

## PEC 원통을 TE EFIE 방법으로 산란 해석한 결과의 수렴율

홍진수<sup>\*</sup>, 배형철<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>순천향대학교 물리학과

### Convergence rates of the TE EFIE scattering solutions from a PEC cylinder

Chinsoo Hong<sup>1\*</sup>, HyungChul Bae<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Soonchunhyang University.

**요약** 모멘트법(MoM)인 TE(transversw electric) 전장 적분 방정식(EFIE)으로 완전 전기도체(PEC) 원통을 산란 해석하였다. 이 과정에서 나타나는 특이점(singularity)과 과대 특이점(hypersingularity)을 포함한 적분 계산은 어렵기 때문에 수치해석 방법으로 특이점을 고립시켜 자체항(self-term)을 얻었다. 모멘트법에서 base 함수와 test 함수의 선택은 수치해석 결과의 정확도와 수렴에 있어 매우 중요한 요인이됨은 알려져 있는 사실이다. basis 함수와 test 함수를 달리하여 세 가지 방법으로 PEC 원통에 유도된 전류를 구하였다. 이렇게 구한 결과를 해석학적 방법과 모멘트법에서 얻은 전류와 비교하여 상대 효율 전류 오차를 구하였으며 어떤 결합 방법이 효율적인지 확인하였다. 또한 각 결합방법에 따른 상대 효율 전류 오차의 수렴율을 구하여 가장 정확한 결과를 얻을 조건을 찾았다. 전류 오차의 가장 빠른 수렴오더(order of convergence) 2.528은 펄스 base 함수/델타 test 함수 결합 조건에서 얻었다.

**Abstract** The method of moments (MoM) is implemented to simulate scattering from a PEC (perfectly electric conductor) cylinder in the TE(transversw electric) EFIE (Electric Field Integral Equation) approach. The procedure expresses the singularity integral and the hypersingularity integral in terms of an analytic function and employs a singularity isolation process coupled with numerical technique along the discretized segment to evaluate the self terms. It is known that, in the MoM technique, the choice of base functions and test functions is very important for the accuracy and convergence of the numerical analysis. Thus, in this paper, three conditions, obtained from the combination of basis functions and test functions, are adopted to get the induced currents on the PEC surface. These currents are compared to the analytical one in the relative rms current error to get the condition that shows fast convergence rate. The fast order of convergence of the current error, 2.528, is obtained under the combination of pulse basis function/delta test function.

**Keywords** : TE wave, EFIE (Electric Field Integral Equation), induced current, relative RMS current error, PEC cylinder, singularity, hypersingularity

### 1. 서론

안테나[1-3], 전자기파 은폐(cloak)[3-5] 등의 설계에 원통 산란이 사용되어 왔기 때문에 원통의 비교적 단순한 모양에도 불구하고 전자기파 산란은 오랫동안 연구되

어 왔다. 이런 목적에 사용되는 원통은 중심 완전 전기도체(perfectly electric conductor, PEC) 위에 유전체(dielectric)가 감싸는 구조이다[3].

전자기파가 산란체에 입사하면 경계조건에 의해 산란체에 전류가 유도되며 이 전류는 산란파를 생성한다. 이

본 논문은 순천향 대학교 교수 연구비로 수행되었음.

\*Corresponding Author : Chinsoo Hong(Soonchunhyang Univ.)

Tel: +82-41-530-1237 email: schpch@naver.com

Received June 30, 2015

Revised (1st September 17, 2015, 2nd September 23, 2015)

Accepted October 8, 2015

Published October 31, 2015

때 입사파의 전기장과 유도 전류의 관계를 나타낸 식이 전장 적분 방정식(Electric Field Integral Equation, EFIE)이고 자기장과의 관계식은 자장 적분 방정식(Magnetic Field Integral Equation, MFIE)이다. PEC 원통에 전자기파가 수직으로(원통의 축 방향에 수직으로 전자기파가 진행) 입사할 때 전자기파의 편광방향이 원통의 축 방향이면 TM(transverse magnetic) 편광, 축에 수직인 방향이면 입사파는 TE(transverse electric) 편광이다.

