

동특성 변화를 이용하여 보의 다중 균열 위치 및 크기 해석

Multi-crack Detection of Beam Using the Change of Dynamic Characteristics

김 정 호* · 이 정 우** · 이 정 윤†
Jung Ho Kim, Jung Woo Lee and Jung Youn Lee

(Received July 16, 2015 ; Revised October 21, 2015 ; Accepted October 21, 2015)

Key Words : Stiffness Matrix(강성 행렬), Sensitivity Coefficient Matrix(감도계수 행렬), FEM(유한요소법), Dynamic Characteristics(동특성), Multi-crack Detection(다중 균열 탐지)

ABSTRACT

This study proposed the method of the multi-crack detection using the sensitivity coefficient matrix which is calculated from the change of eigenvalues and eigenvectors before and after the crack. Each crack is modeled by a rotational springs. The method is applied to the cantilever beam with multi-crack. The eigenvalues and eigenvectors are determined for different crack locations and depths. The prediction of multi-crack detection are in good agreement with the results of structural reanalysis.

1. 서 론

구조물에 균열이 발생하면 심각한 손상을 줄 수 있으므로 사고를 방지하기 위해 초기에 탐지하여야 한다. 하지만 육안 검사로 균열을 미리 탐지하기는 매우 어려운 일이므로 수십 년 동안 구조물에 발생하는 균열을 효과적으로 탐지하기 위해 수많은 연구가 이루어져 왔다. 이에 대한 연구로 Doebling 등⁽¹⁾과 Wei Fan 등⁽²⁾은 진동 데이터를 사용하여 구조물의 균열 크기와 위치를 탐지하는 여러 연구들을 조사하여 발표하였다. 균열은 구조물을 국부적으로 약하게 하므로 이를 이용하여 균열을 탐지할 수 있다. Dimarogonas 등⁽³⁾은 파괴 역학을 이용하여 균열의 등가 회전 강성을 해석하였고 Adams 등⁽⁴⁾은 고유 진동수를 이용하여 균열 깊이 및 위치를 추정하는 실험 기술을 개발했다. Goudmunson 등⁽⁵⁾은 균열에

의해 발생하는 고유 진동수의 변화를 예측하였고 Shen 등⁽⁶⁾은 균열 끝 부분의 응력 집중을 이용하여 구조물의 동특성을 얻기 위해 2차원 유한요소법을 사용했다. Hur와 Kim 등⁽⁷⁾은 하나의 균열이 존재하는 외팔보에 대해서 균열에 의한 고유 진동수 변화를 제시하고 실험을 통해 검증하였다. Son과 Ahn 등⁽⁸⁾은 이론과 유한요소 해석과 실험을 통하여 보의 균열을 검출하였으며 Ahn과 Oh 등⁽⁹⁾은 바이스펙트럼을 이용한 외팔보의 결함 진단에 관한 연구를 하였다.

또한 구조물의 다중 균열에 대한 연구로 Sekhar⁽¹⁰⁾는 다중 균열의 여러 가지 논문들을 각각의 영향 및 식별 방법에 따라 요약하였으며 Lee 등⁽¹¹⁾은 다중 균열이 있는 문제를 해결하기 위해 유한요소법을 사용하였다. Patil 등⁽¹²⁾은 주파수 측정을 이용하여 다중 균열을 규명하였으며 Mizanoglu 등⁽¹³⁾은 Rayleigh Ritz 근사 방법을 사용하여 다중 균열의 진동 해석

† Corresponding Author ; Member, Department of Mechanical System Engineering, Kyonggi University
E-mail : jylee@kgu.ac.kr

* Member, Dept. of Mechanical Engineering, Kyonggi University

** Member, KEPCO KPS Technology Research & Development Institute

‡ Recommended by Editor Heung Soo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

을 하였다. Friswell 등⁽¹⁴⁾은 주어진 구조물의 균열을 예측하기 위해 변화된 동특성으로부터 강성 변화를 구하였으며 최근에 위에 관한 연구들이 기계, 조선, 가전, 항공건축 등의 분야에서 활발히 진행되고 있다.

