

# 지하공간 침수해석을 위한 2차원 흐름모형의 적용성 검토

곽성현 · 이경수 · 이동섭\* · 류시완†

창원대학교 토목공학과 · \*한국건설기술연구원 수자원 · 하천연구소  
(2015. 11. 5. 접수 / 2015. 12. 3. 수정 / 2015. 12. 8. 채택)

## A Study on Application of 2-Dimensional Flow Models to Inundation on Underground Space System

Sunghyun Kwak · Kyungsu Lee · Dong Sop Rhee\* · Siwan Lyu†

Department of Civil Engineering, Changwon National University

\*Hydro Science and Engineering Research Institute, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology

(Received November 5, 2015 / Revised December 3, 2015 / Accepted December 8, 2015)

**Abstract :** In order to increase the utilization of limited space in urban area, it can be a good solution to make use of underground space. For the last few decades, underground space systems, such as underground passages, subway stations, and underground shopping arcades, have been constructed in many cities all over the country. Despite of the advantages on the utilization of space in urban area, underground space systems have always been exposed to the risk of inundations resulted from severe rain storms. In this study, it has been examined to apply 2-D flow models (TUFLOW and FLUMEN) to establishing the preventive measures to the risk of flood. For the part with relatively complex configuration, such as a corridor junction, 2-D flow models present the detailed information about the effect of geometry on the inundation events and the temporal and spatial distribution of inundation over the space. From the result, it can be concluded that the 2-D flow model can be the effective implement for establishing the proper measure to the inundation on underground space systems, which generally have relatively long and narrow geometry with complex inner configuration.

**Key Words :** underground space system, inundation, 2-D flow model, TUFLOW, FLUMEN

### 1. 서론

최근 지구 온난화 및 각종 환경의 변화로 국내의 강우 패턴의 변화가 몇 년간 꾸준히 이어져 오고 있다. 이로 인해 매년 우기에 찾아오는 국지성 집중호우 및 태풍으로 인해 도시 및 비도시지역 구분 없이 다양한 형태로 피해가 발생하고 있다. 그 중 인구가 집중된 도심지역에서는 불투수 면적의 증가로 침수피해의 규모가 날로 증가하고 있으며, 이러한 침수피해는 동일지역이라 할지라도 지상보다는 배수조건이 불리한 지하공간에서 더욱 큰 피해를 야기하게 된다.

지하공간에서의 침수피해는 다양한 경로로 발생하며, 그 중 지표수의 포화 및 범람으로 인한 발생이 대표적이며 그 피해규모도 가장 크게 나타난다. 이러한 침수피해를 줄이기 위해서는 지표수의 빠른 배출이 필

요하며, 이를 위해서는 ① 하천준설을 통한 하천용량 증대, ② 지하저류조 설치, ③ 도쿄대심도 터널과 같은 도시저류시설 설치 등의 방안을 도입할 수 있다. 도쿄대심도 터널의 경우 지름 13.5 m의 대규모 도심지 지하저류시설로 80년대 들어 시가지 96% 이상이 불투수화 되어 폭우 시 하천범람으로 인한 피해를 저감하기 위해서 건설되었으며, 건설 전인 1993년 시간당 최대 47 mm의 강우 발생 시 주택 3,117채(약 85 ha)가 침수됐지만 1단계 공사가 끝난 뒤 2004년 시간당 최대 57 mm의 강우에도 주택 46채(약 4 ha)만 침수되어 피해가 확연히 줄었으며<sup>1)</sup> 그 효과는 현재도 진행 중이다. 이러한 사례를 참고로 현재 우리나라에서도 도시하천의 준설 및 도시저류지 계획이 추진 중이다. 그러나 아직까지 우리나라에는 도쿄대심도 터널과 같은 도시저류지 운영사례가 없는 상황이며, 그에 반해 불투수 면적은

† Corresponding Author : Siwan Lyu, Tel : +82-55-213-3776, E-mail : siwan@changwon.ac.kr

Department of Civil Engineering, Changwon National University, 20, Changwon Daehak-ro, Euichang-gu, Changwon, Gyeongnam 51140, Korea

