

## 회귀분석을 이용한 단순화된 연성법에 의한 전면기초의 설계

문경태\* · 박상렬\*\*

Moon, Kyoungtae\* · Park, Sangyeol\*\*

### Design of Mat Foundation by Simplified Flexible Method Using Regression Analysis

#### ABSTRACT

The methods of design of mat foundation may be classified as the rigid method and the flexible method according to the assumptions used. In the rigid method, the mat is assumed to be infinitely rigid and the contact pressure is assumed planar distribution. However, the contact pressure is not planar but curved surface because the real mat is not rigid. Therefore, it is not precise to analyze the mat foundation using the rigid method, and so there is no choice but to accept an error. On the other hand, in the flexible method, the mat is considered as the plate on the elastic foundation. This elastic plate theory is for the infinite plate acting a concentrated load on the elastic foundation. However, the functions for the moment, shear, and the deflection by the flexible method are very complex, there are many difficulties for the designer to use them. Also, it is impossible to use the design aid figures as a substitute of the complex functions, because they do not cover the values at the critical sections for the moment and shear. Therefore, in this research, the simplified functions for the moment, shear, and the deflection are proposed by regression analysis for an designer to use easily the flexible method. The simplified functions are very accurate and very ease to use.

**Key words :** Mat foundation, Rigid method, Flexible method, Plate theory, Elastic foundation, Regression analysis

#### 초록

전면기초의 설계 방법은 사용되는 가정에 따라 강성법과 연성법으로 구분된다. 강성법에서는 전면기초가 무한 강체이며 기초저면의 접지압 분포를 평면형으로 가정한다. 그러나 실제 기초는 강체가 아니므로 접지압이 평면형이 아닌 곡면형인 경우가 대부분으로, 강성법을 적용하는 것은 정밀한 해석이 될 수 없으며 발생하는 오차를 감수해야 한다. 한편, 연성법에서는 전면기초를 탄성지반 위에 놓인 판으로 생각하는데, 이 탄성판 이론은 탄성지반 위에 무한 폭을 가진 평판에 집중하중이 작용하는 경우에 해당한다. 그런데 연성법에 의해 구하려는 모멘트, 전단력, 처짐 함수식은 매우 복잡하여 설계자가 이용하는데 많은 어려움이 있다. 또한 구조물 기초설계기준에서 복잡한 수식대신 설계를 위해 제공되는 그래프는 최대모멘트나 최대전단력을 나타내는 위험단면에서 그 함수값을 포함하고 있지 않아 이를 활용할 수 없다. 따라서, 본 연구에서는 연성법을 설계자가 보다 쉽게 이용하기 위해 회귀분석을 통하여 모멘트와 전단력, 처짐의 단순화된 함수식을 제안하였으며, 제안된 함수식들은 매우 단순화되어 활용하기 쉽고 매우 정확한 값을 제공하고 있다.

**검색어 :** 전면기초, 강성법, 연성법, 판이론, 탄성지반, 회귀분석

\* 정회원 · 제주대학교 공력특성화협동과정 박사과정 (Jeju National University · [ktmoon@jejunu.ac.kr](mailto:ktmoon@jejunu.ac.kr))

\*\* 정회원 · 교신저자 · 제주대학교 토목공학과 교수 (Corresponding Author · Jeju National University · [sypark@jejunu.ac.kr](mailto:sypark@jejunu.ac.kr))

Received August 13, 2014/ revised October 14, 2014/ accepted December 29, 2014

## 1. 서론

한국지반공학회의 구조물기초설계기준(KGS, 2009)에 따르면 전면기초의 설계 방법은 사용되는 가정에 따라 강성법(Rigid Method), 연성법(Flexible Method or Winkler Method)으로 구분된다. 강성법에서는 전면기초가 무한 강체이며 기초저면의 접지압 분포가 평면형이고 그 접지압의 중심과 기둥하중의 합력의 작용선이 일치한다고 가정한다. 그러나 실제 기초는 강체가 아니므로 접지압이 평면형이 아닌 곡면형이다. 따라서 강성법을 적용하는 것은 정밀한 해석이 될 수 없으며 발생하는 오차를 감수해야 한다. 이러한 오차의 정도는 기초판의 휨강성과 지반반력계수에 따른 상대강성에 따라 다르다.

한편, 연성법은 스프링으로 가정한 탄성지반위에 놓인 판이론을 기본으로 하고 있다. 이는 본래 ACI Committee 436 (1966)에서 제안한 방법으로 전면기초를 Hetenyi (1946)의 탄성지반 위에 놓인 판이론을 근거로 하여 설계하도록 제안하고 있다. 이 이론은 탄성지반 위에 무한 폭을 가진 평판에 집중하중이 작용하는 경우로서, 전면기초를 평판이론에 근거하여 탄성법으로 설계하도록 제시하고 있다. 그러나 기존의 이용 가능한 연성법(Flexible Method), 즉, 탄성평판법(Elastic Plate Method)은 그 수식이 매우 복잡하여 설계자가 이용하는데 많은 어려움이 있다. 또한 한국지반공학회의 구조물기초설계기준(KGS, 2009)에서 복잡한 함수식 대신 제공되는 설계 도움 그래프(Fig. 2)는 최대모멘트나 최대전단력을 나타내는 위험단면에서 그 함수값을 포함하고 있지 못해 활용할 수 없다. 이러한 경우 ACI Committee 436 (1966)의 식들을 이용해야 하는데, 이 식들과 과정이 매우 복잡하여 본 연구에서 이러한 식들을 회귀분석을 통하여 단순화된 해석식을 제안하여 설계자가 쉽게 활용할 수 있도록 하고자 한다.

전면기초에 관한 연구는 그동안 다양한 분야에서 많은 연구가 있었으나, 전면기초 설계방법의 하나인 연성법의 설계식에 대한 연구로는 Shukla (1984)와 Kim et al. (2013)의 연구가 있을 뿐이다. Shukla (1984)는 전면기초 설계과정에서 Z함수와 관계된 모멘트와 전단력, 처짐의 계산식을  $C_1 \sim C_2$  함수로 도식화하여 계산을 쉽게 할 수 있도록 제시하였다. 그러나 그 과정에서 기초의 포아송비를 0.25로 가정하였으며, C함수는 Z함수를 포함한 기존 식을 조금 단순화시킨 계산식이었다. 그리고 Kim et al. (2013)은 풍력발전기 말뚝기초가 층상압반에 설치되었을 경우 압반의 안전성을 검토하기 위하여 전면기초의 설계 개념을 적용하였으며, 임계단면에서의 모멘트, 전단력, 처짐을 쉽게 계산할 수 있도록 유효폭 개념을 사용하여 단순한 설계식을 제시하였다. 그러나 이 식들은 임계단면에서의 설계값을 쉽게 계산할 수 있을 뿐, 전면기초 전 길이에 대해서는 불가능하다는 한계를 가지고 있다.

따라서, 본 연구에서는 연성법을 설계자가 보다 쉽고 정확하게 사용하기 위해 회귀분석을 통하여 전 길이에 대하여 모멘트와 전단력, 처짐의 보다 단순화된 설계식을 제안하고자 한다.

## 2. 탄성평판법과 연성법

### 2.1 탄성평판법

ACI Committee 436 (1966)에서는 전면기초를 Hetenyi (1946)의 탄성지반 위에 놓인 판이론을 근거로 하여 설계하도록 제안하고 있다. 이 탄성평판법(Elastic Plate Method)은 탄성지반 위에 무한 폭을 가진 평판에 집중하중이 작용하는 경우로서, 우리나라의 구조물기초설계기준(KGS, 2009)에서도 전면기초를 평판이론에 근거하여 탄성법, 즉, 연성법으로 설계하도록 제시하고 있는데, 이는 탄성평판법과 동일한 내용이다.

ACI Committee 436 (1966)에서 제안하는 탄성평판법에 의한 해석절차를 요약 정리하면 다음과 같다.