그러나 그동안의 다양한 연구에도 균열을 정확히 탐지하는 데 어려움이 있었다. 대부분의 연구가 균열이 발생하면 모드의 변화가 없다고 가정하고 고유진동수의 변화만 고려하였기 때문이다.

여기서는 균열 전과 후의 구조물의 고유진동수와 모드 형상의 변화량을 동시에 고려하여 감도계수 행렬을 정의하였다. 이를 이용하여 구조물에 발생한 다중 균열의 위치와 깊이를 탐지하는 새로운 방법을 제안하였으며 검증하기 위해 다중 균열이 있는 외팔보에 적용하였다.

2. 균열을 갖는 보의 탄성거동

균열에 의한 컴플라이언스(compliance)는 균열된 부재의 주요 치수, 균열의 크기 및 방향, 작용되는 하중 및 변형 모드에 의존한다. 국부 유연성 행렬(local flexibility matrix)은 하중에 의한 변위와 관계된다. 여기서는 굽힘 진동만 고려하여 회전 균열 컴플라이언스가 국부 유연성 행렬에만 영향을 준다고 가정한다. Chondros와 Dimarogonas 등⁽³⁾은 균열 스트레인 에너지 함수를 이용하여 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 보의 길이가 L , 단면적이 A , 단면이차모멘트가 I 이고 탄성계수가 E 인 보에 균열이 있는 경우 균열을 다음과 같이 등가 회전 스프링 $k_\theta = 1/\alpha$ 로 모델링하였다.

$$\alpha = \frac{6\pi(1-\nu^2)h}{EI} I_c\left(\frac{a}{h}\right), \tag{1}$$

$$I_c\left(\frac{a}{h}\right) = 0.6272\left(\frac{a}{h}\right)^2 - 1.04533\left(\frac{a}{h}\right)^3 + 4.594\left(\frac{a}{h}\right)^4 - 9.973\left(\frac{a}{h}\right)^5 + 20.2948\left(\frac{a}{h}\right)^6 - 33.0351\left(\frac{a}{h}\right)^7 + 47.1063\left(\frac{a}{h}\right)^8 - 40.7556\left(\frac{a}{h}\right)^9 + 19.6\left(\frac{a}{h}\right)^{10} \tag{2}$$

여기서 ν 는 푸아송 비, h 는 보의 높이, a 는

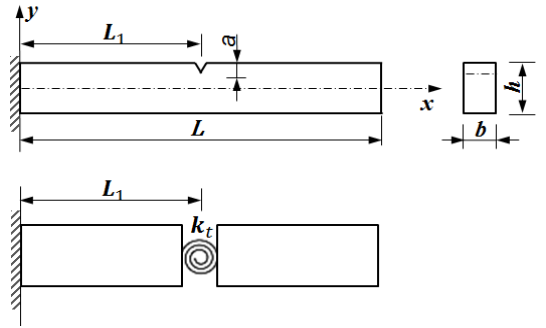


Fig. 1 Crack model in cantilever beam

균열의 깊이이다.

3. 보의 균열 탐지 알고리즘

균열이 발생하면 구조물의 강성이 감소되어 강성행렬은 변하게 되지만 질량의 변화는 무시할 수 있으므로 질량행렬은 변하지 않는다고 가정한다. 구조물에 강성이 변경되면 동특성이 변화되며 이때 균열 전과 후의 동특성은 다음과 같이 된다.

$$(K_o - \lambda_o M_o)\phi_o = 0 \tag{3}$$

$$(K - \lambda M_o)\phi = [(K_o + \Delta K) - (\lambda_o + \Delta\lambda) M_o] (\phi_o + \Delta\phi) = 0 \tag{4}$$

여기서 K_o 와 M_o , K , M , ΔK 은 각각 균열 전 구조물의 강성행렬과 질량행렬, 균열 후 구조물의 강성행렬 및 질량행렬, 강성행렬의 변경량이며 λ_o , ϕ_o , λ 와 ϕ , $\Delta\lambda$, $\Delta\phi$ 는 각각 균열 전의 고유치와 고유벡터, 균열 후의 고유치, 고유벡터, 고유치 및 고유벡터 변화량이다.