포화상태에 이르러 침수피해가 반복·확산되고 있다. 또한, 침수피해는 그 특성상 동일지역에서 반복적으로 발생하는 경향이 있으며, 피해 지역 주민들은 태풍 또는 집중호우 발생 시 침수피해와 복구를 반복되는 악순환에 고통받고 있다. 그럼에도 불구하고, 인구집중에 따른 토지의 고도 이용이 불가피한 실정이며 이에 따른 복잡한 지하공간이 다수 개발되어 여러 용도로 활용되고 있다. 그러나 지하공간은 다양한 공간 활용성을 제공하지만 방재측면에서 비상상황 발생 시 지상보다 불리한 조건을 안고 있어, 이에 대한 조건을 고려한 공간설계가 필수적인 요소로 자리 잡고 있다<sup>2)</sup>.

지금까지 수행된 지하공간에 대한 침수원인 및 대책 연구로는 우리나라 지하공간 내수침수피해 원인 및 대책<sup>3)</sup>, 지하공간 침수해석 모형과 연계한 도시침수해석 통합모형<sup>4)</sup>, 지하공간의 침수방지 대책에 관한 연구<sup>5)</sup> 등이 있다. 한편 소방방재청에서 고시한 「지하공간침수방지를 위한 수방기준」<sup>6)</sup>이 있으나 개략적인 내용일 뿐 지하공간 침수에 대한 전반적인 대책 마련은 되어 있지 않다<sup>7)</sup>. 또한, 지금까지 지하공간의 침수해석에 주로 적용되어 온 지표면에서의 수문학적 현상에 근거한 해석으로는 복잡한 배치를 가지는 지하공간 내에서의 침수양상을 제대로 파악하기에는 한계가 있다.

지하공간의 침수해석은 지하공간의 규모, 형상, 그리고 배출시스템 구성에 따라 적절한 모의기법을 선정해야 한다. 특히 지하공간에서의 수체흐름은 중력흐름과 압력흐름이 공존하며 침수수위가 높아지면 수직방향의 흐름도 발생하는 매우 복잡한 수리학적 특성을 보이고 있어 1차원 수리해석으로는 정확한 결과를 기대하기 어렵다. 한편 지하공간 내의 복잡한 흐름양상을 모의하기 위하여 3차원모형 적용이 가능하다. 그러나 지표면으로부터 유입된 수체의 지하공간 내부에서의 확산 및 전파양상은 깊이방향이 평면방향에 비해 상대적으로 규모가 작은 2차원적 특성이 지배적인 흐름이므로, 계단이나 출입구 등의 복잡한 기하학적 형상을 가지는 부분이나 압력흐름과 중력흐름이 혼재하는 일부 구역을 제외한 지하공간 전반에 대한 침수양상 모의를 위해서는 2차원 모형이 더 효과적이다.

본 연구에서는 기존의 지표중심의 수문학적해석을 바탕으로 하는 지하공간 설계의 한계를 극복할 수 있도록 지하공간에서의 침수해석 및 대책수립에 대한 2차원 흐름 모형을 이용한 수리해석의 적용성을 검토하고자 한다. 지하공간에서의 침수양상 모의를 위해서는 기본적으로 상류(tranquil flow)와 하류(rapid flow) 모의와 마름/젖음에 대한 모의가 가능해야 하며, 본 연구에서는 이러한 조건을 만족하는 모형으로 Windows계열

의 TUFLOW와 Linux계열의 FLUMEN을 대상모형으로 선정하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 TUFLOW

TUFLOW는 유한차분법을 이용한 2차원 모형으로 독립모형이 아닌 XP-SWMM모형의 내부 2차원모형으로 구성되며 사류, 웨어, 교량, 암거 등을 모두 고려할 수 있어 유역침수해석에 널리 활용되고 있다.