- ① 전면기초의 두께  $t$ 를 위험단면(critical section)에서 전단해석식으로부터 가정.
- ② 지반반력계수  $k_b$ 를 결정.
- ③ 다음 식을 통하여 휨강도(flexural rigidity),  $D$  계산.

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (1)$$

여기서,  $E$  : 전면기초의 탄성계수

$\mu$  : 전면기초의 포아송비

- ④ 유효강성반경(radius of effective stiffness),  $L$  계산.

$$L = \sqrt[4]{\frac{D}{k_b}} \quad (2)$$

여기서,  $k_b$  : 전면기초의 크기를 고려한 지반반력계수

- ⑤ 임의점에 발생하는 반경모멘트  $M_r$ , 접선모멘트  $M_t$ , 전단력  $Q$ , 처짐  $w$ 를 계산.

$$M_r = -\frac{P}{4} \left[ Z_4 \left( \frac{r}{L} \right) - (1-\mu) \frac{Z_3' \left( \frac{r}{L} \right)}{\left( \frac{r}{L} \right)} \right] \quad (3a)$$

$$M_t = -\frac{P}{4} \left[ \mu Z_4 \left( \frac{r}{L} \right) + (1-\mu) \frac{Z_3' \left( \frac{r}{L} \right)}{\left( \frac{r}{L} \right)} \right] \quad (3b)$$

$$Q = -\frac{P}{4L} Z_4' \left( \frac{r}{L} \right) \quad (4)$$

$$w = \frac{PL^2}{4D} Z_3 \left( \frac{r}{L} \right) \quad (5)$$

여기서,  $P$  : 기둥하중

$r$  : 기둥하중 작용점에서부터 방사상 거리

$Z_3, Z_3', Z_4$  : 모멘트, 처짐에 대한 함수

$Z_4'$  : 전단에 대한 함수

여기에 사용된  $Z$ 함수는 Schleicher (1926)가 그의 저서에 처음으로 제안하였으며, Hetenyi (1946)가 Circular Plate를 해석하면서 사용하였다. Fig. 1은  $Z$ 함수를 그래프로 나타낸 것으로  $x = \frac{r}{L}$ 로 나타낸 각 함수식은 다음과 같다.

$$Z_1(x) = 1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{2!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{4!^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{12}}{6!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{16}}{8!^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{20}}{10!^2} + \dots \quad (6a)$$

$$Z_2(x) = -\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{3!^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{5!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{14}}{7!^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{18}}{9!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{22}}{11!^2} - \dots \quad (6b)$$

$$Z_3(x) = \frac{Z_1(x)}{2} - \frac{2}{\pi} \left[ R_1 + \log_e \gamma \frac{x}{2} \times Z_2(x) \right] \quad (6c)$$

$$Z_4(x) = \frac{Z_2(x)}{2} + \frac{2}{\pi} \left[ R_2 + \log_e \gamma \frac{x}{2} \times Z_1(x) \right] \quad (6d)$$

여기서,

$$R_1 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{\varphi(3)}{3!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^6 + \frac{\varphi(5)}{5!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{10} - \frac{\varphi(7)}{7!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{14} + \dots$$

$$R_2 = \frac{\varphi(2)}{2!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{\varphi(4)}{4!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^8 + \frac{\varphi(6)}{6!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{12} - \frac{\varphi(8)}{8!^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{16} + \dots$$

$$\varphi(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}, \quad \log_e \gamma = 0.577216$$

위의  $Z$ 함수와  $R$ 함수를 미분하면 다음과 같다.

$$Z_1(x)' = -\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^3}{1!2!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^7}{3!4!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{11}}{5!6!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{15}}{7!8!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{19}}{9!10!} + \dots \quad (7a)$$

$$Z_2(x)' = -\frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{0!1!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^5}{2!3!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^9}{4!5!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{13}}{6!7!} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{17}}{8!9!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{21}}{10!11!} - \dots \quad (7b)$$

$$Z_3(x)' = \frac{Z_1(x)'}{2} \quad (7c)$$

$$- \frac{2}{\pi} [R_1' + \log_e \gamma Z_2(x) + \log_e x' Z_2(x) + \log_e x Z_2(x)' - \log_e 2 Z_2(x)']$$

$$Z_4(x)' = \frac{Z_2(x)'}{2} \quad (7d)$$

$$+ \frac{2}{\pi} [R_2' + \log_e \gamma Z_1(x) + \log_e x' Z_1(x) + \log_e x Z_1(x)' - \log_e 2 Z_1(x)']$$

여기서,

$$R_1' = \left(\frac{x}{2}\right) - \frac{\varphi(3)}{2!3!} \left(\frac{x}{2}\right)^5 + \frac{\varphi(5)}{4!5!} \left(\frac{x}{2}\right)^9 - \frac{\varphi(7)}{6!7!} \left(\frac{x}{2}\right)^{13} + \dots$$

$$R_2' = \frac{\varphi(2)}{1!2!} \left(\frac{x}{2}\right)^3 - \frac{\varphi(4)}{3!4!} \left(\frac{x}{2}\right)^7 + \frac{\varphi(6)}{5!6!} \left(\frac{x}{2}\right)^{11} - \frac{\varphi(8)}{7!8!} \left(\frac{x}{2}\right)^{15} + \dots$$

$$\varphi(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$$

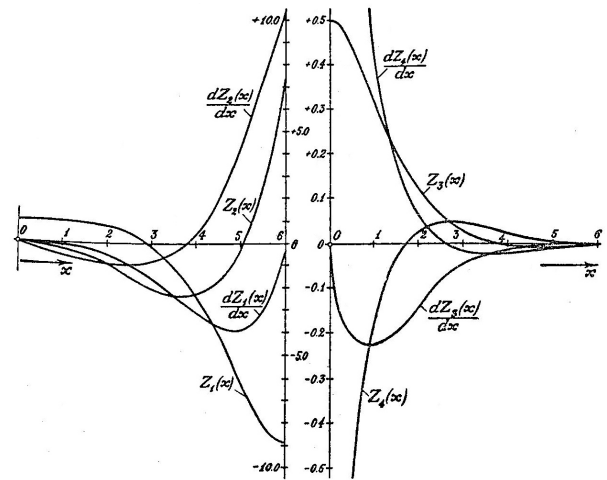


Fig. 1. Z Functions (Hetenyi, 1946)

위의 해석 과정과 수식에서 본바와 같이 탄성평판법은 절차가 길고 수식이 매우 복잡하여 설계자가 이를 이용하기가 쉽지 않다.

**2.2 연성법**

우리나라의 구조물기초설계기준(KGS, 2009)에서 제안하고 있는 연성법(Flexible Method)은 위에서 언급한 바와 같이 탄성평판법과 동일한 내용으로 하중과 수식들을 나타내는 부호가 다를 뿐이다. 연성법의 내용과 해석과정을 정리하면 다음과 같다.

전면기초를 설계하기 위한 연성법은 주로 평판이론에 근거한 것으로 다음과 같은 순서로 진행하며(ACI Committee 436, 1966), 기둥하중에 발생하는 모멘트, 전단력, 처짐을 구할 수 있고, 두 개 이상의 기둥이 영향을 미치는 곳에서는 중첩의 원리를 적용하여 구할 수 있다. 한편, 개별절점하중 즉, 기둥하중의 영향권은  $(3 \sim 4)L'$  이다.

