

가속도계 영향을 제거한 소형 구조물의 동특성 모델 개선

Model Updating in Small Structural Dynamics Model by Elimination of Mass Loading Effect of Accelerometer

이 정 윤[†]
Jung Youn Lee

(Received October 28, 2014 ; Revised January 8, 2015 ; Accepted January 8, 2015)

Key Words : Mass Matrix(질량행렬), Sensitivity Coefficient(감도 계수), FEM(유한요소법), Accelerometer(가속도계), Mass Loading Effect(질량 부가 효과)

ABSTRACT

Dynamic response of any small structure is always affected by the mass of the attached accelerometer. This paper predicts the natural frequencies and frequency response functions by removing the mass loading effect from the accelerometer. This mass loading is studied on a simple cantilever beams by varying the location of accelerometer. By using sensitivity analysis with iteration method, accelerometer mass and location are obtained. The predicted natural frequencies of the small cantilever beam without the accelerometer's mass show good agreement with the structural re-analysis.

1. 서 론

구조물의 동적 특성을 얻기 위해 전달함수 측정은 매우 중요하므로 오래 동안 많은 사람들이 보다 정확한 데이터를 측정하기 위해 노력해 왔다. 하지만 측정된 전달함수는 종종 주위 환경에 따라 실험 과정에서 여러 가지 원인으로 인해 부정확한 결과를 가져오기도 한다. 이 중에 피할 수 없는 예외의 하나는 소위 말하는 가속도계의 질량 부가 효과이다⁽¹⁻³⁾. 구조물에 질량이 부가되면 고유진동수와 고유벡터가 변경되기 때문이다. 그러나 대부분의 구조물들은 가속도계 질량보다 훨씬 크므로 가속도계의 질량에 의해 발생하는 고유진동수와 고유벡터의 변화는 매우 적어 무시할 수 있다. 하지만 소형 구조물의 경우는

질량이 작아 상대적으로 가속도계의 질량이 소형 구조물의 동특성에 많은 영향을 미치게 되므로 가속도계의 질량 효과를 상쇄시키는 방법이 필요하게 되었다. 많은 연구자들이 질량부가 효과에 대해 연구하였다⁽⁴⁻⁶⁾. 하지만 질량효과를 정확히 상쇄시키지 못했다. 왜냐하면 구조물에 질량이 부가되면 질량 행렬이 변하기 때문이다. 이 변경된 질량 행렬을 구할 때 구조 변경 후 모드의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 오차가 증가하여 구조물에 적용하는데 한계가 있었다.

가속도계의 질량 부가 효과를 상쇄하기 위해 실험적인 연구가 필요하지만 실험하기 위해서는 관련 이론이 우선 확립되어야한다. 따라서 여기서는 이론적인 방법을 연구한다. 먼저 소형 구조물에 가속도계를 서로 다른 두 곳에 하나씩 설치하여 각각의 고

[†] Corresponding Author ; Member, School of Mechanical System Design Engineering, Kyonggi University
E-mail : jylee@kgu.ac.kr
Tel : +82-31-249-9811, Fax : +82-31-243-6300

[‡] Recommended by Editor SungSoo Na

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

유진동수와 고유벡터를 측정하고 이를 이용하여 가속계의 위치와 질량을 예측한다. 가속도계가 부착된 모델에서 가속도계의 질량을 제거하고 감도해석을 이용하여 가속도계가 없는 외팔보의 고유진동수를 예측하며 재해석치와 비교하여 유효성을 검증한다.

2. 이론

구조물에 질량이 변경되면 동특성이 변하게 된다. 이때 구조 변경 전·후의 동특성은 다음과 같이 된다.

$$(K_o - \lambda_o M_o) \phi_o = 0 \tag{1}$$

$$(K - \lambda M) \phi = [K_o - (\lambda_o + \Delta\lambda) (M_o + \Delta M)] (\phi_o + \Delta\phi) = 0 \tag{2}$$

여기서 K_o 와 $M_o, K, M, \Delta M$ 은 각각 구조 변경 전, 후의 구조물의 강성 행렬 및 질량행렬, 질량변화량 행렬이며 λ_o 와 $\phi_o, \lambda, \phi, \Delta\lambda, \Delta\phi$ 는 각각 구조 변경 전·후의 고유치와 고유벡터, 구조 변경 후의 고유치, 고유벡터 변화량이다.

