1), 식 (2), 식 (4), 식 (5)로 규정하는 기술과정도 명확하지 못하며, $b = 0.74$로 주어질 때 이들 4개 부등식을 충족하는 $n,\ a,\ m,\ T$를 어떻게 설정하고 있는지도 파악하기 힘들다. 또한 검사계획들이 상기의 4개 부등식 조건을 충족하는지에 대한 자세한 검토를 한 연구도 많지 않다.

따라서 먼저 다음 소절에서 식 (1)~식 (5)의 조건하에서 OIML R87 검사계획이 어떻게 설정되었는지, 또한 실제 이 조건들을 충족하고 있는지에 대해 고찰한다.

2.3 평균과 개별요건에 관한 고찰

혼합형 샘플링 검사에 관한 연구는 여럿 논문이 발표되었지만, OIML R87의 검사계획을 다각적으로 분석하고 심층적으로 고찰한 연구로는 비공개 보고서를 제외하면 Sim(2007)의 연구 외는 찾기 힘들다.

즉, Sim(2007)은 OIMR R87의 검사계획이 가지고 있는 결점들을 논의하고 대안 검사계획을 제안하였으나 전개 및 검토 과정상에 다음과 같은 문제점을 가지고 있다.

첫째, R1과 R2 요건만 고려하고 R3 요건은 언급을 하지만 실제 계산 시에 배제되고 있다.

둘째, R2 요건만 고려한 식 (4)와 식 (5)에 적용할 경우(D_2 조건 배제)에 소비자 위험 조건을 충족하지 못함을 지적하고 계수형 샘플링검사 관점에서 이를 개선한 n과 m을 추천하였다. 실제 대상 모집단이 유한 모집단이므로 이항분포보다 정확한 초기하분포를 적용한 장점은 있지만, 평균요건과 개별요건의 합격확률이 독립이 아니므로 R2 개별요건만 반영하여 두 위험률을 충족하도록 도출된 샘플링 검사계획은 완전하지 못하다. 그리고 독립이라 간주하더라도 식 (4)와 식 (5)는 다항분포(즉, 삼항분포) 또는 다변량 초기하분포를 적용해야 한다.

셋째, 식 (1)과 식 (4) 또는 식 (2)와 식 (5)의 로트 합격확률을 동시에 검토할 경우에 정규분포를 적용하여 독립적으로 구하였다. 또한 식 (1)과 식 (2)의 확률을 계산할 때 식 (3)에서 σ대신에 S를 쓰고 있으므로 정규분포가 아닌 비중심(noncentral) t분포를 적용해야 한다.

일반적으로 샘플링 검사는 생산자 위험과 소비자 위험을 기반으로 설계된다. 따라서 OIMR R87의 검사계획을 고찰하는 첫 단계로 생산자 위험과 소비자 위험을 구할 때 로트의 평균과 표준편차에 대해 규정해야 하므로 이를 먼저 살펴보자.

생산자 위험에 관한 식 (1)과 식 (4)에서 μ는 Q가 되는 것이 자명하다. 식 (4)에서 μ가 Q일 때 $R2$ 요건에 해당되는 p가 0.025가 되는 T는 1.96σ가 되므로 $T \ge 1.96\sigma$(또는 $\sigma \le T/1.96$)가 되어야 한다. 보수적으로 σ를 $T/1.96$로 두면 h_1을 1.96σ로, h_2는 3.92σ로 설정될 수 있다.

소비자 위험의 평균요건에 관한 식 (2)에서 μ는 $Q-0.74\sigma$(즉, $b = 0.74$)인데, 식 (5)에서의 μ는 명확하지 않다. 즉, 개별요건에 관한 식 (5)의 p가 0.09임을 고려하면 T가 1.96σ일 때 다음과 같이 $c = -0.62$가 되므로 μ가 $Q-0.62\sigma$가 되어 일치되지 않고 있다.

$$\Pr(X_i \le Q - 1.96\sigma \mid \mu = Q + c\sigma) = \Pr(Z_i \le -1.96 - c) = 0.09$$

단, Z_i는 $N(0,1)$를 따름.

