

성토폭의 확장에 의한 지중응력 결정법 연구

이승현¹, 김응석^{*}

¹선문대학교 건축사회환경학부

Study on the Method of Determination of Vertical Stress Due to Extension of Embankment Width

Seung-Hyun Lee¹, Eung-Seok Kim^{*}

¹Division of Architecture, Architectural Engineering and Civil Engineering, Sunmoon University

요약 본 연구에서는 성토체의 확장에 의해 성토체 하부지반으로 전달되는 연직응력 증분량을 계산할 수 있는 식을 탄성론에 근거하여 유도하였다. 연직응력 증분량 산정식의 유도과정에서는 평면기점의 개념을 적용하여 유도과정을 단순화하였다. 연직응력 증분량 산정식에 의한 계산결과를 수치해석결과와 비교해 보았을 때 성토체 하부지반으로의 깊이가 커질수록 산정식과 수치해석결과 사이의 차이가 감소하였다. 수평방향 거리에 따른 연직응력 증분량을 수치해석결과와 산정식에 의한 결과를 통해 비교해 볼 때 대체적으로 산정식에 의해 예측된 연직응력 증분량이 수치해석에 의한 증분량보다 약간 커서 보수적인 결과를 보임을 알 수 있었다.

Abstract In this study, equation of calculating vertical stress increment developing in underneath of the embankment due to the extension of embankment width was derived through the use of theory of elasticity. Concept of the origin of plane was adopted to simplify derivation procedure for obtaining the equation. Comparing the results of the equation for calculating vertical stress increment with those of the numerical analyses, differences in the magnitudes of vertical stress increments decrease as the depths below embankment increase. Comparing the vertical stress increments with horizontal distances which correspond to certain depth, vertical stress increments obtained from the derived equation were slightly greater than those of numerical analyses.

Keywords : Extension of embankment, Vertical stress increment, Origin of plane, Numerical analysis

1. 서론

최근 들어 늘어나는 교통량을 수용하기 위해 기존 도로를 확장하는 경우가 빈번해 지고 있는데 기존 성토체 위에 있는 도로의 경우 그 폭을 늘리기 위해서는 성토체의 상단폭을 확장하여야 하며 그에 따라 하부지반에 추가적인 연직응력이 가해지게 된다. 성토폭의 확장과 관련된 지반공학적 문제로는 성토체 하부지반의 압밀, 매립구조물의 안전성 등을 들 수 있는데 이러한 경우에 있어 성토폭의 확장에 의해 하부지반으로 전달되는 연직응력 증가량이 얼마가 될지가 관심사가 된다. 본 연구에서

는 탄성론에 근거하여 성토폭의 확장에 의해 하부지반으로 전달되는 연직응력 증분량을 계산할 수 있는 식을 유도하였다. 계산식의 유도과정에 있어서는 평면기점의 원리를 이용하는 간편한 방법을 제시하였으며 계산예를 통해, 유도된 식에 의한 결과와 수치해석결과를 상호비교해 보았다.

2. 이론적 배경

탄성론에 의해 지중응력을 다루는 경우 극좌표를 쓰

^{*}Corresponding Author : Eung-Seok Kim(Sunmoon Univ.)

Tel: +82-41-530-2325 email: hydrokes@sunmoon.ac.k

Received July 10, 2015

Revised September 1, 2015

Accepted October 8, 2015

Published October 31, 2015

면 유용하다. 도로성토 하부지반에서와 같은 2차원 문제에 있어 지중의 미소 흙요소에 작용하는 응력을 극좌표를 써서 나타내면 Fig. 1과 같다.

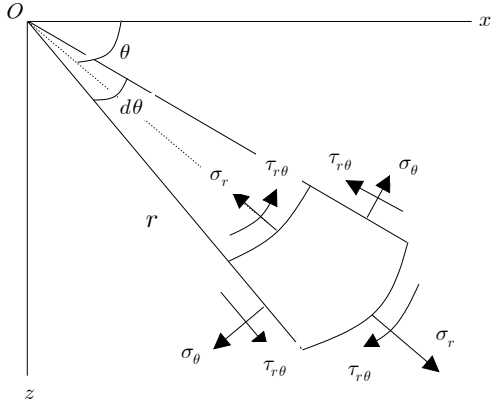


Fig. 1. Infinitesimal soil element under the action of stresses

Fig. 1에 나타난 미소 흙요소에 작용하는 힘의 평형조건을 고려하면 식 (1) 및 식 (2)와 같은 평형미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \quad (2)$$

식 (1)과 식 (2)에 나타난 평형조건식을 만족하는 응력성분들은 식 (3)에서와 같이 응력함수(ϕ)를 도입하여 나타낼 수 있다.

