

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2015.39.1.019>

ISSN 1226-4873(Print)  
2288-5226(Online)

## 주파수 영역에서의 성능 신뢰도 향상을 위한 메타 모델을 이용한 설계 방법

손 영 갑\*\*

\* 안동대학교 기계자동차공학과

### Meta-model-based Design Method for Frequency-domain Performance Reliability Improvement

Young Kap Son \*\*

\* Dept. of Mechanical & Automotive Engineering, Andong Nat'l Univ.

(Received June 9, 2014 ; Revised November 17, 2014 ; Accepted November 17, 2014)

**Key Words:** Degradation(열화), Extreme-value(극치값), Meta-model(메타 모델), Performance reliability(성능 신뢰도), Set-theory(집합이론), Variation(변량)

**초록:** 본 논문은 변량 및 열화를 가지는 부품들로 구성된 동적 시스템에 대하여 주파수 영역에서 성능 신뢰도를 향상시키기 위한 설계방법을 제안한다. 제안하는 설계방법은 이산화한 주파수로 주파수 범위를 표현하고 각 주파수에서 응답의 규격 대비 순응도를 이용하여 주파수 영역에서의 성능 신뢰도를 모델링한다. 성능 신뢰도 추정시 계산 시간의 효율성을 높이기 위하여 주파수 응답에 대한 메타 모델과 극치값, 그리고 Set-theory를 적용한다. 또한 표본추출기법을 이용하여 추정한 성능 신뢰도를 평가하고 최적화할 수 있는 방법을 제시하였다. 진동저감 시스템의 설계에 적용하여 제안한 설계방법의 응용성을 나타낸다.

**Abstract:** This paper proposes a design method for improving the frequency-domain performance reliability of dynamic systems with uncertain and degrading components. Discrete frequencies are used in this method as surrogates for the frequency band of interest, and the conformance of the frequency responses to the specification at these frequencies is utilized to model the frequency-domain performance reliability. A meta-model for the frequency responses, an extreme-value event, and the set-theory are integrated to improve the computational efficiency of the reliability estimation. In addition, a sample-based approach is presented to evaluate and optimize the estimated performance reliability. A case study of a vibration absorber system showed that the proposed design method has engineering applications.

### 1. 서론

공학 시스템의 물성치와 치수와 같은 부품 파라미터는 불확실하고 운용 시간과 사용에 따라 열화된다. 이러한 열화로 인하여 시스템의 성능이 변화하여 규격을 점차적으로 만족시키지 못한다. 제품이 시장에 진입하는 초기 시점에서 성능의 설계 규격에 대한 비순응도(nonconformance)를

품질 손실(loss of quality)이라 한다. 운용 시간(operation time)과 사용에 따라 품질 손실은 증가하여 시스템이 작동하지만 성능이 설계 규격을 만족시키지 못하게 되어 고장이 발생하고 성능 신뢰도(performance reliability)를 저하시킨다. 선정된 보증 기간 전에 고장이 발생하는 경우 품질비용이 증가하고 인명 사고 등을 유발할 수 있다.

부품의 변량과 열화를 고려한 시스템의 성능 신뢰도 추정 및 설계에 관한 연구는 시스템 응답에 대한 역학적 모델과 부품의 열화에 대한 정보

† Corresponding Author, [ykson@anu.ac.kr](mailto:ykson@anu.ac.kr)

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

가 운용 시간의 함수로 주어진 경우에 국한되어 수행되어 왔다. 성능 신뢰도 추정 및 최적화를 위하여 대부분 MCS(Monte Carlo Simulation)를 응용한 방법이 사용되었다.<sup>(1,2)</sup> MCS 방법의 계산 시간(computation time)의 비효율성과 샘플 수에 따른 정확성 문제를 극복하기 위하여 Son과 Savage는 Set-theory에 기반을 둔 성능 신뢰도 추정방법을 제시하고 정적(static) 시스템의 신뢰도 추정에 적용하였다.<sup>(3)</sup> 제안한 방법은 스트레스의 변량에 따른 불규칙적으로 변화하는 열화 현상 및 신뢰도 추정시 계산 시간에 대한 효율성을 증가시키기 위하여 인접한 두 시점에서의 고장확률로부터 단위 시간 동안에 증가하는 고장확률을 근사화하고 FORM(First-Order Reliability Method)를 적용하여 누적고장확률을 평가하였다. 또한 Son과 Savage는 기존 연구를 확장하여 Set-theory에 표본 추출기법을 적용할 수 있는 방법을 제안하여 신뢰도를 추정하였다.<sup>(4)</sup> Son 등<sup>(5)</sup>은 부품의 변량과 열화를 가지는 시스템의 경제적인 신뢰성 향상을 구현하기 위하여 품질손실 비용함수를 Set-theory로부터 유도되는 누적고장확률 함수를 이용하여 정의하고 품질손실 비용함수를 최적화할 수 있는 설계 방법을 제시하였다. 그러나 기존 연구<sup>(3~6)</sup>에서 제시한 설계방법은 시스템 응답에 대한 역학적 모델이 알려진 정적 시스템에 제한되어 적용될 수 있다는 단점이 있다.

메타 모델(meta-model)은 시스템의 응답을 나타내는 역학적 모델이나 음함수(implicit function)로 표현되는 응답 등에 대한 모델을 나타낸다. 일반적으로 실험계획(design of experiments)과 적합식(fitting function)을 이용하여 메타 모델을 구성하는데, 실험계획을 통해 입력 데이터를 선정하고 입력 데이터에 대한 출력 데이터를 역학적 모델이나 실험적 모델을 이용하여 평가한다. 입력 및 출력 데이터를 적합할 함수에 적용함으로써 메타 모델을 구축한다. 다항식 형태의 반응 표면, 인공 신경망, 방사형 기저 함수(radial basis function), 크리깅(kriging) 등이 메타 모델로 사용되고 있다. 통계적인 역학 시스템에 대한 메타 모델을 구성하는데 사용되는 PCE(Polynomial Chaos Expansion)는 다항식 형태의 반응 표면의 예이다. 메타 모델은 MCS의 정확성에 영향을 미치는 샘플 크기 선정문제와, 복잡한 시스템 모델에 대한 장기간의 해석 시간 필요성과 같은 계산 시간의 문제점

을 극복할 수 있는 방법으로 다양한 시스템에 적용되고 있다.