2.1 유한요소의 강성행렬

길이가 L , 단면 2차모멘트가 I , 종탄성계수가 E 인 보의 유한요소의 강성행렬은 다음 식과 같다.

$$[K_o] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{3}$$

2.2 유한요소의 질량행렬

유한요소의 질량행렬은 다음 식으로 표현된다.

$$[M_o] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 3L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서 ρ 는 밀도, A 는 요소의 단면적이다.

2.3 동특성 변화로부터 감도계수의 해석

Fox는⁽⁷⁾ 고유벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다고 다음과 같이 가정하였다.

$$\{\Delta\phi\}_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \{\phi_o\}_k \tag{5}$$

여기서 $\{\Delta\phi\}_i$ 는 i 차 모드의 고유벡터 변화량이고 α_{ki} 는 k 차 모드에 대한 i 차 모드의 감도계수이며 $\{\phi_o\}_k$ 는 구조 변경 전 k 차 모드이다. 식(5)를 행렬 식으로 나타내면 다음 식으로 표현된다.

$$[\Delta\phi] = [\alpha][\phi_o] \tag{6}$$

$$[\alpha] = [\Delta\phi][\phi_o]^{-1} \tag{7}$$

여기서 $[\Delta\phi]$ 와 $[\alpha], [\phi_o]$ 는 고유벡터 변화량행렬과 감도계수행렬, 구조 변경 전 고유벡터행렬이다. 즉 감도계수행렬은 구조 변경 전 고유벡터행렬과 변경 후의 고유벡터 변화량행렬로부터 구할 수 있으며 이것은 감도해석의 역변환 문제이다.

2.4 기존의 감도해석 방법

Fox는⁽⁷⁾ 감도계수를 다음과 같이 구하였다.

$$\alpha_{ii} = -\frac{\Delta M_{ii}}{2} \tag{8}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2 + \Delta K_{ij}}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \tag{9}$$

$$\Delta M_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_j \tag{10}$$

$$\Delta K_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j \tag{11}$$

여기서 ΔM_{ij} 와 ΔK_{ij} 는 각각 모드변화에 의한 질량 및 강성 변화량이며 ω_{oi}^2 과 ω_{oj}^2 은 고유치 λ_{oi} 와 λ_{oj} 이다.

식(10)과 식(11)을 행렬로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\phi_o]^T [\Delta M] [\phi_o] = [\Delta M_{ij}] \tag{12}$$

$$[\phi_o]^T [\Delta K] [\phi_o] = [\Delta K_{ij}] \tag{13}$$

그러나 위 방법은 구조물에 질량이나 강성 변경 후에도 고유벡터의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 변경량이 많으면 감도 계수의 오차가 증가하여 실제 구조물의 적용에는 한계가 있다. 이런 문제점을 개선하기 위해서 다른 방법이^(8,9) 제안되었다.

$$\alpha_{ii} = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i = j \tag{14}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i \neq j \tag{15}$$

$$k_{ii} = k_{oii} + \alpha_{ii} k_{oii} + \Delta K_{ii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ik} + \alpha_{ii} k_{oii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 k_{okk} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ki} \tag{16}$$

2.5 변경된 가속도계 위치 및 질량 해석

(1) Fox 이론의 감도계수를 사용한 경우 질량만 변경될 경우 $\Delta K_{ij} = 0$ 이므로 식 (8)과 식 (9)는 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{ii} = -\frac{\Delta M_{ii}}{2} \tag{17}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \tag{18}$$

