

# 순수전단이 작용하는 RC막판넬의 전단변형을 증폭

정제평\*

Jeong, Je Pyong\*

## Shear Strain Big-Bang of RC Membrane Panel Subjected to Shear

### ABSTRACT

Recently, nine 1397×1397×178mm RC panels were tested under in-plane pure-shear monotonic loading condition using the Panel Element Tester by Hsu (1997, ACI). By combining the equilibrium, compatibility, and the softened stress-strain relationship of concrete in biaxial state, Modern Truss Model (MCFT, RA-STM) are capable of producing the nonlinear analysis of RC membrane panel through the complicated trial-and-error method with double loop. In this paper, an efficient algorithm with one loop is proposed for the refined Mohr compatibility Method based on the strut-tie failure criteria. This algorithm can be speedy calculated to analyze the shear history of RC membrane element using the results of Hsu test. The results indicate that the response of shear deformation energy at Big Bang of shear strain significantly influenced by the principal compressive stress-strain (crushing failure).

**Key words :** Shear strain, Compatibility, Truss model, Constitutive laws, Stress-strain relationship, Big bang of shear strain

### 초록

최근 Hsu는 전단시험장치를 이용해 순수전단이 작용하는 9개 RC패널요소의 전단시험을 수행하였다(ACI 1997). 최신 트러스모델(수정압축장이론, 회전각연성트러스모델)은 평형조건과 적합조건 그리고 2축 상태에서 RC 막판넬의 연성 응력-변형률 관계를 이용하여 2중 루프의 시행착오방법으로 복잡한 비선형해석을 수행하고 있다. 본 연구는 스트럿과 타이의 파괴기준에 기반한 개선된 모어변형적합방법을 사용해 효율적인 알고리즘을 제안하였고, 이 알고리즘을 이용하여 Hsu가 실험한 전단이력 해석을 빠른 수렴속도로 개선한 것이다. 해석결과에 의하면 전단변형률 증폭상태의 전단변형에너지는 주압축 응력-변형률에 크게 지배받는 것으로 나타났다.

**검색어 :** 전단변형, 적합조건, 트러스모델, 구성법칙, 응력-변형률 관계, 전단변형률 증폭

## 1. 서론

Collins의 수정압축장이론(MCFT)과 Hsu의 회전각연성트러스모델(RA-STM)은 그동안의 경험적 통계적 방법에서 탈피하여 평형조건과 재료(콘크리트, 철근)의 구성조건 그리고 변형적합조건을 기반으로 비선형 응력-변형률 해석이 가능한 최신트러스모델(modern truss model)로의 진화를 보여준 것이다(ASCE-ACI Committee 445, 1998). Fig. 1에서 보듯이 트러스모델은 60년대 변각트러스 개념이 도입된 후부터 유럽을 중심으로 Schlaich, Thürlimann, Marti, Nielsen 등에 의해 소성이론(plastic theory)과 스트럿-타이 모델이 결합되어 다양한 확장과 정확성 확보에 대한 연구가 계속되고 있는 상태이다(ASCE-ACI Committee-426 1973, CEB-FIP Model Code 2010, Eurocode 2 1992). 한편, 북미를 중심으로 한 수정압축장이론(MCFT)과 연화트러스모델(STM)로 대표되는 모어적합 트러스모델로 발달되어 오고 있다. AASHTO LRFD (2012) 전단설계 기준의 핵심은 Collins와 Mitchell (1974)의 압축장이론(CFT), Vecchio와 Collins의 수정압축장이론(1986) 그리고 Collins등이 발표한 “A General Shear Design Method” (Collins, 1996)의 연구내용으로 구성되어 있다.

\* 정회원 · 교신저자 · 호남대학교 토목환경공학과 조교수 (Corresponding Author · Honam University · safecon@honam.ac.kr)

