

지지점 간극을 갖는 다점지지 유연관의 유동하중에 의한 시간응답 이력해석과 상용유한요소 해석코드의 적용

이강희[†]·강흥석*·신창환*

Flow-induced Vibration Time Response Analysis of Loosely Supported Multi-Span Tube using Commercial FEA Code

Kang Hee Lee[†], Heung Seok Kang* and Chang Hwan Shin*

(Received 22 May 2015, Revised 5 June 2015, Accepted 11 November 2015)

ABSTRACT

Time domain response analysis for vibro-impact nonlinear behavior of multi-span tube with loose supports was performed using commercial FEA code and user subroutine. Support geometry of multi-span tube with a finite gap is realistically modeled by analytical rigid surface. Model of hydrodynamic force is based on the Qusai-steady model which accounts for the inclined angle of relative flow velocity and time delay between flow force and resulting tube motion. During tube vibration from flow loading, impact and friction at the support location is simulated using commercial FEA code with master slave contact algorithm. Analysis results has reasonable agreement with those of references and test experience. Plan of further refinement of analysis model and future test verification is briefly introduced.

Key Words : Time Response Analysis(시간응답해석), Support Gap(지지점 간극), Multi-span Tube (다점지지 관), Flow-induced Vibration (유체유발진동), Hydraulic Loading (유동하중), FEA(유한요소해석), Steam Generator Tube(증기발생기 전열관), Fluidelastic Instability(유체탄성불안정), 마멸일률(Wear Work Rate)

기호설명

F_y = fluidelastic hydrodynamic force
 D = tube diameter
 U_∞ = free stream velocity
 ρ = tube density
 C_D, C_L = drag and lift coefficient, respectively
 C_{D0}, C_{L0} = steady drag and lift coefficient, in order
 ω = tube vibration frequency
 θ = angle between mean approach flow velocity vector and resultant velocity vector

τ = time delay between hydrodynamic force and resultant tube response(= $\mu D/U_G$)
 μ = flow retardation parameter, refer to (10)
 U_G = reference gap velocity

1. 서론

원자력 발전소의 증기발생기 전열관 다발은 기기 내부로 흐르는 고온의 냉각재 유동으로 상시 진동하지만, 경우에 따라 진동변위가 급격하게 증가되는 불안정현상(유체탄성불안정, fluidelastic instability)이 발생되어 전열관에 심각한 마멸손상이 초래될 수 있다^{(1,2)}}.

유체탄성불안정은 증기발생기 전열관에서 발생할 수 있는 가장 심각한 손상 유형의 하나로, 그 임계상

[†] 정회원, 한국원자력연구원

leekh@kaeri.re.kr, kaeri.leekh@gmail.com

TEL: (042)868-2298 FAX: (042)863-0565

* 한국원자력연구원 경수로핵연료기술부

태는 무차원 질량-감쇠비 파라미터를 이용한 예측모델에서 주어진 실린더 배열과 관의 치수비, 유체의 물성, 관의 고유진동수와 감쇠비의 값에 따라 비교적 용이하게 결정할 수 있지만³⁾, 관이 불안정화 될 때 감쇠비의 값이 음이 되는 현상(negative damping)과 진동응답과 유체작용력 사이의 시간지연(time delay)이 불안정 거동에 미치는 영향, 그리고 임계상태의 유체 작용력에 관한 정보를 주지 않는다. 또한 실제적인 단상(single phase) 유동문제에 적용할 수 있는 다수의 예측모델이 있지만, 이상유동(two phase flow) 문제에 관해서는 많은 개선이 필요해 보인다⁴⁾. 이와 같이, 원자력 발전에 이용되는 주요한 기기들의 동적인 거동과 불안정 현상을 근본적으로 이해하고 예측하는 것은 안전한 핵심기기를 설계하고 운용하는데 필수적인 요소라고 생각된다.