3.1 균열을 갖는 유한요소의 강성행렬

Fig. 2와 같이 i 번째 보의 양 끝에 등가 회전스프링으로 나타낼 수 있는 균열이 있을 때 보의 질량행렬과 강성행렬은⁽¹⁵⁾ 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M_o]_i = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 3L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

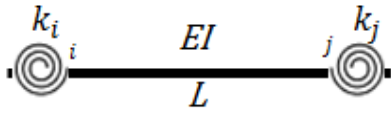


Fig. 2 Schematic representation of rotational end springs

$$[K]_i = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3}\theta_1 & \frac{6EI}{L^2}\theta_2 & -\frac{12EI}{L^3}\theta_1 & \frac{6EI}{L^2}\theta_3 \\ \frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{4EI}{L}\theta_4 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{2EI}{L}\theta_5 \\ -\frac{12EI}{L^3}\theta_1 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_2 & \frac{12EI}{L^3}\theta_1 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_3 \\ \frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{2EI}{L}\theta_5 & -\frac{6EI}{L^2}\theta_3 & \frac{4EI}{L}\theta_6 \end{bmatrix} \tag{6}$$

여기서 ρ 는 밀도, A 는 요소의 단면적이며 $[K]_i = [K_o]_i + [\Delta K]_i$ 이고 $\theta_1 \sim \theta_6$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{\beta_i + \beta_j + \beta_i\beta_j}{4(3 + \beta_j) + \beta_i(4 + \beta_j)}, \\ \theta_2 &= \frac{\beta_i(2 + \beta_j)}{4(3 + \beta_j) + \beta_i(4 + \beta_j)}, \\ \theta_3 &= \frac{\beta_j(2 + \beta_i)}{4(3 + \beta_j) + \beta_i(4 + \beta_j)}, \\ \theta_4 &= \frac{\beta_i(3 + \beta_j)}{4(3 + \beta_j) + \beta_i(4 + \beta_j)}, \\ \theta_5 &= \frac{\beta_i\beta_j}{4(3 + \beta_j) + \beta_i(4 + \beta_j)}, \\ \theta_6 &= \frac{\beta_j(3 + \beta_i)}{4(3 + \beta_j) + \beta_i(4 + \beta_j)} \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 하첨자 i, j 는 보의 왼쪽과 오른쪽을 의미하며 $\beta = k_\theta / (EI/L)$ 로 무차원 계수이고 k_θ 는 회전 스프링 상수이다. β 값은 균열이 없을 때는 ∞ 이며 균열이 커질수록 점점 작아져 0에 가까워지게 된다.

3.2 균열 발생 후 감도계수의 해석

Fox는⁽¹⁶⁾ 구조 변경 후 고유벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형 결합으로 다음과 같이 나타내었다.

$$\{\Delta\phi\}_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\phi_o\}_k \tag{8}$$

여기서 $\{\Delta\phi\}_i$ 는 i 차 모드의 고유벡터 변화량이고 α_{ki} 는 k 차 모드에 대한 i 차 모드의 감도계수이며 $\{\phi_o\}_k$ 는 구조 변경 전 k 차 모드의 고유벡터이다. 식 (8)을 확장하면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$[\Delta\phi] = [\alpha][\phi_o] \tag{9}$$

$$[\alpha] = [\Delta\phi][\phi_o]^{-1} \tag{10}$$

여기서 $[\Delta\phi]$, $[\alpha]$, $[\phi_o]$ 는 고유벡터 변화량행렬과 감도계수 행렬, 구조물 균열 발생 전 고유벡터 행렬이다. 즉 감도계수 행렬은 구조물 균열 발생 전 고유벡터 행렬과 균열 발생 후의 고유벡터 변화량 행렬로부터 구할 수 있다.