Manan과 Cooper<sup>(7)</sup>는 PCE 방법을 이용하여 변량을 가지는 구조 시스템에 대한 주파수 영역에서의 응답에 대한 범위를 추정하였다. LHS(Latin Hypercubic Sampling) 기법을 이용하여 정의한 입력 데이터를 유한 요소 모델에 적용하여 주파수 영역에서의 응답을 평가하여 출력 데이터로 정의하고 적합식의 상수값들을 추정함으로써 주파수 응답에 대한 PCE 모델을 구성하였다. 다항식의 차수를 증가시키면 PCE를 이용한 모델의 정확성을 높일 수 있다. 그러나 차수가 증가함에 따라 추정할 상수값의 개수가 지수적으로 증가하기 때문에 입력 데이터의 개수를 증가시키고 차수를 증가시키는 것이 계산의 비효율성을 유발할 수 있다.<sup>(8)</sup> Savage 등<sup>(9)</sup>은 변량과 열화를 가지는 부품들로 구성된 동적 시스템에 대하여 크리깅 메타 모델을 이용하여 신뢰도를 추정하는 방법을 제시하였다. 시간 영역을 사이클 시간(cycle time)과 서비스 시간(service time)으로 분류하여 각각 서비스 시간에서 사이클 시간에 따른 동적 시스템의 응답에 대한 메타 모델을 구성하여 성능을 추정하고 규격에 대한 순응도 평가함으로써 신뢰도를 추정하였다. 서보 시스템에 신뢰도 추정 방법을 적용하였으며 다양한 메타 모델에 대한 오차를 분석하였다. 또한 Savage와 Son은 변량을 가지는 부품들로 구성되는 동적 시스템의 주파수 영역에서 주파수 응답에 대한 1개의 메타 모델을 구성하고, 크리깅 메타 모델을 이용하여 관심있는 주파수 범위에서 주파수 응답의 규격 대비 순응도를 최적화하는 설계 변수를 선정하는 방법을 제안하였다.<sup>(10)</sup> 제안한 방법을 2차 동적 시스템의 진동을 저감할 수 있는 진동저감 시스템 설계에 적용하였다. 그러나 설계가 가능한 범위 중 일부 범위만을 고려한 입력 데이터를 이용하여 1개의 메타 모델만을 구성함으로써 제한적인 설계범위만을 고려하였다.

본 논문은 변량 및 열화를 가지는 부품들로 구성된 동적 시스템에 대하여 주파수 영역에서 성능 신뢰도를 향상시키기 위한 설계방법을 제안한다. 제안하는 방법은 기존 연구의 역학적 응답 모델이 주어진 경우에만 적용할 수 있는 응용성 문제 및 1개의 메타 모델 구성에 따른 설계범위에 대한 제한성 문제를 극복할 수 있다. 제안하

는 설계방법은 이산화한 주파수로 주파수 범위를 표현하고 각 주파수에서 응답의 규격 대비 순응도를 이용하여 주파수 영역에서의 성능 신뢰도를 모델링한다. 계산 시간의 효율성을 높이기 위하여 주파수 응답에 대한 메타 모델과 극치값(extreme value), 그리고 Set-theory를 적용하여 성능 신뢰도를 추정한다. 그리고 표본추출기법을 이용하여 추정한 성능 신뢰도를 평가하고 최적화할 수 있는 방법을 제시한다. 또한 진동저감 시스템 설계에 적용하여 제안한 설계방법의 응용성을 평가한다. 제안한 설계방법은 시스템 변수의 분포 특성을 모수로 표현할 수 있고, 시간에 따른 열화 특성이 시스템 변수와 시간의 함수로 표현 가능하다는 가정 하에 유효하다. 제안한 방법을 이용하여 선정된 보증 시점에서 신뢰도를 제어할 수 있는 설계변수를 선정하거나, 품질비용과 생산 비용을 고려하여 경제성 있는 보증 시점을 결정할 수 있는 설계변수를 선정하는 데 활용하고자 한다.

## 2. 메타모델을 이용한 신뢰도 추정

### 2.1 신뢰도 추정

$n$  개의 시스템 변수로 구성되는 시스템에 대하여 변수 벡터를  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ 라 두고 이러한 변수의 변량을 확률변수를 이용하여 표현할 수 있는데 변량을 가지는 시스템 변수 벡터를  $\mathbf{V} = [V_1, V_2, \dots, V_n]$ 라 정의하자. 일반적으로 시스템 변수는 시스템을 구성하는 부품의 성능이나 치수 등을 나타낸다. 품질 측면에서 변량을 가지는 시스템 변수를 가지는 동적 시스템에 대하여 주파수( $\omega$ ) 영역에서 응답을  $z(\mathbf{V}, \omega, t_0 = 0)$ 로 표현하자. 주파수 범위  $\omega \in [\omega_L, \omega_H]$ 에서 주파수 응답  $z(\mathbf{v}, \omega, t_0)$ 에 대한 규격을  $\omega$ 에 따른  $\zeta(\omega)$ 라 두면 규격에 대한 응답의 순응도 여부를 임계상태함수  $g(\mathbf{v}, \omega, t_0) = \pm(z(\mathbf{v}, \omega, t_0) - \zeta(\omega))$ 로 표시할 수 있다. 따라서 임계상태함수를 이용하여, 고려하는 주파수 범위에서 규격에 대한 응답의 순응도를 나타내는 품질은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Quality} = \Pr[g(\mathbf{V}, \omega, t_0) > 0] \text{ for } \forall \omega \in [\omega_L, \omega_H] \quad (1)$$