따라서 본 논문에서 소비자 위험률을 계산 시에 $Q-0.74\sigma$보다 $Q-0.62\sigma$가 엄격한 조건이므로 식 (2)와 식 (5)에서 μ를 보수적으로 $Q-0.62\sigma$로 설정하여 구한다.

그리고 OIML R87 검사계획의 $n,\ a,\ m,\ T$를 다음과 같이 설정하고 있다고 볼 수 있다.

식 (1)과 식 (2)는 n과 a만 포함되어 있으므로 n이 주어진다면 a는 식 (3)과 같이 설정된다. 이에 따라 식 (2)를 충족하는 n을 구할 수 있는데, b를 0.74로 규정하는 이유는 OIML R87에 기술되어 있지 않다. 하지만 식 (2)에서 비중심 t분포를 이용해

야 하므로 이 식을 만족하는 n을 구하기는 쉽지 않다.

따라서 식 (1)과 식 (2)를 배제하고 독립적으로 식 (4)와 식 (5)만 고려하면 단순한 계수형 샘플링 검사에 관한 설계조건이 되므로, T가 주어지면(예를 들면 $T=1.96/\sigma$) n과 m을 구할 수 있다. 여기서도 삼항분포(또는 다변량 초기하분포)보다 R3 요건을 고려하지 않은 이항분포(또는 초기하분포)를 채택한 것으로 여겨진다(Sim, 2007).

하여튼 평균요건과 개별요건이 독립이 아니므로 독립적으로 R1과 R2/R3 요건에 대한 두 위험률을 산정하는 것은 올바른 방법이 되지 못한다. 따라서 이런 점과 Sim(2007)이 고려하지 못한 문제점을 반영하며, 다음 소절에서 생산자와 소비자 위험률을 결합하여 OIMR R87의 검사계획의 위험률을 평가한다.

2.4 결합 생산자와 소비자 위험률 평가

a가 식 (3)으로 주어지고 μ가 $Q+c\sigma$로 정의될 때 요건 R1, R2, R3을 충족할 확률 $P_a(c)$은 식 (6) 또는 식 (7)로 주어진다.

$$P_a(c)=\Pr(\overline{X}\geq Q-a, D_1\leq m, D_2=0 \mid \mu=Q+c\sigma)$$

$$=\Pr(\overline{X}\geq Q-a \mid \mu=Q+c\sigma)\ \Pr(D_1\leq m,\ D_2=0 \mid \overline{X}\geq Q-a,\ \mu=Q+c\sigma) \quad (6)$$

$$=\Pr(D_1\leq m,\ D_2=0 \mid \mu=Q+c\sigma)\ \Pr(\overline{X}\geq Q-a \mid D_1\leq m,\ D_2=0,\ \mu=Q+c\sigma) \quad (7)$$

먼저 식 (6)과 식 (7)로부터 R1과 R2/R3 요건을 충족할 확률을 구해보자. R1 요건을 충족할 확률인 $P_a^{(A)}(c)$는 식 (6)의 우변 첫째 항에서 $\overline{X}\mid\mu=Q+c\sigma$는 $N(Q+c\sigma, \sigma^2/n)$를 따르며 자유도가 $n-1$인 χ^2분포를 따르는 $(n-1)S^2/\sigma^2$과 조건부 독립이므로 다음과 같이 주어진다.

$$P_a^{(A)}(c)=\Pr(\overline{X}\geq Q-a \mid \mu=Q+c\sigma)=\Pr\left(T'=\frac{\sqrt{n}(\overline{X}-Q)/\sigma}{S/\sigma}\geq -SCF\sqrt{n}\right) \quad (8)$$

여기서, T'는 자유도 $\nu=n-1$와 비중심 파라미터 $\delta=\sqrt{n}(\mu-Q)/\sigma=c\sqrt{n}$인 비중심 t분포를 따름.

그러나 식 (6)의 우변 두 번째 항에서 $\overline{X}$와 D_1, D_2는 종속이므로 이 확률과 $P_a(c)$를 정확하게 구하는 것은 쉽지 않다.