Received August 14, 2014/ revised November 6, 2014/ accepted December 14, 2014

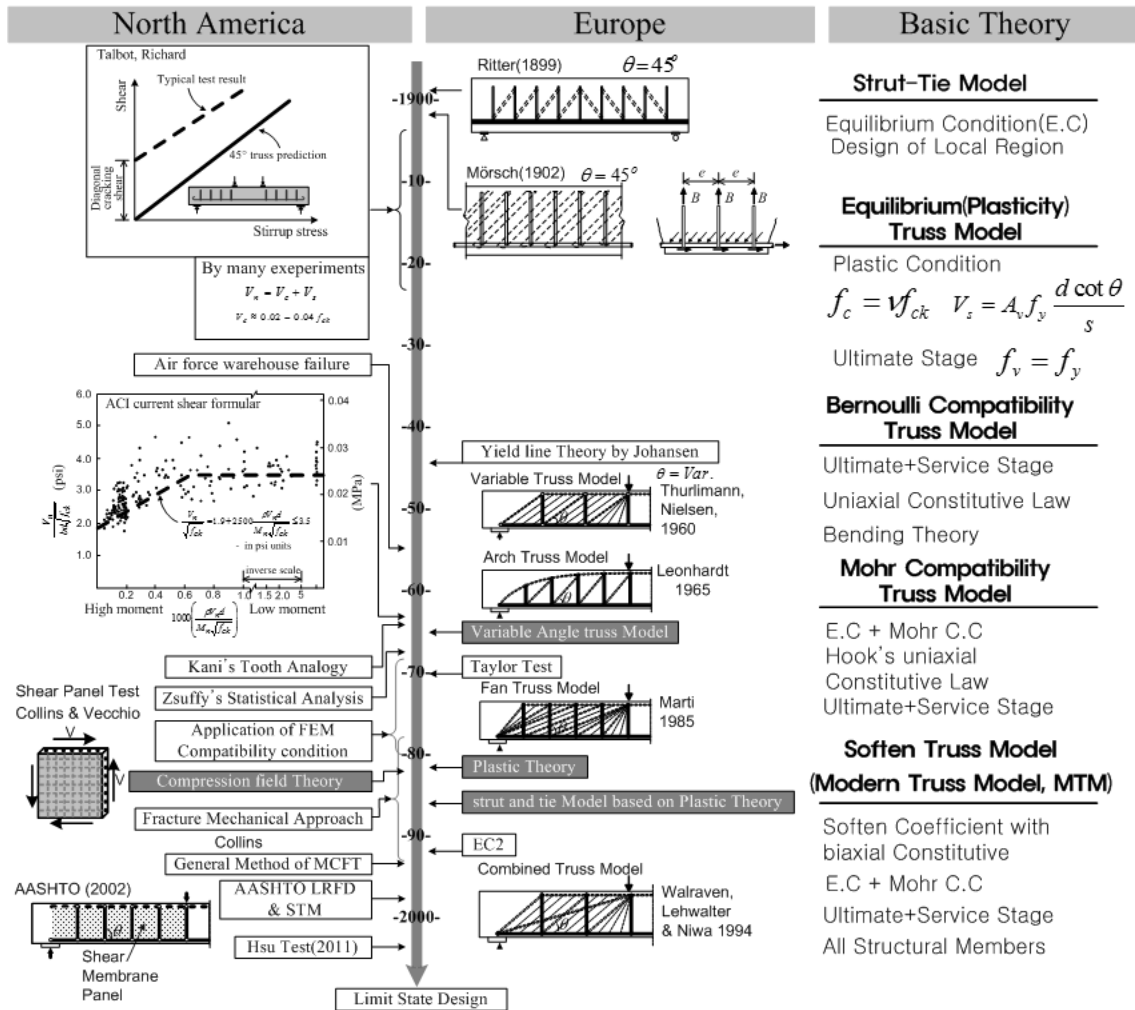


Fig. 1. The Development of Various Shear Theory

Fig. 2와 같이 두께가 얇은 RC 막판넬의 비선형해석은 주응력상태의 균열각 $\theta$ 와 2축 상태의 연성계수 $\zeta$  뿐만 아니라 응력 미지수 7개( $f_x, f_y, f_{cx}, f_{cy}, f_{sx}, f_{sy}, \tau$ ), 변형률 미지수 5개( $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{cx}, \epsilon_{cy}, \gamma$ ) 총 14개의 해를 결정하는 것이다. 만약 작용하는 전단응력이 조건변수로 주어진다면 13개의 미지수가 발생하며, 응력-변형률 비선형해석을 위해 조건식이 13개 필요하게 된다. 이러한 비선형 해석(해 결정)을 위해서, 변형률 조건으로 Mohr 적합방정식의 1차 불변량(invariant) 개념과 모어 원(응력 원, 변형률 원) 기하적 성질을 이용하여 미지수를 계산한다. 즉 수평방향과 수직방향의 변형률과 주응력 방향의 변형률은 중심점은 같다는 조건과 Mohr 원 내의 상하 내부 삼각형이 이루는 작은 중심선을 통과하는 각과 반각조건이며, 동시에 응력 Mohr 원과 변형률 Mohr 원의 각이 일치한다는 Wagner 조건식을 이용하면 13개 미지수의 해 결정이 실제 3개 변수로만 지배받게 되어 훨씬 빨라진다. Wagner는 이러한

방법으로부터 인장장이론(tension field theory, 1929)을 발표하였다(Hsu et al., 1997).

하지만 파괴기준 이력을 계산하기 위해서는 점진적으로 전단응력의 크기를 증가시키거나(Collins, 1996), 주압축 변형률의 크기를 증가시키는 방법(Hsu, 1991)으로 계산하기 때문에 모든 이력단계의 해 계산과정은 많은 해석단계와 2개 이상의 변수를 일치시켜야 하는 2 루프(loop) 절차로 매우 복잡해진다(Cha and Kim, 2010).

본 연구는 수직 수평방향의 철근 중에서 철근비가 낮은 방향의 철근이 먼저 항복하는 조건과 다른 방향의 철근이 항복하는 조건 그리고 스트럿 압괴시 최대유효응력을 대입하여 1 루프(loop)방법에 의한 시행착오법 도입으로 기존 방법과 비교하여 정확성은 유지하면서 동시에 해 수렴 속도를 높여, 전단응력-변형률의 이력 포락선을 쉽게 추정할 수 있는 알고리즘으로 개선한 것이다. 또한 전단응력과 전단변형률 전체이력을 재분석하여 전단변형률 증폭

(Big-Bang) 현상을 파악하고 트러스 요소의 에너지밀도를 계산하여 시험자료의 신뢰성을 분석하고자 한다.

## 2. RC 막패널의 비선형해석

### 2.1 전단거동

Fig. 3(a)의 순수전단을 받는 얇은 막 RC패널은 수직방향과 수평방향의 경계조건에 일차적으로 지배 받으며, 내부적으로는

수직과 수평방향의 철근비에 따라 Fig. 3(b)의 전단거동이 결정되지만 균열발생 이후 거동은 전단응력의 증가에 따라 비선형적 거동으로 나타난다. 즉 균열발생단계 이후 이방성 철근의 항복과 스트럿 압괴거동의 우선순위에 따라 전단거동이 비선형적으로 나타난다. 이러한 비선형해석을 위해서는 평형조건과 구성조건 그리고 적합조건이 이용되며, 또한 이산화된 연속체 요소의 평균응력과 평균변형을 이력상태를 평가하는 것은 많은 시행착오법과 수렴관계를 검토하는데 많은 시간이 필요하게 된다. 따라서 수렴을 빨리 하기