TUFLOW모형에서는 수평면에서 2차원 천수방정식을  $X$  및  $Y$  방향의 연속방정식과 운동량 방정식의 편미분에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$F_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - c_f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + gu \left( \frac{n^2}{H^{4/3}} + \frac{f_1}{2g \partial x} \right) \sqrt{u^2 + v^2} - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \tag{2}$$

$$F_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - c_f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + gv \left( \frac{n^2}{H^{4/3}} + \frac{f_1}{2g \partial y} \right) \sqrt{u^2 + v^2} - \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \tag{3}$$

여기서,  $\zeta$ =수면높이(Elevation),  $u, v$ =수심평균된  $X, Y$  방향 유속인자,  $H$ =수심,  $t$ =시간,  $x, y= X, Y$  방향으로의 거리,  $c_f$ =코리올리 계수(Coriolis force coefficient),  $n$ =매닝계수,  $f_1$ =에너지손실계수,  $\mu$ =수평방향 운동량확산 계수,  $p$ =대기압,  $\rho$ =물의 밀도,  $F_x, F_y= X, Y$  방향으로의 각종 외력의 합(예, 바람).

### 2.2 FLUMEN

하도의 침수범람해석 및 도심지 침수해석모형으로 실무에서 널리 사용되고 있는 FLUMEN은 홍수범람에 의한 충격파를 모의하기에 적합한 Roe의 FDS(Flux Difference Scheme)<sup>8)</sup>를 사용하고 있으며, 이는 수치해의 진동을 크게 완화한다. FDS는 원래 Euler방정식에 적용되었으며 쌍곡선형 천수방정식에도 적용이 가능하다<sup>9)</sup>. 특히, 충격파나 점성이 있는 흐름의 계산에서 기존의 방법들과 비교하여 뛰어난 모의결과를 제공하는 것으로 알려져 있다<sup>10)</sup>.

FLUMEN은 수심적분된 천수방정식을 해석하는 프로그램으로써, 방정식의 보존형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + S = 0 \quad (4)$$

여기서  $x$ 와  $y$ 는 수평방향,  $t$ 는 시간,  $U=(h, p, q)^T$ ,  $h$ 는 수심,  $p$ 와  $q$ 는 각각  $x, y$ 방향의 단위폭당 유량이며  $x, y$  방향의 플럭스 벡터 및 소스벡터는 다음과 같다.

$$E = \begin{pmatrix} p \\ \frac{p^2}{h} + \frac{g}{2}h^2 \\ \frac{pq}{h} \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} q \\ \frac{pq}{h} \\ \frac{q^2}{h} + \frac{g}{2}h^2 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} \\ \frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서  $g$ 는 중력가속도,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $z_b$ 는 하상고,  $\tau_b$ 는 바닥전단응력이다. 이 방정식은 레이놀즈 방정식에 정수압분포를 가정함으로써 얻을 수 있다. 지배방정식이 보존형으로 구성되어 있기 때문에, 도수현상과 같이 흐름이 불연속적으로 변화하는 흐름에도 적용가능하다.

### 3. 수치해석모형의 구성

도심지 지하공간은 규모를 기준으로 구분하였을 때 ①지하상가, ②대규모 지하주차장, ③각종 건물의 지하층 등으로 크게 나눌 수 있다. 그 중 가장 규모가 큰 지하상가의 경우 도로의 선형에 따라 상가 내 각종 매장 및 지하상가 출입구들이 나열되며 상가규모에 따라 각종 편의시설 및 조정시설의 배치로 인해 점점 복잡·다양해지는 경향을 띠고 있다.

본 연구에서는 경상남도 창원시에 위치하는 지하상가(Fig. 1)를 대상으로 Fig. 2에 제시된 바와 같이 모형



Fig. 1. Study site (Hapseong underground arcade, Changwon).

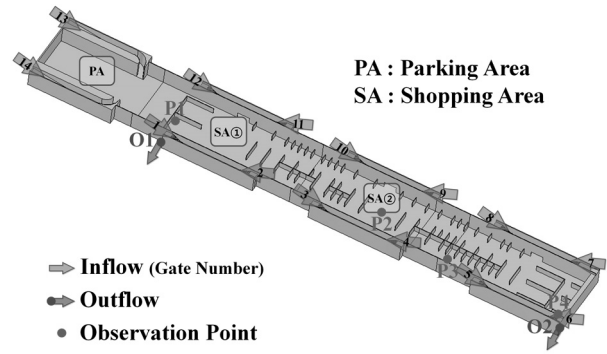


Fig. 2. Schematic view of study area.