여기서 ΔM_{ij} 을 구하기 위해 식 (18)에서 구한 감도 계수 α_{ki} 를 식 (17)과 식 (18)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta M_{ii} = -2\alpha_{ii} \quad i = j \tag{19}$$

$$\Delta M_{ij} = -\frac{(\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2)}{\omega_{oj}^2} \alpha_{ij} \quad i \neq j \tag{20}$$

한편 식 (12)으로 부터

$$[\Delta M] = \{ [\Phi_o]^T \}^{-1} [\Delta M_{ij}] [\Phi_o]^{-1} \tag{21}$$

이 $[\Delta M]$ 을 유한요소법의 질량행렬과 비교하여 가속도계의 변경 위치 및 질량을 구할 수 있지만 질량이 증가하면 오차도 증가된다.

(2) 새로 제안한 감도계수를 사용한 경우 질량만 변경될 경우 $\Delta K_{ij} = 0$ 이므로 식 (14)와 식 (15)는 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{ii} = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i = j \tag{22}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i \neq j \tag{23}$$

식 (22), (23)은 식 (8), (9)에 비해 복잡하여 식 (17)과 식 (18)과 같이 쉽게 ΔM_{ij} 을 구할 수는 없으므로 다른 방법으로 구해야 한다. 여기서는 반복법을 사용하여 ΔM_{ij} 를 다음과 같이 해석하였다. 먼저 초기 값을 식 (17)과 식 (18)에서 구한다. 다음에 식 (22), (23)에서 오른쪽 항에 있는 ΔM_{ii} 와 ΔM_{ij} 를 왼쪽 항으로 이동시켜 다음과 같은 반복식의 알고리즘을 유도하였다.

$$\Delta M_{ii}^{(1)} = -2\alpha_{ii} \quad i = j \tag{24}$$

$$\Delta M_{ij}^{(1)} = -\frac{(\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2)}{\omega_{oj}^2} \alpha_{ij} \quad i \neq j \tag{25}$$

$$\Delta M_{ii}^{(i+1)} = -2\alpha_{ii} + \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik}^{(i)} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk}^{(i)} \right\} \quad i = j \tag{26}$$

$$\Delta M_{ij}^{(i+1)} = -\frac{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2}{\omega_{oj}^2} \alpha_{ij} + \frac{1}{\omega_{oj}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \right\} \quad (27)$$

$$\Delta M_{kj}^{(i)} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik}^{(i)} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}$$

$$\left. \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk}^{(i)} \right\} \quad i \neq j$$

여기서 $\Delta M_{ij}^{(i)}$ 와 $\Delta M_{ij}^{(i+1)}$ 는 각각 i 번과 $i+1$ 번 반복했을 때 구한 ΔM_{ij} 값이다. 이 ΔM_{ij} 을 $[\Delta M_{ij}]$ 행렬로 고친 다음 식 (21)을 사용하여 $[\Delta M]$ 을 해석하고 가속계의 변경위치 및 질량을 구한다.

2.6 가속도계 제거 시 구조물의 고유진동수 및 전달함수 예측

가속계의 영향을 제거하여 구조물의 변경된 동특성을 구하는 것은 구조물에 질량을 변경하였을 때 감도해석을 이용하여 동특성을 예측하는 것과 동일한 문제이다. 이에 대한 내용은 저자가 이미 연구한⁽⁹⁾ 내용으로 다음과 같다.

(1) 질량 변경에 따른 구조물의 감도계수 해석 식 (22)와 식 (23)으로부터 반복법을 사용하면 감도계수는 다음과 같다.

$$\alpha_{ii}^{(i+1)} = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n (\alpha_{ki}^{(i)})^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(i)} \Delta M_{ik} \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}^{(i)} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(i)} \Delta M_{qk} \right\} \quad i = j \quad (28)$$

$$\alpha_{ij}^{(i+1)} = \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki}^{(i)} \alpha_{kj}^{(i)} \right\} \\ - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(i)} \alpha_{kj}^{(i)} + \Delta M_{ij} \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(i)} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^{(i)} \Delta M_{ik} \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}^{(i)} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(i)} \Delta M_{qk} \right\} \quad i \neq j \quad (29)$$

여기서 $\alpha_{ij}^{(i)}$ 와 $\alpha_{ij}^{(i+1)}$ 는 각각 i 번과 $i+1$ 번 반복했을 때 구한 α_{ij} 값이다.