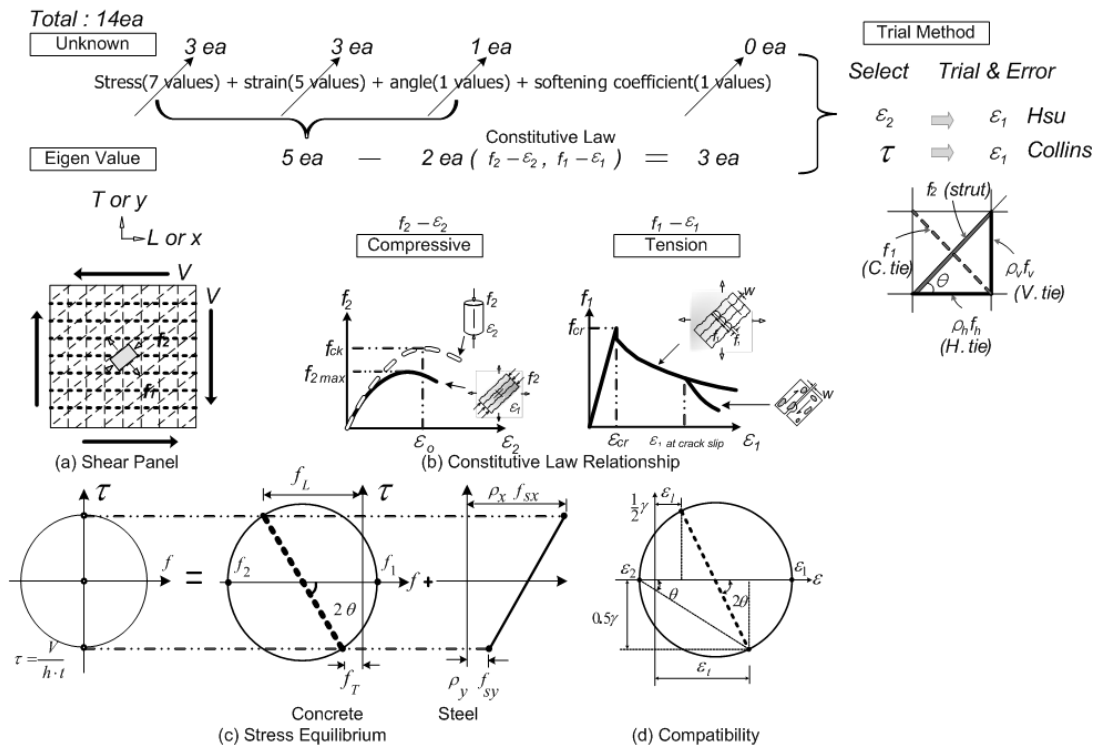


Fig. 2. Unknown Variable Relationship of Shear Membrane Panel

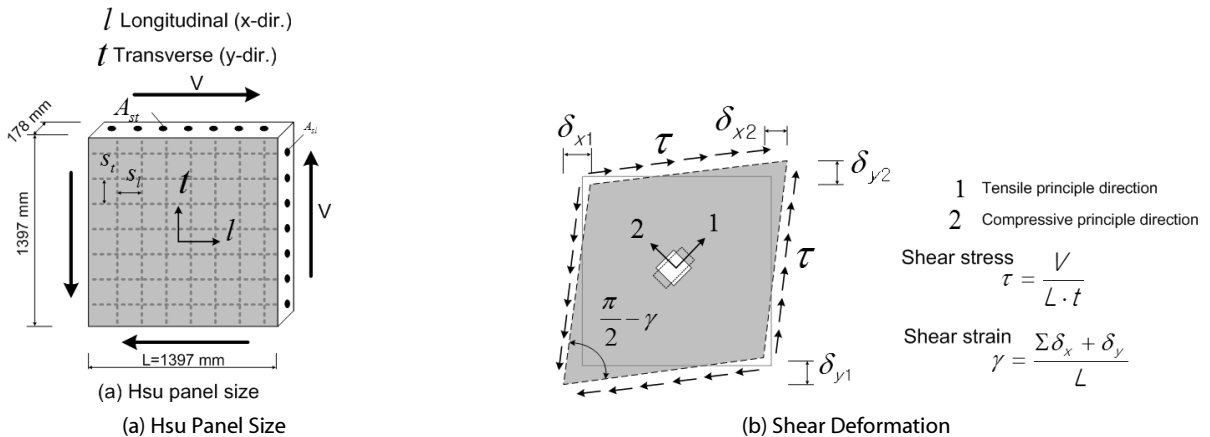


Fig. 3. The Dimension of Hsu Panel and Shear Deformation

위해서 파괴기준에 해당하는 조건을 도입하여 수렴속도를 개선할 필요가 있으며, 이러한 개선된 방법은 복잡한 하중이나 경계조건을 갖는 부재에 적용할 때 유용하게 작동된다.

### 2.2 비선형 해석

순수전단을 받는 RC 판넬의 비선형해석은 역학적 관점에서 크게 3가지 거동으로 구분할 수 있다. 첫째로 힘 또는 응력변환을 설명하는 평형관계, 둘째로 2축 인장압축장 상태의 응력과 변형률 관계인 구성관계 그리고 마지막으로 변형률과 균열각의 적합관계로 구분할 수 있으며, 각각의 관계를 설명하는 기본 해석 인자 13개로 구성된다. 이러한 13개 해석인자의 해 결정과정은 복잡한 조건식과 수렴과정이 복잡하여 효율적인 조건식 구성이 필요하며, 동시에 파괴기준을 이용하여 해의 정확성 확보와 동시에 산출과정의 단순 구성이 절대적으로 필요하다.

얇은 RC 패널 내부는 하나의 연속체라고 가정할 경우 Fig. 4와 같이 평균응력변형률 거동을 한다. 이때 균열 면에서 콘크리트는 응력을 전달하지 못하기 때문에, Fig. 4(c)의 철근응력이 Fig. 4(b)의 연속체 평균응력과 같은 균형을 이루는 상태가 된다. 모어(Mohr)의 응력원은 평형조건으로, 주응력방향과 수직 수평방향의 불변량(invariant) 조건과 기하적 조건을 이용할 수 있다. 즉 Fig. 4(b)에서 상부 삼각형과 하부 삼각형의 주응력각이 같다는 조건

$\theta_1=\theta_2$ 를 통해 Wagner 응력조건식을 쉽게 이해할 수 있다. Fig. 4(d)의 변형률 모어 원에서도 각 방향별 변형률을 이용해 적합조건을 응력원과 동일하게 이해할 수 있으며, 주변형률 모어원의 상반원과 하반원에서 주응력각이 같다는 조건  $\theta_3=\theta_4$ 를 통해 Wagner 변형률 적합조건식을 쉽게 이해할 수 있다. Hsu는 기존 연구 자료를 분석하여 주인장응력  $f_1$ 과 주인장변형률  $\epsilon_1$ 의 구성식 (Eq. (1))과 주압축응력  $f_2$ 와 주압축장변형률  $\epsilon_2$ 의 구성식 (Eq. (2)) 그리고 2축응력 상태에서 유효강도가 작아지는 연성계수 Eq. (3)을 제안하였다.

본 연구에서는 빠른 알고리즘을 취득하기 위해 응력원의 상부 삼각형의 주응력각  $\theta_1$ 과 변형률원의 상부 삼각형의 주응력각  $\theta_3$ 이 서로 같다는 조건  $\theta_1=\theta_3$ 으로부터 수평방향 변형률  $\epsilon_t$  Eq. (4)를 유도하였다. 동일하게 하부 삼각형으로부터  $\theta_2=\theta_4$  일치시켜 수직 방향 변형률  $\epsilon_l$  Eq. (5)를 유도할 수 있다. Eq. (6)은 변형률 모어원의 중심이 같다는 1차 불변량 조건이다. 마지막으로  $\beta_3=\beta_4$ 로부터 Wagner (1929)가 제안한 적합조건 Eq. (7)을 사용할 수 있다(Cha and Kim, 2010).

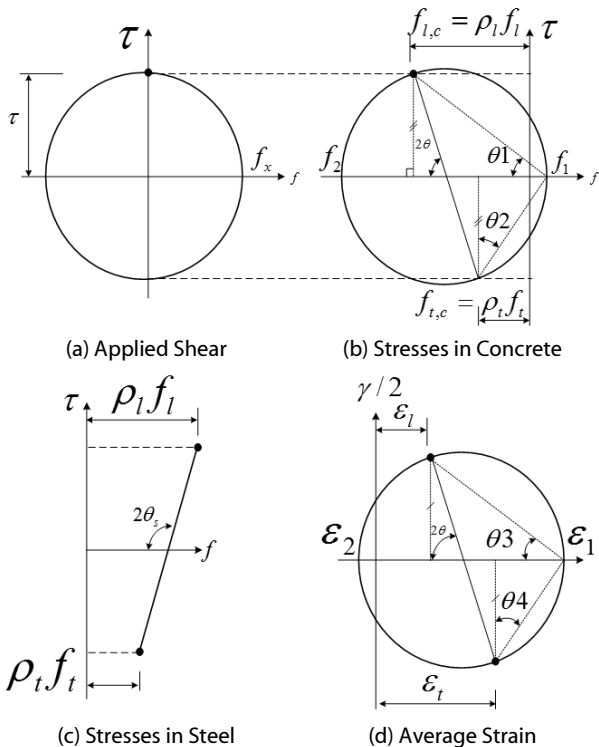


Fig. 4. The Nonlinear Analysis of RC Panel

$$f_1 = 0.33f'_c \left( \frac{0.00008}{\epsilon_1} \right)^{0.4} \quad (1)$$

$$f_2 = \xi f'_c \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_2}{\xi \epsilon_0} \right) - \left( \frac{\epsilon_2}{\xi \epsilon_0} \right)^2 \right] \text{ for } (\epsilon_2/\xi \epsilon_0 \leq 1) \quad (2a)$$