- ① 전면기초의 두께  $h$  를 위험단면(critical section)에서 강성법에 의해 가정.
- ② 지반반력계수  $k_b$  를 결정.
- ③ 다음 식을 통하여 휨강도(flexural rigidity),  $R$  계산.

$$R = \frac{E_F h^3}{12(1 - \nu_F^2)} \quad (1')$$

여기서,  $E_F$  : 전면기초의 탄성계수  
 $\nu_F$  : 전면기초의 포아송비

- ④ 유효강성반경(radius of effective stiffness),  $L'$  계산.

$$L' = \sqrt[4]{\frac{R}{k_b}} \quad (2')$$

- ⑤ 임의 점에 발생하는 접선모멘트  $M_t$ , 반경모멘트  $M_r$ , 전단력  $S$ , 처짐  $z$  를 구하기 위해 Fig. 2에서  $A_1, A_2, A_3, A_4$ 의 함수값을 읽어 아래 식으로 계산.

$$M_r = -\frac{Q}{4} \left[ A_1 - (1 - \nu_F) \left( \frac{A_2}{\left( \frac{r}{L'} \right)} \right) \right] \quad (3a)'$$

$$M_t = -\frac{Q}{4} \left[ \nu_F A_1 + (1 - \nu_F) \left( \frac{A_2}{\left( \frac{r}{L'} \right)} \right) \right] \quad (3b)'$$

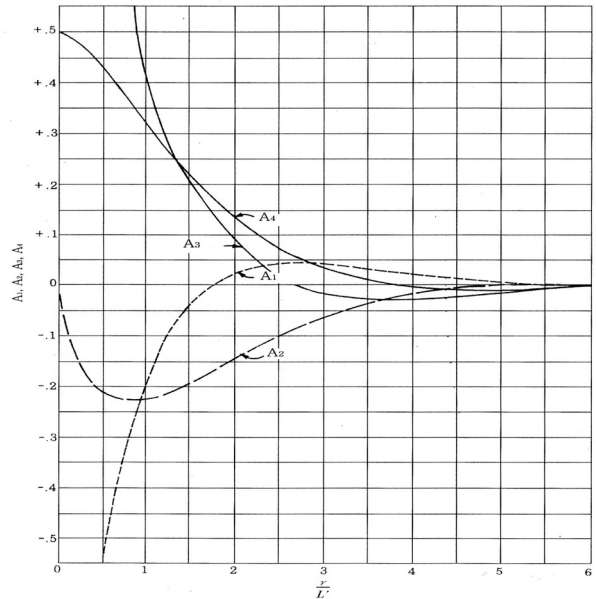


Fig. 2. Functions for Moment, Shear, and Deflection of Mat Foundation on Elastic Soil (KGS, 2009)

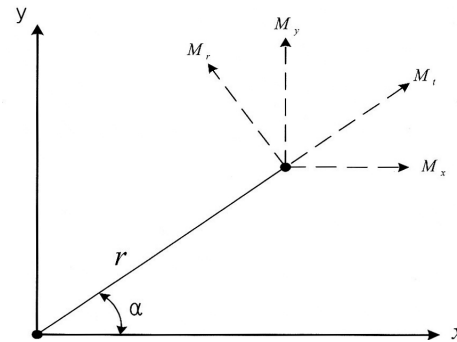


Fig. 3. Transformation to Rectangular Coordinate

$$S = -\frac{Q}{4L'} A_3 \quad (4)'$$

$$z = \frac{QL'^2}{4R} A_4 \quad (5)'$$

여기서,  $Q$  : 기둥하중  
 $r$  : 기둥하중 작용점에서부터 방사상 거리  
 $A_1, A_2, A_3, A_4$  :  $\frac{r}{L'}$  의 함수(Fig. 2)

- ⑥ 직교좌표계에서의 모멘트 계산

$$M_x = M_r \cos^2 \phi + M_t \sin^2 \phi \quad (8a)$$

$$M_y = M_r \sin^2 \phi + M_t \cos^2 \phi \quad (8b)$$

위의 연성법을 적용하여 위험단면에서 모멘트와 전단력의 값을 구하기 위해서는 ⑤ 단계에서 Fig. 2에서 모멘트인 경우  $A_1$ ,  $A_2$  함수값을, 전단력인 경우  $A_3$  함수값을 얻을 수 있어야 한다. 그러나 위의 전면기초해석의 검증예에서 알 수 있듯이 모멘트 위험단면의  $r/L'$ 의 값은 0.11이고, 전단 위험단면의  $r/L'$ 의 값은 0.44로 이에 해당하는 값은 그래프 범위 밖에 있어 그래프 상에서  $A_1$ 와  $A_3$  값을 얻을 수 없다.

### 3. 회귀분석을 통한 연성법의 단순화

#### 3.1 유효강성반경에 따른 회귀분석

전면기초의 설계를 위한 연성법에서 임의의 지점에 발생하는 모멘트는 Eqs. (3a)' and (3b)'에서 알 수 있듯이 일정한 포아송비에 있어서 함수식  $A_1$ 과  $A_2$ 에 의해 결정되는데 여기서  $A_1(Z_4(\text{Eq. (6d)}))$ 과  $A_2(Z_3'(\text{Eq. (7c)}))$ 는 둘 다 모두  $x=r/L'$ 의 복잡한 함수들이다. 여기서,  $r$ 은 기둥하중 작용점에서부터 방사상 거리이고,  $L'$ 는 유효강성반경(radius of effective stiffness)이다. 따라서, Eqs. (3a) and (3b)'의 괄호안의 값은 통계적인 회귀분석을 통하여  $x=r/L'$ 의 보다 간단한 하나의 함수로 표현될 수 있다. 또한 전단력과 처짐은 Eq. (4)'와 Eq. (5)'에서 각각 보는 바와 같이 함수식  $A_3$ 와  $A_4$ 의 값에 의해 결정되는데  $A_3(Z_4'(\text{Eq. (7d)}))$ 와  $A_4(Z_3(\text{Eq. (6c)}))$ 도 복잡한  $x=r/L'$ 의 함수이다. 이 또한 통계적인 회귀분석을 통하여  $x=r/L'$ 의 보다 간단한 함수식들로 표현될 수 있다. 이를 위하여 전면기초의 탄성계수( $E_f$ ), 포아송비( $\nu_f$ ), 두께( $h$ )와 지반반력계수( $k_b$ )의 함수로 이루어진 유효강성반경  $L'$ 를 변화시켜  $x=r/L'$ 를 변수로 하는 보다 간단한 함수식을 회귀분

석을 통하여 구하고자 하였다.

이를 위하여 방사 및 접선 모멘트 함수식 Eqs. (3a)' and (3b)' (혹은 Eqs. (3a) and (3b))의 괄호안의 함수식만을  $P_1$  및  $P_2$  함수식으로 표시하고, 전단력과 처짐은 Eqs. (4)' and (5)' (혹은 Eqs. (4) and (5)의  $Z_4'$ 와  $Z_3$  함수식)의  $A_3$ 와  $A_4$ 의 함수식을  $P_3$  및  $P_4$  함수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\textcircled{1} \text{ 방사모멘트: } M_r = -\frac{Q}{4} P_1 \quad (9a)$$

$$\textcircled{2} \text{ 접선모멘트: } M_t = -\frac{Q}{4} P_2 \quad (9b)$$

$$\textcircled{3} \text{ 전단력: } S = -\frac{Q}{4L'} P_3 \quad (10)$$

$$\textcircled{4} \text{ 처짐: } z = \frac{QL'^2}{4R} P_4 \quad (11)$$

따라서  $x=r/L'$ 로 회귀분석하여  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 를  $x=r/L'$ 의 간단한 함수로 나타내려 하였다. 그러나 회귀분석결과  $P$  함수들이  $x$ 의 복잡한 고차 함수들로 나타나고 있어 이를 보다 낮은 단순한 저차함수로 나타내기 위해  $x = \log(r/L')$ 의 함수로 회귀분석 하였다. 그 결과 보다 단순한 낮은 차수의  $P$  함수들을 얻을 수 있었다.

Figs. 4-7에서 보는 바와 같이 복잡한 함수식들이 매우 단순화된  $x = \log(r/L')$ 의 1차, 2차, 혹은 3차 함수식,  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 로 나타낼 수 있다. 이 함수식들은 상관계수( $R$ )가 0.99이상으로 매우 높은 상관성을 나타내고 있다.