(2) 감도계수로부터 해석 고유진동수 변화 예측 만약 구조물이 질량의 변화만 있고 강성의 변화가 없다면 변경된 고유진동수는 식 (16)으로 부터 다음과 같이 예측할 수 있다.

$$\omega_{ii}^2 = \omega_{oii}^2 + 2\alpha_{ii} \omega_{oii}^2 + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 \omega_{okk}^2 \quad (30)$$

즉, 변경된 고유진동수는 변경 전 고유진동수와 감도계수를 가지고 예측할 수 있다.

2.7 고유진동수 및 전달함수 예측 순서

다음은 가속도계를 제거 시 구조물의 고유진동수와 전달함수를 예측하는 순서이다.

(1) 가속도계를 한 점에 부착하여 고유진동수와 진동모드를 구한다.

(2) 가속도계를 다른 점으로 이동시켜 고유진동수와 진동모드를 다시 구한다.

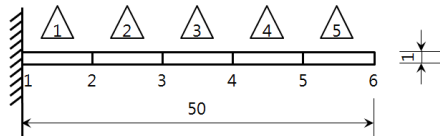
(3) 가속도계의 이동 전·후의 진동 모드로부터 식 (7)을 이용하여 감도계수를 구한 다음 식 (24)와 식 (27)을 이용하여 가속도계의 변경위치 및 질량을 구한다.

(4) 구조물에 가속도계를 부착한 위치에 순서 (3)에서 구한 가속도계 질량을 제거시켜 식 (28)과 식 (29)를 이용하여 또 다른 감도계수를 구한다.

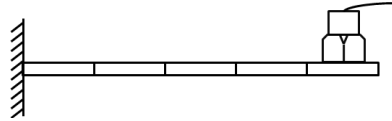
(5) 이 감도계수를 식 (30)에 대입하여 가속도계가 제거된 구조물의 고유진동수를 해석한 다음 가속도계 제거 시 재해석한 구조물의 고유진동수를 비교한다.

3. 적용 예

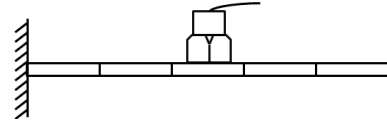
Fig. 1은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 작은 외팔보 모델을 나타낸다. 외팔보의 세로 탄성계수는 210 GPa이고 밀도는 7850 kg/m³로 하였으며 길이는 50 mm, 폭과 두께는 각각 10 mm, 1 mm로 하였다. 외팔보 동특성에 대한 가속도계의 영향을 알기위해 외팔보를 5등분하였다. 시뮬레이션에 사용하는 가속도계는 소형가속도계(B&K 4374)로 가정하여 질량은 0.65 g로 하였고 외팔보의 질량은



(a) Cantilever model



(b) Attach the accelerometer on No. 5 element



(c) Attach the accelerometer on No. 3 element

Fig. 1 Model of cantilever with accelerometer

3.93 g이었다. 먼저 가속도계의 질량이 작은 외팔보의 고유진동수에 어떤 영향을 주는지 알아보기 위해 가속도계를 외팔보의 5번 요소에 부착하고 2번 절점에서 가진하여 고유진동수, 고유벡터를 해석하였다. 그 다음에 가속도계를 5번 요소에서 3번 요소로 이동하고 마찬가지로 2번 절점에서 가진하여 고유진동수와 고유벡터를 해석하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 검토

Table 1에 가속도계의 부착 위치에 따른 고유진동수의 변화에 대해 5차까지 나타내었으며 Fig. 2에 전달함수를 나타내었다. 3번 요소에 가속도계를 설치한 경우의 고유진동수는 5번 요소에 가속도계를 설치하였을 때와 비교하여 1차에서 최대 17.6% 증가하였으나 2차의 경우는 오히려 5.1% 감소하였다. 이는 1차 모드의 경우 5번 요소가 2차 모드는 3번 요소가 최대 모드이기 때문이다. 이에 비해 4, 5차 모드의 경우는 고유진동수의 변화가 거의 없었다.