식 (8)에서 두 모수가 ν, δ인 비중심 t분포의 누적확률은 식 (9)와 같이 근사할 수 있으며(Johnson *et al.*, 1994),

$$\Pr(T'\leq x)\approx\Phi\left(\frac{x-\delta}{\sqrt{1+\frac{x^2}{2\nu}}}\right) \quad (9)$$

식 (9)의 근사 정도를 도시한 <Figure 1>을 보면 이 식의 근사도가 상당히 높음을 알 수 있다.

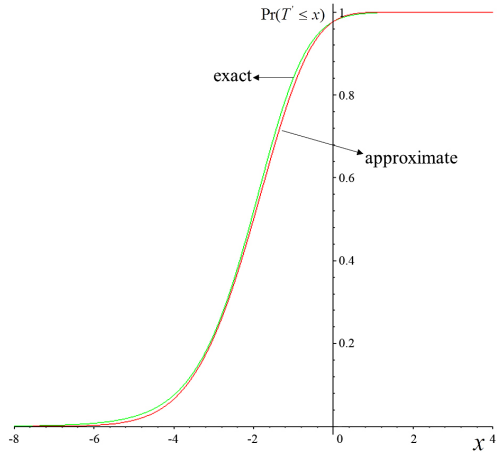

Figure 1. Accuracy of an approximation method for non-central t distribution : $\nu=10,\ \delta=-2$

한편 R2/R3 요건을 충족할 확률인 $P_a^{(I)}(c)$는 식 (7)의 우변 첫째 항에서 다음과 같이 삼항분포가 되어 쉽게 구할 수 있다.

$$P_a^{(I)}(c)=\Pr(D_1\leq m,\ D_2=0 \mid \mu=Q+c\sigma)=\sum_{j=0}^{m}\frac{n!}{j!(m-j)!}p_1^j(1-p_1-p_2)^{n-j} \quad (10)$$

여기서,

$$p_1=\Pr(Q-3.92\sigma\leq X_i<Q-1.96\sigma \mid \mu=Q+c\sigma)$$
$$p_2=\Pr(X_i<Q-3.92\sigma \mid \mu=Q+c\sigma)$$

세 요건에 대한 합격확률을 독립적으로 간주하여 식 (8)과 (10)의 곱($P_a^{(A)}(c)\cdot P_a^{(I)}(c)$)으로 근사할 수 있지만 정확도가 높지 않으므로, 식 (6)보다 식 (7)을 이용하여 $P_a(c)$를 다음과 같이 구할 수 있다.

즉, R2와 R3 요건에 미달하는 제품 개수가 각각 $r(\leq m)$과 0일 때 $\overline{X}$는 평균이 $\mu(r)$이고 분산이 $\sigma^2(r)/n$인 절단 정규분포를 따른다((Johnson *et al.*, 1994).

$$\mu(r)=\frac{r}{n}\left[\frac{\phi(z_2)-\phi(z_1)}{\Phi(z_1)-\Phi(z_2)}\right]+\frac{n-r}{n}\frac{\phi(z_1)}{1-\Phi(z_1)} \quad (11)$$

$$\sigma^2(r)=1+\frac{r}{n}\left[\frac{z_2\phi(z_2)-z_1\phi(z_1)}{\Phi(z_1)-\Phi(z_2)}-\left(\frac{\phi(z_2)-\phi(z_1)}{\Phi(z_1)-\Phi(z_2)}\right)^2\right] \quad (12)$$
$$+\frac{n-r}{n}\left[\frac{z_1\phi(z_1)}{1-\Phi(z_1)}-\left(\frac{z_1\phi(z_1)}{1-\Phi(z_1)}\right)^2\right]$$

단, $z_1=\dfrac{Q-1.96\sigma-\mu}{\sigma}$, $z_2=\dfrac{Q-3.92\sigma-\mu}{\sigma}$

$\Phi(\cdot)$, $\phi(\cdot)$는 표준정규분포의 누적분포함수와 확률밀도함수임.