3.3 균열 발생 후 강성행렬의 변경량 해석

균열 발생 후 변경된 강성행렬을 해석하기 위해 기존의 방법을⁽¹⁷⁾ 사용하였으며 Fig. 3에 보의 균열 예측 순서를 나타내었다.

$$\Delta K_{ii}^{(1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2, \quad i = j \tag{11}$$

$$\Delta K_{ij}^{(1)} = \alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2, \quad i \neq j \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \Delta K_{ii}^{(i+1)} &= \omega_i^2 - \omega_{oi}^2 - 2\alpha_{ii}\omega_{oi}^2 \\ &\quad - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 - \omega_{ok}^2 - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ki}^{(i)} \\ &\quad - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i = j \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \Delta K_{ij}^{(i+1)} &= \alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2 \\ &\quad - \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \omega_{ok}^2 \\ &\quad - \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{jk}^{(i)} - \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{qk}^{(i)}, \quad i \neq j \end{aligned} \tag{14}$$

여기서 ω_{oi}^2 와 ω_{oj}^2 는 λ_{oi} 와 λ_{oj} 이고,

$$\Delta K_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j \tag{15}$$

이며 ΔK_{ij} 는 일반화된 강성 변경량(Generalized stiffness variation)이라고 정의하고 식 (15)를 행렬로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

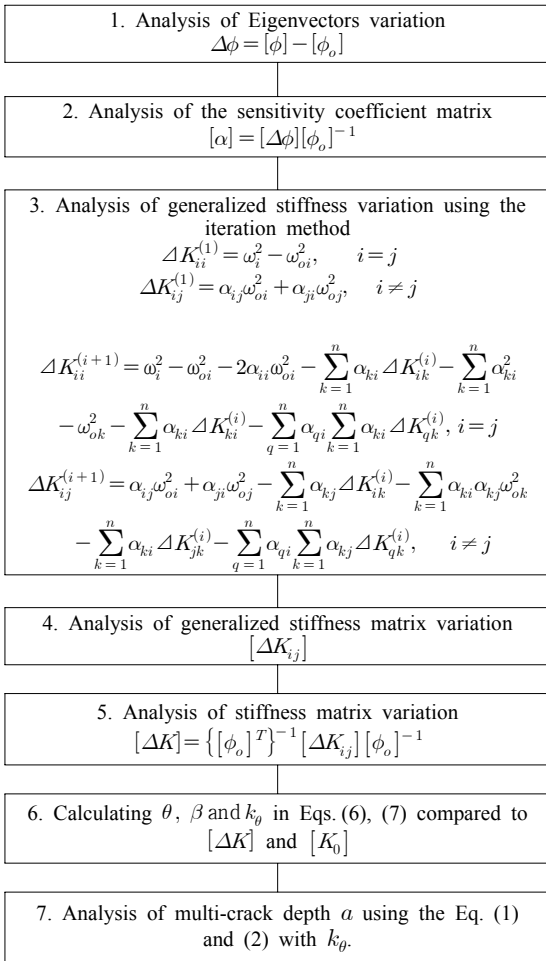


Fig. 3 Flow chart for the multi-crack detection

$$[\phi_o]^T [\Delta K] [\phi_o] = [\Delta K_{ij}] \tag{16}$$

식 (16)에서 강성행렬 변경량은 다음과 같다.

$$[\Delta K] = \{[\phi_o]^T\}^{-1} [\Delta K_{ij}] [\phi_o]^{-1} \tag{17}$$

여기서 식 (17)에서 구한 $[\Delta K]$ 을 식 (6)과 비교하여 각 요소에 대한 θ_i 를 구한다. 이로부터 각 요소의 β_i 를 계산하여 균열의 위치와 k_θ 구하고 식 (1)과 식 (2)를 이용하여 균열의 깊이 비(a/h)를 구한 다음 균열의 깊이 a 를 계산한다.

4. 컴퓨터 모사 실험

Fig. 4에 균열에 사용된 외팔보의 모델을 나타내

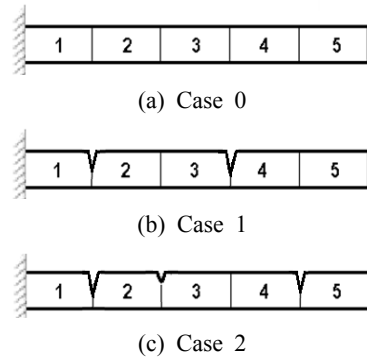


Fig. 4 Crack model in cantilever beam

었다. 길이 $L = 400$ mm, 높이 $h = 10$ mm, 폭 $b = 30$ mm, 세로탄성계수 $E = 210$ GPa, 푸아송 비 $\nu = 0.3$, 밀도 $\rho = 7850$ kg/m³인 보를 등 간격으로 5개 요소로 나누었으며 시뮬레이션은 다음의 세 가지 경우를 하였다.