$$f_2 = \xi f'_c \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon_2/\xi \epsilon_0 - 1}{2/\xi - 1} \right)^2 \right] \text{ for } (\epsilon_2/\xi \epsilon_0 > 1) \quad (2b)$$

$$\xi = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 600 \epsilon_1}} \quad (3)$$

$$\epsilon_l = \epsilon_1 - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{f_1 - f_2} [f_1 + \rho_l \cdot f_{l,y}] \quad (4)$$

$$\epsilon_t = \epsilon_1 - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{f_1 - f_2} [f_1 + \rho_t \cdot f_{t,y}] \quad (5)$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_l + \epsilon_t - \epsilon_2 \quad (6)$$

$$\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_l - \epsilon_2}{\epsilon_t - \epsilon_2} \quad (7)$$

$$\tau = (-f_2 + f_1) \sin \theta \cos \theta \quad (8)$$

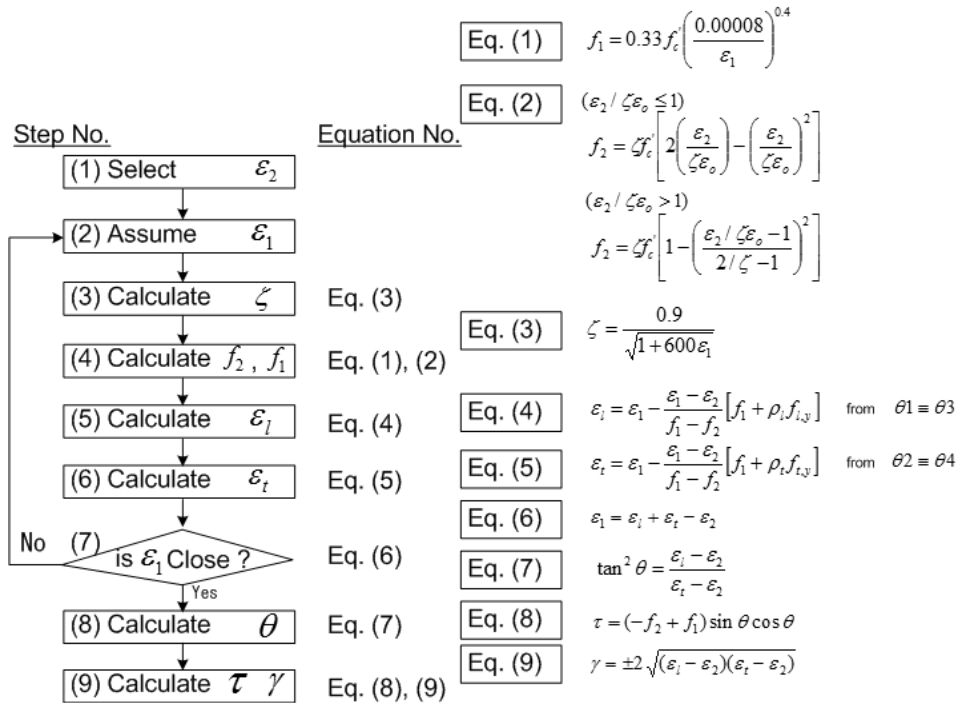


Fig. 5. The Flow of Nonlinear Analysis of RC Panel with an Efficient Algorithm

$$\gamma = 2 \sqrt{(\epsilon_l - \epsilon_2)(\epsilon_t - \epsilon_1)} \quad (9)$$

Eqs. (8) and (9)는 응력원과 변형을 원에서 기학적 관계로부터 유도된 식이다(Cha and Kim, 2010).

본 연구에서는 Eqs. (4) and (5)에 각 방향별 철근의 항복응력을 직접 대입하게 되면 직교방향의 철근 항복 상태를 쉽게 추정할 수 있게 된다. 위와 동일과정으로 스트럿의 최대압축강도  $f_2 = \zeta f_{ck}$ 를 Eqs. (2), (4) and (5)에 대입하여 콘크리트 압괴(crushing)과괴의 이력을 계산할 수 있다. 이러한 응력변형을 비선형해석의 알로리즘을 Fig. 5와 같이 도시화 하였다.

이러한 해석절차에 따라 파괴기준이 되는 스트럿( $f_2 = \zeta f'_c$  또는  $\epsilon_2 = \zeta \epsilon_o$ )과 각 방향 철근의 항복응력( $f_l = f_y$ ,  $f_t = f_y$ )을 직접 대입하여 한계상태를 설정할 수 있다. 본 연구는 시행착오 계산을 감소시킬 수 있는 방법으로 각방향 철근의 항복상태 변형률을 미리 대입하여 수렴속도를 개선할 수 있었다.

### 2.3 전단변형에너지 밀도

트러스모델은 Fig. 6와 같이 스트럿과 타이의 절점이 링크로 연결되어 축력만 전달되는 구조이기 때문에, 전단거동은 트러스기구의 축력(인장력, 압축력)으로 전환되기 때문에 외부 에너지는 트러스 내부 요소의 축변형 에너지로 흡수되게 된다. 즉 균열이 발생한 얇은 막 패널의 단위 트러스 요소에서 에너지 보존관계에

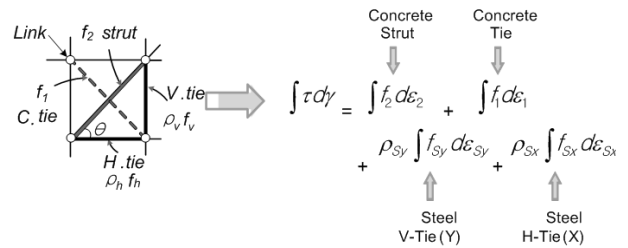


Fig. 6. Shear Strain Energy Density of Truss Element

의해 외부에너지  $W$ 는 트러스 모델의 4개 요소(콘크리트 스트럿과 타이, 수직 수평방향의 철근)의 내부 변형에너지  $U$ 와 같기 때문에 전단변형에너지 밀도  $dW = dU$ 는 다음 Eq. (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$\int \tau \cdot d\gamma = \int f_2 \cdot d\epsilon_2 + \int f_1 \cdot d\epsilon_1 + \rho_{sx} \int f_{sx} \cdot d\epsilon_{sx} + \rho_{sy} \int f_{sy} \cdot d\epsilon_{sy} \quad (10)$$

### 3. 비선형 해석결과

본 연구의 검증용 위해 Hsu (Hsu and Li-Xin, 1997)가 실험한 Table 1의 실험자료 9개를 비교 분석하였다.