한편, 증기발생기 전열관을 지지하는 격자구조는 의도적인 간극(gap)을 가지고 있으며 이로 인하여 지지점에는 불규칙한 충격과 마찰현상이 빈번하게 발생된다. 이러한 힘은 전열관의 진동변위나 속도의 선형 함수로 표현되지 않기 때문에 결과적으로 증기발생기 전열관은 비선형적으로 진동하게 되며, Sauev⁵⁾, Hassan⁶⁾과 Park⁷⁾은 이러한 문제를 증기발생기 전열관^{5,6)}과 핵연료 봉의 유체유발진동 문제⁷⁾에 각각 적용하고, 지지점 간극을 비선형 스프링-감쇠요소로 가정하여 수치해석적으로 풀었다. 그러나, 간극 지지점의 충격과 마찰력을 단순한 형태의 수학적 모형과 이론모델로 가정하는 것은 물리적인 현상 재현에 무리가 있고, 접촉부를 정의하는 실험상수(예, 접촉강성) 등을 확인하기 위해서는 상당한 노력이 필요하다. 아울러, 증기발생기 전열관에 작용하는 수력하중은 Fig. 1과 같이 증기발생기 내부 전열관의 위치, 유동방향과 분포, 그리고 기포율 등에 의존적으로 변화되므로, 상기의 방법은 실제적인 규모의 증기발생기 전열관의 문제에 적용하기에는 한계점을 가지고 있다.

이러한 관점에서, 지지 구조를 실제에 가까운 3차원 형상으로 모델링하고 지지부 거동을 전통적인 전산모사 방법으로 표현할 수 있다면, 증기발생기 전열관의 비선형 충격진동 거동을 상용코드를 이용하여 수치해석적으로 예측하는 것이 가능하다. 이것은 원전기기 주요 요소들에 대한 구조 건전성을 평가하는 실질적인 수치 해석방법을 제안하는 관점에서 유용하며, 본 연구의 동기와 관심사이기도 하다. Eisinger⁸⁾와

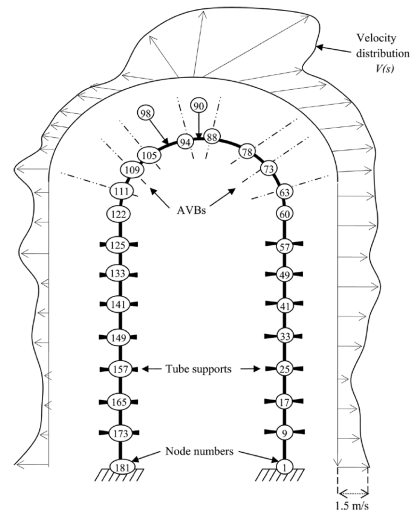


Fig. 1 Typical coolant flow distribution inside the steam generator(8)(Numbers in circle indicates node number)

Sawadogo⁹⁾는 증기발생기 전열관이 각각 단상과 이상 유동 조건에서 진동할 때, 정상조건을 포함한 임계상태에서 충격진동 시간응답을 상용코드와 user subroutine을 이용하여 수치해석하고, 시험결과와 비교하였다. 이와 같은 연구와 해석 코드개발 노력은 대부분 상업적인 목적과 일부 규제요건 마련이나 원전 기술개발을 위해서 정부 주관으로 수행되고 있는 것으로 파악된다.

이상과 같이, 지지점 간극을 갖고 다점지지된 관 구조물의 진동해석과 손상평가는 정상상태를 가정하는 주파수 공간 해석방법이 아닌, 비선형 응답의 계산을 위해 시간이력 해석방법을 통하여 실시간 진동 응답과 손상 가능성을 평가해야 할 필요성이 있다. 본 연구에서는 상용코드 ABAQUS와 user subroutine을 기반으로 상기와 같은 시간이력 해석을 참고문헌⁵⁾에 제시된 수치예제를 이용하여 수행하고, 해당 문제에 관한 국내 설계코드 개발의 기반기술을 마련하고자 한다. 본 연구의 최종적인 목표는 정상조건의 유동하중을 포함한 임계상태의 유체 탄성력이 작용할 때 증기발생기 전열관의 비선형 충격진동 거동과 임계상태를 예측하는 실질적인 수치해석모델을 개발하고 실험적으로 검증하는 것이다.