4.2 고유벡터 변화 검토

5번과 3번 요소에 가속도계를 각각 설치하고 고유벡터를 정규화하여 Table 2에 나타내었다. 행(row)은 모드를 나타내며 열(column)은 변위와 변위 각을

Table 1 Comparison of natural frequencies according to the location of accelerometer in cantilever beam(kHz)

Mode	Location of accelerometer		$\frac{\omega_i}{\omega_{oi}}$
	No. 5 ω_{oi}	No. 3 ω_i	
1	0.273	0.321	1.176
2	1.940	1.842	0.949
3	5.540	5.711	1.030
4	10.794	10.780	0.998
5	18.009	17.957	0.997

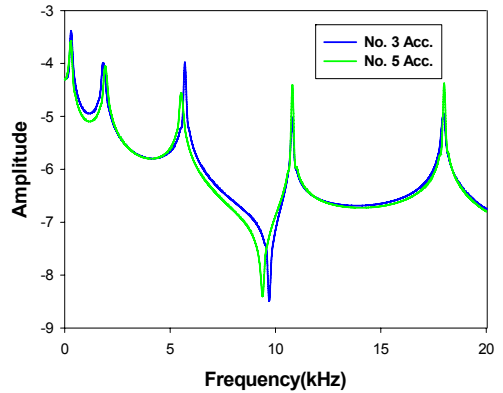


Fig. 2 Transfer function of cantilever according to the location of accelerometer in cantilever beam

나타낸다. 고유벡터의 값에서 홀수 열(column)은 변위를 짝수 열(column)은 변위 각을 나타낸다.

Table 3은 가속도계 설치 위치에 따른 고유벡터의 변화량행렬 $[\Delta\phi]$ 를 나타낸 것으로 3번 요소에 가속도계를 설치하였을 때의 고유벡터인 Table 2(b)에서 5번 요소에 가속도계를 설치하였을 때의 고유벡터인 Table 2(a)를 빼어서 나타낸 값이다.

4.3 감도계수의 해석

Fig. 3은 가속도계 부착 위치 변경에 따른 동특성 변화로부터 감도계수를 구하여 나타낸 그림이다. Table 3의 고유벡터 변화량행렬 $[\Delta\phi]$ 와 Table 2(a)의 고유벡터 행렬 $[\phi]$ 가지고 식 (7)을 이용하여 감도계수를 해석하였다. α_{ki} 는 k차 모드에 대한 i차 모드의 감도계수로 감도계수를 알면 설계 변수가 변화하였을 때 식 (5)에 의해 고유벡터 변화량 $[\Delta\phi]$ 를 알

Table 2 Comparison of eigenvectors according to the location of accelerometer
 (a) Attach the accelerometer on No. 5 element

Mode	Eigenvectors $\phi \times 10^4$									
1	-0.0002	-0.0310	-0.0006	-0.0530	-0.0012	-0.0663	-0.0019	-0.0723	-0.0026	-0.0733
2	-0.0009	-0.1423	-0.0021	-0.0755	-0.0021	0.0987	-0.0003	0.2403	0.0024	0.2745
3	0.0018	0.1994	0.0018	-0.2256	-0.0013	-0.2627	-0.0015	0.2420	0.0025	0.4712
4	0.0024	0.0708	-0.0007	-0.4571	-0.0015	0.3490	0.0019	0.0053	-0.0026	-0.6615
5	0.0023	-0.2546	-0.0024	-0.0324	0.0021	0.2862	-0.0012	-0.4001	0.0023	0.7638
6	-0.0014	0.7710	0.0009	-0.9129	-0.0004	1.0110	0.0001	-0.9544	0.0025	1.1420
7	-0.0003	1.3840	-0.0015	-1.0000	0.0022	-0.1212	-0.0013	1.1310	-0.0027	-1.6100
8	0.0008	1.7640	-0.0020	0.6853	-0.0007	-1.7820	0.0018	-0.6616	0.0031	2.4020
9	-0.0013	-1.6470	0.0001	-2.6220	0.0014	-1.4710	0.0012	0.7430	0.0039	3.6350
10	0.0006	0.6311	0.0006	1.4880	0.0005	2.2890	0.0000	2.8120	0.0053	5.6070