위의 회귀분석 결과를 요약하면 임의의 점에 발생하는 방사모멘트  $M_r$ , 접선모멘트  $M_t$ , 전단력  $S$ , 처짐  $z$ 를 회귀분석으로 단순화된 함수식  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 로 표현하면 다음과 같다.

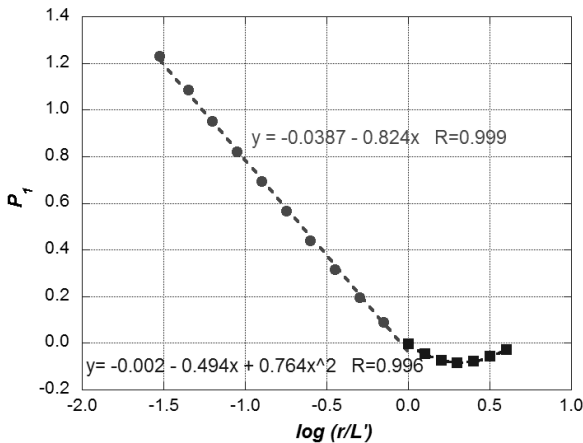


Fig. 4. Function,  $P_1$  for Radial Moment

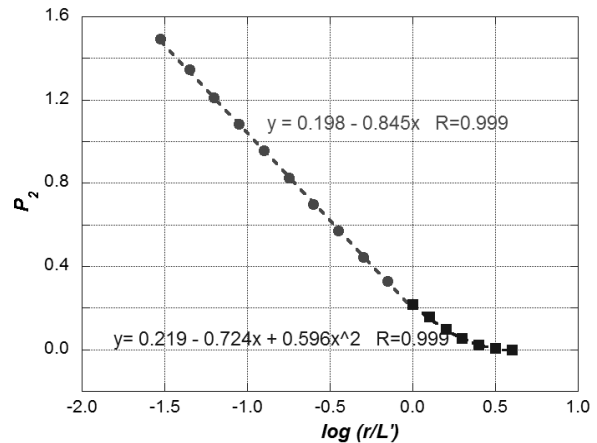


Fig. 5. Function,  $P_2$  for Tangential Moment

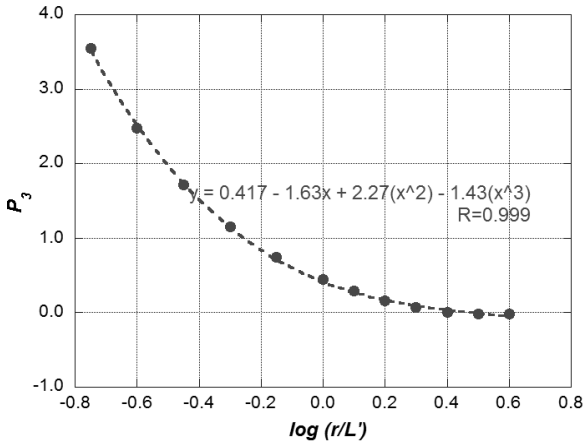


Fig. 6. Function,  $P_3$  for Shear

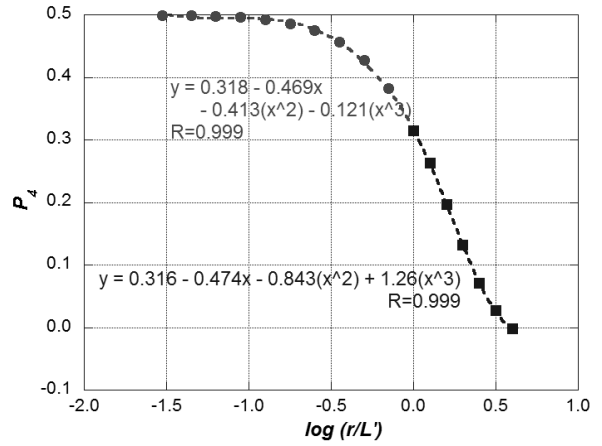


Fig. 7. Function,  $P_4$  for Deflection

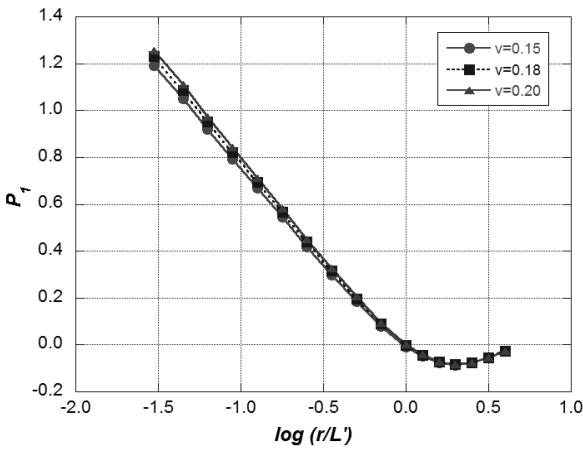


Fig. 8. Effect of  $\nu_F$  on Function,  $P_1$

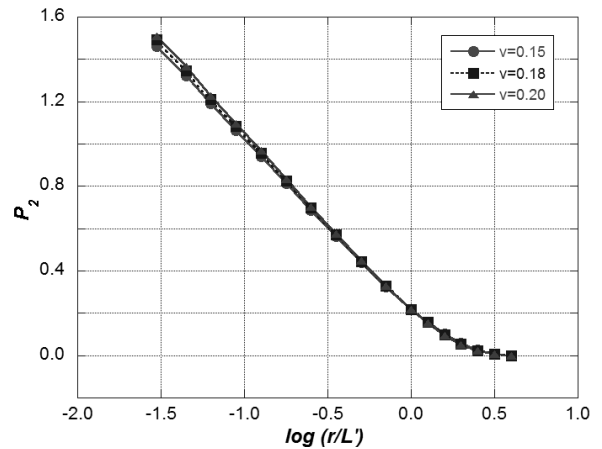


Fig. 9. Effect of  $\nu_F$  on Function,  $P_2$

① 방사모멘트:  $M_r = -\frac{Q}{4}P_1$  (9a)

여기서,  $P_1 = -0.824x - 0.039$  (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right) \leq 0$ )  
 $P_1 = 0.764x^2 - 0.494x - 0.002$  (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right) > 0$ )

② 접선모멘트:  $M_t = -\frac{Q}{4}P_2$  (9b)

여기서,  $P_2 = -0.845x + 0.198$  (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right) \leq 0$ )  
 $P_2 = 0.596x^2 - 0.724x + 0.219$  (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right) > 0$ )

③ 전단력:  $S = -\frac{Q}{4L}P_3$  (10)

여기서,  $P_3 = -1.43x^3 + 2.27x^2 - 1.63x + 0.417$   
 (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right)$ )

④ 처짐:  $z = \frac{QL^2}{4R}P_4$  (11)

여기서,  $P_4 = -0.121x^3 - 0.413x^2 - 0.469x + 0.318$   
 (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right) \leq 0$ )  
 $P_4 = 1.26x^3 - 0.843x^2 - 0.474x + 0.316$   
 (for  $x = \log\left(\frac{r}{L}\right) > 0$ )

### 3.2 포아송 비에 따른 회귀분석

전면기초의 연성법에 의한 해석에 있어 방사모멘트 및 접선모멘트는 Eqs. (3a)' and (3b)' (혹은 Eqs. (3a) and (3b))에서 볼 수 있듯이 포아송비를 이미 포함하고 있는  $r/L$ 의 함수뿐만 아니라 또다시 포아송비의 함수이다. 따라서 포아송비의 영향을 고려하기 위해서 포아송비 값을 변수로 하여 회귀분석 하였다. Figs. 8 and 9에서 보는바와 같이 함수식  $P_1$ 과  $P_2$ 에 미치는 영향은

$x = \log(r/L') \leq 0$ 인 경우  $x$  값이 작아질수록 선형적으로 오차가 증가하나 그 오차 값이 작으며,  $x = \log(r/L') > 0$ 인 경우는 오차 값이 매우 작아 무시할 수 있다.