식 (7)의 우변 둘째 항을 절단 정규분포의 평균과 표준편차로부터 근사적으로 구할 수 있다면, $P_a(c)$를 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다(Constantine *et al.*, 2000).

$$P_a(c) \approx \sum_{j=0}^{m} \frac{n!}{j!(m-j)!} p_1^j (1-p_1-p_2)^{n-j} \left[1-\Phi\left(\frac{Q-a-\mu(j)}{\sigma(j)}\right)\right] \quad (13)$$

Constantine *et al.*(2000)에 따르면 이 방법의 근사도는 $n=5$일 때 오차가 최대 1% 이하이며, n가 20보다 크면 상당히 정확하므로 충분히 적용할 수 있다고 보고하고 있다.

따라서 식 (8)과 식 (10), 식 (13)로부터 OIML R87 검사계획의 합격확률을 구하여 각 요건의 영향과 이를 만족하는지를 조사할 수 있다. 즉, $\mu = Q + c\sigma$일 때 대표적인 OIML R87 검사계획인 $n=50,\ m=3$을 비롯한 3가지(<Table 1> 참조)를 택하여 세 요건을 통과할 확률이 <Table 2>에 정리되어 있다.

여기서 생산자 위험($c=0$)을 보면 식 (1)를 미세하게 만족하지 못하지만 식 (4)을 여유 있게 만족하여 결합 생산자 위험은 고려된 모든 검사계획이 한계조건(독립이라 간주하면 5.475%)을 충족하고 있다. 그리고 $c=-0.62$일 때 소비자 위험률을 보면, 앞과는 대조적으로 식 (2)를 넉넉하게 충족하지만 식 (4)는 상당히 벗어난 경우가 있다. 특히 $n=50,\ m=3,\ c=-0.62$일 경우만은 결합 소비자 위험률이 3.42%로 소비자 위험 조건(1%)을 만족하고 있지 않으며, 그 외는 소비자 위험 조건을 충족하고 있다.

R1, R2, R3 요건 중 어느 요건이 합격확률을 구하는데 영향을 미치는가를 파악하기 위해 <Figure 2>에 c에 따른 <Table 1>의 첫 번째 검사계획의 세 가지 요건의 조합에 대한 $P_a(c)$가 도시되어 있다. 이를 보면 c가 작을 때, 즉 소비자 위험률에는 R1 요건(식 (8))이, c가 0에 근접할 때, 즉 생산자 위험률은 '1-합격확률'이므로 R2와 R3 요건(식 (10))이 $P_a(c)$의 계산 시에 상대적으로 영향이 큼을 확인할 수 있다.

또한 <Table 2>에서 σ를 $T/1.96$을 보수적으로 설정하였는데, 이 값이 변할 경우에 검사계획의 합격확률(또는 생산자와 소비자 위험률)에 미치는 영향을 조사하기 위해 σ가 $T/1.96$와 $T/3$일 때 <Figure 3>에 c에 따른 <Table 1>의 첫 번째 검사계획에 대한 $P_a(c)$가 도시되어 있다. 이를 보면 표준편차가 감소하면 생산자 위험률은 감소하지만 소비자 위험률은 미세하게 증가되고 있다.

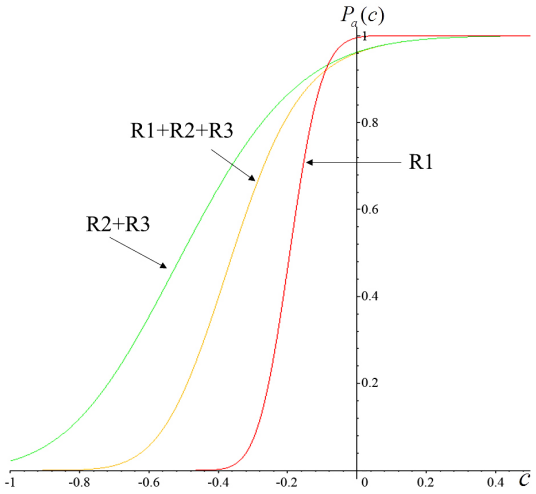

Figure 2. Acceptance probabilities for R1, R2, and R3 requirements : $n=50,\ m=3,\ SCF=0.379$