(b) Attach the accelerometer on No. 3 element

Mode	Eigenvectors $\phi \times 10^4$									
1	-0.0002	-0.0378	-0.0007	-0.0631	-0.0014	-0.0770	-0.0022	-0.0826	-0.0031	-0.0835
2	-0.0008	-0.1252	-0.0018	-0.0510	-0.0015	0.1274	0.0005	0.2506	0.0032	0.2758
3	0.0018	0.1936	0.0016	-0.2510	-0.0015	-0.2335	-0.0012	0.3008	0.0032	0.4896
4	0.0025	0.0793	-0.0005	-0.4268	-0.0005	0.4134	0.0021	-0.1570	-0.0033	-0.6964
5	0.0022	-0.2363	-0.0020	0.0185	0.0021	0.0426	-0.0020	-0.1987	0.0031	0.8482
6	-0.0014	0.8093	0.0009	-0.9311	0.0007	0.9717	-0.0011	-0.8496	0.0033	1.2364
7	-0.0004	1.3472	-0.0011	-0.9232	0.0014	-0.6638	-0.0002	1.2823	-0.0034	-1.6243
8	0.0008	1.7039	-0.0017	0.8063	-0.0015	-1.4864	0.0017	-1.3523	0.0038	2.4244
9	-0.0013	-1.7841	0.0006	-2.4690	0.0001	-1.9650	0.0015	-0.5170	0.0031	2.4100
10	0.0002	0.2108	0.0002	0.5377	0.0010	1.2870	0.0016	3.1816	0.0090	8.9980

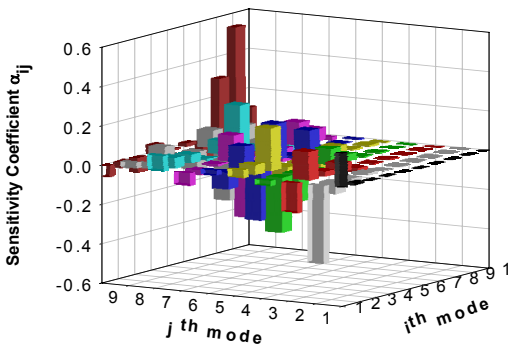


Fig. 3 Sensitivity coefficient of cantilever

수 있다. 감도계수의 최대 값은 $\alpha_{9,10}=0.5360$ 이고 최소 값은 $\alpha_{1,2}=-0.3901$ 이었다.

4.4 변경된 가속도계 위치 및 질량의 해석

Fig. 4는 질량이 0.65 g의 가속도계를 5번 요소에서 3번 요소로 이동한 후 예측한 가속도계의 질량을 원래의 가속도계 질량으로 나누어 비율로 나타낸

그림이다. 5번 및 3번 가속도계의 위치 및 질량의 예측은 식 (24)~(27)을 사용하였으며 반복회수를 20 회까지 하였다. 2회 반복하였을 때 3번 요소와 5번 요소에 각각 52.6 %, 169.3 %로 예측하여 오차가 많이 발생하였지만 반복 횟수를 14회까지 하였을 때 3번 요소에 100.3 %, 5번 요소에 99.9 %로 예측하였고 반복회수가 증가함에 따라 오차가 감소하여 수렴하는 것을 볼 수 있었다.

4.5 가속도계 없을 때 고유진동수 및 전달함수

외팔보만의 고유진동수를 알아보기 위해 위에서 구한 가속도계의 질량 0.65 g을 5번 요소에서 제거 하고 감도해석을 하였으며 이때의 감도계수를 Fig. 5에 나타내었다.