전면기초는 대부분 철근콘크리트 슬래브로 만들어지고 있는데 콘크리트의 포아송비는  $\nu_F = 0.15 \sim 0.20$ 의 범위를 가지고 있으며 대표적인 값으로  $\nu_F = 0.18$ 을 사용하고 있다.

따라서, 보다 정확한 해석값을 얻기 위해 포아송비를 고려하여 모멘트값을 구하고자 할 경우에는 방사모멘트와 접선모멘트를 구하는 식(Eqs. (9a) and (9b))에서 함수식  $P_1$ 과  $P_2$ 는 다음과 같다.

$$P_1 = -(0.721\nu_F + 0.694)x - 0.039 \quad (\text{for } x = \log\left(\frac{r}{L'}\right) \leq 0) \quad (12)$$

$$P_2 = -(0.7\nu_F + 0.719)x + 0.198 \quad (\text{for } x = \log\left(\frac{r}{L'}\right) \leq 0) \quad (13)$$

#### 4. 회귀분석을 이용한 단순화된 연성법의 비교

회귀분석을 이용한 단순화된 연성법에 의한 해석결과를 검증하

기 위하여 아래와 같은 예제를 기존의 연성법으로 해석하여 비교 분석하였다.

#### 4.1 기존 연성법에 의한 해석

해석에 사용된 전면기초에 대한 조건은 다음과 같다.

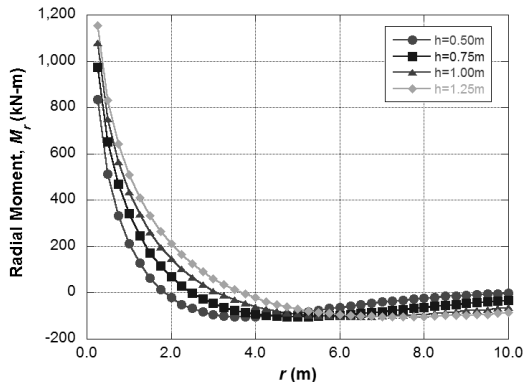
##### ① 전면기초

- 콘크리트 전면기초
- 콘크리트: 설계강도  $f_{ck} = 24 \text{ MPa}$ , 탄성계수  $E_c = 2.7 \times 10^4 \text{ MPa}$ , 포아송비  $\nu_F = 0.15 \sim 0.20$  (0.15, 0.18, 0.20)
- 두께:  $h = 0.5 \sim 1.25 \text{ m}$  (0.5, 0.75, 1.0, 1.25 m)

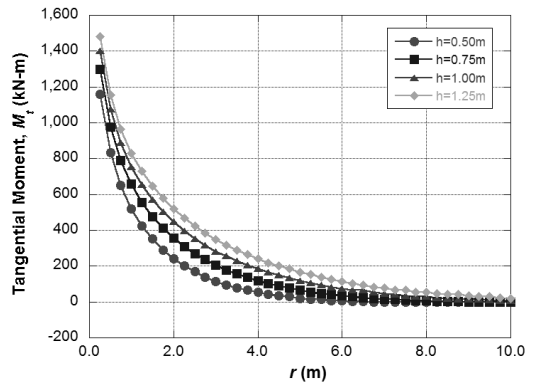
##### ② 지반

- 사질토 지반 가정:  $k_b = k_{0.3} \left( \frac{B+0.3}{2B} \right)$
- 지반반력계수:  $k_{0.3} = (1.0 \sim 30) \times 10^4 \text{ kN/m}^3$  (1, 3, 10,  $30 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ )

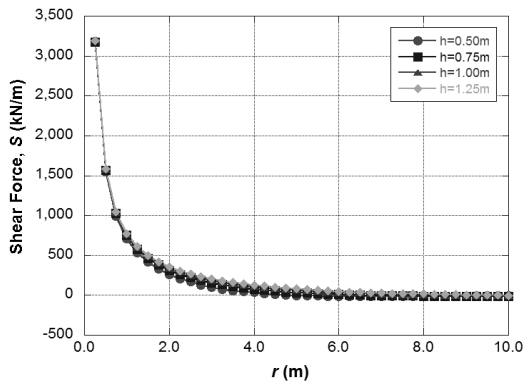
여기서,  $k_{0.3}$ 은  $0.3\text{m} \times 0.3\text{m}$  크기 기초의 지반반력계수 ( $\text{kN/m}^3$ ),  $k_b$ 는  $B(\text{m}) \times B(\text{m})$  크기 기초의 지반반력계수 ( $\text{kN/m}^3$ )



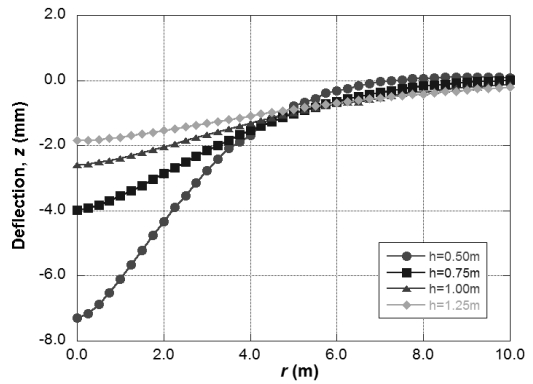
(a) Radial Moment,  $M_r$



(b) Tangential Moment,  $M_t$



(c) Shear Force,  $S$



(d) Deflection,  $z$

Fig. 10. Effects of  $h$  on Moment, Shear, and Deflection ( $k_{0.3} = 1.0 \times 10^5 \text{ kN/m}^3$ )

③ 기둥 및 하중

- 원형 철근콘크리트 기둥,  $D=700\text{mm}$
- 수직하중  $5,000\text{kN}$

위의 조건으로 연성법(단성평판법)의 복잡한 함수식(Eqs. (6a)~(6d), (7a)~(7d))을 이용하여 구한 모멘트(Eqs. (3a) and (3b)), 전단력(Eq. (4)), 처짐(Eq. (5))의 해석결과를 정리하면 다음과 같다.

4.1.1 전면기초 두께의 영향

Fig. 10은 지반반력계수가 일정한 경우 모멘트, 전단력, 처짐에 대한 기초판의 두께에 대한 영향을 나타낸 것으로 해석값들은 하중 작용중심을 중심으로 원형으로 분포하므로 그래프는 중심에서 반경방향으로의 단면에 대해 표현한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 방사모멘트, 접선모멘트, 전단력 모두 각각의 차이는 있지만 하중 작용점에서 최대값을 나타내며 중심에서 거리가 멀어질수록 오목곡선으로 급격히 감소하여 결국 0에 수렴함을 알 수 있다. 한편 처짐은 하중 중심에서 최대값을 나타내고 중심에서 거리가 멀어질수록 볼록곡선적으로 감소하여 결국 0에 수렴함을 알 수 있다. 처짐곡선은 지반을 탄성으로 가정했기 때문에 그 값에

지반반력계수를 곱하면 지반반력을 얻을 수 있어 지반반력곡선의 모양은 처짐곡선의 모양과 같다.

전면기초 두께의 영향은 기초판의 두께가 두꺼울수록, 즉, 기초판의 강성이 커질수록 방사모멘트와 접선모멘트 모두 큰 값을 나타내고 있다. 방사모멘트는 기초판의 강성이 커질수록 음 모멘트가 나타나는 거리가 하중중심에서 멀어진다. 전단력의 경우는 기초판 두께의 영향을 무시해도 될 정도로 값의 차이가 매우 작게 나타나고 있다. 한편 처짐은 기초판의 강성이 커질수록 하중중심 부근에서 작은 값을 나타내고 있다.