을 구축하고 침수를 대비한 배수구 2개소의 위치 및 운영상황에 따른 침수심 분석을 수치해석을 통해 수행하였다. 침수를 대비한 배수구는 각각 O1, O2로 표시하였다(Fig. 2).

실제 모의대상에는 Fig. 1과 같이 강우 발생 시 계단으로 유입되는 빗물이 지하상가 내부로 유입되는 것을 방지하기 위해 출입구에 배수구가 설치되어 있다. 또한 매장마다 인테리어를 다르게 하여 매장 입구를 오픈상태로 유지한 곳이 있는 반면 유리벽과 같은 가벽을 설치하여 공간을 활용한 매장들도 있다. 이러한 가벽 설치하는 침수 발생 시 매장면적 만큼 침수면적의 축소효과를 가져와 침수높이의 증대를 야기한다. 따라서 본 연구에서는 상가 출입구에 위치한 배수구의 기능상실 및 모든 매장 입구에 가벽이 설치되어 있다고 가정한다. 악조건 발생 시 지하공간에서의 침수심 분석을 수행하였다.

모의 조건은 총 4가지로 14개의 출입구에서 각각 0.02 m<sup>3</sup>/s의 유량이 일정하게 30분 동안 유입한다고 가정하고 1분 간격으로 대상구간에서 침수심을 파악하였으며, 각 모의케이스에 대한 모의조건은 Table 1에 제시된 바와 같다. 또한 침수 발생 시 배출시스템 운영조건에 따른 영향을 판단하기 위해 특정 수위 측정 지점을 두어 침수심 변화를 살펴보았다(Fig. 2).

#### 3.1 수치해석 모형별 구성

지하공간 2차원 침수심 해석을 위해 모형별로 격자

Table 1. Summary of simulation cases

CASE	Flow condition	Outlet condition
C1	0.02 m <sup>3</sup> /inlet × 14 inlets Total : 0.28 m <sup>3</sup> /s	none
C2		O1
C3		O2
C4		O1, O2

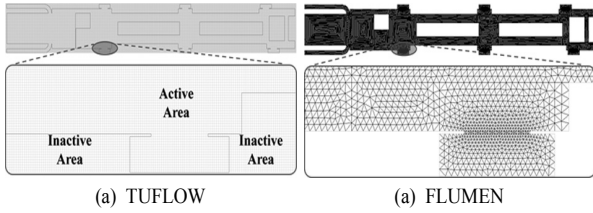


Fig. 3. 2-D grid formations for computational domain.

Table 2. Summary of grid configurations

구분	TUFLOW	FLUMEN
Type	quadratic	triangular
Size (mm)	200	200~500
Number of grid cells	Total : 208,250 Active area : 116,612 Inactive area : 91,638	46,496

를 구성하였으며, 구성된 격자는 다음 Fig. 3 및 Table 2에 정리하였다.

TUFLOW는 모형의 특성상 대상영역 전체에 대한 격자를 구성한 후 실제 대상영역에 해당하는 격자만 활성화시키는 방식으로 모의가 된다. 따라서 생성된 격자 중 Fig. 3(a)와 같이 모의영역 경계를 기준으로 침수심 해석을 수행하는 영역은 Active Area로, 그렇지 않은 영역은 Inactive Area로 구분된다.

#### 4. 수치해석 결과 분석

##### 4.1 TUFLOW 모의 결과

TUFLOW를 사용한 침수심 해석 결과는 Fig. 4~7에 도시된 바와 같다.