식 (1)에서 주파수 영역을 단위 주파수  $\Delta\omega = (\omega_H - \omega_L)/C$ 를 정의하여 (C+1)개의 주파수로 이산화하면,  $\omega = \omega_i$ 일 때 임계상태함수와 성공영역은 각각

$$g_i(\mathbf{V}, \omega_i, t_0) = \pm(z(\mathbf{V}, \omega_i, t_0) - \zeta(\omega_i))$$

$$S_i(t_0) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} | g_i(\mathbf{v}, \omega_i, t_0) > 0\}$$

또한 이산화한 주파수를 이용하여 (C+1)개의 임계상태함수에 대한 성공영역을 정의하면

$$S(t_0) = S_1(t_0) \cap S_2(t_0) \cap \dots \cap S_C(t_0)$$

$$= \bigcap_{i=0}^C (g_i(\mathbf{V}, \omega_i, t_0) > 0) \quad (2)$$

시스템을 구성하는 부품은 동작 및 운용 환경에서의 스트레스로 인하여 성능이 변화하는 열화특성을 나타내어 시스템의 성능 변화를 유발한다.  $V$ 의 열화특성을 나타내는 열화모델  $X(t)$ 는  $V$ 와 스트레스, 그리고 시스템 운용 시간의 함수이다. 시스템을 구성하는 부품의 열화에 의한 시간 변화에 따른 임계상태함수를  $g_i(\mathbf{x}(t), \omega_i)$ 라 두면, 임의 시점  $t$ 에서 성공영역은

$$S(t) = \bigcap_{i=0}^C (g_i(\mathbf{X}(t), \omega_i) > 0) \quad (3)$$

그러므로 주파수 범위  $[\omega_L, \omega_H]$ 에서 임의 시간  $T$ 에서의 시스템 신뢰도는 다음 식으로 정의된다.

$$R(T) = \Pr[S(t)] \text{ for } \forall t \in [0, T] \quad (4)$$

식 (4)를 평가하기 위해, 시간 범위를 (L+1)개로 이산화하면 단위 시간은  $h = T/L$ 이고  $t_L = T$ 이다. 따라서 이산화한 시간으로부터 (L+1)개의 성공영역을 이용하여 성능 신뢰도를 정의하면

$$R(t_L) = \Pr\left[\bigcap_{l=0}^L (S(t_l))\right]$$

$$= \Pr\left[\bigcap_{l=0}^L \left(\bigcap_{i=0}^C (g_i(\mathbf{X}(t_l), \omega_i) > 0)\right)\right] \quad (5)$$

임의 시점  $t_l$ 에서 주파수 영역에서의 고장 영역은 식 (3)의 성공 영역의 여집합(complement)으로 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{E}_l = \overline{(S(t_l))} = \left[ \bigcup_{i=0}^C (g_i(\mathbf{X}(t_l), \omega_i) < 0) \right] \quad (6)$$

시간범위  $[0, t_l]$ 를 모두 고려한, 즉  $t_l$ 까지의 고장 영역은

$$A_l = \mathbf{E}_0 \cup \mathbf{E}_1 \cup \dots \cup \mathbf{E}_l = \bigcup_{q=0}^l \mathbf{E}_q \quad (7)$$

그러므로  $t_l$ 에서 단위시간( $h$ ) 동안 성공영역에서

고장영역으로 변화하는 영역은

$$B_l = \overline{A_l} \cap A_{l+1} \quad (8)$$

식 (8)로 정의되는 증가된 고장영역에 대한 확률은  $t_l$ 에서 단위시간 동안 발생하는 누적고장확률의 증가값,  $\Delta F(t_l)$ 을 나타내는데 Son과 Savage<sup>(3)</sup>가 제안한 Set-theory 방법을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta F(t_l) = \Pr\{B_l\} = \Pr\{\mathbf{E}_{l+1} \cup \mathbf{E}_l\} - \Pr\{\mathbf{E}_l\} \quad (9)$$

따라서 시간  $t_L$ 에서의 누적고장확률은 식 (9)로 정의되는 고장확률의 합으로 다음과 같이 표현된다.

$$F(t_L) = \Pr\{\mathbf{E}_0\} + \sum_{l=0}^{L-1} (\Delta F(t_l)) \quad (10)$$

극치값(extreme value)에 대한 일반적인 성질로부터,  $r$ 개의 확률변수  $Q_j$ , 여기서  $j = 1, 2, \dots, r$ 에 대하여  $\min(\ )$ 을 최소값을 나타내는 함수라 두면 다음을 만족한다.<sup>(11)</sup>

$$\begin{aligned} & \Pr\{(Q_1 < 0) \cup (Q_2 < 0) \cup \dots \cup (Q_{r-1} < 0) \cup (Q_r < 0)\} \\ &= \Pr\{\min(Q_1, Q_2, \dots, Q_{r-1}, Q_r) < 0\} \\ &= \Pr\{W_{\min}(Q) < 0\} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $W_{\min}(Q) = \min(Q_1, Q_2, \dots, Q_{r-1}, Q_r)$ .

$W_{\min}(\mathbf{g}(\mathbf{X}(t_l))) = \min(g_0(\mathbf{X}(t_l), \omega_0), \dots, g_C(\mathbf{X}(t_l), \omega_C))$ 라 두면, 임의의 시점  $t_l$ 에서 고려한 주파수 영역에서의 고장 영역에 대한 확률값은 다음과 같이 임계상태 함수들의 극치값에 대한 확률로 표현될 수 있다.

$$\Pr(\mathbf{E}_l) = \Pr\{W_{\min}(\mathbf{g}(\mathbf{X}(t_l))) < 0\} \quad (12)$$

$$\Pr(\mathbf{E}_{l+1} \cup \mathbf{E}_l) = \Pr\left\{\left(\begin{array}{l} W_{\min}(\mathbf{g}(\mathbf{X}(t_{l+1}))) < 0 \\ W_{\min}(\mathbf{g}(\mathbf{X}(t_l))) < 0 \end{array}\right) \cup \right\} \quad (13)$$

식 (13)을 평가하는데 걸리는 계산 시간을 줄이기 위하여, 본 연구에서는 메타모형을 이용하여 운용 시간  $t_l$ 에서의 주파수 응답을  $\hat{z}(\mathbf{v}, \omega, t_l)$ , 따라서 식 (12)과 (13)의  $\mathbf{g}(\mathbf{X}(t_l))$ 를  $\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{X}(t_l))$ 로 추정한다.