2. 수치해석 모델과 해석결과

해석에 이용된 수치해석 예는 Fig. 2와 같이, 분포하

중을 받는 4개의 스펠과 4개의 지지점으로 구성된 2차원 외팔보로, 유한요소는 파이프 단면을 갖는 Timoshenko 보요소와 절점질량으로 모델링하였다. 증기발생기에서 활용되는 일반적인 형태의 평판형 (flat-plate type) 지지부는 코드에서 제공하는 해석적인 강체면(analytical rigid surface)으로 단순화시켜 가정하고, 일정한 크기의 간극만큼 전열관의 중심선과 이격시켜 지지부를 정의하였다. 3차원으로 모델이 확장되는 경우에는 지지부의 실제 형상과 동일하게 강체면을 정의할 수 있다. 강체면과 전열관 사이의 접촉 및 마찰 조건은 master slave contact 알고리즘을 적용하였고, 접촉조건에 대한 제한조건으로 kinematic contact 방법을 적용하였다. 참고로, 마찰계수는 건조마찰과 충격에 따른 국부 미끄럼 조건임을 감안하여 0.25로 가정하였으나 냉각재가 윤활제로 작용하는 경우에는 이보다 작은 값을 사용해야 할 것으로 생각된다. 다만, 마찰계수는 상수가 아니라 여러 가지 조건(전열관의 변위, 수직접촉하중, 윤활제 등)에 의해서 변화되는 동적인 변수로 고려해야 하며, 필요에 따라 접촉부의 마찰상수를 user subroutine에 포함시켜 계산되는 과정에서 변화되는 입력으로 고려해야 할 필요성이 있다.

해석은 ABAQUS 6.13-2버전과 explicit dynamic analysis 코드를 이용하여 0.25초 동안 수행하였다. 분포된 유동하중의 크기와 모형은 참고문헌⁽⁵⁾의 수치해석 결과와 비교하기 위해서, Fig. 2와 같이 절점 위치에 따라 크기와 방향이 변화되는 형태로 정의하였다. Hassan⁽⁶⁾, Eisinger⁽⁸⁾, Sawadogo⁽⁹⁾ 등이 제안한 바와 같이 전열관의 변위나 속도에 의존적인 유동하중을 해석문제에 적용하기 위해서는 ABAQUS user subroutine인 vuamp와 vload/vdsload를 이용하여 상용코드 해석과정에 생성되는 중간 응답(특정 절점 위치의 변화와 속도)을 상태변수로 받아들여 외부 프로그램에서 확인/수정하고, 상용코드의 입력값으로 돌려주는 프로그래밍이 필요했다. 위치에 따라 변화되는 유동분포와 기포율, 그리고 그에 따라 변화되는 유한요소 물성의 변화는 ABAQUS user subroutine인 vuel을 이용하여 프로그램으로 반영해야 하는데, 이러한 부분은 후속 연구내용을 계획하고 있다.

Fig. 3은 지지점 간극을 갖는 다점지지 전열관의 정현파와 분포하중에 대한 0.25초 동안의 해석결과로, 외팔보 끝단 지지점에서의 상하방향 진동응답과 지지점 반력 시간이력 파형을 나타낸다. 이러한 결과는 참고문헌⁽⁵⁾의 결과와 비교했을 때(Fig. 3), 시간이력의

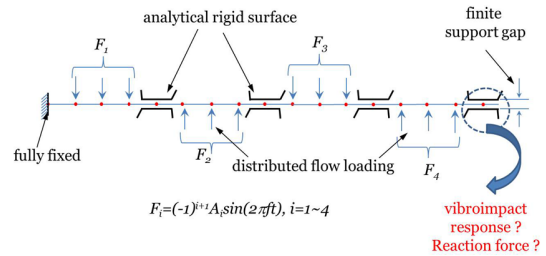


Fig. 2 Numerical Model for Analysis Example

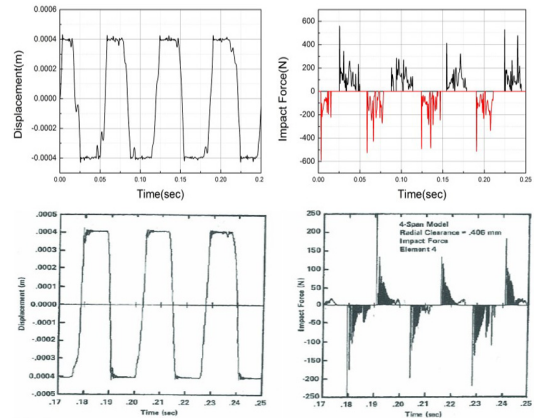


Fig. 3. Analysis results; time history of the vibration displacement and reaction impact force at the end support location, compared with results from the reference (support clearance = 0.406 mm)⁽⁵⁾

파형과 값의 크기 관점에서 타당한 것으로 비교되며, 근사한 조건으로 수행된 이전의 실험적 측정결과와 비교할 때 충분히 유의한 결과로 생각된다. 제시된 결과에서 보여지는 응답의 국부적인 차이는 간극을 갖는 지지부의 모델링 방법과 접촉부를 정의하기 위해서 이용된 물리상수의 차이 때문인 것으로 판단된다.