그런데 PEC 원통의 전자기 산란 적분 계산에서 특이점(singularity)이 나타나 계산을 어렵게 하지만 이를 해결하는 방법들이 제안되었다[1,2,6-14]. 특히 TE EFIE에서는 과대특이점(hypersingularity)이 나타난다[15].

PEC 원통에 입사하는 TE 편광파의 산란을 해석하기 위한 방법으로 MFIE 방법과 EFIE 방법이 있는데 MFIE 방법은 EFIE 방법보다 덜 복잡하고 계산하기 쉽고 정확한 값을 얻을 수 있어 주로 많이 사용한다. 그러나 산란체의 크기가 과장에 비하여 매우 작은 경우에는 MFIE 방법을 적용할 수 없기 때문에 부득이 EFIE를 사용해야 한다[16-19].

2.1.4절에서 정의한 상대 실효전류오차는 TM EFIE 방법보다 TE EFIE 방법을 사용하면 오더(order)가 2 정도 더 커져서[20,21] TE EFIE 방법을 쓸 경우 정확한 결과를 얻기 위해서 수렴율이 큰 조건을 구해야 한다. 따라서 TE EFIE 전자기 산란은 소스(source)와 관측점에서 물리량을 묘사하는 basis function과 test function을 세 가지의 세트르 선택하여 PEC 원통에 유도된 전류를 해석하고 그 결과를 비교하였다.

## 2. 본론

### 2.1 이론

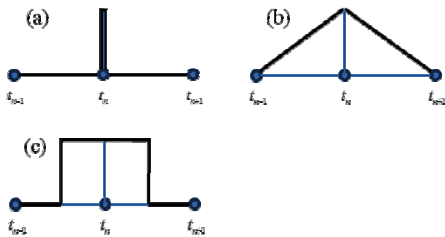


Fig. 1. Basis functions and test functions. (a) delta function, (b) triangle function, (c) pulse function.

입사 전자기파의 장(field)과 전류와의 관계식에서 이 물리량이 측정되는 위치를 관측점과 소스라고 부른다. 소스와 관측점을 표현하는 함수를 각각 basis function과 test function 이라 한다. 이런 함수는 여러 가지의 형태를 가질 수 있으나 대표적으로 그림 1에서 보여지는 delta function, pulse function, triangle function이 있다.

전자기파의 전기장과 자기장은 공간과 시간의 함수이므로 시간에 따라 변하는 성질은 다음의 식(1)을 만족하고, 이 식은 전자기파를 묘사할 때 공통적으로 포함되어 있으므로 이후의 수식에서는 생략한다.

$$\exp(-j\omega t) \tag{1}$$

또한 입사하는 전자기파가 TE wave이기 때문에 무한 길이의 원통에 전자기파가 원통 축 방향에 수직하게 입사하므로 원통 축 방향은 변수가 되지 못하여 산란은 2차원 문제가 된다. 이차원 Helmholtz 방정식의 해인 Green 함수는 Hankel 함수가 될 수 있는데 Hankel 함수의 첫 번째와 두 번째 종류는 모두 Helmholtz 방정식의 해가 될 수 있다. 그런데 식(1)로 장(field)의 시간의존을 표현하면 첫 번째 종류의 Hankel 함수가 Helmholtz 방정식의 해가 된다. 왜냐하면 첫 번째 종류의 Hankel 함수를 large argument에서 근사를 취하면  $\exp(jk\rho)$ 의 항이 포함되기 때문이다. 따라서 Green 함수는 첫 번째 종류의 Hankel 함수이다.

$$G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \frac{j}{4} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) \tag{2}$$

무한 길이의 PEC 원통에 TE 평면파가 입사할 때 산란은 EFIE를 이용하였고, 이를 해석하기 위하여 pulse basis function/delta test function, triangle basis function/pulse test function, triangle basis functions/triangle test function과 같은 세 가지의 basis 함수와 test 함수의 조합을 적용하였다.