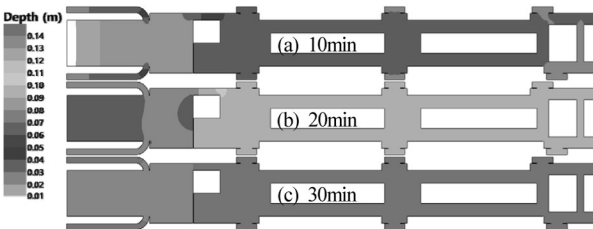


Fig. 4. Simulated Results from TUFLOW (Case1).

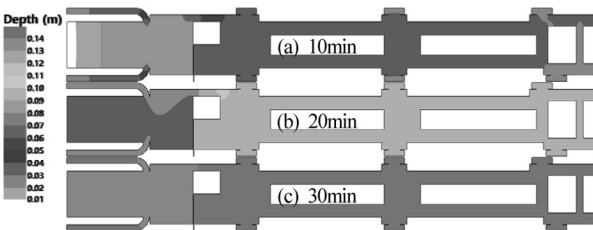


Fig. 5. Simulated results from TUFLOW (Case2).

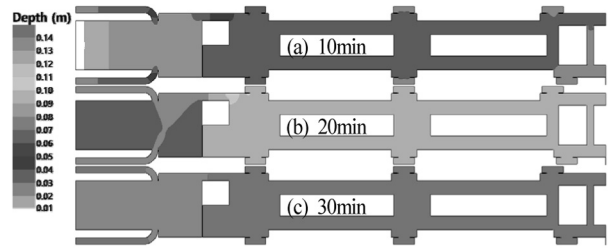


Fig. 6. Simulated results from TUFLOW (Case3).

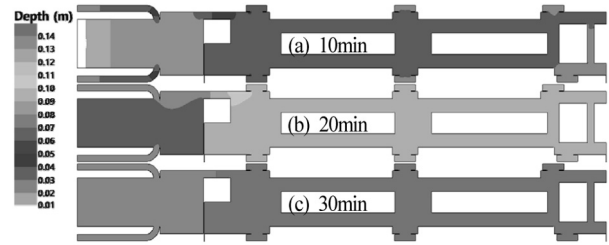


Fig. 7. Simulated results from TUFLOW (Case4).

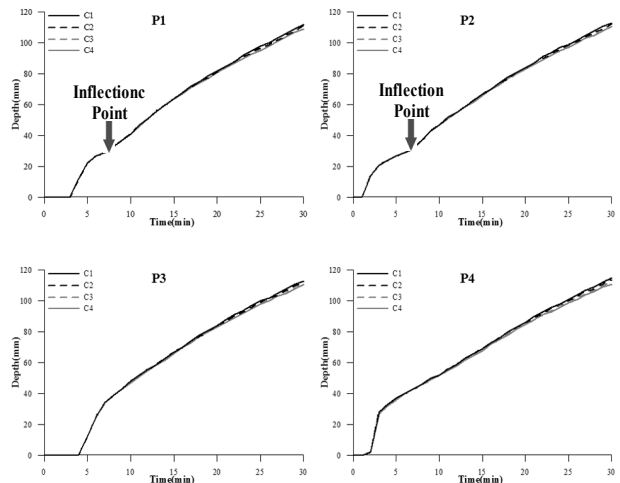


Fig. 8. Simulated results of inundation depth change (TUFLOW).

각 케이스 별 측정지점에 대한 분석결과, 배출구에 의한 영향은 전체 4개소의 측정지점에서 유체 유입 30분 이후 침수심이 약 115 mm 정도로 나타났으며, 30분 이후로도 계속 증가하는 추세를 보였다(Fig. 8).

##### 4.2 FLUMEN 모의 결과

FLUMEN을 이용한 침수심 해석 결과는 Fig. 9~12에 도시된 바와 같다.

각 케이스 별 측정지점에 대한 분석결과 배출구에 의한 영향은 전체 4개소의 측정지점에서 유체 유입 30분 이후 침수심이 약 113 mm 정도로 나타났으며, 30분 이후로도 계속 증가하는 추세를 보였다(Fig. 13).