3. 유동에 의한 수력하중

증기발생기 내부 전열관 다발 틈새를 흐르는 단상과 높은 기포율의 이상유동에 의해서 전열관에 작용하는 유동 하중(hydro-dynamic force)는 크게 난류에 의한 랜덤하중과 유체 탄성력에 의한 하중으로 대별된다. 전자는 정상 유동조건에서 전열관이 진동할 때 응답의 크기 변화와는 무관하게 작용하며, 제곱스펙트럼 밀도함수로 정의되는 표준화된 모델⁽¹⁰⁾을 근거하여 역 푸리에 변환(Inverse Fourier Transform)

한 후, 하중이력을 계산하고 해석 모델의 분포된 절점하중으로 작용시킬 수 있다. 후자는 정상조건을 포함하여 유속이 임계상태에 가까워지는 비정상조건에서 전열관 응답의 크기 변화에 따라 의존적으로 변화되는 하중이며, 참고문헌(8,9)에서와 같이 특정한 유체탄성 불안정 해석모델을 근거로 식 (1)와 같은 수학적인 모형을 유도될 수 있다. 중요한 것은 유동이 관 군 내부 틈새 유동 채널로 진입할 때 전열관이 유동과 수직인 방향으로 진동함에 따라 형성되는 상대적인 각도의 영향(Fig. 4)과 아울러 전열관에 작용하는 수력하중과 응답 사이의 시간지연(time lag, τ) 효과를 반영해야 한다는 것이다. 편의상 문제의 차원을 2차원으로 가정하고 기울어진 상태로 작용하는 상대유속을 고려하면, 전열관에 작용하는 수직 및 수평방향 수력하중은 일정한 각도로 기울어져 관에 작용하는 양력 및 항력을 이용하여 Fig. 4와 같이 용이하게 표현해 볼 수 있다.

또한 수력하중과 응답 사이에서 발생하는 시간지연 효과는 이웃하여 위치하는 실린더 배열(row)을 가정하고, 중심부의 관 하나가 한쪽 방향으로 편위(혹은 변위)하면, 그에 따라 실린더에 작용하는 수력하중도 함께 변화되는데, 수력하중은 관성을 가지기 때문에 관의 위치변화에 대해서 순간적으로 변화하지 않고 일정한 시간간격만큼 기다렸다가 따라가는 방식으로 변화되는 것을 의미한다. 이처럼 유체작용력과 변위 사이의 시간지연이 고려되면, 시간 지연의 값이 복소 승수의 지수함수로 표현되는 관의 변위를 통해서, 관의 진동 속도와 같은 위상을 갖는 수력하중 성분이 운동방정식에 포함되고, 이것이 전체 진동계의 감쇠특성에 다시 영향을 미치게 된다. 이처럼 유체작용력과 실린더의 변위 사이에 발생하는 시간 지연 효과는 전열관의 불안정 거동에 큰 영향을

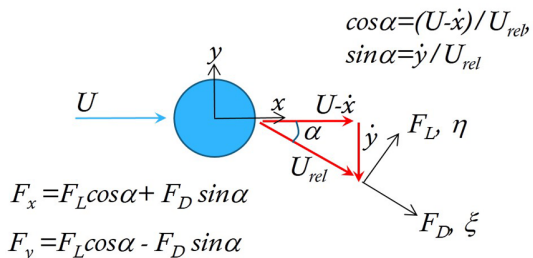


Fig. 4 Inclination angle of relative flow velocity between cylinder velocity and free stream velocity vector. Representation of flow loading vector

미치게 되는데, 시간지연이 양의 방향으로 작용하면 증가되는 유체 감쇠력을 만들어 내고, 시간지연이 음의 부호로 작용하면 음의 감쇠력을 만들어 내서 진동계 전체 감쇠를 0으로 만들 수 있다. 이것이 감쇠인자에 기인한 유체탄성불안정(damping controlled fluidelastic instability)의 발생원리가 된다(10,11).