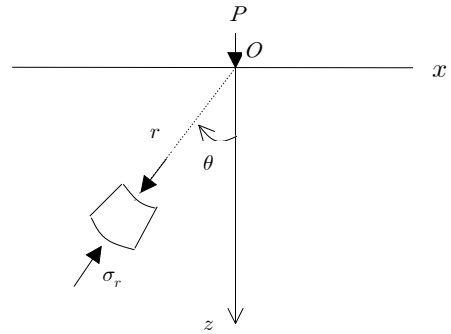
$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)$$

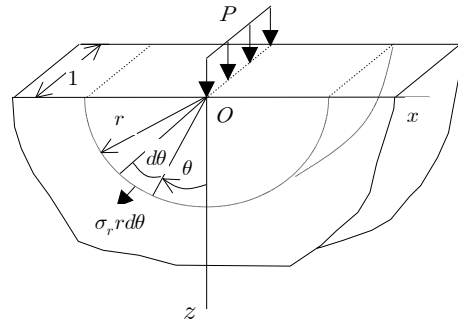
식 (3)으로 표현되는 각각의 응력성분을 구체적으로 구하기 위해서는 다음의 식 (4)와 같은 적합조건식을 만족하는 적절한 응력함수를 결정하여야 한다.

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \\ &\times \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

탄성론에 의한 해를 구하기 위해 먼저 Fig. 2에서와 같이 반무한 탄성지반의 지표면에 선하중이 작용하는 경우를 고려한다. Fig. 2와 관련하여 응력에 대한 부호규약은 압축을 정(+의 값)으로 본다.



(a)



(b)

Fig. 2. Stresses in an elastic half space

Fig. 2에서 하중 P 는 지표면 종방향으로의 단위 길이 당 하중이다. Fig. 2에 나타난 문제와 관련하여 식 (4)의 적합조건식을 만족하는 응력함수는 식 (5)와 같이 표현된다[1,2].

$$\phi = \frac{P}{\pi} r \theta \sin \theta \quad (5)$$

따라서 식 (3)을 이용하여 응력성분들을 식 (6)과 같

이 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{2P \cos\theta}{\pi r} \\ \sigma_\theta &= 0 \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 통해 알 수 있는 바와 같이 식 (5)에 나타난 응력함수를 적용하는 경우 지중에서의 응력 σ_θ 와 $\tau_{r\theta}$ 가 0이 됨을 알 수 있고 반지름 방향의 응력 σ_r 만 0이 아님을 알 수 있다. 식 (6)으로부터 하중 작용점으로부터 r 만큼 떨어진 요소에는 반지름 방향으로 압축응력만 작용하게 되는데 이와 같은 압축응력을 단순압축(simple compression)이라 한다. 식 (6)으로부터 반무한 탄성지반 경계면에 대해서는 하중 작용점을 제외하고 $\sigma_r = 0$ 이므로 경계조건을 만족한다. Fig. 2(b)에 나타난 원통형 표면에 작용하는 응력에 의한 연직방향의 합력은 지표면에 작용하는 하중과 같아야 하는데 이는 다음과 같이 확인된다.

$$2 \int_0^{\pi/2} \sigma_r r \cos\theta d\theta = \frac{4P}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta d\theta = P$$

Fig. 2(a)에 나타난 반지름방향 응력 σ_r 로부터 연직방향응력 σ_z 는 Fig. 3에서와 같이 평면기점(O_p)을 이용하여 쉽게 결정할 수 있다.

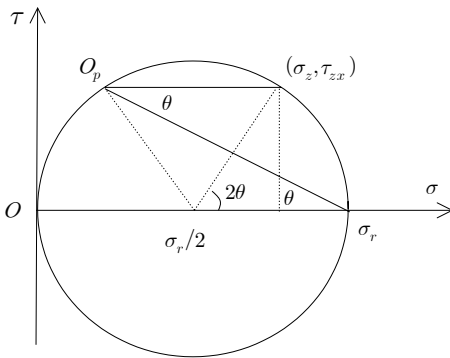


Fig. 3. Determination of σ_z

Fig. 3으로부터 연직응력 σ_z 는 식 (7)과 같이 표현될 수 있음을 알 수 있다.

$$\sigma_z = \sigma_r \cos^2\theta \quad (7)$$

등분포하중이 반무한 탄성지반의 경계면에 작용하는 경우의 응력전달량을 결정하기 위해 Fig. 4를 고려한다.