### 5. 모의결과 분석

수치해석모형을 대상구간에 적용할 경우 실측값에 의한 검·보정이 필요하나, 침수상황에 대한 실측값이 거의 존재하지 않는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 적용된 두 모형 내부의 각종 매개변수들을 동일하게 설정하여 상호 간의 비교를 통해 모형의 적용성을 살펴보고자 하며, 실제 지하공간에 대한 수리학적 비교·분석을 실시하여 다음과 같은 결과를 도출하였다.

① 침수시작 시점은 두 모형 간에 1~2분 가량 미미한 차이를 보이고 있으며, 케이스 별 차이는 없으므로 나타났다. 침수시점의 차이는 두 모형 간 격자의 차이 및 마름/젖음 인식에 따른 차이에 기인한 것으로 판단된다. 또한 두 모형 모두 모든 케이스에서 침수시점이 유사하게 모의되었는데, 이는 수심측점(P1~P4)에 유체가 먼저 도달한 후 배수구로 유입되기 때문으로 판단된다(Table 3).

② 2차원 수리해석 결과, 배출구의 위치와 개수에 따른 측정지점별 수심은 105~115 mm로 모의되어 침수심 차이는 미미하고 양상 또한 유사하게 모의되는 것을 통해, 적절한 침수심 모의가 이루어졌다고 판단된다(Fig. 14). 또한, 이러한 결과를 바탕으로 사용자의 편의에 따라 두 모형 중 어떤 것을 사용하여도 무방할 것

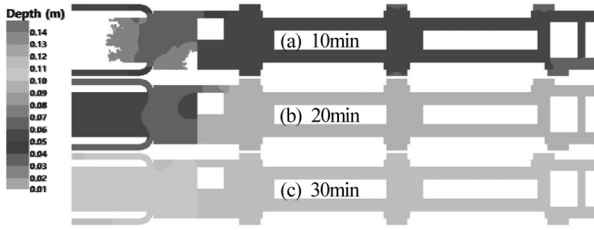


Fig. 9. Simulated results from FLUMEN (Case1).

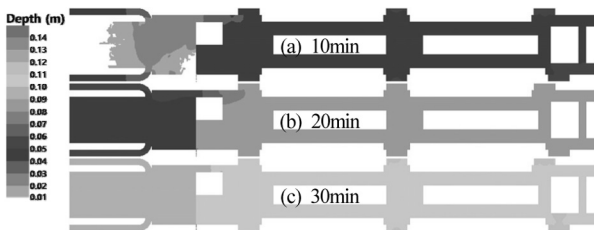


Fig. 10. Simulated results from FLUMEN (Case2).

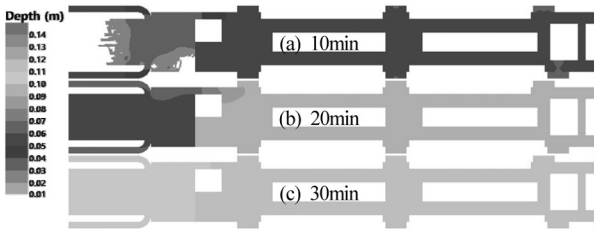


Fig. 11. Simulated results from FLUMEN (Case3).

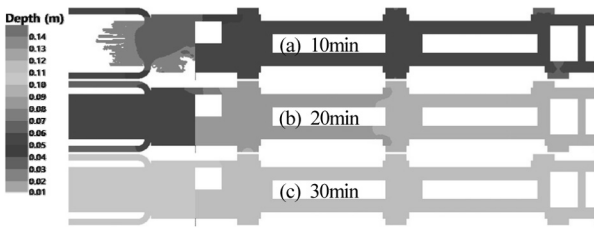


Fig. 12. Simulated results from FLUMEN (Case4).