$$F_y = \frac{1}{2} \rho D U_\infty^2 \left[C_{L0} - \left(\frac{2C_{L0}}{U_G} + \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} \frac{\partial C_L}{\partial x} \right) \dot{x} - \left(\frac{2C_{L0}}{U_G} + \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} \frac{\partial C_L}{\partial y} \right) \dot{y} + \cos(\omega\tau) \left(\frac{\partial C_L}{\partial x} x + \frac{\partial C_L}{\partial y} y \right) \right] \quad (1)$$

상기 식(1)에서 정의된 수력하중 상수들과 이들의 위치에 따른 변화율은 기포울의 변화와 레이놀드수에 따라 변화되는데, 참고문헌(12)은 다양한 조건의 기포울과 유동조건에서 수력하중 상수들을 실험적으로 측정하고 이들의 상관성을 연구하였다. Fig.5는 실린더 관군에서 중심에 위치하는 실린더가 진동할 때 작용하는 수력하중 상수의 전형적인 예시를 보여준다. 흥미로운 점은 양력방향으로 작용하는 힘의 계수는 횡방향의 실린더 변위에 대해서 급격한 변화를 보여주고 있고 이러한 계수의 영향이 다시 실린더의 동적 불안정 발생에 기여하게 된다. 문제를 조금 더 단순화 시키는 관점에서 전열관의 축방향 진동을 무시하면, 전열관의 횡방향으로 작용하는 수력하중은 정상조건 항력계수(CD0)와 양력계수의 종방향 변화율 ($\partial C_L / \partial y$) 정보만을 필요로 하게 되고, 후자는 실린더의 변위량과 레이놀드수에 따라 변화되는 음의 상수 값으로 참고문헌(9,10,12)을 참고하여 얻어낼 수 있다.

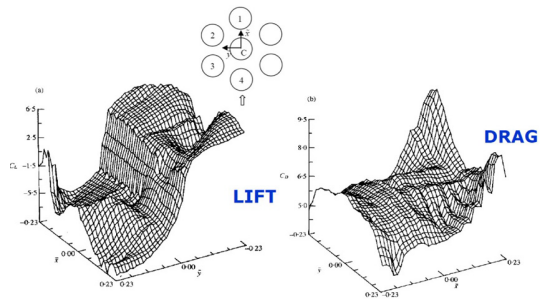


Fig. 5. Typical variation of drag and lift force coefficient with the relative cylinder displacement, in a cylindrical cluster

끝으로, 시간지연은 관 배열의 구조와 관의 진동 변위, 그리고 유동조건(특히 유속)에 따라 변화되는 값으로 정의될 수 있으며, 참고문헌⁽¹⁰⁾에서와 같이 관 배열의 피치와 간극유속의 상수 비로 선형 근사화시킬 수 있다면, 관의 물리적인 변위에 비례하는 것으로 가정되는 수력하중의 수학적 형태에서 관의 주파수 값을 인자로 갖는 삼각함수 항을 갖게 되는 것을 피할 수 없다. 이 때문에, 절점에 작용하는 실시간 수력하중을 계산하기 위해서는 식(1)에서와 같이 관이 진동할 때의 주된 주파수 성분에 대한 정보를 필요로 하게 된다. 그런데, 지지점 간극을 갖는 관의 비선형 진동문제에서 전열관의 고유진동수를 확인할 수 있는 방법은 없다. 실제로 순간적인 진동주파수를 실시간으로 확인해야 하는데, 이것은 계산된 일정 시간의 응답으로부터 이를 포리에 변환하고, 변화된 결과로부터 일정한 주파수 구간에서 나타나는 주된 주파수 성분을 찾아서 적용해야 했다. 본 연구에서 이용된 일정 시간의 기준은 전열관을 지지하는 모든 간극 지지점이 비활성상태(*inactive mode*)로 떨어져 있다고 가정된 선형 진동문제의 고유진동수를 근거로 하였다.

4. 유동하중에 의한 전열관 시간응답해석

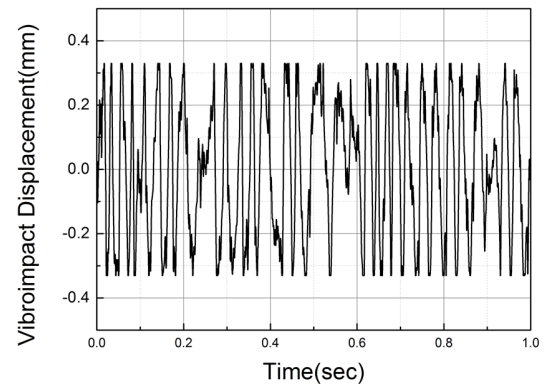
다점 지지된 증기발생기 전열관의 유동하중에 의한 시간응답 해석은 2장에서 제시된 4스팬-4간극 지지점 수치해석 모델에 유동에 의한 수력하중을 절점기준으로 작용시켜 아래와 같이 수행되었다. 해석에 이용된 대상 전열관은 회전 사각배열(*rotated square array*)의 내부 전열관의 하나로 가정하고, 제원과 물리적 특성은 Table 1과 같다.