4.1.2 지반반력계수의 영향

Fig. 11은 기초판의 강성이 일정한 경우 지반반력계수의 영향을 나타낸 그래프로 방사모멘트, 접선모멘트 모두 지반반력계수가 커질수록, 즉, 지반의 강성이 커질수록 작아지는 경향을 보이고 있다. 방사모멘트는 지반강성이 커질수록 음 모멘트가 나타나는 거리가 하중중심에서 가까워진다. 전단력의 경우는 기초판의 강성의 영향과 같이 지반 강성의 영향이 무시될 정도로 매우 작게 나타나고 있다. 한편 처짐은 지반의 강성이 커질수록 전체적으로 작은 값을 나타내고 있다.

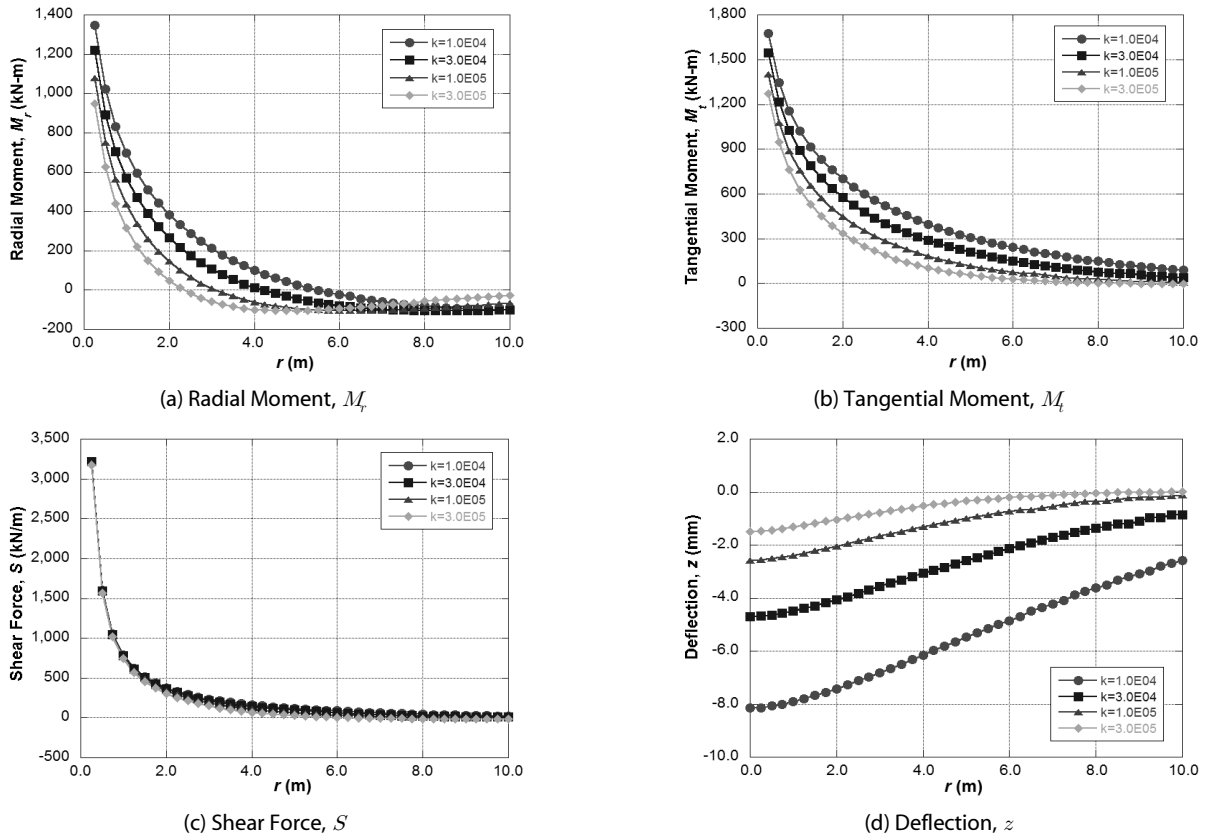


Fig. 11. Effects of  $k_{0.3}$  on Moment, Shear, and Deflection ( $h = 1.0\text{m}$ )



4.1.3 포아송비의 영향

포아송비의 영향은 Fig. 12에서 보는 바와 같이 콘크리트의 0.15~2.0의 범위에서는 모멘트, 전단력, 처짐에 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

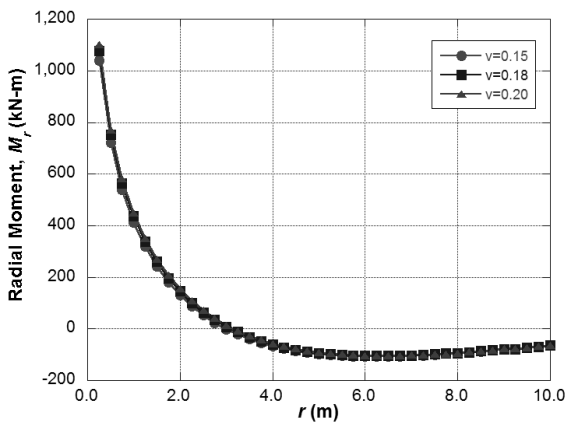
4.2 회귀분석을 이용한 단순화된 연성법의 비교

회귀분석을 통하여 단순화된 함수식  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 를 이용하여 구한 방사모멘트, 접선모멘트, 전단력, 처짐에 대한 값들을 기존의 연성법에 의한 값들과 비교하기 위해 위의 전면기초 해석 예에서 각각의 위험단면에서 그 값들을 구하였다. 모멘트, 전단력, 처짐의 위험단면은 모멘트와 처짐에 대해서는 기둥표면인 중심에서  $r=0.35m$  거리의 단면이고, 전단력에 대해서는 기둥표면에서  $45^\circ$ 로 내려간 지점인 중심에서  $r=1.35m$  거리의 단면이다.

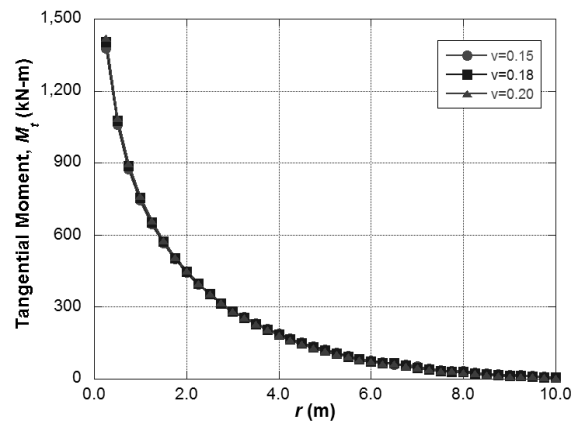
Table 1은 회귀분석을 통하여 제안된 단순화된 함수식,  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 를 이용하여 구한 방사모멘트, 접선모멘트, 전단력, 처짐에 대한 값들을 각각의 위험단면에서 연성법(탄성평판이론의

Table 1. Comparison of Hetenyi's Eqs. and Suggested Eqs. using  $P_1, P_2, P_3, P_4 (h = 1.0m, k_{0.3} = 1.0 \times 10^5 kN/m^3)$