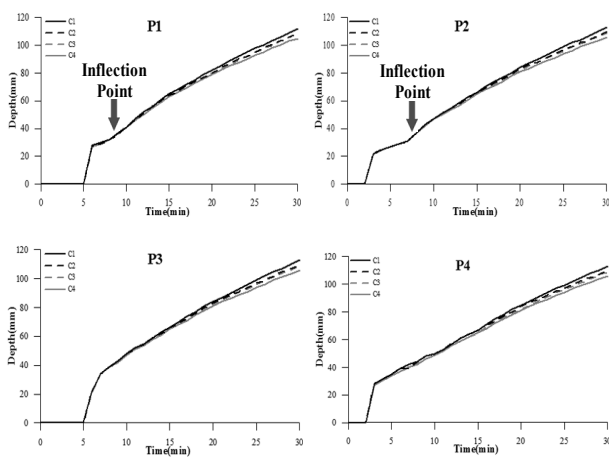


Fig. 13. Simulated results of inundation depth change (FLUMEN).

Table 3. Comparison of simulated onsets and their depths

Onset time/Depth (min)/(mm)	TUFLOW				FLUMEN			
	P1	P2	P3	P4	P1	P2	P3	P4
CASE1	4/12	2/14	5/12	2/2	6/28	3/22	6/22	3/28
CASE2	4/12	2/14	5/12	2/2	6/28	3/22	6/22	3/28
CASE3	4/12	2/14	5/12	2/2	6/28	3/22	6/22	3/28
CASE4	4/12	2/14	5/12	2/2	6/28	3/22	6/22	3/28

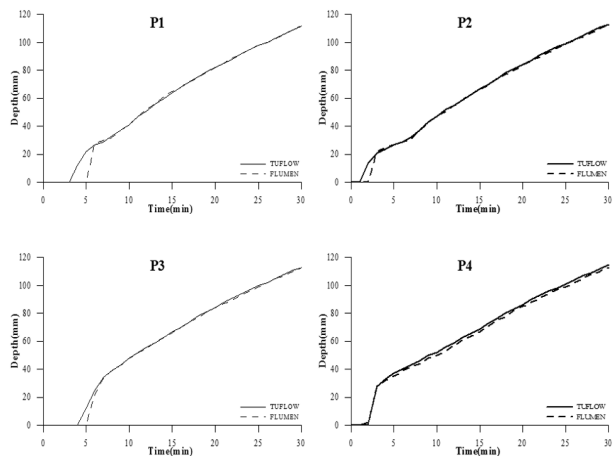


Fig. 14. Comparison of simulated results from TUFLOW and FLUMEN (CASE 1).

으로 판단된다.

③ 두 모형 모두에서 배수구의 위치 및 운영에 따른 침수저감 효과는 미미한 것으로 나타났다(Fig. 8과 Fig. 13). 이는 배수용량 및 위치와 같은 배수시스템과 관련한 변수들이 매우 제한적으로 설정됨에 따른 결과로 판단된다.

④ Fig. 8과 Fig. 13에 도시된 시간경과에 따른 침수심 변화 모의결과에서 적용모형의 종류에 관계없이 P1과 P2에서는 특정 시각에서 침수심증가율의 변화(변곡점)가 나타나는 것을 관찰할 수 있다. 이는 지하상가 내부의 복잡한 공간 구성 및 구획특성에 따른 유입수의 침수전파 특성에 기인하는 것으로 판단된다. P1의 경우, Gate1~2, Gate11~12에서 유입된 유체가 SA① 구역 침수에 영향을 미치게 되며 Gate13~14로 유입된 유체는 상대적으로 넓은 주차장(PA구역)을 먼저 침수시킨 후 SA① 구역으로 유입되게 된다. 즉 유입수가 PA구역 전체를 완전히 침수시킨 SA① 구역으로 유입됨에 따라 침수심증가율 변화가 발생하는 것으로 판단된다. P2의 경우에는 Gate3~4, Gate9~10으로 유입된 유체가 먼저 SA② 구역을 침수시키며, 이후 P1과 같은 양상으로 침수심증가율의 변화가 발생하게 된다. 또한 P2이 P1보다 PA구역으로부터 더 멀리 떨어져 있기에 주차장을 침수시킨 이후의 유입수가 P2까지 도달하는데 더 긴 시간이 소요되며, Gate1~2, Gate11~12로 유입되는 유체 또한 SA① 구역을 지나고 난 후 SA② 구역으로 전파되기 때문에 변곡점 발생이 P1에 비해 늦어지는 것으로 판단된다.