#### 2.1.1 pulse basis function/delta test function

무한 길이의 PEC 원통에 TE-wave 전자기파가 입사하는 경우 EFIE는 다음과 같이 주어진다[22].

$$E_t^{inc}(\vec{\rho}) = \frac{k_0^2 \eta_0}{4} \oint_C \hat{t} \cdot \hat{t}' H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) J_t(\vec{\rho}') dt' - \frac{\eta_0}{4} \oint_C J_t(\vec{\rho}') \frac{\partial^2 H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|)}{\partial t \partial t'} dt' \tag{3}$$

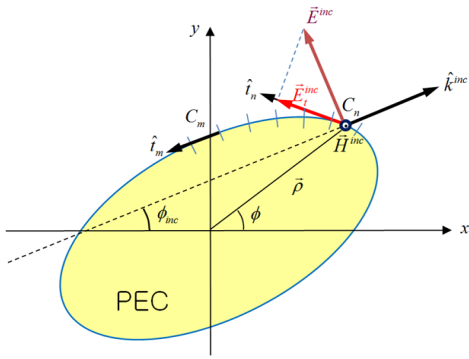


Fig. 2. A TE wave is incident to the PEC cylinder at the angle of  $\phi_{inc}$  and its electric field has tangential component. The length of segment on the PEC surface is  $C_n$  and the tangential unit vector  $\hat{t}_n$  is counterclockwise.

식(3)에서  $\vec{\rho}$ 와  $\vec{\rho}'$ 는 도체 표면 위에 있으며 각기 관측점과 소스이며 이 위치에서 경계면의 접선 방향 단위 벡터는  $\hat{t}$ 와  $\hat{t}'$ 이다.  $k_0$ 와  $\eta_0$ 는 자유공간에서 전자기파의 파수와 임피던스이며  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 와  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 로 주어진다. 또한  $t$ 과  $t'$ 에 대한 미분은 접선방향을 따라 수행한다. PEC 원통에 TE-wave는 그림 2와 같이 입사하며  $\phi_{inc}$ 는 전자기파의 입사각이다.

그림1(a)와 (c)에서 주어진 함수를 test 함수와 basis 함수로 사용하여 식(3)에 적용하면 Z행렬을 구할 수 있다.

$$Z_{mn} = \frac{k_0\eta_0}{4} \int_{-\Delta C/2}^{\Delta C/2} \hat{t}_m \cdot \hat{t}_n H_0^{(1)}(|\vec{\rho}_m - (\vec{\rho}_n + \hat{t}_n x')|) dx' - \frac{\eta_0}{4} \int_{-\Delta C/2}^{\Delta C/2} \frac{\partial^2 H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|)}{\partial t \partial t'} dx' \Big|_{\substack{\vec{\rho} = \vec{\rho}_m \\ \vec{\rho}' = \vec{\rho}_n + \hat{t}_n x'}} \quad (4)$$

식(4)의 행렬에서  $m=n$  일 때 등호 오른쪽 두 번째 적분은 Hankel 함수를 접선방향으로 두 번 미분한 결과과 대특이점이 발생하는데[23,24] 이를 해결하기 위한 방법을 적용하면 다음과 같다[22].

$$Z_{mm} = \left[ \frac{k_0\eta_0}{4} \int_{-\Delta C/2}^{\Delta C/2} H_0^{(1)}(k_0|x'|) dx' \Big|_{\substack{\vec{\rho} = \vec{\rho}_m \\ \vec{\rho}' = \vec{\rho}_m + \hat{t}_m \Delta C/2}} - \frac{\eta_0}{4} \frac{\partial^2 H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|)}{\partial t} \Big|_{\substack{\vec{\rho} = \vec{\rho}_m \\ \vec{\rho}' = \vec{\rho}_m - \hat{t}_m \Delta C/2}} \right] \Delta C_m = \frac{k_0\eta_0}{4} \left[ 1 + j \frac{2}{\pi} \ln \left( \frac{\gamma k_0 \Delta C_m}{4e} \right) \right] \Delta C_m - \frac{\eta_0}{4} H_0^{(1)} \left( \frac{k_0 \Delta C_m}{2} \right) \quad (5)$$

여기서  $\gamma = 1.781072418$ 이다. 한편 입사파의 전기장에 의한 행렬은 아래 식과 같다.

$$[E_t^{inc}]_m = \int_{-C_m/2}^{C_m/2} E_t^{inc}(\vec{\rho}) \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_m) dt = E_t^{inc}(\vec{\rho}_m) \quad (6)$$