Table 1. Mechanical Properties and Principle Variables of Hsu-Test Panels

Panel	Concrete		Steel				$\eta$
	$f_{ck}$	$\epsilon_o (\mu\epsilon)$	Rebar		$\rho$	$f_y$	
B1	45.3	2150	l	15M@188mm	0.0120	463	0.481
			t	10M@188mm	0.0060	445	
B2	44.1	2350	l	20M@188mm	0.0179	447	0.694
			t	15M@188mm	0.0120	463	
B3	44.9	2150	l	20M@188mm	0.0179	447	1.329* (0.333)
			t	10M@188mm	0.0239* (0.0060)	445	
B4	44.8	2050	l	25M@188mm	0.0298	470	1.141* (0.191)
			t	10M@188mm	0.0359* (0.0060)	445	
B5	42.9	2200	l	25M@188mm	0.0298	470	0.397
			t	15M@188mm	0.0120	463	
B6	43.0	2200	l	25M@188mm	0.0298	470	0.571
			t	20M@188mm	0.0179	447	
HB1	66.5	2300	l	15M@188mm	0.0120	409	0.544
			t	10M@188mm	0.0060	445	
HB3	66.8	2400	l	20M@188mm	0.0179	447	0.334
			t	10M@188mm	0.0060	445	
HB4	62.9	2350	l	25M@188mm	0.0298	470	0.191
			t	10M@188mm	0.0060	445	

Note : All panels have a size of 1379×1379×178mm  
 $\eta = (\rho_y f_{y,y})_t / (\rho_x f_{y,x})_l$  , \* is misprint in publication

### 3.1 전단응력(shear stress)과 전단변형률(shear strain)

Fig. 5에 제시된 해석 절차도를 사용하여 타이(철근 인장재) 파괴기준은 방향별로 철근의 항복강도를 대입하고, 콘크리트 스트럿의 파괴조건은 유효강도를 대입하여 전단응력과 전단변형률의 이력곡선을 Fig. 7과 같이 도시화 하였다.

ACI (2011)에 발표된 B3, B4의 패널 철근제원에 오류(Table 1 참조, Cha and Kim (2010))가 있어 이를 정정하고 개선된 알고리즘을 이용해 해석한 결과, 실험에서 측정된 전단응력-전단변형률 곡선과 비교하여 상당히 일치하는 것으로 계산되었다. 이러한 해석결과로부터 순수전단을 받는 RC패널의 철근항복시 전단강도와 콘크리트 압괴(crushing)시 파괴점을 비교적 정확히 예측할 수 있었으며, 계산과정이 매우 간편하여 계산과정을 단축할 수 있었다. 또한 복잡한 점진적 응력 증가방법 보다 파괴기준이 되는 3가지(x축 철근항복, y축 철근항복, 스트럿 압괴) 상태만 계산하여 전체 이력곡선을 선형으로 쉽게 분석할 수 있었다.

### 3.2 응력 모어(Mohr) 원

소성이론에 의하면 응력 특성은 극한한계상태 조건의 평형조건에 의해 지배된다고 보지만, 실제로는 적합조건과 구성조건에 의한 보완적 관계로 결정되고 있다. 즉 RC 패널의 비선형 해석에서 주응력은 평형조건과 적합조건 그리고 구성관계로 연결되어 있다. 따라서 복잡한 수치 값으로 정리하기보다 해석결과를 모어 원으로 작성하면 이해가 빠르기 때문에 Fig. 8과 같이 해석결과를 도시화 하였다.