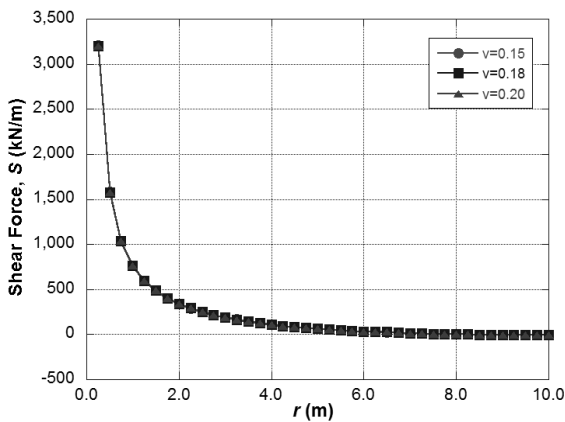
Moment, shear, deflection	Poisson's ratio, $\nu_F$	Hetenyi's Eqs.	Suggested Eqs.	Suggested / Hetenyi (%)
Radial Moment, $M_r (kN \cdot m)$	0.15	883.2	899.5	101.8%
	0.18	916.6	926.2	101.0%
	0.20	943.1	944.1	100.1%
Tangential Moment, $M_t (kN \cdot m)$	0.15	1220.5	1,221.5	100.1%
	0.18	1242.0	1,247.5	100.4%
	0.20	1260.6	1,265.0	100.4%
Shear Force, $S (kN/m)$	0.15	548.4	551.4	100.6%
	0.18	548.4	551.7	100.6%
	0.20	548.8	552.0	100.6%
Deflection, $z (mm)$	0.15	-2.555	-2.561	100.2%
	0.18	-2.542	-2.548	100.2%
	0.20	-2.533	-2.539	100.2%



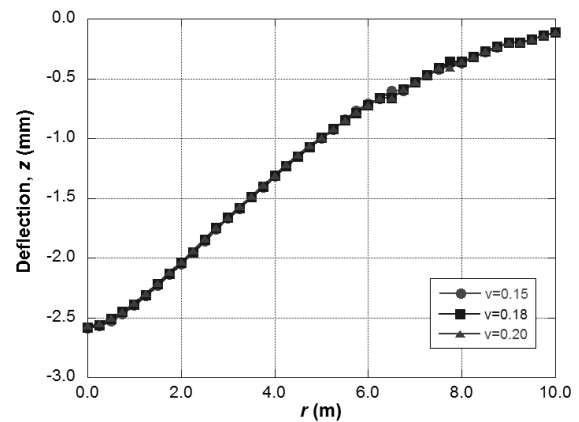
(a) Radial Moment,  $M_r$



(b) Tangential Moment,  $M_t$



(c) Shear Force,  $S$



(d) Deflection,  $z$

Fig. 12. Effects of  $\nu_F$  on Moment, Shear, and Deflection ( $h = 1.0m, k_{0.3} = 1.0 \times 10^5 kN/m^3$ )

Hetenyi의 Z 함수식)을 이용하여 구한 값들과 비교한 결과를 보여 주고 있다. 표에서 보는 바와 같이 전면기초의 두께와 지반반력계수가  $h = 1.0\text{m}$ ,  $k_{0.3} = 1.0 \times 10^5 \text{kN/m}^3$ 인 경우 모멘트는 1.8% 오차를 보이고 있고, 전단력은 0.6% 오차를, 처짐은 0.2%의 오차를 나타내고 있다. 해석 결과의 비교에서 볼 수 있듯이 회귀분석을 통하여 단순화된 함수식을 이용한 전면기초의 부재력 및 처짐은 기존의 연성법에 의한 해석값과 비교하여 매우 정확하다.

### 4.3 유한요소 해석법과의 비교

전면기초의 해석을 위한 기존의 연성법을 보다 쉽게 활용하기 위하여 단순화된 연성법을 제안하였는데, 이에 대한 적용성을 검토하고 해석의 정확성을 비교하기 위하여 유한요소법에 의한 해석을 수행하였다.

유한요소해석에는 상용화 프로그램인 ABAQUS v.6.11 (2011)

을 사용하였으며, 기초는 직경이 50m이고, 두께가 1.0m인 콘크리트 전면기초로 모델링하였다. 모델의 경계조건은 전면기초의 사방이 토사로 구속되어 있으므로 사방의 좌우이동을 고정하였으며, 직경이 0.7m인 원형기둥을 통하여 기초 중앙에 등분포로 하중이

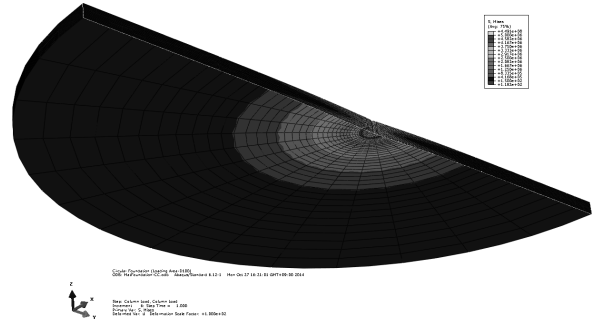
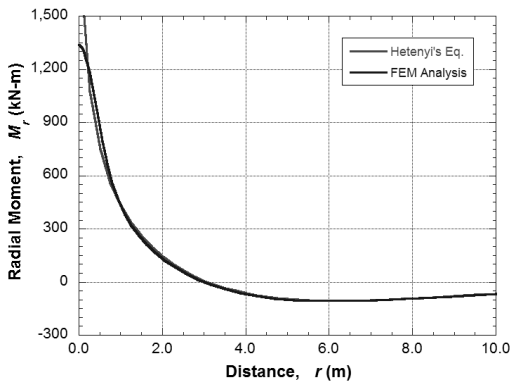
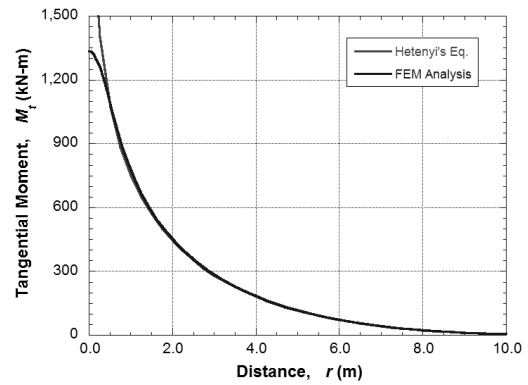


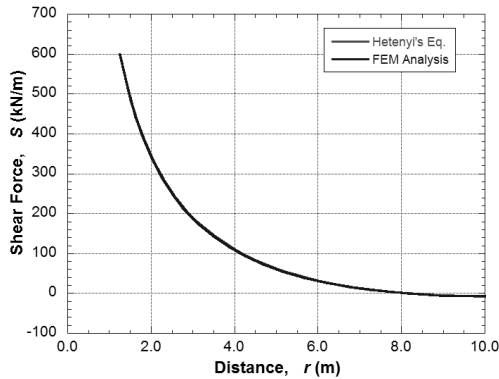
Fig. 13. Stress Distribution (Von Mises Stress)



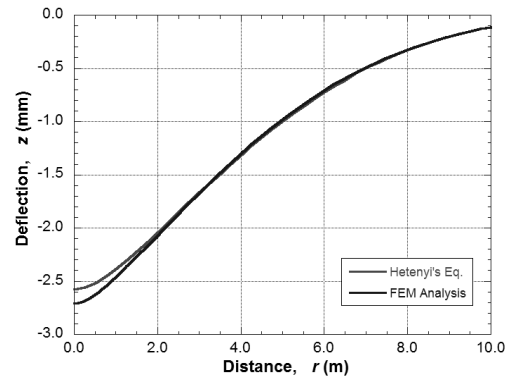
(a) Radial Moment,  $M_r$



(b) Tangential Moment,  $M_t$



(c) Shear force,  $S$



(d) Deflection,  $z$

Fig. 14. Comparison of Analysis Results using Elastic Plate Method and Finite Element Method ( $h = 1.0\text{m}$ ,  $k_{0.3} = 1.0 \times 10^5 \text{kN/m}^3$ )

Table 2. Comparison of Radial Moment, Tangential Moment, Shear Force and Deflection by Different Analysis Method (in case of  $h = 1.0m$  and  $k_{0.3} = 1.0 \times 10^5 kN/m^3$ )