## 2.1.2 triangle basis function/pulse test function [20]

참고문헌 25로부터 TE-wave가 무한 길이의 PEC 원통에 입사할 때 EFIE는 다음과 같이 주어진다.

$$E_t^{inc}(\vec{\rho}) = \frac{k_0\eta_0}{4} \oint_C \hat{t} \cdot \hat{t}' H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) J_t(\vec{\rho}') dt' + \frac{\eta_0}{4k_0} \hat{t} \cdot \nabla \oint_C \frac{\partial J_t(\vec{\rho}')}{\partial t'} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' \quad (7)$$

그림 1(b)에서와 같은 triangular basis 함수를 전류  $J_t$ 에 대입하여 식(7)에서 사용하는 미분을 구할 수 있다.

$$J_t = \left[ \frac{t - t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} P(t; t_{n-1}, t_n) + \frac{t_{n+1} - t}{t_{n+1} - t_n} P(t; t_n, t_{n+1}) \right] j_n \rightarrow \frac{\partial J_t}{\partial t} = \left[ \frac{1}{t_n - t_{n-1}} P(t; t_{n-1}, t_n) - \frac{1}{t_{n+1} - t_n} P(t; t_n, t_{n+1}) \right] j_n \quad (8)$$

이때 식(8)의 P는 다음 성질을 만족한다.

$$P(t; t_{n-1}, t_n) = \begin{cases} 1 & t_{n-1} \leq t \leq t_n \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

식(7)에 그림 1(c)의 pulse에 대하여 적분하여 정리하자[6].

$$Z_{mn} = \frac{k_0\eta_0}{4} \int_{t_{m-0.5}}^{t_{m+0.5}} \hat{t}_m \cdot \left\{ \hat{t}_{n-1} \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{t - t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho}(t_m) - \vec{\rho}'|) dt' + \hat{t}_{n+1} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{t_{n+1} - t}{t_{n+1} - t_n} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho}(t_m) - \vec{\rho}'|) dt' \right\} dt + \frac{\eta_0}{4k_0} \left[ \frac{1}{t_n - t_{n-1}} \int_{t_{n-1}}^{t_n} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho}(t_{m+0.5}) - \vec{\rho}'|) dt' - \frac{1}{t_{n+1} - t_n} \int_{t_n}^{t_{n+1}} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho}(t_{m+0.5}) - \vec{\rho}'|) dt' \right] - \frac{1}{t_n - t_{n-1}} \int_{t_{n-1}}^{t_n} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho}(t_{m-0.5}) - \vec{\rho}'|) dt' + \frac{1}{t_{n+1} - t_n} \int_{t_n}^{t_{n+1}} H_0^{(1)}(k_0|\vec{\rho}(t_{m-0.5}) - \vec{\rho}'|) dt' \quad (10)$$

식(10)에서 특이점이 발생할 수 있는 경우 Hankel 함수를 small argument일때의 근사로 놓아 적분을 수행하면 특이점을 피할 수 있다. 이때 입사 전기장 중 PEC 접선 방향 성분은 다음과 같다.

$$[E_t^{inc}]_m = \int_{t_m-0.5}^{t_m+0.5} \hat{t}_m \cdot \vec{E}^{inc} dl \quad (11)$$