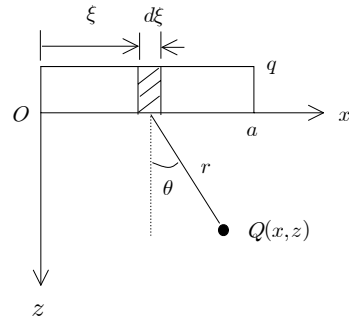


Fig. 4. Stresses due to uniform load

Fig. 4에서 미소 등분포하중 $q d\xi$ 에 의한 Q 점에서의 연직응력증가량 $d\sigma_z$ 는 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} d\sigma_z &= d\sigma_r \cos^2\theta = \frac{2qd\xi}{\pi} \frac{z^3}{r^4} \\ &= \frac{2qd\xi z^3}{\pi [(x-\xi)^2 + z^2]^2} \end{aligned} \quad (8)$$

따라서 Fig. 4로부터 연직응력 증가량 σ_z 는 식 (9)와 같게 된다[3].

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \int_0^a d\sigma_z \\ &= \frac{q}{\pi} \left[\arctan(x/z) - \arctan\left(\frac{x-a}{z}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{zx}{z^2 + x^2} - \frac{z(x-a)}{z^2 + (x-a)^2} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

반무한 탄성지반에 삼각형 분포하중이 작용하는 경우 응력전달량을 결정하기 위해 Fig. 5를 고려한다.

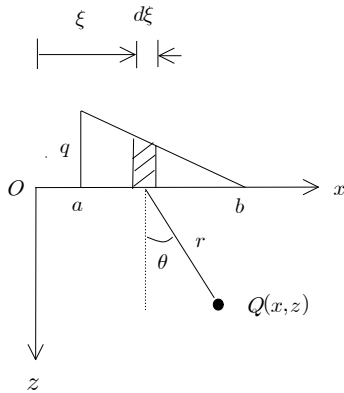


Fig. 5. Stresses due to triangular load

Fig. 5에서 미소 등분포하중 $q[(b-\xi)/(b-a)]d\xi$ 에 의한 Q 점에서의 연직응력증가량 $d\sigma_z$ 는 식 (10)과 같다.

$$d\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \left(\frac{b-\xi}{b-a} \right) d\xi \frac{z^3}{r^4} \quad (10)$$

$$= \frac{2qz^3}{\pi(b-a)} \frac{b-\xi}{[(x-\xi)^2+z^2]^2} d\xi$$

연직응력 증가량 σ_z 는 식 (10)의 적분을 통해 식 (11)과 같게 된다[4].

$$\sigma_z = \int_a^b d\sigma_z \quad (11)$$

$$= \frac{q(b-x)}{\pi(b-a)} \left[\arctan\left(\frac{x-a}{z}\right) - \arctan\left(\frac{x-b}{z}\right) + \frac{z(x-a)}{z^2+(x-a)^2} - \frac{z(x-b)}{z^2+(x-b)^2} \right]$$

$$+ \frac{qz^3}{\pi(b-a)} \left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x-a)^2+z^2} \right]$$

3. 성토폭 확장에 의한 지중응력

성토폭 확장에 따른 지중응력 전달량을 살펴보기 위해 Fig. 6과 같은 성토단면을 고려할 수 있다.

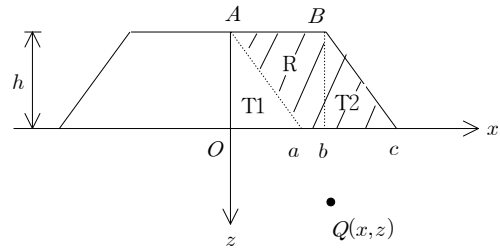


Fig. 6. Stresses due to extension of embankment width

Fig. 6에서 빗금친 부분이 성토체 확장부를 의미한다. Fig. 6에서 성토폭 확장에 의한 지중응력 전달량을 구하기 위해 T_1 과 T_2 그리고 R 로 표현한 세 개의 영역을 고려한다. Fig. 6을 통해 알 수 있듯이 T_1 은 삼각형 AOa 영역을 의미하고 T_2 는 삼각형 Bbc 영역을 의미하며 R 은 사각형 $AObB$ 를 의미한다. Fig. 6에서 성토체 확장에 의해 Q 점에 작용하는 지중응력 전달량(σ_z)은 식 (12)에 나타나 있는 바와 같이 영역 R 에 의해 전달되는 응력($\sigma_{z(R)}$)과 영역 T_2 에 의해 전달되는 응력($\sigma_{z(T_2)}$)에서 영역 T_1 에 의해 전달되는 응력($\sigma_{z(T_1)}$)을 감해줌으로써 구할 수 있음을 알 수 있다.