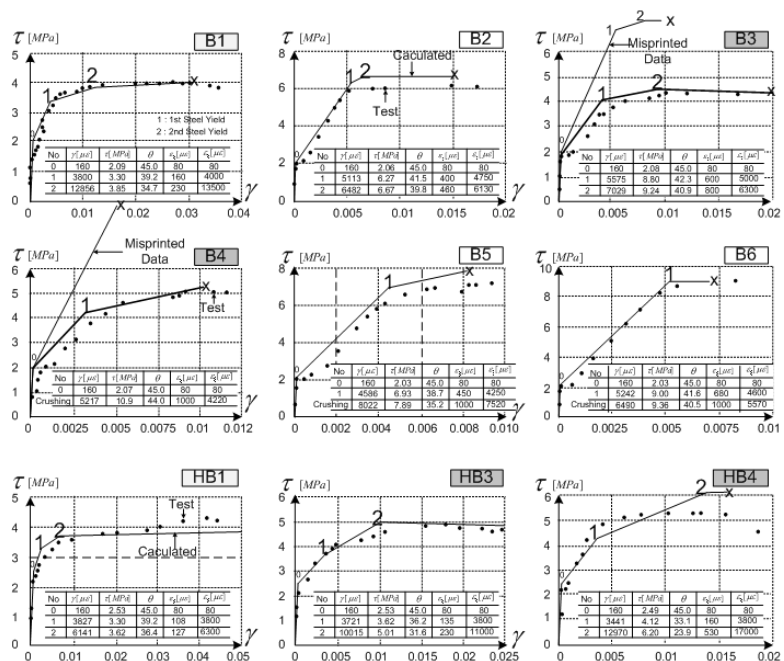


Fig. 7. Shear Stress vs. Shear Strain Curve

정제평

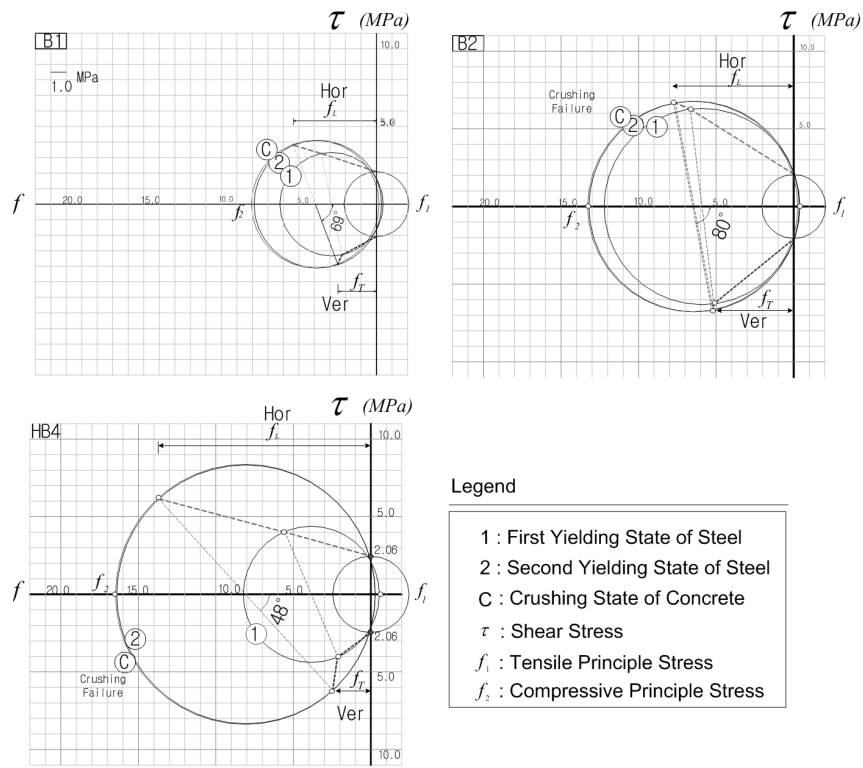


Fig. 8. Shear Stress History by Mohr Circle

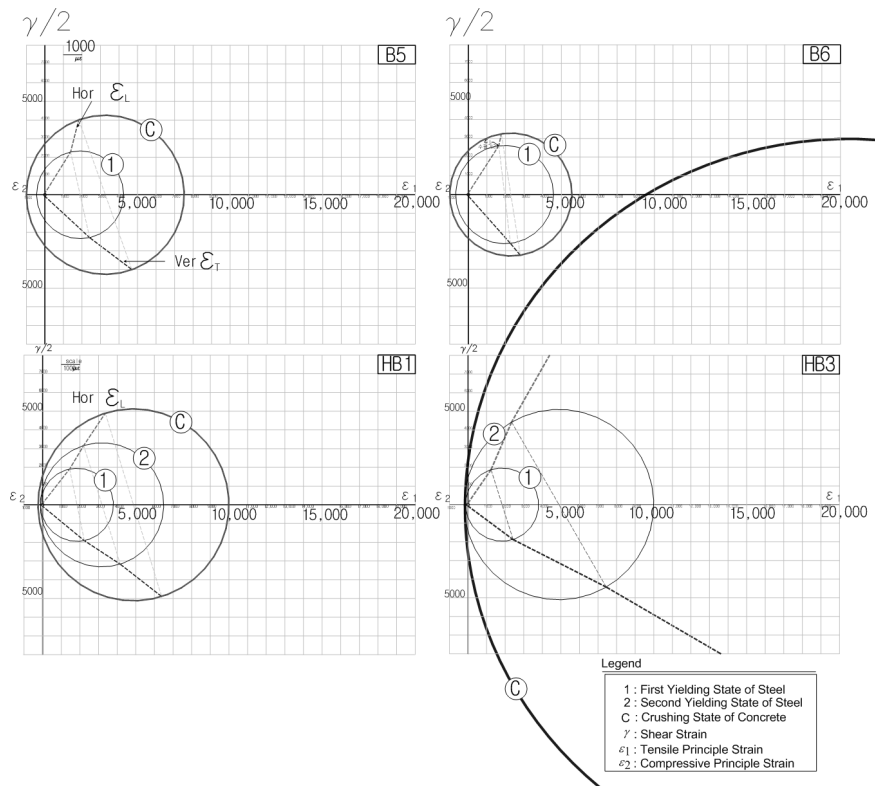


Fig. 9. Shear Strain History by Mohr Circle

Fig. 8의 결과를 분석하면, 균열 후 주인장응력  $f_1$ 은  $f_{cr}$  ( $=0.31\sqrt{f_{ck}}$ )의 1/2 이하로 계산되며, 전단 한계상태가 증가할수록, 즉 철근항복조건과 콘크리트 스트럿의 압괴 파괴조건이 지연된다면 “0”으로 접근할 것이다. 또한 주압축응력  $f_2$ 는 2축상태의 유효강도  $\xi f_{ck}$ 를 초과하면 압괴파괴(crushing failure)가 발생한다. 이때 상대적으로 각방향 철근비가 낮으면 전단변형률이 크게 발생한 후 압괴가 지연발생하며, 반대로 보강철근비가 높으면 철근항복보다 콘크리트 스트럿의 압괴파괴가 먼저 발생하며 전단변형률은 작게 발생한다. 특이한 점은 Fig. 9의 HB3 시험체와 같이 1차 철근항복점 이후 모어 응력원의 크기는 직경변화가 크지 않지만 변형률 모어원은 철근항복 이후에는 직경이 크게 증폭하는 경향이 나타나며, 주응력각  $\theta$ 는 철근이 먼저 항복한 후 압괴가 늦게 발생할수록 주응력각  $\theta$ 의 회전각 변화가 크게 발생한다.

### 3.3 변형률 모어(Mohr) 원

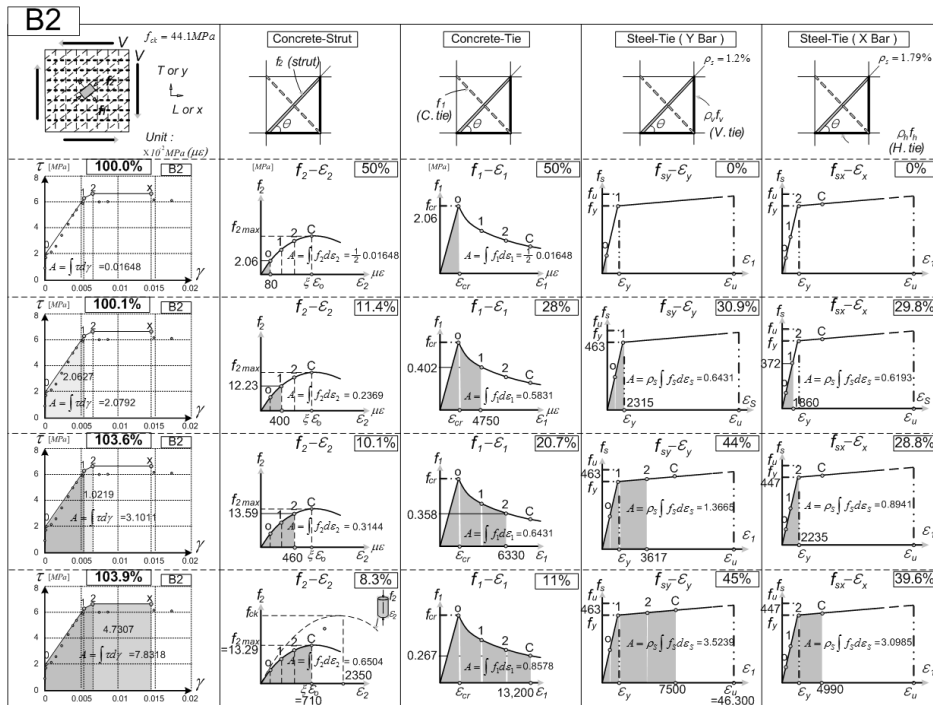
Fig. 9는 균열 발생후 RC패널의 변형률 모어원으로 구성관계 Eqs. (1) and (2)의 관계로 쉽게 계산된다. 주응력 모어원과 달리 변형률 모어원은 철근비 조건에 따라 원의 직경이 크게 변화한다. 즉 하중이력 상태에서 응력보다는 변형률 증폭이 매우 크게 증폭한다는 것을 알 수 있다. 이것은 철근항복 이후 콘크리트 스트럿의 압괴가 상당량 지연되기 때문이다.