### 2.1.3 triangle basis functions/triangle test function [26]

이 경우는 basis 함수와 test 함수 모두 triangle를 취한다. 따라서 입사 전기장 행렬과 Z행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} [E_t^{inc}]_m &= \int_{t_m-1}^{t_m+1} \left[ \begin{array}{l} t-t_{m-1} \\ t_m-t_{m-1} \\ t_{m+1}-t \\ t_{m+1}-t_m \end{array} P(t : t_{m-1}, t_m) \right] \hat{t}_m \cdot \vec{E}^{inc} dt \\ &= \int_{t_m-1}^{t_m} \frac{t-t_{m-1}}{t_m-t_{m-1}} \hat{t}_{m-1} \cdot \vec{E}^{inc} dt \\ &\quad + \int_{t_m}^{t_m+1} \frac{t_{m+1}-t}{t_{m+1}-t_m} \hat{t}_m \cdot \vec{E}^{inc} dt \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Z_{mm} &= \frac{k_0 \eta_0}{4} \hat{t}_{m-1} \cdot \hat{t}_{m-1} \\ &\quad \times \int_{t=t_{m-1}}^{t_m} \int_{t'=t_{m-1}}^{t_m} \frac{t-t_{m-1}}{\Delta C_{m-1}} \frac{t'-t_{m-1}}{\Delta C_{m-1}} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad + \frac{k_0 \eta_0}{4} \hat{t}_{m-1} \cdot \hat{t}_m \\ &\quad \times \int_{t=t_{m-1}}^{t_m} \int_{t'=t_m}^{t_{m+1}} \frac{t-t_{m-1}}{\Delta C_{m-1}} \frac{t_{m+1}-t'}{\Delta C_n} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad + \frac{k_0 \eta_0}{4} \hat{t}_m \cdot \hat{t}_{m-1} \\ &\quad \times \int_{t=t_m}^{t_{m+1}} \int_{t'=t_{m-1}}^{t_m} \frac{t_{m+1}-t}{\Delta C_m} \frac{t'-t_{m-1}}{\Delta C_{n-1}} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad + \frac{k_0 \eta_0}{4} \hat{t}_m \cdot \hat{t}_m \\ &\quad \times \int_{t=t_m}^{t_{m+1}} \int_{t'=t_m}^{t_{m+1}} \frac{t_{m+1}-t}{\Delta C_m} \frac{t_{m+1}-t'}{\Delta C_n} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad - \frac{\eta_0}{4k_0} \frac{1}{\Delta C_m \Delta C_n} \int_{t=t_m}^{t_{m+1}} \int_{t'=t_m}^{t_{m+1}} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad + \frac{\eta_0}{4k_0} \frac{1}{\Delta C_m \Delta C_{n-1}} \int_{t=t_m}^{t_{m+1}} \int_{t'=t_{m-1}}^{t_m} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad + \frac{\eta_0}{4k_0} \frac{1}{\Delta C_{m-1} \Delta C_n} \int_{t=t_{m-1}}^{t_m} \int_{t'=t_m}^{t_{m+1}} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \\ &\quad - \frac{\eta_0}{4k_0} \frac{1}{\Delta C_{m-1} \Delta C_{n-1}} \int_{t=t_{m-1}}^{t_m} \int_{t'=t_{m-1}}^{t_m} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) dt' dt \end{aligned} \quad (13)$$

### 2.1.4 유도전류[27]

무한 길이의 PEC 원통에 TE wave가 입사할 때 표면에 유도된 전류는 아래 식과 같다[27-29].

$$\begin{aligned} J_{t,exact}(\phi) &= \frac{-2j}{\pi \eta_0 k_0 a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j^{-n} e^{jn\phi}}{\left[ \frac{dH_n^{(1)}(\zeta)}{d\zeta} \right]_{\zeta=k_0 a}} \\ &= \frac{-4j}{\pi \eta_0 k_0 a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j^{-n} e^{jn(\phi-\phi_{inc})}}{H_{n-1}^{(1)}(k_0 a) - H_{n+1}^{(1)}(k_0 a)} \end{aligned} \quad (14)$$

앞 절에서 제시한 세 가지 방법으로 얻은 전류와 해석학적으로 구한 식(14)에서 각도  $\phi$ 를  $M$ 개의 구간으로 나눠 상대 실효전류 오차(relative RMS current error)를 구할 수 있다[20,29].

$$Error = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^M |J_{MoM}(\phi_n) - J_{t,exact}(\phi_n)|^2}{\sum_{n=1}^M |J_{t,exact}(\phi_n)|^2}} \quad (15)$$

이때 식(15)에서  $J_{MoM}$ 은 식(16)에서 구한 결과인 PEC 원통에 유도된 유도전류이다.

### 2.2 전산모사

앞 절에서 제시한 세 가지 방법으로 전류를 구하였다. 여기서 PEC 원통 반지름은 입사파 파장의 2배이고 입사파는 광축에 수직으로 입사하며 TE 편광을 갖는다. 입사각은  $\phi_{inc} = \pi$ 이다. 앞에서 제시한 행렬로부터 전류를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} [E_t^{inc}] &= [Z_{mm}] [J_t] \\ \rightarrow [J_{MoM}] &= [J_t] = [Z_{mm}]^{-1} [E_t^{inc}] \end{aligned} \quad (16)$$

PEC 원통은 둘레의 구간 개수  $M$ 은 행렬의 크기가 되며 전자기파의 파장에 이 구간이 몇 개 들어가는지 구간 개수를 변화시켜( $M=50-500$ ) 세 가지 방법에 대응되는 전류와 상대 실효전류 오차를 구하였다.