$$\sigma_z = \sigma_{z(R)} + \sigma_{z(T_2)} - \sigma_{z(T_1)} \quad (12)$$

식 (12)에서 $\sigma_{z(R)}$ 과 $\sigma_{z(T_1)}$ 그리고 $\sigma_{z(T_2)}$ 는 각각 식 (13)과 식 (14) 그리고 식 (15)와 같다.

$$\sigma_{z(R)} = \frac{q}{\pi} \left[\arctan\left(\frac{x}{z}\right) - \arctan\left(\frac{x-b}{z}\right) + \frac{zx}{z^2+x^2} - \frac{z(x-b)}{z^2+(x-b)^2} \right] \quad (13)$$

$$\sigma_{z(T_1)} = \frac{q(a-x)}{\pi a} \left[\arctan\left(\frac{x}{z}\right) - \arctan\left(\frac{x-a}{z}\right) + \frac{zx}{z^2+x^2} - \frac{z(x-a)}{z^2+(x-a)^2} \right] + \frac{qz^3}{\pi a} \left[\frac{1}{(x-a)^2+z^2} - \frac{1}{x^2+z^2} \right] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z(T_2) = & \frac{q(c-x)}{\pi(c-b)} \left[\arctan\left(\frac{x-b}{z}\right) \right. \\ & - \arctan\left(\frac{x-c}{z}\right) \\ & + \frac{z(x-b)}{z^2+(x-b)^2} - \frac{z(x-c)}{z^2+(x-c)^2} \left. \right] \\ & + \frac{qz^3}{\pi(c-b)} \left[\frac{1}{(x-c)^2+z^2} - \frac{1}{(x-b)^2+z^2} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

성토폭 확장에 의한 지중응력 증분량을 정량적으로 살펴보기 위해 Fig. 7과 같은 계산 예를 고려하였으며 탄성론에 의해 유도된 식에 의한 계산결과와의 비교를 위해 수치해석을 수행하였다.

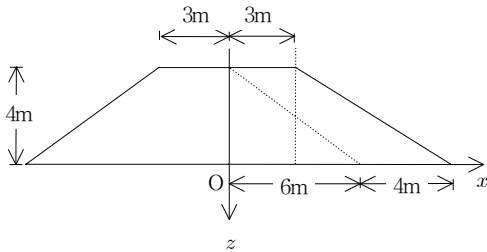


Fig. 7. Example of calculation

Fig. 7에 나타나 있는 바와 같이 계산 예에서는 높이 4m의 성토체를 고려하였는데 성토체의 단위중량은 $20kN/m^3$ 로 보았다. 수치해석은 상용 유한요소해석 프로그램인 ZSOIL을 이용하였다[5]. 수치해석시 성토체 및 하부지반은 선형탄성재료로 모델링하였는데 탄성계수가 100MPa이고 포아송비는 0.3을 적용하였다[6]. 해석에서 고려한 유한요소망은 Fig. 8에 나타나 있는데 해석대상지반은 8절점 사각형요소로 구성되는 연속체로 모델링하였다. Fig. 8에는 성토폭 확장에 의해 추가적으로 가해지는 토체가 진한 색으로 나타나 있는데 해석을 통해, 추가 성토체 작용에 의해 성토체 하부지반에 발생하는 연직응력을 산정하게 된다. Fig. 9에는 수치해석결과 얻은 성토체 확장후의 연직변위 분포도가 나타나 있는데 충분한 경계조건이 만족됨을 알 수 있다.

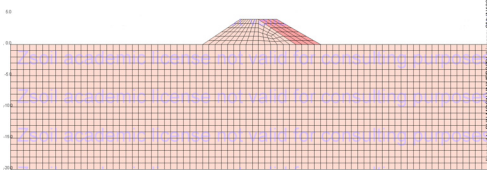


Fig. 8. FEM Mesh

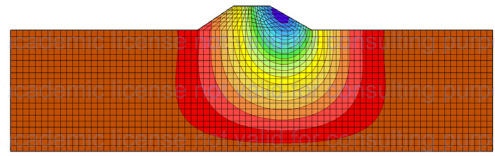
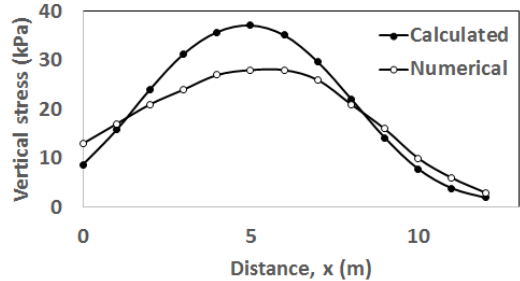
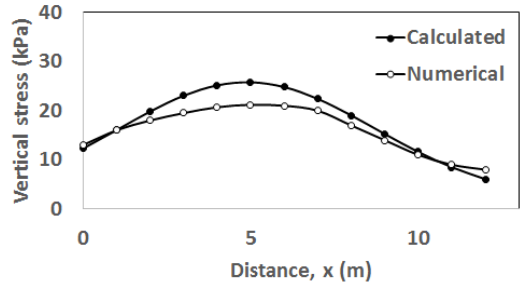