### 3.4 트러스요소의 에너지 밀도(energy density)

에너지보존의 법칙으로 유도한 Eq. (10)을 사용하여 전단변형에너지가 큰 3개의 패널의 전체 하중이력에 대한 에너지밀도를 Fig. 10에 도시화 하였다. 외부 일과 트러스요소 내부변형에너지의 누적량을 비교 분석한 결과, 에너지 밀도의 최대오차가 3.9~7.4%로 Eq. (10)이 매우 정확히 예측되었다. 따라서 이러한 에너지보존의 법칙을 이용해 향후 새로운 조건식으로 활용이 가능하다고 판단된다. 또한 하중이력에 따른 트러스 요소의 에너지밀도 분담량 변화를 통해 저항기구를 이해할 수 있었고, 대부분의 패널에서 최종 파괴는 콘크리트 스트럿이 최대 유효응력에 도달하면서 더 이상의 에너지 밀도가 누적되지 않고 붕괴되는 것으로 나타났다.

### 3.5 전단변형률의 증폭(Big Bang of Shear Strain)

상대적으로 철근비가 낮은 1번째 철근이 항복 후에 2번째 철근비가 높으면 콘크리트 스트럿의 압축 파괴(crushing failure)가 먼저 발생하고, 반대로 2번째 철근비가 상대적으로 낮으면 1번째 철근의 변형률이 극한변형률에 도달하여 철근파단으로 트러스 기구는 붕괴된다. 이때 1번째 철근의 변형률이 극한변형률까지 도달하면 전단변형률 또한 엄청난 증폭을 하는데, Fig. 11과 같이 그 크기가  $70,000\mu\epsilon$ 을 넘어  $100,000\mu\epsilon$ 에 도달할 수도 있는데 이러한 값은 그동안 연구자들이 인지하지 못하는 어마어마한 크기로 Big-Bang의 용어를 사용하였다(Fig. 12 참조).