## 2.2 메타모형을 이용한 응답 추정

메타 모형을 이용하여 응답을 추정하기 위해, 시스템 응답모형을 이용하여 고려한 입력 데이터에 대한 출력 데이터를 평가한다. 운용 시간  $t_l$ 에

서의  $n$ 개의 시스템 변수로 구성되는 샘플 벡터  $\mathbf{x}(t_l) = [x_1(t_l), x_2(t_l), \dots, x_n(t_l)]$ 에 대하여 LHS 기법을 적용하여 각 변수에 대하여  $M$ 개의 샘플을 추출하고 조합하여  $M$ 개의 벡터( $\mathbf{x}^i(t_l)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ )를 정의한다. 따라서 입력 데이터를 정의하면

$$\mathbf{IN}(t_l) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^1(t_l) \\ \mathbf{x}^2(t_l) \\ \vdots \\ \mathbf{x}^M(t_l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^1(t_l) & x_2^1(t_l) & \dots & x_n^1(t_l) \\ x_1^2(t_l) & x_2^2(t_l) & \dots & x_n^2(t_l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^M(t_l) & x_2^M(t_l) & \dots & x_n^M(t_l) \end{bmatrix} \quad (14)$$

시스템 응답모형을 이용하여,  $\mathbf{IN}(t_l)$ 에 대한 주파수영역  $[\omega_L, \omega_H]$ 에서의 응답을 단위 주파수  $\Delta\omega$ 로 이산화한 주파수 영역의 응답으로 평가한 출력 데이터  $\mathbf{Y}(t_l)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{Y}(t_l) = \begin{bmatrix} z(\mathbf{x}^1(t_l), \omega) \\ z(\mathbf{x}^2(t_l), \omega) \\ \vdots \\ z(\mathbf{x}^M(t_l), \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(\mathbf{x}^1(t_l), \omega_0) & \dots & z(\mathbf{x}^1(t_l), \omega_C) \\ z(\mathbf{x}^2(t_l), \omega_0) & \dots & z(\mathbf{x}^2(t_l), \omega_C) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z(\mathbf{x}^M(t_l), \omega_0) & \dots & z(\mathbf{x}^M(t_l), \omega_C) \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $\omega = [\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_C]$ .

$\mathbf{Y}(t_l)$ 의 행(row) 방향은 시스템 변수의 변화에 따른 응답 변화를 나타내며, 열(column) 방향은 주파수 변화에 따른 응답 변화를 나타낸다.  $\mathbf{Y}(t_l)$ 에 특이값 분해(Singular Value Decomposition, SVD)을 적용하면<sup>(9)</sup>

$$\mathbf{Y}(t_l) = [\mathbf{U} \ \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T \\ \mathbf{Q}_0^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (16)에서  $\mathbf{S}$ 는 크기가 1 이상인 특이값들을 가지는 대각행렬을,  $\mathbf{S}_0$ 는 크기가 1 미만인 특이값들을 가지는 대각행렬을,  $T$ 는 전치행렬을 나타낸다. 또한  $[\mathbf{U} \ \mathbf{U}_0]$ 는 좌특이벡터를  $[\mathbf{Q} \ \mathbf{Q}_0]^T$ 는 우특이벡터를,  $\mathbf{Q}$ 와  $\mathbf{Q}_0$ 는 주파수에 따른 응답 정보를 나타낸다.

크기가 1 이상인  $s$ 개의 특이값들을 제외한 특이값들을 가지는 대각행렬을  $\mathbf{S}_0 = \mathbf{0}$ 라 두고  $\mathbf{D} = \mathbf{US}$ 로 표현하면, 식 (16)의  $\mathbf{Y}(t_l)$ 은 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{Y}}(t_l) = \mathbf{D}\mathbf{Q}^T \quad (17)$$

여기서  $\hat{\mathbf{Y}}(t_l)$ 는  $(M \times C)$ ,  $\mathbf{D}$ 는  $(M \times s)$ ,  $\mathbf{Q}^T$ 는  $(s \times C)$ 행렬이다. 본 연구에서는 식 (17)에서  $\mathbf{D}$ 의 각 열에 대한 메타 모형을 구축하여 임의의 시점  $t_l$ 에서 주파수 응답을 추정한다.  $\mathbf{D}$ 의  $k$ 번째 열이  $d_k(\mathbf{x}(t_l))$

일 때 메타모델을  $\hat{d}_k(\mathbf{x}(t_l))$ 라 두면  $\mathbf{D}$ 에 대한 메타 모델  $\hat{\mathbf{d}}(\mathbf{x}(t_l))$ 은 식 (18)로 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{d}}(\mathbf{x}(t_l)) = [\hat{d}_1(\mathbf{x}(t_l)), \dots, \hat{d}_k(\mathbf{x}(t_l)), \dots, \hat{d}_s(\mathbf{x}(t_l))] \quad (18)$$

따라서 임의의 시점  $t_l$ 에서  $\mathbf{x}(t_l)$ 에 대한 주파수 응답  $\mathbf{z}(\mathbf{x}(t_l), \omega)$ 은 식 (19)를 이용하여 추정한다.

$$\hat{\mathbf{z}}(\mathbf{x}(t_l), \omega) = \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{x}(t_l)) \mathbf{Q}^T \quad (19)$$