한편 식 (13)의 근사법은 식 (3)에서 S를 σ로 가정하고 있는데, 실제로는 이 값을 정확하게 일치하도록 추정할 수 있는 경우는 드물다. 따라서 $\sqrt{n-1}\,S/\sigma$는 자유도가 $n-1$인 χ분포를 따르므로 $n=50$일 때 이 분포의 제1사분위수와 제3사분위수, 제5백분위수, 제95백분위수를 구하여 σ의 배수로 환산할 때(즉, $S=h\sigma$) h는 각각 0.93, 1.06, 0.83, 1.16이 된다.

$n=50,\ m=3,\ SCF=0.379$일 경우에 S가 $h\sigma$로 추정될 때 $h=1$에 대한 $P_a(c)$의 비율이 <Figure 4>에 도시되어 있다. 이를 보면 c가 -0.3보다 작을 때 이 경우의 $P_a(c)$가 상당히 작은 값을 가지므로 그 영향은 크지 않을 수도 있지만, S를 적용 시에 실제와 차이가 발생할 가능성이 상대적으로 커짐에 유의해야 한다.

Table 2. Acceptance probabilities of mixed acceptance sampling plans in OIML R87

sampling plans	$c=0.0$	$c=-0.1$	$c=-0.2$	$c=-0.4$	$c=-0.62$	$c=-0.74$
$n=50,\ m=3$ $SCF=0.379$	0.9592 (0.9938[1], 0.9619[2])	0.9095	0.8018	0.3657	0.0342 (0.0000, 0.3252)	0.0038
$n=80,\ m=5$ $SCF=0.295$	0.9779 (0.9943, 0.9814)	0.9226	0.7516	0.1564	0.0014 (0.0000, 0.2565)	0.0000
$n=125,\ m=7$ $SCF=0.234$	0.9772 (0.9946, 0.9811)	0.8939	0.6045	0.0281	0.0000 (0.0000, 0.1116)	0.0000

Note) 1. probability to pass R1 requirement.
2. probability to pass R2 and R3 requirements.

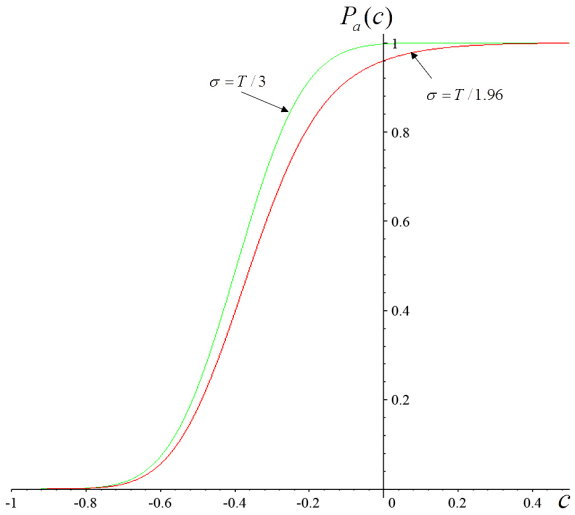

Figure 3. Effects on acceptance probabilities for sigma : $n = 50$, $m = 3$, $SCF = 0.379$

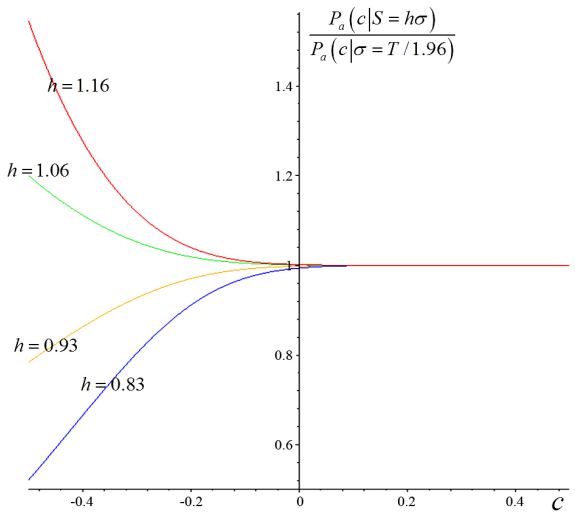

Figure 4. Effects on acceptance probabilities for estimates of σ : $n = 50$, $m = 3$, $SCF = 0.379$