### 2.3 결과

그림 3은  $M=100$ 으로 놓고 TE wave가 무한 길이의 PEC 원통에  $\phi_{inc} = \pi$ 로 입사할 때 PEC 원통 표면에 유도된 전류의 크기를 방향에 따라 도시한 것이다. 알려진 바와 같이 유도 전류의 크기는 전자기파가 원통에 맨 처음 부딪히는 위치에서( $\phi = 0$ ) 최대가 되고 그 반대 위치에서( $\phi = \pi$ ) 약간의 변화는 있지만 최소가 된다. 해석학적으로 구한 전류( $J_{t,exact}$ )와 각 방법으로 구한 전류( $J_{t,pulse\ delta}, J_{t,triangle,pulse}, J_{t,triangle,triangle}$ )를 나타내었다.

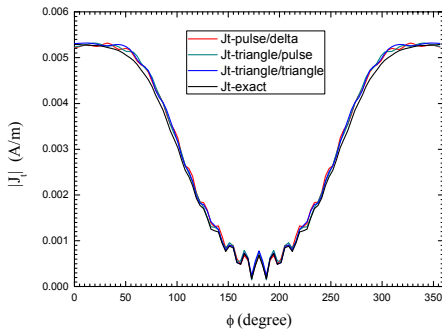


Fig. 3. When a TE wave is incident on the PEC cylinder at the angle of  $\phi_{inc} = \pi$ , the induced current is drawn with the position on the PEC surface.

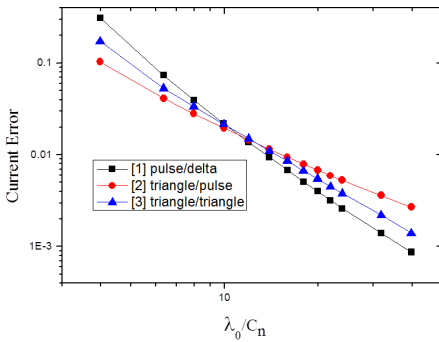


Fig. 4. The relative RMS current error vs  $\lambda_0/C_n$ . [1], [2] and [3] are the current errors in the cases of pulse function/delta function, triangle function/pulse function, and triangle function/triangle function, respectively.

그러나 그림 3에서는 각 방법으로 구한 전류가 해석학적으로 구한 전류와 어느 정도 차이가 나는지 알 수 없으므로 식(15)에 의해 정의한 상대 실효 전류 오차로 비교하였다. 그림4는 PEC 원주의 구간 선분길이가 파장과의 비  $n_\lambda (= \lambda_0/C_n)$ 에 따라 상대 실효 전류 오차를 보인다. 식(16) 임피던스 행렬  $Z_{mm}$ 의 크기는 이 비에 비례한다. 여기서 편의상 basis함수/test 함수 결합이 pulse/delta인 경우를 [1], triangle/pulse를 [2], triangle/triangle을 [3]이라 하자. 원통 산란에서 PEC 표면에 유도된 상대 실효전류 오차는 다음과 같은 수식에서  $r \approx 2$ 를 만족한다[21,30,31].

$$Error \sim n_\lambda^{-r} \quad (17)$$

이때  $r$ 은 수렴오더(order of convergence)이다.  $\lambda_0/C_n$ 가 약 10보다 작으면 전류 오차 크기는  $[1]>[3]>[2]$ 가 되고 약 10정도에서는  $[1]=[2]=[3]$ 이 되며 이 비가 10이 넘으면  $[1]<[3]<[2]$ 이 된다. 다시 말하면 구간의 선분 길이가 파장에 비하여 1/10 이하가 되면 pulse/delta 조합이 가장 빨리 수렴한다.