$\hat{\mathbf{d}}(\mathbf{x}(t_l))$ 를 구성하기 위하여 본 연구에서는 2차 반응표면함수를 이용한다. 따라서  $d_k(\mathbf{x}(t_l))$ 에 대한 메타모델인 반응표면함수의 적합계수(fitting parameter)를 식 (20), 시스템 변수의 함수를 식 (21)으로 정의한다.

$$\beta_k = [\beta_0, \dots, \beta_\eta, \beta_{11}, \dots, \beta_{\eta\eta}, \beta_{12}, \dots, \beta_{ij}]_{1 \times L} \quad (20)$$

$$f(\mathbf{x}(t_l)) = [1, x_1(t_l), \dots, x_\eta(t_l), x_1^2(t_l), \dots, x_\eta^2(t_l), x_1(t_l)x_2(t_l), \dots, x_i(t_l)x_j(t_l)]_{1 \times L} \quad (21)$$

여기서  $i < j$ 이며,  $L$ 은  $(n+2)(n+1)/2$ 이다. 수학적 표현의 간결성을 위하여 입력데이터  $\text{IN}(t_l)$ 을  $\mathbf{R}$ 이라 두고 단위 벡터를 왼쪽에, 입력데이터로부터 정의되는 식 (21)의 함수  $f(\mathbf{R})$ 를 오른쪽에 추가하여 첨가 행렬(augmented matrix)  $\mathbf{R}_a$ 를 정의하면

$$\mathbf{R}_a = [\mathbf{I} \ \mathbf{R} \ f(\mathbf{R})]_{M \times L} \quad (22)$$

$d_k(\mathbf{x}(t_l))$ 을  $\hat{d}_k(\mathbf{x}(t_l))$ 로 추정할 때 발생하는 오차,  $\mathbf{e}_k = \mathbf{d}_k^T - \mathbf{R}_a \beta_k^T$ 에 최소제곱법을 적용하면 오차를 최소화하는 적합계수는

$$\beta_k^T = [\mathbf{R}_a^T \mathbf{R}_a]^{-1} \mathbf{R}_a^T \mathbf{d}_k^T(\mathbf{x}(t_l)) \quad (23)$$

식 (23)을 이용하여 구한 적합계수와 식 (21)로부터  $\hat{d}_k(\mathbf{x}(t_l))$ 를 구성하고, 식 (19)를 이용하여 임의의 시점  $t_l$ 에서 시스템 변수  $\mathbf{x}(t_l)$ 에 대한 주파수 응답을 추정한다.

### 3. 신뢰성 향상 설계

임의의 시점에서 신뢰도를 최대화<sup>(1,2,6)</sup>하거나 초기 생산비용과 임의의 시점까지 발생할 것으로 예상되는 품질 비용의 합을 최소화하는 설계 변수를 선정<sup>(5)</sup>함으로써 시스템의 신뢰성 향상을 구현할 수 있다. 본 연구에서는 설계 변수에 따른 시스템

신뢰도를 추정하고, 추정된 신뢰도를 최적화하는 설계 변수를 선정함으로써 시스템 신뢰도를 향상 시키고자 한다.

확률 변수  $V$ 의 분포 특성이 모수( $\mathbf{p}$ )로 표현되는 경우,  $V$ 의 열화 모델인  $X(t)$ 는  $\mathbf{p}$ 와 시간, 그리고 스트레스의 함수로 정의되지만 본 연구에서는 열화 모델  $X(t)$ 가  $\mathbf{p}$ 와 시간의 함수로 주어진다고 가정한다. 따라서 고려한 임의의 시점에서의 신뢰도를 최대화할 수 있는 설계 변수( $\mathbf{p}$ )를 선정함으로써 신뢰도를 향상시킨다. 신뢰도 향상을 위한 설계 변수 선정은 다음과 같은 최적화 문제로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \{F(\mathbf{p}, t_L)\} \\ & \text{subject to } \mathbf{p}_L \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_U \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $F(\mathbf{p}, t_L)$ 는 식 (10)을 이용하여 추정된 시점  $t_L$ 에서의 누적고장확률값을 나타낸다.

식 (24)의  $F(\mathbf{p}, t_L)$ 를 평가하기 위하여 메타 모델을 이용하여 추정된  $\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{x}(t_l))$ 과 극치값 및 Set-theory를 적용한다. 표본추출기법을 이용하여  $F(\mathbf{p}, t_l)$ 를 추정하기 위하여  $N$ 개의 샘플 벡터  $\mathbf{x}^i(t_l)$ , 여기서  $i = 1, 2, \dots, N$ 에 대하여 다음 2가지 함수를 정의한다.

$$A_1(\mathbf{x}^i(t_l)) = \begin{cases} 1 & \text{if } w_{\min}(\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{x}^i(t_l))) < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & A_2(\mathbf{x}^i(t_l), \mathbf{x}^i(t_{l+1})) \\ & = \begin{cases} 1 & \text{if } w_{\min}(\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{x}^i(t_l))) < 0 \text{ or } w_{\min}(\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{x}^i(t_{l+1}))) < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

식 (25)과 (26)의 함수를 이용하여 식 (12)와 (13)의 확률값을 다음과 같이 근사화한다.

$$\Pr(\mathbf{E}_l) \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_1(\mathbf{x}^i(t_l)) \quad (27)$$

$$\Pr(\mathbf{E}_{l+1} \cup \mathbf{E}_l) \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_2(\mathbf{x}^i(t_l), \mathbf{x}^i(t_{l+1})) \quad (28)$$

최종적으로 식 (24)의  $F(\mathbf{p}, t_L)$ 를 식 (29)로 정의되는  $\hat{F}(\mathbf{p}, t_L)$ 을 이용하여 평가한다.

$$\begin{aligned} \hat{F}(\mathbf{p}, t_L) \cong & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_1(\mathbf{x}^i(t_0)) \\ & + \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \sum_{i=1}^N A_2(\mathbf{x}^i(t_l), \mathbf{x}^i(t_{l+1})) - \sum_{i=1}^N A_1(\mathbf{x}^i(t_l)) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

식 (24)의 최적화 문제에 대한 해를 구하기 위한

과정을 Fig. 1에 제시하였다. 설계변수  $\mathbf{p}$ 값에 따라  $M$ 개의  $\mathbf{x}^i(t)$ 를 이용하여  $\hat{\mathbf{d}}(\mathbf{x}(t_i))$ 를 구성하고  $N$ 개의 표본을 추출하여  $\hat{F}(\mathbf{p}, t_L)$ 를 추정하여 최적화를 수행한다. 따라서 최적화시, 설계가 가능한 범위에 대하여 다양한 메타모델을 구성한다.