3. 목표치 설정 모형

3.1 모형

본 논문의 대상은 랜덤 샘플링 상황이므로 전수검사를 반영한 대부분의 목표치 설정 문제 유형과 달리 샘플링을 고려한 이익모형을 채택하여(Boucher and Jafari, 1991), 기대이익을 최대로 하는 실량표시 상품의 (자동) 충전공정의 목표치를 설정하고자 한다.

A가 제품단위당 판매가이고, B가 불합격 시 발생되는 단위당 추가비용(재충전 비용이나 할인판매로 인한 손실비용 등)일 때 크기 N인 검사로트의 기대수익은 합격될 경우에 AN, 불합격될 경우에 $(A-B)N$으로 주어진다.

따라서 이 공정의 목표치가 $\mu = Q + c\sigma$일 때 제품 단위 실량당 원가가 g이라면 검사로트의 단위 제품당 기대이익 $Y(c)$는 N에 무관하게 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} Y(c) &= AP_a(c) - (A-B)(1-P_a(c)) - g\mu \\ &= A - g(Q+c\sigma) - B(1-P_a(c)) \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 R1, R2, R3 요건을 충족해야 합격되는 조건 하에서 식 (14)의 기대이익을 최대화하는 c를 설정할 수 있다.

3.2 수치예제

어떤 냉동식품의 포장 단위당 표시 실량은 1,000g으로 검사로트의 크기는 500이다. KS A 50087에 따르면 $n = 50$, $m = 3$, $SCF = 0.397$, $T = 15$g의 검사계획이 요구된다. 즉, 50개를 랜덤 추출하여 구한 단위 중량의 평균이 $Q - 0.397s$(s는 표본의 표준편차 값)보다 이상이고, 50개 중에서 985g 미만인 제품이 3개 이하, 970g 미만인 제품이 한 개도 없어야 이 로트는 합격된다.

이 제품의 판매단가를 30,000원, 불합격 시 단위당 재충전 비용이 6,000원, 1g당 원가가 24원이다. 여기서 σ는 제 2.3절과 같이 보수적으로 $T/1.96 = 7.653$으로 설정하였다. 이 경우의 기대이익 $Y(c)$를 도시한 <Figure 5>를 보면 최적 $c(c^*)$가 존재함을 알 수 있으며, 그 값은 0.214로 충전공정의 목표치는 1,001.640g, 기대이익은 5,877.0원이 된다.

그리고 식 (14)에 포함되는 경제적 요소와 표준편차에 대한 민감도분석을 실시하여 포함된 파라미터의 불확실성의 영향을 조사할 수 있다.

먼저 B/A는 0.2이고, g당 단가에 대한 원가 비율인 gQ/A는 0.8이며, $T = 1.96\sigma$이므로 이들 값의 변화에 대해 목표치에서 Q를 차감한 값($c \times \sigma$)을 정리한 것이 <Table 3>이다.

<Table 3>을 보면 예상한 바와 같이 B/A가 증가하면 목표치가 증가하는 양상을, gQ/A가 증가하면 목표치가 감소하는 패턴을 보여 주고 있다.

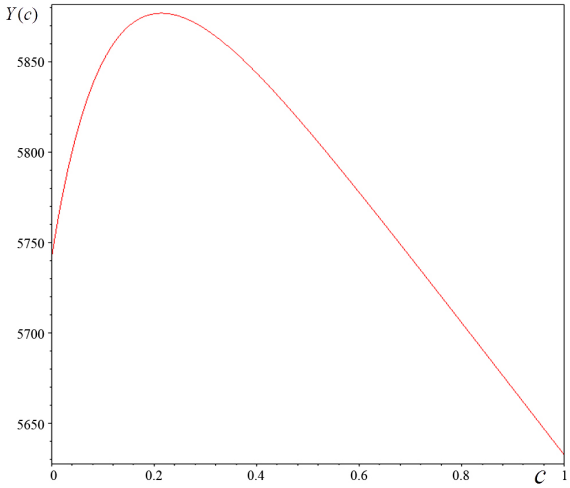

Figure 5. Expected profit function in a numerical example

Table 3. Sensitivity analysis for a numerical example : $\mu = 1{,}000$, $\sigma = T/1.96$