## 6. 결론

2차원흐름모형을 이용한 지하공간에 대한 침수양상을 모의한 결과, 일반적으로 폭에 비해 좁고 긴 형상을 가지며 복잡한 내부공간 배치 및 구획 특성을 가지는 지하공간 내부에서의 침수양상과 시·공간적 침수 전파양상을 파악할 수 있었다. 이를 통해 지표수 유입에 의한 복잡한 지하공간에서의 침수양상을 파악하고, 그에 따른 적절한 지하공간 배치 및 구획 설계와 대피 및 방재계획 수립을 위해서 2차원흐름모형이 적용될 수 있음을 확인할 수 있었다. 한편, 본 연구 결과를 통해 기존 및 향후 건설될 지하공간에 대한 수치모형 적용을 위해서는 다음과 같은 사항에 대한 고려가 필요한 것으로 사료된다.

① 지하공간 설계 시 발생 가능한 극한 상황 고려

② 기존 및 향후 설계될 지하공간의 배수시스템 성능 및 규모에 대한 분석 및 효과 검토

③ 극한상황 발생 시 대피계획 등의 구체적 방재대책 수립에 필요한 지하공간 내 시·공간적 침수전파양상 분석을 위한 2차원 혹은 3차원 모의결과의 정량적 활용방안 도출

한편, 본 연구에서는 2차원모형의 지하공간 침수양상 모의에 대한 적용성을 검토하면서 배수시스템의 성능과 규모를 극히 제한적인 상황으로 가정하고 모의를 수행하였으므로, 향후 실제 지하공간 및 해당공간의 배수시스템 현황에 기반한 수문학적 분석을 포함한 유입시나리오를 적용함으로써 보다 현실적이고 구체적인 연구가 가능할 것으로 기대된다.

**감사의 글:** 이 연구는 한국건설기술연구원 주요사업 도심지 홍수예방(Smart Flood Management) 연구 개발의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

## References

- 1) J. H. Lee, Tokyo Experience - Virtuous and Vicious Circle of Urban Area, Ecoview, 2011.
- 2) J. S. Choi, "A Study on Guideline for Safetydesign of Underground Multicomplex -Focused on the Egress Induction-", Dept. of Public Design The Graduate School of Design, Konkuk University, 2011.
- 3) J. W. Cho and W. J. Choi, "Cause and Countermeasure of Inundation Damage in Underground Space", Conference of Korea Water Resources Association, pp. 420, 2011.
- 4) C. H. Lee and K. Y. Han, "Integration Model for Urban Flood Inundation Linked with Underground Space Flood Analysis Model", Journal of Korea Water Resources Association, Vol. 40, No. 4, pp.313-324, 2007.
- 5) S. J. Ahn, B. H. Seo, G. W. Choi and K. H. Park, "The Research on Scheme to Prevent Inundation at the Underground Space", Conference of Korea Water Resources Association, pp.883-887, 2004.
- 6) National Emergency Management Agency, Guideline of Flooding Prevention on Underground Space, National Emergency Management Agency Notification No. 2012-147, 2012.
- 7) D. S. Shin, J. B. Park, T. S. Shin and D. J. Jo, "Preventive Measures Assessment to Prevent Flooding Complex Underground Space through Hydraulic Model Experiment", Korean Society of Hazard Mitigation Paper, p.59-65, 2012.
- 8) P. L. Roe, "Approximate Riemann Solver, Parameter, Vectors and Difference Schemes", Journal of Computational

Physics, Vol.43, pp.357-372, 1981.

- 9) P. Glaister, "An Approximate Linearised Riemann Solver for the Euler Equations of Gas Dynamics", Journal of Computational Physics, Vol.74, pp.382-408, 1988.

- 10) L. B. Van, J. L. Thomas and P. L. Roe, "A Comparison of Numerical Flux Formulas for the Euler and Navier-Stokes Equations," AIAA 8th Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, Hawaii, Paper AIAA-87-1104-CP, 1987.