#### 4. Case study

본 연구에서 제안한 방법을 진동저감 시스템<sup>(12)</sup>에 대한 설계를 통해 검증하고 응용가능성을 평가한다. 고려한 시스템은 2차 시스템과 진동저감 시스템으로 구성되며 Fig. 2에 나타내었다. 2차 시스템의 질량( $m_1$ )과 스프링( $k_1$ ), 그리고 진동저감 시스템의 질량( $m_2$ ), 스프링( $k_2$ ), 감쇠기( $c_2$ )를 시스템 변수로 고려하고  $\mathbf{v} = [m_1, k_1, m_2, k_2, c_2]$ 라 정의한다. 2차 시스템의 질량과 스프링의 변량에 따른 공진 주파수를 포함할 수 있는 범위를 고려하여 주파수 영역  $\omega \in [12, 14]$  [rad/s]에 대하여 식 (30)으로 정의되는 정규화된 진폭을 시스템의 응답으로 사용하고 응답에 대한 규격( $\zeta$ )은 10으로 정의하였다.

$$a(\mathbf{v}, \omega) = k_1 \left( \frac{c_2^2 \omega^2 + (k_2 - m_2 \omega^2)^2}{c_2^2 \omega^2 (k_1 - m_1 \omega^2 - m_2 \omega^2)^2 + (k_2 m_2 \omega^2 - (k_1 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2))^2} \right)^{1/2} \quad (30)$$

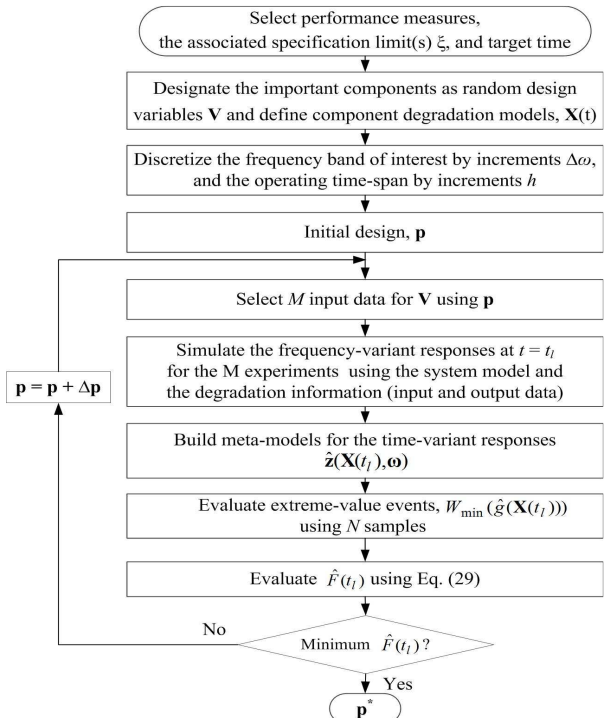


Fig. 1 Flowchart of the proposed design process

2차 시스템의 질량과 스프링 상수는 정규분포를 따른다고 가정하여  $m_1$  [kg]은  $V_1: N(17500, 175^2)$ ,  $k_1$  [N/m]는  $V_2: N(3 \times 10^6, 30000^2)$ 로 정의하였다. 설계 변수( $\mathbf{p}$ )는 진동저감 시스템 변수의 평균값으로 고려하여  $\mathbf{p} = [\mu_3, \mu_4, \mu_5]$ , 여기서  $\mu_3, \mu_4, \mu_5$ 는 진동저감 시스템의 질량, 스프링 상수, 댐퍼에 대한 평균값을 나타낸다. 공차는 평균값의 1%, 따라서 표준편차가  $\sigma_i = \mu_i/300$ 인 정규분포를 따른다고 가정하였다. 2차 시스템의 스프링에 대하여 가정한 열화 모델은  $X_2(t) = V_2(1 + 25 \times 10^{-4}t)$ , 여기서  $t$ 는 년[year]이며 다른 시스템 변수는  $X_i(t) = V_i$ , 여기서  $i = 1, 3, 4, 5$ 이다. 따라서 열화에 따른 주파수 영역에서의 응답은

$$z_i(\mathbf{X}(t), \omega) = X_2(t) \left\{ \frac{X_5^2(t)\omega^2 + (X_4(t) - X_3(t)\omega^2)^2}{\left[ X_5^2(t)\omega^2 (X_2(t) - X_1(t)\omega^2 - X_3(t)\omega^2)^2 + (X_4(t)X_3(t)\omega^2 - (X_2(t) - X_1(t)\omega^2)(X_4(t) - X_3(t)\omega^2))^2 \right]} \right\}^{1/2} \quad (31)$$

$\mathbf{v} = [1.7166 \times 10^4, 3.0026 \times 10^6, 5.7279 \times 10^2, 8.8627 \times 10^4, 1.9988 \times 10^3]$ 일 때, 식 (31)로 정의되는 운용 시간에 따른 주파수 영역에서의 진폭을 Fig. 3에 나타내었다. 운용 시간에 따라 2차 시스템의 스프링이 열화되어 진폭이 상승하여 성능 신뢰도가 저하되는 것을 확인할 수 있다.