gQ/A	B/A				
	0.1	0.15	**0.2**	0.3	0.4
0.6	1.252	1.640	1.913	2.292	2.556
0.7	1.105	1.492	1.767	2.149	2.415
0.8	0.979	1.365	1.640	2.024	2.292
0.9	0.868	1.252	1.527	1.913	2.183
0.95	0.817	1.200	1.475	1.862	2.132

그리고 식 (4)를 만족하기 위해서 σ는 $T/1.96 = 7.653$ 이하가 되어야 하는데, 이 중에서 σ가 $T/2.2 = 6.818$, $T/2.5 = 6$g으로 변할 때의 민감도분석 결과(B/A가 0.2이고 gQ/A가 0.8일 경우임)가 <Figure 6>에 도시되어 있다. 이를 보면 σ가 감소하면 최적 목표치가 감소됨을 확인할 수 있으며, 특히 σ가 $T/2.5$일 때 최적 목표치가 제품 표시량인 Q보다 작게 설정해야(즉, $c^* = -0.0370$) 기대이익이 최대가 되는, 보편적인 목표치 설정 문제(규격하한이 주어지는 경우)와 다른 특이한 현상을 볼 수 있다. 환언하면 OIML R87의 생산자 위험에 관한 R1 요건이 특히 생산자에 유리한 조건이 될 수 있음을 유추할 수 있다.

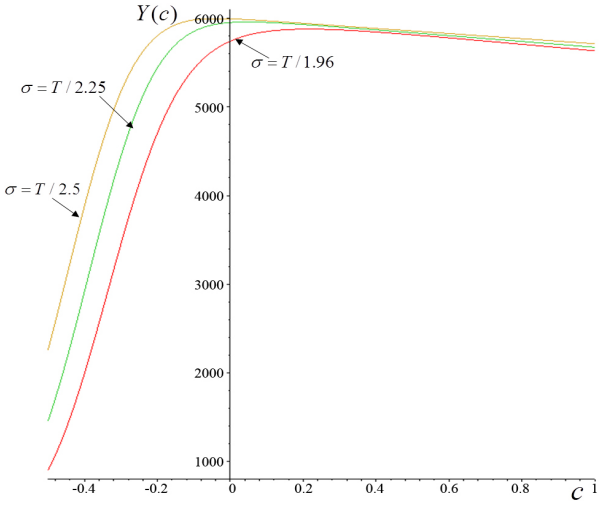

Figure 6. Sensitivity analysis for σ : expected profit

4. 결 론

국내에서 표준으로 채택하고 있는 OIML R87의 실량검사요건은 표본의 평균 실량이 적어도 표시량과 통계적으로 동일해야 한다는 평균요건과 표본 검사에서 발견된 부적합품의 개수에 적용되는 개별요건의 두 가지로 대별된다.

이런 두 요건으로부터 도출된 샘플링 검사계획은 계량형과 계수형이 혼합된 검사방식에 속하는데, OIML R87(KS A 50087)의 검사계획이 도출기준과 부합되지 않는다고 보고되고 있으며, 이들 표준에서 제안된 검사계획에 대한 통계적 근거도 그리 명확하지 않은 편이다.

이에 따라 본 논문은 OIML R87의 검사계획의 근거를 체계적으로 고찰하고, 이들 계획을 다각적으로 분석한 기존 연구(Sim, 2007)의 문제점을 보완하여, 특히 독립적인 아닌 두 요건을 결합한 생산자와 소비자 위험률을 검토하였다. 분석결과를 보면 각 요건 측면에서는 모두 만족하지는 못하지만, 두 요건을 결합한 두 위험률은 대부분 충족하고 있다. 하지만 일부 경우에 소비자 위험 조건이 충족되지 못함을 확인하였다.