- (1) Case 0: 균열이 없는 경우 $a = 0$
- (2) Case 1: 1번 및 3번 요소 오른쪽에 각각 $a = 4$ mm, $a = 6$ mm의 균열을 갖는 경우
- (3) Case 2: 1번, 2번 및 4번 요소 오른쪽에 각각 $a = 6$ mm, $a = 1$ mm, $a = 3$ mm의 균열을 갖는 경우

5. 결과 및 고찰

5.1 고유 진동수 변화 검토

Table 1은 균열 전과 후의 고유 진동수를 나타낸 표로 보에 균열이 발생하여 강성이 감소되었기 때문에 고유 진동수가 낮아졌음을 알 수 있다. 균열 발생 전과 후의 고유 진동수 비율은 case 1의 경우 최소 98.9%에서 최대 82.4%로 낮아졌으며 case 2의 경우는 최소 99.25%에서 최대 83.3%로 낮아졌다.

Case 2가 case 1보다 균열이 많은데도 일부 모드에서 case 2의 고유 진동수 값이 case 1의 것보다 큰 이유는 균열을 회전 스프링으로 모델링하였기 때문이다. 균열이 있을 경우 고유 진동수의 변화는 진동 모드 형상이 아니라 모드 모멘트 선도에 영향을 받기 때문이다. 모드 모멘트 선도는 진동 모드를 두 번 미분한 다음 보의 강성 EI 를 곱하여 구할 수 있다.

Table 1 Comparison of natural frequencies before and after crack(unit: Hz)

| Mode | Case 0 ω_o | Case 1 ω_o | Case 2 ω_o |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1 | 52.2 | 49.3 | 45.7 |
| 2 | 327.4 | 285.3 | 325.0 |
| 3 | 919.6 | 848.1 | 855.2 |
| 4 | 1816.7 | 1643.2 | 1514.7 |
| 5 | 3015.2 | 2486.3 | 2571.4 |
| 6 | 5009.4 | 4645.1 | 4527.7 |
| 3 | 7325.7 | 6185.6 | 6638.5 |
| 8 | 10 624.0 | 10 175.6 | 9760.7 |
| 9 | 15 093.1 | 13 327.3 | 14 698.4 |
| 10 | 22 201.6 | 21 968.4 | 21 750.3 |

5.2 고유벡터 검토

Fig. 5에 균열 발생 전·후의 고유벡터를 정규화하여 나타내었다. 10개의 모드가 존재하여 1차에서 10차까지 나타내었으며 고차 모드로 갈수록 노달 점(nodal point)이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 6은 균열 전과 후의 고유벡터 변화량을 나타낸 그림이다. Fig. 6(a)에 case 1의 고유벡터 변화량을 Fig. 6(b)에 case 2의 고유벡터 변화량을 나타내었다.

5.3 감도계수의 해석

Fig. 7(a)는 case 1의 감도계수 행렬을 나타낸 그림으로 균열 전 고유벡터 행렬 $[\phi_0]$ 과 균열 후 고유벡터 변화량 행렬 $[\Delta\phi_{1,0}]$ 을 가지고 식 (9)에 대입하여 구하였다. 최댓값은 $\alpha_{56} = 0.2016$ 이었으며 최솟값은 $\alpha_{78} = -0.1982$ 이었다. Fig. 7(b)는 case 2의 경우 같은 방법으로 구한 감도계수 행렬로 최댓값은 $\alpha_{56} = 0.2303$ 이었으며 최솟값은 $\alpha_{45} = -0.2272$ 이었다.