응답 추정을 위한 메타 모델을 구성하기 위해 주파수 영역에서  $\Delta\omega = 0.1$  [rad/s], 운용 시간에 대해서는  $h = 1$  [년]을 사용하였다. 또한  $V_1$ 의 범위는  $[1.695, 1.802] \times 10^4$ ,  $k_1$ 은  $[291, 309] \times 10^4$ , 진동저감 시스템( $V_i$ )은 평균값  $\mu_i$ 에 대하여  $[\mu_i - 0.01\mu_i, \mu_i + 0.01\mu_i]$ , 여기서  $i = 3, 4, 5$ 이다. 고려한 범위에서 LHS 기법을 적용하여  $M = 200$ 개 추출하고 열화정보를 이용하여 입력 데이터,  $IN(t_i)$ 를 정의하였다.  $IN(t_i)$ 에 대하여 운용 시간 변화에 따른 주파수 범위에서 응답에 대한  $\mathbf{Y}(t_i)$ 을 식 (30)

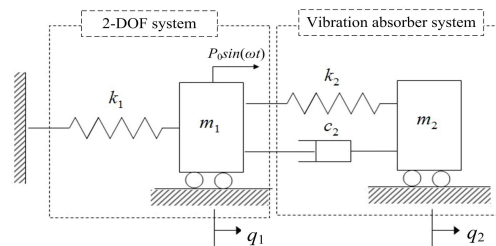


Fig. 2 2-DOF system with attached vibration absorber system

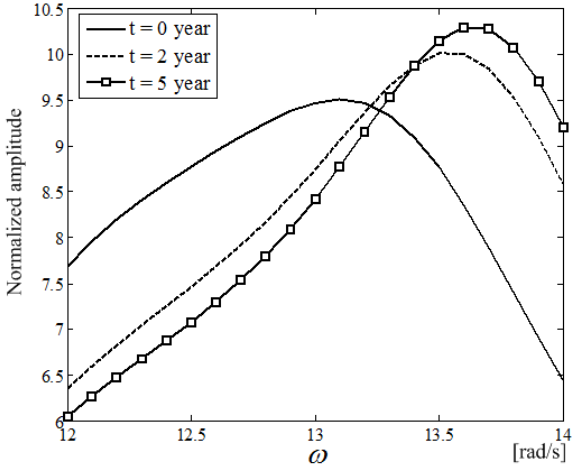


Fig. 3 Degraded performance (normalized amplitude)

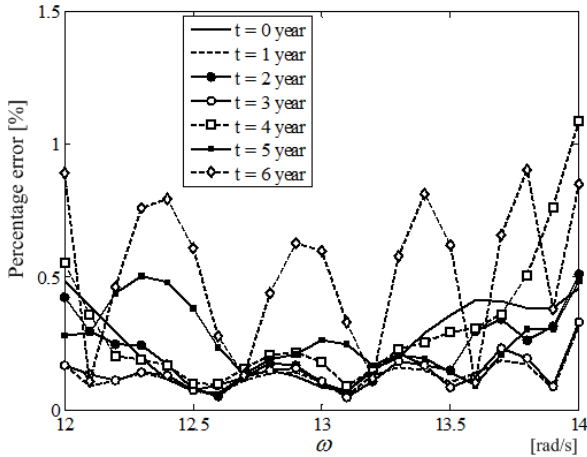


Fig. 4 Percentage error in performance estimation

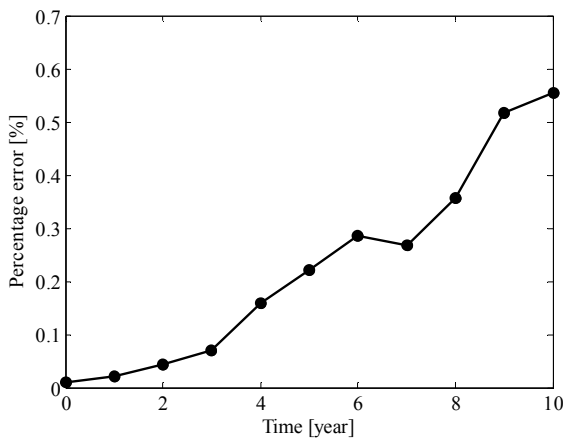


Fig. 5 Percentage error in reliability estimation

을 이용하여 평가하고 식 (19)로부터 메타 모델을 구성하였다. 초기 설계값  $\mathbf{p}_i = [569, 88400, 2000]$  일 때,  $N = 10,000$ 개의 샘플에 대하여 식 (31)을 이용하여 평가한 응답과 메타모델을 이용하여 추정된 응답에 대하여 주파수에 따른 최대 퍼센트

Table 1 Design results and the reliability measures

Time [year]	$\mathbf{p}_i$	$\mathbf{p}_0$	Time [year]	$\mathbf{p}_i$	$\mathbf{p}_0$
0	0.9592	0.9997	6	0.7178	0.9986
1	0.9346	0.9997	7	0.6421	0.9976
2	0.9086	0.9997	8	0.5737	0.9965
3	0.8729	0.9996	9	0.5022	0.9936
4	0.826	0.9995	10	0.4227	0.9897
5	0.7761	0.9991			

오차를 Fig. 4에 나타내었다.  $\mathbf{p}_i$ 는 열화를 고려하지 않고 동일한 주파수 영역의 대표적인 주파수인 2차 시스템의 고유진동수와 진동저감 시스템 설치에 따른 고유진동수를 이용하여 최적화된 설계값을 나타낸다.<sup>(13)</sup> 운용 시간 6년까지 최대 오차가 1.2 [%] 이하로 메타 모델을 이용한 진폭 추정이 정확하다는 것을 확인할 수 있다. 또한 메타모델을 이용하여 동일한 샘플에 대하여 응답을 추정하는 데 걸리는 시간은 약 5 [msec]로 MCS 방법에 비해 약  $10^3$ 배 빠르다.