또한 OIML R87 요건 하에서 실량표시제품의 충전공전에 대해 공정평균의 설정치 문제를 모형화하여 이를 설정하는 방법을 예시하고, 불확정적인 파라미터에 대한 민감도 분석을 실시하여 설정된 공정평균의 양태를 파악하였다. 민감도 분석 결과를 보면 생산자에게 유리하도록 최적 공정목표치를 Q보다 낮게 설정해야 되는 경우가 발생되므로, OMIL R87의 R1요건의 생산자 위험률을 NIST handbook 133의 수준으로 높이거나, SEL(표본오차한계)를 '0'으로 설정할 필요성도 있다.

그런데 이 논문에서는 OIML R87의 검사계획에서 허용 부족량 T가 규정되어 있어 이를 σ의 배수로 환산하여 분석했는데, σ가 미지일 때 표본 표준편차 S로 대체해야 된다. 따라서 이럴 경우에 두 위험률 등에 미치는 영향이 어느 정도인지 파악하고, 절단 정규분포로 근사한 식 (13)보다 S를 반영하여 정확한 합격확률을 구하는 후속연구가 요망된다.

따라서 본 논문은 국내 관련연구가 거의 없는 실량표시상품의 통계적 품질관리에 대한 관심을 촉진시키는 계기가 될 수 있기를 기대한다.

참고문헌

Boucher, T. O. and Jafari, M. (1991), The Optimum Target Value for Single Filling Operations with Quality Sampling Plans, *Journal of Quality Technology*, **23**(1), 44-47.

Brenneman, W. A. and Jones, Jr. M. D. (2012), Setting Appropriate Fill Weight Targets-A Statistical Engineering Case Study, *Quality Engineering*, **24**(2), 241-250.

Constantine, A. G., Field, J. B. F., and Robinson, N. I. (2000), Probabilities of Failure in Mixed Acceptance Sampling Schemes, *Australian and New Zealand Journal of Statistics*, **42**(2), 225-233.

Elder, R. S. and Muse, R. L. (1982), An Approximate Method of Evaluating Mixed Sampling Plans, *Technometrics*, **24**(3), 207-211.

Golhar, D. Y. (1987), Determination of the Best Means Contents for a Canning Problem, *Journal of Quality Technology*, **19**(2), 82-84.

Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N. (1994), *Continuous Univariate Distributions-1*, 2nd ed., New York, USA.

Kim, Y.-J., Hong, S.-H., Lee, M.-K., and Kwon, H.-M. (2008), Optimum Parameter Values for A Metal Plating Process, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **34**(3), 337-343.

Korean Agency for Technology and Standards (2010), *KS A 5007:2010 Quantity of Product in Prepackages*, KATS, Chungcheongbuk-do, Korea.

Linkletter, C. D., Ranjan, P., Lin, C. D., Bingham, D. R., Brenneman, W. A., Lockhart, R. A., and Loughin, T. M. (2012), Compliance testing for Random Effects Models with Joint Acceptance Criteria, *Technometrics*, **12**(3), 243-255.

National Institute of Standards and Technology (2011), *NIST Handbook 133 : Checking the Net Contents of Packaged Goods*, NIST, Gaithersburg, USA.

International Organization of Legal Metrology, (2004), *OIML R87 Quantity of Product in Prepackages*, OIML, Paris, France.

Sim, C. H. (2007), Requirements and Process Control for Quantity of Product in Prepackages, *Metrologia*, **44**(1), 29-34.

Springer, C. H. (1951), A Method for Determining the Most Economic Position of a Process Mean, *Industrial Quality Control*, **8**, 36-39.

Tahera, K., Chan, W. M., and Ibrahim, R. N. (2008), Joint Determination of Process Mean and Production Run : A Review, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **39**(3-4), 388-400.

Vangel, M. G. (2002), Lot Acceptance and Compliance Testing Using the Sample Mean and an Extremum, *Technometrics*, **44**(3), 242-249.