이 감도계수를 식 (30)에 대입하여 가속도계가 없을 때 고유진동수와 전달함수를 예측하였고, 가속도계에 없는 외팔보의 고유진동수와 전달함수를 재해석하여 Table 4와 Fig. 6에 나타내었다. 가속도계가 없을 때 예측한 고유진동수 전달함수가 재해석한 것

Table 3 Delta eigenvectors according to the location of the accelerometer

Mode	Delta eigenvectors $\Delta\phi \times 10^4$									
1	0.0000	-0.0067	-0.0001	-0.0101	-0.0002	-0.0107	-0.0003	-0.0103	-0.0004	-0.0102
2	0.0001	0.0171	0.0003	0.0245	0.0006	0.0287	0.0008	0.0103	0.0008	0.0013
3	0.0000	-0.0058	-0.0002	-0.0254	-0.0003	0.0292	0.0003	0.0588	0.0006	0.0184
4	0.0001	0.0085	0.0002	0.0303	0.0010	0.0644	0.0002	-0.1623	-0.0006	-0.0349
5	-0.0001	0.0183	0.0003	0.0509	-0.0001	-0.2436	-0.0008	0.2014	0.0007	0.0844
6	0.0000	0.0383	0.0000	-0.0182	0.0011	-0.0393	-0.0012	0.1048	0.0008	0.0944
7	-0.0001	-0.0368	0.0004	0.0768	-0.0008	-0.5426	0.0011	0.1513	-0.0007	-0.0143
8	0.0000	-0.0601	0.0003	0.1210	-0.0008	0.2956	-0.0002	-0.6907	0.0007	0.0224
9	0.0000	-0.1371	0.0006	0.1530	-0.0013	-0.4940	0.0003	-1.2600	-0.0007	-1.2250
10	-0.0004	-0.4203	-0.0004	-0.9503	0.0005	-1.0020	0.0016	0.3696	0.0037	3.3910

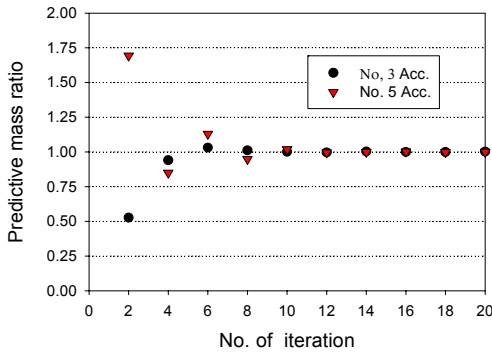


Fig. 4 Predictive accelerometer mass ratio according to the number of iteration

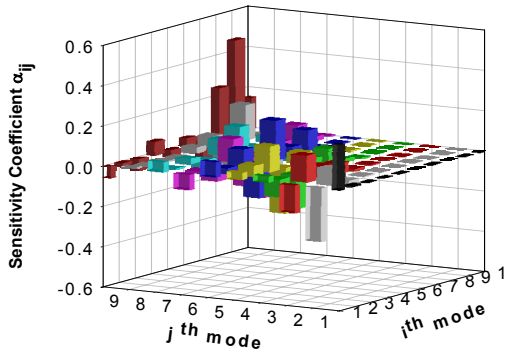


Fig. 5 Sensitivity coefficient of cantilever without accelerometer

들과 잘 일치하므로 제안한 방법이 타당함을 알 수 있었다.