Fig. 9. Map of vertical displacement

성토폭 확장에 의해 발생하는 성토체 하부지반에서의 연직응력 증분량을 깊이 2.5m와 5.5m에 대하여 구해 보았다. 각각의 깊이에 대하여 수평방향으로는 0m에서부터 12m까지 1m씩 증가시켜 연직응력 증분량의 분포를 살펴보았다. 식 (12) 및 수치해석결과를 통해 구한 연직응력 증분량을 나타내면 Fig. 10과 같다.



(a) z=2.5m



(b) z=5.5m

Fig. 10. Vertical stress distribution vs horizontal distance

Fig. 10을 통해 알 수 있듯이 지표면으로부터 깊이가 증가함에 따라 응력전달률이 감소함을 알 수 있으며 응력분포곡선의 형상은 깊이가 증가함에 따라 좀 더 완만한 분포를 보인다. 산정식에 의한 계산결과와 수치해석결과를 비교해 볼 때 대체적으로 산정식에 의한 연직응력 증분량이 수치해석의 그것에 비해 크음을 알 수 있는데 깊이 2.5m 일 경우 산정식에 의한 연직응력 증분량은 수

치해석의 그것에 비해 최대 약 1.3배 컸으며 깊이 5.5m 일 경우 계산결과에 의한 연직응력 증분량은 수치해석의 그것에 비해 최대 약 1.2배 컸다. 따라서 대체적으로 계산결과가 수치해석결과에 비해 보수적인 결과를 준다고 할 수 있다. 수치해석에 의한 결과와 산정식에 의한 결과 사이의 차이는 수치해석의 경우 산정식에서는 고려되지 않는 지반의 탄성계수와 포아송비가 추가적으로 사용되기 때문으로 판단된다.

4. 결론

- 1) 본 연구에서는 성토폭의 확장에 의해 성토체 하부 지반으로 전달되는 연직응력 증분량을 계산할 수 있는 식을 탄성론에 근거하여 유도하였는데 평면 기점을 이용하여 유도방법을 단순화 하였다.
- 2) 연직응력 증분량 산정식에 의한 계산결과를 수치해석결과와 비교해 보았는데 성토체 하부지반으로의 깊이가 커질수록 산정식과 수치해석결과 사이에 발생하는 증분량의 차이가 감소하였다.
- 3) 수평방향 거리에 따른 연직응력 증분량을 수치해석결과와 산정식에 의한 결과를 통해 비교해 볼 때 대체적으로 산정식에 의해 예측된 연직응력 증분량이 수치해석에 의한 증분량보다 약간 컸다.
- 4) 산정식에 의해 예측된 연직응력 증분량은 수치해석에 의한 값보다 커서 본 연구에서 유도한 산정식을 적용할 경우 보수적 설계가 될 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., Theory of elasticity, McGraw-Hill Book Company, 1987, p.97-104.
- [2] Harr, M. E., Foundations of Theoretical Soil Mechanics, McGraw-Hill Book Company, 1967, p.58-69.
- [3] Kolosov, G. B., Application of Complex Diagrams and the Theory of Functions of Complex Variables to the Theory of Elasticity, ONTI., 1935.
- [4] Florin, V. A., Fundamentals of Soil Mechanics, Vols. 1 and 2, Gosstroizdat, Moscow, 1959.
- [5] Zimmermann, T., ZSOIL.PC Getting started. Elmepress international, Lausanne, Switzerland, 2013.
- [6] Bowles, J.E., Foundation analysis and design. McGraw-Hill Book Company, 1988, p.99-100.

이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 건축사회환경학부 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학

김 응 석(Eung-Seok Kim)

[정회원]



- 1997년 2월 : 고려대학교 토목환경공학 (수공학석사)
- 2002년 2월 : 고려대학교 토목환경공학 (수공학박사)
- 2002년 3월 ~ 2004년 2월 : 고려대학교 부설 방재과학연구소 선임연구원
- 2004년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 부교수

<관심분야>

수자원시스템, 상하수도 관망시스템