### 3. 결론

TE EFIE산란 해석을 위해서 basis 함수/test 함수를 세가지 방법으로 선택하여 계산하였다.  $\lambda_0/C_n \sim 10$ 에서 세 가지 방법으로 구한 전류 오차가 거의 비슷했고, 이보다 커지면 수렴을 급속히 하는 방법은 pulse/delta, triangle/pulse, triangle/triangle 순서이다. 따라서 정확한 결과를 얻기 위해서  $\lambda_0/C_n$ 는 10 이상이 되어야 하며 pulse basis 함수/delta test 함수를 사용해야 한다.

그림 4의 [1], [2], [3] 경우 비선형 피팅(nonlinear fitting)을 하여 얻은  $r$ 값은 각기 2.528, 1.563, 2.047이며  $r$ 값이 클수록 빨리 수렴하므로 수렴율(convergence rate)은 [1], [3], [2] 순서이다. 또한 문헌에 나타난  $r \approx 2$ 에 근접하는 조건은 [3]이다.

### References

- [1] Cecilia Marasini, "Efficient computation techniques for Galerkin MoM antenna design" PhD thesis, Technische universiteit Eindhoven (2008).
- [2] Chengyou Yin and mengzhong Hu, "An efficient analysis method for cylindrical conformal microstrip antenna fed by microstripline," Int. J. Anten. Propag. 2012, 629748 (2012).
- [3] Ahmed A. Sakr, Ezzeldin A. Soliman, and Alaa K. Abdelmageed, "An integral equation formulation for TM scattering by a conducting cylinder coated with an inhomogeneous dielectric/magnetic material," PIER B 60, pp 49-62 (2014). DOI: <http://dx.doi.org/10.2528/PIERB14031502>
- [4] D. Rainwater, A. Kerkhoff, K. Melin, J. C. Soric, G. Moreno, and A. Alù, "Experimental verification of three-dimensional plasmonic cloaking in free space," New J. Phys. 14, 013054 (2012). DOI: <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/14/1/013054>
- [5] Constantinos A. Valagiannopoulos, and Pekka Alitalo, "Electromagnetic cloaking of cylindrical objects by multilayer or uniform dielectric claddings," Phys. Rev. B 85, 115402 (2012). DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.85.115402>