Table 5는 5번 요소에 가속도계의 부착 여부에 따라 고유진동수를 비교하여 나타낸 표이다. 1차모드에서 22.3%의 차이가 발생하였다. 이는 가속도계의

Table 4 Comparison of natural frequencies between without accelerometer and reanalysis(kHz)

Mode	Without acc. ω_i	Reanalysis ω_i'	$\frac{\omega_i}{\omega_i'}$
1	0.334	0.334	1.000
2	2.096	2.095	1.000
3	5.886	5.886	1.000
4	11.627	11.612	1.001
5	19.298	19.303	0.999

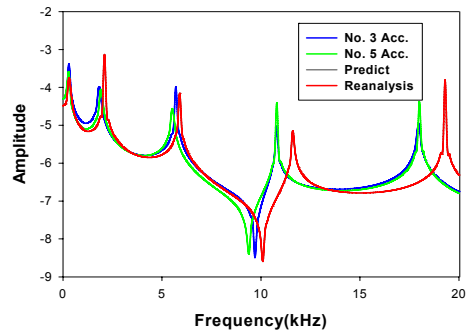


Fig. 6 Comparison of transfer functions of cantilever with/without accelerometer

Table 5 Comparison of natural frequencies between without and with accelerometer(kHz)

Mode	With acc. (No. 5) ω_{oi}	Without acc. ω_i	$\frac{\omega_{oi}}{\omega_i}$
1	0.273	0.334	1.223
2	1.940	2.096	1.080
3	5.540	5.886	1.062
4	10.794	11.627	1.077
5	18.009	19.298	1.071

부착 위치에 따라 차이가 날 수 있지만 소형 구조물의 경우 가속계의 질량이 고유진동수에 많은 영향을 주는 것을 알 수 있었다.

5. 결 론

소형 외팔보에 가속도계의 설치 위치에 따라 변경된 동특성을 이용하여 가속도계의 제거 시 외팔보의 동특성을 이론적으로 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 가속도계 설치 위치에 따라 변경된 고유벡터를 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였으며 이를 이용하여 변경된 질량 행렬 해석하는 알고리즘을 개발하였다.

(2) 변경된 질량 행렬로부터 유한요소법의 질량 행렬을 이용하여 가속도계의 위치 및 질량을 찾아내었다.

(3) 위에서 구한 가속도계 위치 및 질량을 이용하여 가속도계가 없을 때 외팔보의 고유진동수를 감도 해석을 사용하여 예측하였으며 재해석한 고유진동수와 잘 일치하므로 제안한 방법이 타당함을 알 수 있었다.

후 기

이 논문은 2011년도 경기대학교 연구년 지원에 의해 작성되었음.

References

(1) Ewins, D. J., 1984, Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press, England.
 (2) Mcconnell, K. G. and Hu, X., 1993, Why Do Large FRF Errors Result from Small Relative Phase Shifts When Using Force Transducer Mass Compensation Methods, Proceedings of SPIE—The International Society for Optical Engineering, USA, pp.

845~849.

(3) Cakar, O. and Sanliturk, K. Y., 2005, Elimination of Transducer Mass Loading Effects from Frequency Response Functions, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 19, No. 4, pp. 87~104.

(4) Lam, H. F., Ko, J. M. and Wong, C. W., 1998, Localization of Damaged Structural Connections Based on Experimental Modal and Sensitivity Analysis, Journal of Sound and Vibration, Vol. 210, No. 1, pp. 91~115.

(5) Wei, F. S. and Zhang, D. W., 1989, Mass Matrix Modification Using Element Correction Method, AIAA Journal, Vol. 27, No. 1, pp. 119~121.

(6) Ole, D., 1991, Prediction of Transducer Mass-loading Effects and Identification of Dynamic Mass, Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference, pp. 306~312.

(7) Fox, R. S. and Kapoor. M. P., 1968, Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors, AIAA Journal, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.

(8) Lee, J. Y., 2000, Prediction of Modified Structural Natural Frequencies and Modes using Iterative Sensitivity Coefficient, Journal of KSMTE, Vol. 9, No. 5, pp. 40~46.

(9) Lee, J. Y., 2002, A Structural Eigenderivative Analysis by Modification of Design Parameter, Transactions of KSME A, Vol. 26, No. 4, pp. 739~744.



Jung Youn Lee is Professor of Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University, where he has been since 1996. He received a B.S., an M.S. and his Ph.D. from Hanyang University in 1979, 1889 and 1992 respectively. His research interests are in System Identification, Structural Modification, Inverse Problem, Modal Analysis and Sensitivity Analysis of Vibration.