5.4 균열 위치 및 크기 해석

Fig. 8은 반복법을 사용하여 반복 횟수에 따라 균열의 위치 및 크기를 예측한 그림이다. 먼저 Fig. 7의 감도계수 행렬과 식 (10)~(16)을 사용하여 강성변화량 행렬 $[\Delta K]$ 을 예측하였으며 반복 횟수를 50번까지 하였다. 여기서 식 (17)에서 구한 $[\Delta K]$ 을 식 (6)과 비교하여 각 요소에 대한 θ_i 를 구하였다. 이로

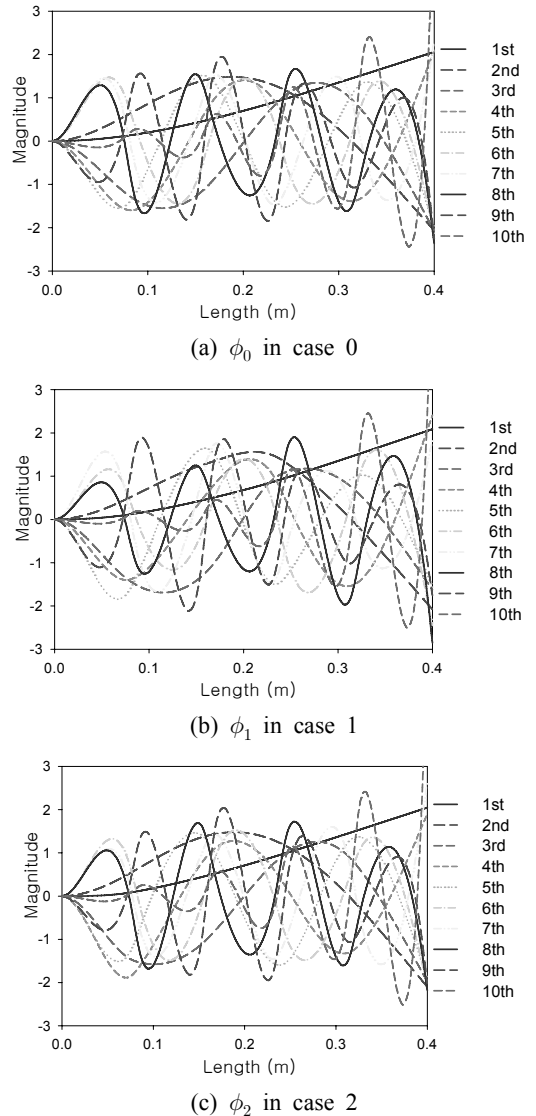
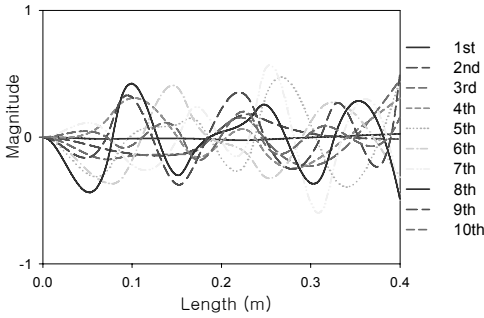
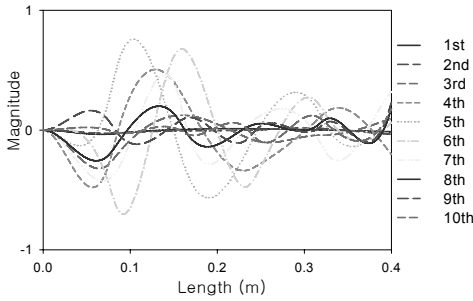


Fig. 5 Eigenvectors before and after the crack

부터 각 요소의 β_i 를 계산하여 균열의 위치와 k_θ 구하고 식 (1)과 식 (2)를 이용하여 균열의 깊이 비 (a/h) 를 구해 균열의 깊이 a 을 계산하였다. Fig. 8(a)는 case 1의 경우로 1번 요소와 3번 요소의 오른쪽에 각각 4 mm와 6 mm의 균열이 있을 때 균열 예측한 그림이다. 반복 횟수가 5회일 때 1번 요소의 균열의 깊이를 3.98 mm, 3번 요소의 균열의 깊이를 6.34 mm로 예측하여 다소 오차가 있었으나 반복 횟수가 25회일 때는 4.00 mm와 6.00 mm로 잘 예측함을 알 수 있었다. Fig. 8(b)는 case 2의 경우로 1번,