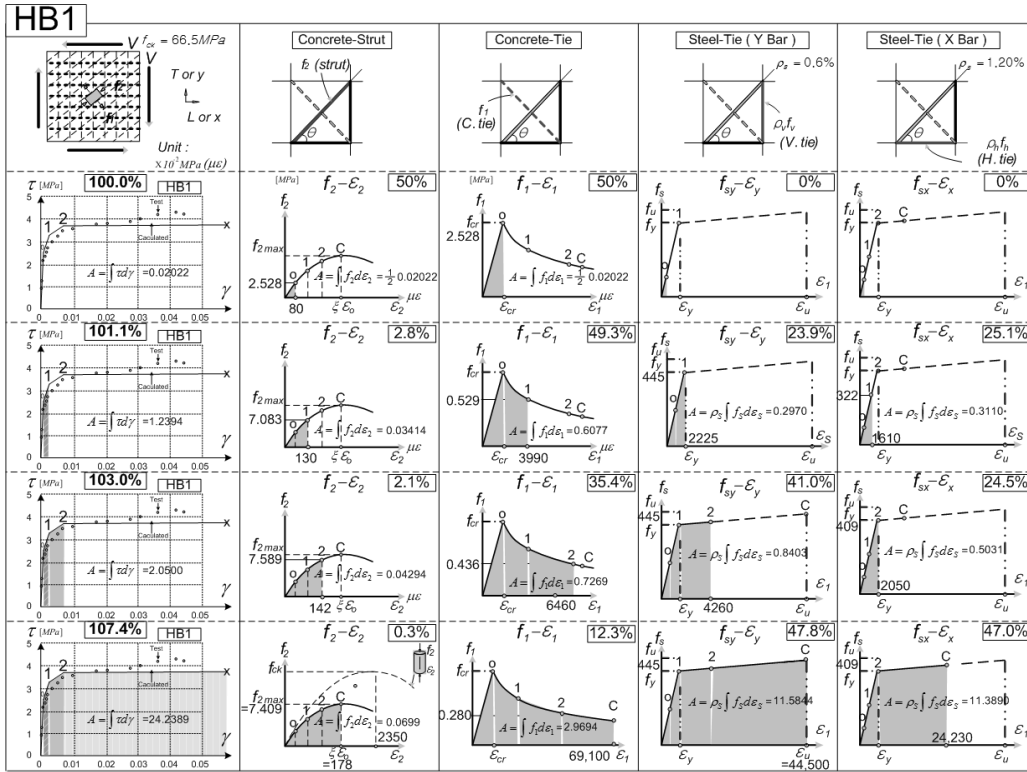


(a) Panel B2 Truss Element-continued

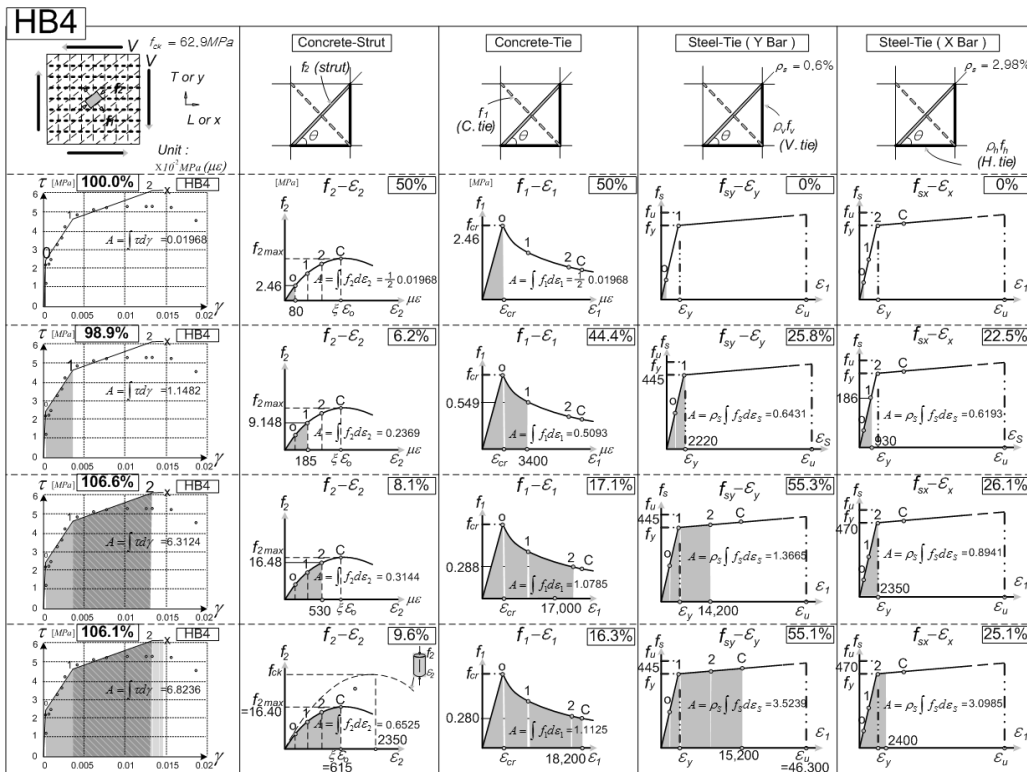
Fig. 10. Energy Density



정제평



(b) HB1 Truss Element-continued



(c) HB4 Truss Element

Fig. 10. Energy Density (Continue)

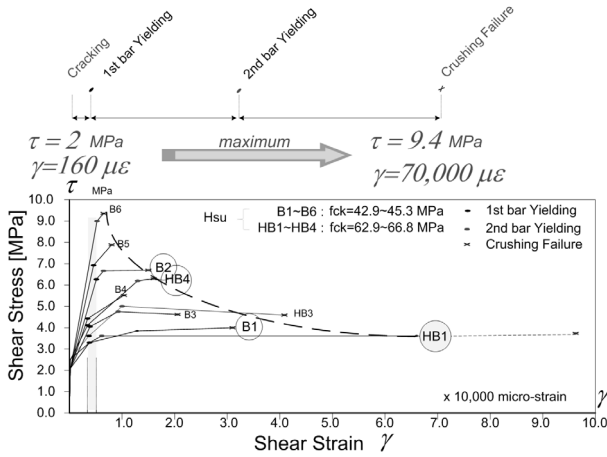


Fig. 11. Maximum Shear Strain of RC Panel Subjected to Shear

#### 4. 결론

본 연구는 순수전단을 받는 RC 패널의 응력-변형률 비선형 해석과정을 개선한 연구이며, 기존 트러스모델에서 사용하는 2중 루프 시행착오법에 의한 복잡한 비선형 해석과정을 단순화하기 위해서 철근항복조건과 스트럿 압괴(crushing) 파괴조건을 모어적 합조건에 대입하여 1중 단일 시행착오법으로 개선하였다. 개선된 알고리즘을 이용하고 기존 발표한 철근비 오류를 수정해 RC 패널의 비선형해석을 수행하였고 그 결과를 Hsu 실험자료와 비교한 결과 전단이력을 정확히 예측하였다. 또한 트러스 요소에 에너지보존의 법칙을 처음으로 적용해 각 요소의 에너지 밀도 계산하여 상당히 정확한 에너지 보존관계를 증명하였다. 그리고 2번째 철근이 극한 변형률(파단)에 도달할 때의 전단변형률이 크게 증폭하는 현상을 전단변형률 빅뱅(Big Bang)으로 정의하였다. 향후 RC보나 PSC보와 같은 주변구속조건 변화나 다양한 하중조건을 갖는 부재이론에 적용하는 확장 연구가 필요하다.

#### References

AASHTO LRFD (2012). "Bridge design specification and commentary." First Edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C, pp. 1091-1130.  
 ASCE-ACI Committee 426 (1973). "The shear strength of reinforced concrete members." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.  
 ASCE-ACI Committee 445 (1998). "Recent approaches to shear design of structural concrete." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 5, pp. 1375-1417.  
 CEB/FIP (2010). *CEB-FIP model code 2010 for concrete structures*,

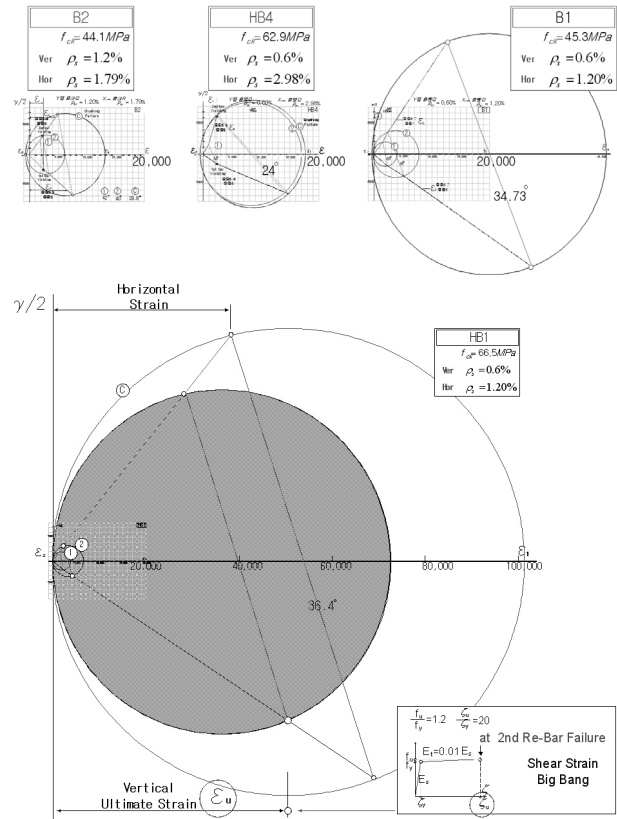


Fig. 12. Shear Strain Big-Bang at 2nd Re-Bar Failure

Bulletin d' Information, pp. 256-320.

Cha, Y. K. and Kim, H. S. (2010). "Nonlinear analysis of stress-strain for RC panel subjected to shear." *Journal of Korea Structure Diagnosis Institute*, Vol. 14, No. 1, pp. 175-181.  
 Collins, M. P. (1996). "A General shear design method." *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.  
 Eurocode 2 (1992). *Design of concrete structures-part I, General Rules and Rules for Buildings*, British Standard Institution, London, pp. 102-250.  
 Hsu, T. T. C. (1991). *Unified theory of reinforced concrete*, CRC Press, Boca Raton, Fla. pp. 256-360.  
 Hsu, T. T. C. and Li-Xin, B. Z. (1997). "Nonlinear analysis of membrane elements by fixed-angle softened-truss model." *ACI Structural Journal*, Vol. 94, No. 5, pp. 483-492.  
 Vecchio, F. J. and Collins, M. P. (1986). "The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear." *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.  
 Vecchio, F. J., Susetyo, J. and Gauvreau, P. (2011). "Effectiveness of steel fiber as minimum shear reinforcement." *ACI Structural Journal*, Vol. 108, No. 4, pp. 488-496.