메타모델, 극치값 및 Set-theory 적용에 따른 성능 신뢰도 추정 오차를 Fig. 5에 퍼센트 오차  $(|R(t) - \hat{R}(t)|/R(t) \times 100)$ 로 나타내었다. 오차는 시간에 따라 증가하는 경향을 나타내지만 최대 오차가 0.6 [%] 이하로써 신뢰도 추정 방법이 정확하다고 평가할 수 있다. 신뢰도 추정시 발생하는 오차는 메타모델을 이용한 응답 추정에 기인한다. 응답 추정에 따른 오차가 1.2 [%] 이하이지만 신뢰도 추정 오차가 0.6 [%] 이하인 것은 응답에 대한 규격을 고려하여 신뢰도를 추정하기 때문이며 규격 변화에 따라 신뢰도 추정 오차가 증가할 수 있다.

식 (24)로 표현되는 신뢰도 향상을 위한 진동저감 시스템의 설계시, 고려한 범위는  $400 \leq \mu_3 \leq 700$ ,  $80000 \leq \mu_4 \leq 90000$ ,  $1500 \leq \mu_5 \leq 3000$ 이고  $t_L = 5$  [년]이다. 초기 설계  $\mathbf{p}_i$ 에 대한 최적해( $\mathbf{p}_0$ )를 Table 1에 제시하였다. Table 1에서  $\mathbf{p}_0 = [550, 88561, 1653]$ 를 나타내며 주파수 범위를 고려하지 않은  $\mathbf{p}_i$  대비  $\mathbf{p}_0$ 가 품질적인 측면에서는 주파수 영역에 대한 순응도를 4.2%를, 5년 시점에는 신뢰도를 약 27%를 개선시켰다. 또한  $\mathbf{p}_i$ 의  $B_{10}$  수명은 약 2년이지만,  $\mathbf{p}_0$ 는  $B_{10}$  수명을 10년 이상으로 보증할 수 있으므로 제안한 설계 방법을 통해 시스템의 성능 신뢰도를 향상시킬 수 있다.

## 5. 결론 및 향후 계획

본 연구에서 변량과 열화를 가지는 변수들로 구성된 시스템의 주파수 영역에서의 성능 신뢰도를 향상시키기 위한 설계 방법을 제시하였다. 제시한 방법은 기존 연구의 역학적 응답 모델이 주어질 경우에만 적용할 수 있는 응용성 문제 및 1개의 메타 모델 구성에 따른 설계범위에 대한 제한성 문제를 극복할 수 있다. 또한 메타 모델과 극치값, Set-theory 적용은 신뢰성 향상을 위한 최

적화시 계산 시간의 효율성을 증가시키는 데 기여할 수 있다.

본 연구에서 제안한 방법은 비선형 시스템을 포함한 다양한 동적 시스템의 주파수 영역에서의 설계, 그리고 유한요소모델을 포함한 다양한 전산모델과 연동하여 사용할 수 있다. 향후에는 유한요소모델을 활용하여 구조 시스템의 진동 모드에 대한 성능 신뢰도를 예측하고 제어할 수 있는 설계에 적용할 예정이다. 또한 본 연구에서는 1개의 주파수 영역만을 고려하였지만 향후에는 여러 개의 광대역 주파수 영역들을 고려한 동적 시스템의 설계에 제안하는 설계 방법을 적용할 예정이다.

## 후 기

이 논문은 2012학년도 안동대학교 국제학술교류보조금에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌 (References)

- (1) Styblinski, M. A., 1991, "Formulation of the Drift Reliability Optimization Problem," *Microelectronics Reliability*, Vol. 31, No. 1, pp. 159~171.
- (2) Van den bogaard, J. A., Shreeram, J. and Brombacher, A. C., 2003, "A Method for Reliability Optimization Through Degradation Analysis and Robust Design," *IEEE Proceedings of Reliability and Maintainability Symposium*, Tampa, FL, USA, Jan. 27-30, pp. 55~62.
- (3) Son, Y. K. and Savage, G. J., 2007, "Set Theoretical Formulation of Performance Reliability of Multiple Response Time-Variant Systems due to Degradations in System Components," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 23, No. 2, pp. 171~188.
- (4) Son, Y. K. and Savage, G. J., 2008, "A New Sample-Based Approach to Predict System Performance Reliability," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 57, No.2, pp. 332~330.
- (5) Son, Y. K., Chang, S. W. and Savage, G. J. 2007, "Economic-Based Design of Engineering Systems with Degrading Components Using Probabilistic Loss of Quality," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, No. 2, pp. 234~243.
- (6) Son, Y. K., Kim, J.-J. and Shin, S.-J., 2009, "Non-Sample Based Parameters Design for System Performance Reliability," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 23, pp. 2658~2667.
- (7) Cooper, M. A., 2010, "Prediction of Uncertain Frequency Response Function Bounds Using Polynomial Chaos Expansion," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No. 16, pp. 3348~3358.
- (8) Kewlani, G., Crawford, J. and Iagnemma, K., 2012, "A Polynomial Chaos Approach to the Analysis of Vehicle Dynamics Under Uncertainty," *Vehicle System Dynamics*, pp. 1~26.
- (9) Savage, J. Gordon, Seecharan, T. S. and Son, Y. K., 2013, "Probability-Based Prediction of Degrading Dynamic Systems," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 135.
- (10) Savage, J. G. and Son, Y. K., 2013, "Frequency Response Design of Uncertain Systems Using Performance Indices and Meta-Models," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, pp. 6949~6967.
- (11) Li, J., Chen, J. and Fan, W., 2007, "The Equivalent Extreme-Value Event and Evaluation of the Structural System Reliability," *Structural safety*, 29, pp. 112~131.
- (12) Zang, C., Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., 2005, "Robust Optimal Design and Its Application in Dynamics," *Computers & Structures*, Vol. 83, pp. 315~326.
- (13) Son, Y. K. and Savage, G. J., 2007, "Optimal Probabilistic Design of the Dynamic Performance of a Vibration Absorber," *Journal Sound and Vibration*, Vol. 307, pp. 20~37.