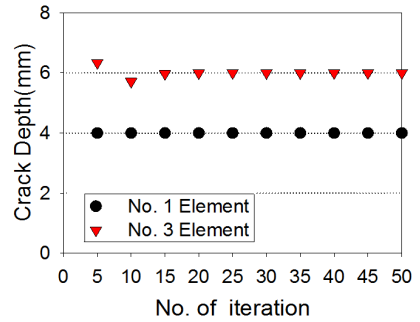


(a) $\Delta\phi_{1,0} = \phi_1 - \phi_0$

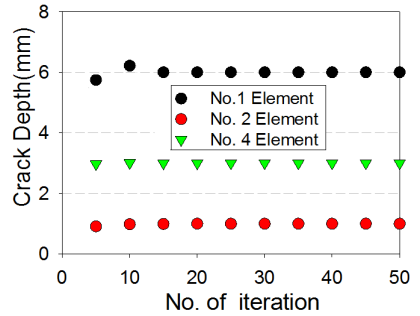


(b) $\Delta\phi_{2,0} = \phi_2 - \phi_0$

Fig. 6 Variation of eigenvectors before and after the crack

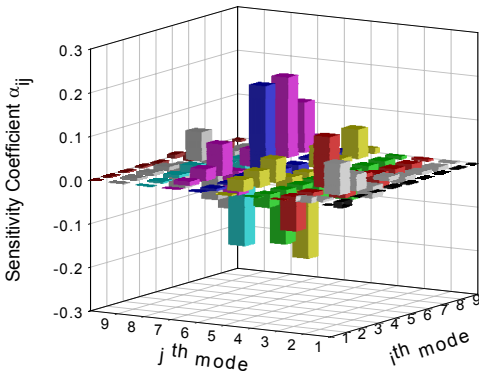


(a) Case 1

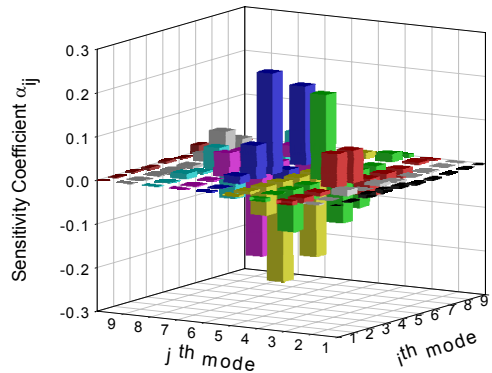


(b) Case 2

Fig. 8 Prediction of multi-crack according to the number of iteration



(a) Sensitivity coefficient of the CASE 1



(b) Sensitivity coefficient of the CASE 2

Fig. 7 Sensitivity coefficients before and after the crack

2번, 4번 요소 오른쪽에 각각 6 mm, 1 mm, 3 mm의 균열이 있을 때 균열을 예측한 그림이다. 반복 횟수가 5회일 때 1번, 2번, 4번 요소의 균열의 깊이를 5.73 mm, 0.85 mm, 2.98 mm로 예측하여 오차가 있었으나 반복 횟수가 25회일 때는 6.00 mm, 1.00 mm, 3.00 mm로 잘 예측하여 제안한 방법이 타당함을 알

수 있었다.

6. 결론

외팔보에 다중 균열 발생 전과 후의 동특성 변화를 이용하여 균열의 위치와 크기를 예측하였으며

다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 균열에 의한 컴플라이언스(compliance)를 등가 회전 스프링으로 모델링하였다.
- (2) 다중 균열 발생 전 고유벡터와 균열 발생 후의 고유벡터 변화량을 가지고 감도계수 행렬을 해석하는 방안을 제안하였다.
- (3) 감도계수 행렬을 반복법을 사용하여 강성행렬 변화량을 구하고 이를 이용하여 다중 균열의 위치와 크기를 예측하는 방안을 제시하였다.
- (4) 이 방법을 다중 균열이 발생한 외팔보에 적용한 결과 균열 탐지를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

후 기

이 연구는 2015학년도 경기대학교 대학원 연구원 장학생 장학금 지원에 의하여 수행되었음.