전열관 내부/외부의 점유 유체에 의한 부가질량(*added mass*)은 비구조 질량(*nonstructural mass*)로 가정하여 해석모델의 절점질량으로 포함하였다. 해석의 대상이 횡류유속이 상대적으로 큰 증기발생기 상부

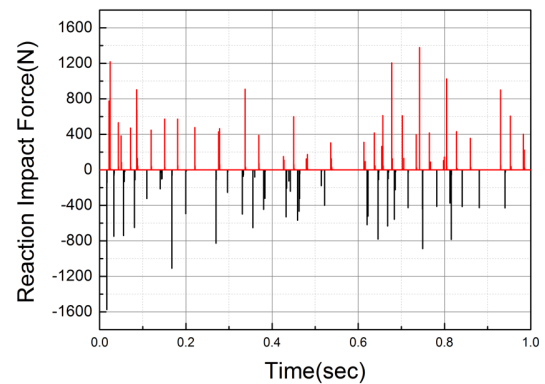
Table 1. Tube dimension and physical properties

Tube Diameter = 19.05 mm, Thickness = 1 mm
P/D = 1.64(Pitch = 31.26 mm)
Elastic Constant = 208.7 GPa
Poisson's Ratio = 0.29
Tube Density = 8027 kg/m ³ (Note, Inconel 690)
Nominal Gap Clearance = 0.33 mm
Modal Damping Ratio = 0.04 (Measured Data)

곡관부 영역의 한 섹션이거나 하부 입구 영역에 위치하는 전열관의 한 섹션을 감안할 때, 해석에 적용된 기포율의 값은 평균적인 값인 60 %정도로 가정하였고, 횡방향 유속은 전체 스펠에 걸쳐 2 m/s로 일정한 것으로 가정하였다. Fig. 6는 끝 지지점에서 얻은 전열관의 수력하중에 의한 1초 동안의 진동 응답과 지지점에서 발생한 상/하 지지부의 충격 반력 시간이력 해석결과를 보여준다. 본 해석에 적용된 하중은 과도유동 조건(정상 유동조건 2배)에 대응되는 수력하중으로 절점기준으로 분포된 값으로 적용되었다. 계산된 진동응답 시간이력은 랜덤한 난류 하중에 의한 것보다는 특정한 주기를 갖는 유체탄성 수력하중에 지배적인 영향을 받았던 것으로 생각된다. 특별히 위/아래 간극 지지점과의 충돌 전후에 진동응답의 급격한 변화가 관찰되며, 지지점에서 계산된 충격 반력은 예상했던 것보다 탄성충돌에 가까운 해석결과를 보여주고 있다.



(a) Vibro-impact displacement



(b) Reaction impact force at the end support

Fig. 6 Analysis Results

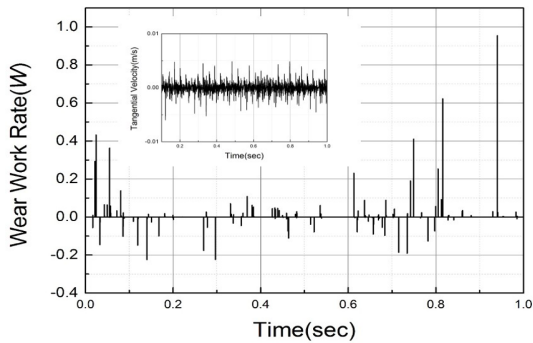


Fig. 7 Wear work rate from the impact force and tangential velocity(as shown in embedded small figure) at the support.