	Distance, $r$ (m)	Hetenyi's Eqs.	Suggested Eqs.	FEM	Suggested Eqs. / Hetenyi's Eqs.	FEM / Hetenyi's Eqs.
Radial moment, $M_r$ ( $kN \cdot m$ )	0.35	916.57	926.42	1060.15	101.1%	115.7%
	0.50	751.98	766.87	870.19	102.0%	115.7%
	1.00	435.91	456.81	433.82	104.8%	99.5%
	2.00	145.07	146.75	134.18	101.2%	92.5%
	4.00	-60.78	-59.37	-66.40	97.7%	109.3%
	6.00	-104.54	-101.08	-106.54	96.7%	101.9%
Tangential moment, $M_t$ ( $kN \cdot m$ )	0.35	1242.03	1258.18	1197.59	101.3%	96.4%
	0.50	1076.60	1092.82	1090.56	101.5%	101.3%
	1.00	755.73	771.47	776.53	102.1%	102.8%
	2.00	447.02	450.12	451.75	100.7%	101.1%
	4.00	184.67	182.31	183.92	98.7%	99.6%
	6.00	74.22	75.23	74.08	101.4%	99.8%
Shear force, $S$ ( $kN/m$ )	1.35	548.40	551.73	554.31	100.6%	101.1%
	2.00	341.20	330.22	343.38	96.8%	100.6%
	4.00	110.96	105.70	109.60	95.3%	98.8%
	6.00	32.97	41.24	32.14	125.1%	97.5%
Deflection, $z$ (mm)	0.35	-2.54	-2.55	-2.66	100.2%	104.7%
	0.50	-2.51	-2.53	-2.62	100.5%	104.3%
	1.00	-2.39	-2.39	-2.46	100.0%	102.9%
	2.00	-2.04	-2.03	-2.07	99.3%	101.4%
	4.00	-1.31	-1.31	-1.30	100.0%	99.1%
	6.00	-0.72	-0.72	-0.71	99.8%	97.6%

작용하는 것으로 모델링하였다. 중앙부분을 보다 잘 확인할 수 있도록 방사형으로 육면체요소를 사용하였으며, mesh의 크기는 높이가 0.05m이고, 폭은 0.05~2.0m의 범위로 결정하였다. 재료의 물성과 해석변수는 전면기초 해석 예에 제시한 값과 동일하게 적용하였다.

Fig. 13은 유한요소해석 결과 중 Von Mises 응력분포를 나타낸 것으로 탄성해석에서와 같이 중앙부에 응력이 집중되고 거리가 멀어질수록 급속하게 감소하여 일정거리 이상에서는 그 영향이 거의 없음을 보여준다.

Fig. 14는 대표적으로 기초의 높이( $h$ )가 1.0m이고, 지반반력계수( $k_{0.3}$ )가  $1.0 \times 10^5 kN/m^3$ 인 경우에서의 결과값을 비교한 것이며, Table 2는 하중중심에서 거리에 따른 모멘트와 전단력, 처짐 값을 정리한 것이다. Figs. 14(a) and 14(b)는 방사모멘트와 접선모멘트를 나타낸 것으로 그래프의 값이 매우 잘 일치하고 있으며, 약 1.0m 이내의 구간에서는 연성법에 의한 결과가 크게 증가하며 차이를 보이고 있는데, 이는 탄성평판이론에 근거한 연성법은 중앙

부에서 무한대로 수렴하기 때문이다. 모멘트에 대한 임계단면 ( $r = 0.35m$ )에서 반경모멘트의 경우 유한요소해석이 보수적인 값을 나타내고 있으나, 접선모멘트의 경우 연성법이 보수적인 결과를 보여주고 있다. Fig. 14(c)는 전단력에 대해 비교한 그래프로 연성법과 유한요소결과가 매우 잘 일치하고 있으며, 수치상으로도 전단력의 임계단면인 1.35m 이상에서 단순화된 연성법이 다소 과소평가되기는 하나 기존 연성법과 잘 일치하고 있다. Fig. 14(d)는 처짐을 비교한 그래프로 전체적인 경향은 잘 일치하나 모멘트와 같이 중앙부에서 연성법과 유한요소결과에 차이를 보이고 있고, 유한요소결과가 보수적으로 나타나고 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 매우 복잡한 함수식들을 포함하고 있는 연성법을 설계자가 보다 쉽게 이용하기 위해 회귀분석을 통하여 모멘트와 전단력, 처짐을 구하기 위한 단순화된 함수식을 제안하였으며,

제안된 함수식들은 매우 단순화되어 활용하기 쉽고 매우 정확한 값을 제공하고 있다. 본 논문에서 얻어진 결과를 종합하면 다음과 같다.

- (1) 강성법은 전면기초가 강체이고 접지압 분포가 평면형이라는 가정에 기반하고 있는데, 실제 전면기초는 강체가 아니어서 접지압의 분포가 평면형이 아니다. 따라서 이를 적용하는 것은 정확한 해석이 될 수 없으며 발생하는 오차를 감수해야한다.
- (2) 연성법은 탄성지반 위에 무한 폭을 가진 평판에 집중하중이 작용하는 탄성판이론에 근거하고 있는데, 모멘트, 전단력, 처짐을 구하기 위한 함수식이 매우 복잡하여 설계자가 이용하는데 많은 어려움이 있다. 또한 구조물기초설계기준에서 복잡한 수식 대신 제공되는 설계 도움 그래프는 최대모멘트나 최대전단력이 발생하는 위험단면에서의 함수값을 포함하고 있지 못하여 이를 활용할 수 없다.
- (3) 연성법에서 임의의 점에 발생하는 모멘트, 전단력, 처짐을 구하기 위한 복잡한 함수식들은 모두  $r/L'$ 의 함수들의 집합이다. 따라서, 이를 통합하여 회귀분석에 의해 하나의 변수 즉,  $x = \log(r/L')$ 의 보다 간단한 하나의 함수로 표현될 수 있다.
- (4) 회귀분석을 통하여 하나로 단순화된 함수, 즉,  $P_1, P_2, P_3, P_4$  함수식들은  $x = \log(r/L')$ 에 대하여 상관계수( $R$ )가 0.99 이상으로 매우 높은 상관성을 보여주고 있다.
- (5) 회귀분석을 통하여 제안된 단순화된 함수식,  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 를 이용하여 구한 방사모멘트, 접선모멘트, 전단력, 처짐에 대한 값들은 모두 작은 오차를 나타내고 있다. 따라서, 제안된 함수식을 이용한 단순화된 연성법은 설계자가 활용하기 쉽고 매우 정확하다.

- (6) 유한요소해석을 수행하여 기존 연성법과 단순화된 연성법의 결과를 비교하고 그 적용성을 확인하였다.

## 감사의 글

이 논문은 2014학년도 제주대학교 학술진흥연구비 지원사업에 의하여 연구되었음.

## References

- ABAQUS v6.11 (2011). *Users manual*, Hibbitt, Karlsson & Sorensen Inc.
- ACI Committee 436 (1966). "Suggested design procedures for combined footings and mats." *ACI Journal*, Oct. Vol. 63, No. 10, pp. 1041-1057.
- Hetenyi, M. (1946). *Beams of elastic foundations*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, pp. 245-255.
- Kim, D. H., Park, S. Y. and Moon, K. T. (2013). "Analysis of stratified rock under vertical load in pile foundation of wind turbine using circular foundation analysis method with equivalent effective width." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, KSCE, Vol. 33, No. 6, pp. 2411-2425 (in Korean).
- Korean Geotechnical Society (KGS) (2009). *Code requirements for structural foundation design*, pp. 276-286. (in Korean).
- Schleicher, F. (1926). "The state of stress at the yield point." *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 6, No. 3, pp. 199-216 (in Deutsch).
- Shukla, S. N. (1984). "A simplified method for design of mats on elastic foundations." *ACI Journal*, American Concrete Institute, Vol. 81, No. 5, pp. 469-475.