- [6] G. Selcuk and S. S. Koc, "Evaluatio of hypersingular integrals on non-planar surfaces," 2014 International Conference on NEMO pp 1-4 (2014).
- [7] Usman Saeed, "Adaptive numerical techniques for the solution of electromagnetic integral equations," PhD thesis, Georgia Institute of Technology (2011).
- [8] Seçil Kılınc, "Solution of electromagnetic scattering problems with the locally corrected Nyström method," Master thesis, Bilkent University (2010).
- [9] Alexander Herschlein, Jürgen v. Hagen, and Werner Wiesbeck, "Methods for the evaluation of regular, weakly singular and strongly singular surface reaction integrals arising in method of moments," *Aces J.* 17, pp 63-73 (2002).
- [10] Smain Amari and Jens Bornemann, "Efficient numerical computation of singular integrals with applications to electromagnetics," *IEEE Trans. Antenna Propagat.* 43, pp 1343-1348 (1995). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/8.475113>
- [11] Ursula C. Resende, Maicon V. Moreira, and Marcio M. Afonso, "Evaluation of singular integral equation in MoM analysis of arbitrary thin wire structures," *IEEE Trans. Magnetics* 50, 7011204 (2014). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2013.2281315>
- [12] M. S. Tong, "A stable integral equation solver for electromagnetic scattering by large scatterers with concave surface," *PIER* 74, pp 113-130 (2007). DOI: <http://dx.doi.org/10.2528/PIER07041506>
- [13] Giovanni Monegato, "Numerical evaluation of hypersingular integrals," *J. Comput. Appl. Mathem.* 50, pp 9-31 (1994). DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0377-0427\(94\)90287-9](http://dx.doi.org/10.1016/0377-0427(94)90287-9)
- [14] Rainer Kress, "On the numerical solution of a hypersingular integral equation in scattering theory," *J. Comput. Appl. Mathem.* 61, pp 345-360 (1995). DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0377-0427\(94\)00073-7](http://dx.doi.org/10.1016/0377-0427(94)00073-7)
- [15] Karl F. Warnick "Numerical analysis for electromagnetic integral equations" (Artech House, 2008) section 3-4.
- [16] Andrew F. Peterson, Scott L. Ray, and Raj Mittra, "Computational Methods for Electromagnetics" (IEEE press, New York, 1998). Sect. 2-4.
- [17] Al-Majdi Kadhum, "An enhanced solution for the axial current using electromagnetic wire scattering analysis," *J. Engin. Develop.* 18, 37-44 (2014).
- [18] A. Ike Mowete and A. ogunsola, "Plane wave scattering by a coated thin wire," *PIERS Proceedings* pp 743-749, Xi'an, China, March 22-26 (2010).
- [19] S. hatamzdeh-Varmazyar and M. Naser-Moghadasi, "New numerical method for determining the scattered electromagnetic fields from thin wires," *PIER B* 3, pp 207-218 (2008). DOI: <http://dx.doi.org/10.2528/PIERB07121303>
- [20] Paul Tsuji, Kristen Parrish, and Chicheng Xu, "Scattering from PEC cylinders by a normally incident plane wave" *EE 383V Computational Electromagnetics: MoM project 1-7.*
- [21] K. F. Warnick and W. C. Chew, "Accuracy of the method of moments for scattering by a cylinder," *IEEE Trans. Micr. Th. Tech.* 48, pp 1652-1660 (2000). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/22.873892>
- [22] Yun-Sheng Xu and Kan Wang, "Moment method solution of the EFIE for TE-wave scattering by conducting cylinders using basis and testing functions lacking in sufficient degrees of differentiability" 2009 3rd IEEE International symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communcations, pp. 917-920 (2009). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/mape.2009.5355779>
- [23] Gokhun Selcuk and S. Sencer Koc, "Evaluation of hypersingular integrals on non-planar surfaces" 2014 International Conference on Numerical Electromagnetic Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO), pp 1-4 (2014). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/nemo.2014.6995683>
- [24] Mei Song Tong and Weng Cho Chew, "A novel approach for evaluating hypersingular and strongly singular surface integrals in electromagnetics" *IEEE Transc. Antennas Propag.* 58, pp 3593-3601 (2010). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.2010.2071370>
- [25] [read.pudn.com/downloads93/ebook/365471/MOM2.ppt](http://read.pudn.com/downloads93/ebook/365471/MOM2.ppt)
- [26] J. Wettergren and P. Slättman, "Electric field integral equation for cylindrical structures" *IEE Proc. Microw. Antennas Propag.* 143, pp 147-151 (1996). DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/ip-map:19960234>
- [27] Nobby Stevens and Luc Martens, "An efficient method to calculate surface currents on a PEC cylinder with flat end caps" *Radio Science* 38, 6 (2003). DOI: <http://dx.doi.org/10.1029/2002RS002768>
- [28] Walton C. Gibson, "The Method of Moments in Electromagnetics" *Eq. (5-108)*.(Taylor & Francis, 2008).
- [29] Karl F. Warnick, "Numerical analysis for electromagnetic integral equations" *Eq. (2-51)*.(Artech House, Boston, 2008).
- [30] Clayton Paul Davis, "Understanding and improving moment method scattering solutions," Master thesis, Brigham Young University (2004).
- [31] Karl F. Warnick and Weng Cho Chew, "Error analysis of the moment method," *IEEE Antenna Propagat. Magazine* 46, pp 38-53 (2004). DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/MAP.2004.1396735>

홍진수(Chinsoo Hong)

[정회원]



- 1980년 2월 : 연세대학교 물리학과 (물리학학사)
- 1982년 2월 : 연세대학교 대학원 물리학과 (물리학석사)
- 1993년 1월 : 텍사스주립대학교 대학원 물리학과 (물리학박사)
- 1994년 8월 ~ 현재 : 순천향대학교 전자물리학과 교수

<관심분야>  
디스플레이, 정보통신

배 형 철(HyungChul Bae)

[준회원]



- 2011년 2월 : 순천향 대학교 물리학과 (물리학학사)
- 2013년 2월 : 순천향 대학교 대학원 물리학과 (물리학석사)
- 2013년 3월 ~현재 : 순천향 대학교 대학원 물리학과 (물리학박사과정)

<관심분야>

디스플레이, 정보통신