Fig. 7는 상기에서 계산된 충격력(FN)과 지지점에서의 접선방향 실린더 진동속도(vt)를 이용하여 계산한 단위 시간당 마멸일률을 보여준다. 단위 시간당 마멸일률의 값(W)은 식(2)를 이용하여 계산하였다.

$$\dot{W} = \frac{1}{T} \int_0^T F_N v_t dt \quad (2)$$

흥미로운 점은 계산되는 마멸일률의 침투 값이 큰 충격력이 발생할 때 일률적으로 나타나지 않고, 접선방향 실린더 속도와의 곱에 의한 조합으로 계산된다는 것이다. 이것은 큰 충격력이 작용하여도 작은 미끄럼 속도로 실린더가 진동하거나 이와는 반대의 경우에서도 역시 마멸 일률의 값이 큰 값으로 나타나지 않을 수 있음을 의미하는 것이다.

이상과 같은 관점에서 간극 지지점을 갖는 전열관이 유동하중에 의해서 진동할 때, 지지점에서 발생하는 불규칙한 충격력과 미끄럼 변위에 의한 마멸손상문제는 확률론적인 기법으로 문제를 풀어 손상 가능성을 평가해야할 필요성이 있는 것으로 보여진다. 다만, 이제까지 제시된 결과는 1차적인 해석결과로 향후 해석모델의 확장, 유동와 기포율에 대한 분포 특성의 반영, 랜덤 압력하중의 측정과 보정, 개선된 유체탄성 수력하중 모델의 적용, 해석모델의 검증을 위한 비교실험 등을 계획하고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 증기발생기 전열관 직관부의 유동하중에 의한 충격진동 비선형 응답을 상용유한요소 해석 코드인 ABAQUS와 user subroutine을 이용하여

계산하였다. 수치해석 예제와 실제 유동하중을 적용하여 계산된 해석결과는 참고 문헌의 결과와 비교할 때, 타당하며 유의한 결과로 보여진다. 향후, 해석모델을 증기발생기 전열관 전체모델로 확장하고, 전열관의 위치에 따라 변화되는 유동분포와 기포율의 변화를 반영하여 해석모델을 개선할 필요성이 있다.

후 기

이 논문은 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 원자력연구개발사업 연구임.(NRF-No. 2012M2A8A5025825)

참고문헌

- (1) USNRC homepage, SONGS Steam Generator Tube Degradation, <http://www.nrc.gov/info-finder/reactor/songs/tube-degradation.html>.
- (2) Weaver, D. S., and Fitzpatrick, J. A., 1988, "A review of flow induced vibration in heat exchangers," *J. Fluids & Struct.*, Vol. 2, pp. 73-93.
- (3) Corners, H. J., 1970, Fluidelastic Vibration of Tube Arrays Excited by Cross flow, Flow induced vibration in heat exchangers(ed. D.D. Reiff), ASME, New York, NY, pp. 42-56.
- (4) Nakamura, T., et al, 2004, "Development of guideline for fluidelastic vibration in steam generator," NUTHOS-6, Nara, Japan, October 4-8.
- (5) Sauve, R., and Teper, W., 1987, "Impact simulation of process equipment tubes and support plates-a numerical algorithm," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol. 109, pp. 70~79.
- (6) Hassan, M., et al, 2010, "Numerical estimation of fluidelastic instability in tube array," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol. 132, pp. 041307-1~11.
- (7) Park, N., et al, 2011, "Dynamic response of a nuclear fuel rod impacting on elastoplastic gapped supports," *Nucl. Eng. & Design*, Vol. 241, pp. 4862~4873.
- (8) Eisinger, F. L., et al, 1995, "Numerical simulation of cross-flow - induced fluidelastic vibration of tube arrays and comparison with experimental results," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol. 117, pp. 31-39.
- (9) Sawadogo, T. and Mureithi, N., 2013, "Time domain simulation of the vibration of a steam generator tube subjected to fluidelastic forces induced by two-phase cross flow," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol. 135, pp. 030905-1~12.

- (10) Price, S. J. and Paidoussis, M. P., 1984, "An improved mathematical model for the stability of cylinder rows subject to cross-flow," *J. of Sound & Vib.*, Vol. 97, No. 4, pp. 615-640.
- (11) Mahan, J. and Meskell, C., 2013, "Estimation of the time delay associated with damping controlled fluidelastic instability in a normal triangular tube array," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol. 135, pp.030903-1~7.
- (12) Shahriary, S., Mureithi, N. and Pettigrew, M., 2007, "Quasi-static forces and stability analysis in a triangular tube bundle subjected to two-phase cross-flow," *ASME conference proceedings*, 42827, pp. 245-252.