References

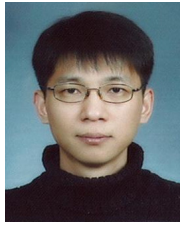
- (1) Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B. and Shevitz, D. W., 1996, Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in their Vibration Characteristics: A Literature Review, Los Alamos National Laboratory Report, (LA-13070-MS).
- (2) Fan, W. and Qiao, P., 2011, Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study, Structural Health Monitoring, Vol. 10, No. 1, pp. 83~111.
- (3) Chondros, T. G. and Dimarogonas, A. D., 1998, A Continuous Cracked Beam Vibration Theory, Journal of Sound and Vibration, Vol. 215, No. 1, pp. 17~34.
- (4) Adams, A. D. and Cawley, P., 1979, The Location of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies, Journal of Strain Analysis, Vol. 14, No. 2, pp. 49~57.
- (5) Goudmunson, P., 1982, Eigenfrequency Changes of Structures Due to Cracks, Notches or Other Geometrical Changes, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 30, No. 5, pp. 339~353.
- (6) Shen, M. H. H. and Pierre, C., 1994, Free

- Vibrations of Beams with a Single-edge Crack, Journal of Sound and Vibration, Vol. 170, No. 2, pp. 237~259.
- (7) Huh, Y., Kim, J. and Park, S., 2007, A Study about the Damage Model of a Cantilever Beam with Open Crack Generated in Whole Breadth of the Beam, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 10, pp. 936~945.
- (8) Son, I., Ahn, S. and Yoon, H., 2009, Study on Detection of Crack and Damage for Cantilever Beams Using Vibration Characteristics, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 19, No. 9, pp. 935~942.
- (9) Ahn, Y. C., Lee, H. J., Kang, W. H., Lee, J. Y. and Oh, J. E., 2006, A Study on the Fault Diagnosis of a Cantilever Beam Using the Bispectrum, Proceeding of the Annual Autumn Conference, pp. 1~6.
- (10) Sekhar, A. S., 2008, Multiple Cracks Effects and Identification, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 22, No. 4, pp. 845~878.
- (11) Lee, J., 2009, Identification of Multiple Cracks in a Beam Using Natural Frequencies, Journal of Sound and Vibration, Vol. 320, No. 3, pp. 482~490.
- (12) Patil, D. P. and Maiti, S. K., 2003, Detection of Multiple Cracks Using Frequency Measurements, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, No. 12, pp. 1553~1572.
- (13) Mazanoglu, K., Yesilyurt, I. and Sabuncu, M., 2009, Vibration Analysis of Multiple-cracked Non-uniform Beams, Journal of Sound and Vibration, Vol. 320, No. 4, pp. 977~989.
- (14) Friswell, M. I., Penny, J. E. T. and Wilson, D. A. L., 1994, Using Vibration Data and Statistical Measures to Locate Damage in Structures, Modal Analysis, The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 9, No. 4, pp. 239~254.
- (15) Kartal, M. E., Basaga, H. B., Bayraktar, A. and Muvafik, M., 2010, Effects of Semi-rigid Connection on Structural Responses, Electronic Journal of Structural Engineering, Vol. 10, pp. 22~35.
- (16) Fox, R. S. and Kapoor, M. P., 1968, Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors, AIAA Journal, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.
- (17) Lee, J. Y., 2000, Prediction of Modified

Structural Natural Frequencies and Modes Using Iterative Sensitivity Coefficient, Journal of KSMTE, Vol. 9, No. 5, pp. 40~46.



Jung Ho Kim received his B.S. in the school of mechanical engineering in 2014 from Kyonggi University. He is pursuing M.S. in the school of mechanical engineering from Kyonggi University. Currently his research interests are vibration and applied mechanics.



Jung Woo Lee received B.E. and M.S. in mechanical engineering in 2002 and 2004, respectively, from Kyonggi University, Suwon, Korea. He has been working as a researcher in Technology Research and Development Institute at

KEPCO KPS. In March of 2012, he enrolled at Kyonggi University as a doctoral student under the supervision of Professor Jung Youn Lee at mechanical system engineering.



Jung Youn Lee is Professor of Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University, where he has been since 1996. He received a B.S., an M.S. and his Ph.D. from Hanyang University in 1979, 1889 and 1992 respectively. His research interests are in System Identification, Structural Modification, Inverse Problem, Modal Analysis and Sensitivity Analysis of Vibration.