

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-B.2015.39.1.011>

ISSN 1226-4881(Print)  
2288-5324(Online)

## 가연성 연소 가스의 데토네이션에 의한 얇은 관 변형 모델링

곽민철\* · 이영헌\* · 여재익\*\*

\* 서울대학교 기계항공공학부

### Numerical Investigation of Deformation of Thin-walled Tube Under Detonation of Combustible Gas Mixture

Mincheol Gwak\*, Younghun Lee\* and Jai-ick Yoh\*\*

\* Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul Nat'l Univ.

(Received April 15, 2014 ; Revised September 17, 2014 ; Accepted September 17, 2014)

**Key Words:** Combustible Gas Mixture(가연성 기체 혼합물), Detonation(데토네이션), Thin-Walled Tube(얇은 관), Plastic Flow(소성 변형)

**초록:** 본 논문에서는 다물질(가연성 기체 혼합물과 금속관) 수치 해석 기법을 활용하여 밀리미터 크기의 얇은 두께의 금속관 내에서의 데토네이션을 모델링하였다. 데토네이션의 해석을 위하여 수소와 에틸렌 혼합물의 실험과 이론적 값을 기반으로 최적화된 1단계 아레니우스 형태의 화학 반응식, 이상기체 상태 방정식을 활용하여 모델링하였다. 또한 금속관의 재료인 구리와 철은 Mie-Gruneisen 상태 방정식과 Johnson-Cook 강성 모델을 활용하여 큰 압력에 의한 관의 소성 변형을 모델링하였다. 다물질 수치 해석을 위한 경계면의 추적 및 경계면 값의 결정은 각각 hybrid particle level-set 기법과 ghost fluid method(GFM)을 통하여 획득하였다. 수치적 해석 결과는 실험값과의 비교를 통하여 검증 하였으며, 관 두께(두꺼운 관과 얇은 관)에 따른 내부 유동장의 변화를 확인하였다. 얇은 관의 경우, 데토네이션에 의해 발생하는 높은 내부 압력에 의하여 관의 소성 변형이 일어나고, 이에 따라 발생하는 팽창과에 의해 내부 기체 혼합물의 압력 및 밀도의 감소현상을 확인하였다.

**Abstract:** We present the results of a multi-material numerical investigation of the propagation of a combustible gas mixture detonation in narrow metal tubes. We use an experimentally tuned one step Arrhenius chemical reaction and ideal gas equation of state (EOS) to describe stoichiometric H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> and C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> detonations. The purely plastic deformations of copper and steel tubes are modeled using the Mie-Gruneisen EOS and Johnson-Cook strength model. To precisely track the interface motion between the detonating gas and the deforming wall, we use the hybrid particle level-sets within the ghost fluid framework. The calculated results are validated against the experimental data because the results explain the process of the generation and subsequent interaction of the expansion wave with the high-strain-rate deformation of the walls.

- 기호설명 -

$\rho$  : 밀도  
 $P$  : 압력  
 $\gamma$  : 비열비  
 $u$  : 속도

$R$  : 이상 기체 상수  
 $\phi$  : 기체상 지배방정식 계수, 레벨  
 $\delta$  : 고체상 지배방정식 계수  
 $R$  : 이상 기체 상수  
 $e$  : 총 에너지 밀도  
 $Y$  : 가연성 기체혼합물 중 반응물의 질량분율  
 $\tau$  : 편차응력  
 $A$  : 잣음률

† Corresponding Author, [jjyoh@snu.ac.kr](mailto:jjyoh@snu.ac.kr)

$E_a$	: 활성화 에너지
$Q$	: 연소반응열
$w$	: 연소반응률
$\Omega$	: 회전장근
$G$	: 전단계수
$\Sigma$	: 체적변형률
$D$	: 소성변형률 텐서
$\eta$	: 고체상 지배방정식 소성상태 계수
$\Gamma_0$	: 그루네이센 상수
$s$	: 미-그루네이센 상태방정식 상수
$c_0$	: 음속
$A$	: 강성모델 상수
$B$	: 강성모델 상수
$n$	: 강성모델 상수
$T$	: 온도
$\varepsilon$	: 변형률

## 1. 서론

일반적인 비정상 연소 현상인 데토네이션은 급격한 화학반응에 의해 유도되는 반응성 충격파이다. 데토네이션은 수 마이크로 초 이내에 급격한 압력 및 밀도 증가를 동반하게 되어 고온, 고압의 환경을 만든다. 이러한 현상이 구조물 내에서 발생할 경우, 구조물의 변형 또는 파손을 유발할 수 있는데, 이는 구조적인 효율성 및 안전성 측면에서 심각한 문제가 될 수 있다. 일례로써 연료 수송관 내 폭발에 의한 관 파열 및 인명 피해는 여러 기사 및 선행 연구들에 의해 제시된 바가 있다.<sup>(1,2)</sup> 비단 이러한 현상들은 앞서 언급된 큰 구조물에서만 발생하는 것이 아니라 밀리미터 혹은 마이크로미터 크기의 작은 추진 기관 내에서도 발생할 수 있으며 이로 인하여 효율 감소도 일어나게 된다. 따라서 가연성 기체 혼합물과 구조체의 상호 작용에 의해 유도되는 구조체의 변형 및 파손의 메커니즘을 이해할 경우, 이러한 인적, 물적 손해를 예측하고 감소시킬 수 있을 것이다.

최근 수십년 동안, 작은 크기의 추진 시스템에서의 데토네이션과 데토네이션 천이 현상에 대한 연구가 진행되어 왔다.<sup>(3,4)</sup> 이러한 선행 연구들은 관을 변형이 일어나지 않는 두꺼운(rigid) 관으로 가정하여 내부 데토네이션 유동장을 살펴보는 것과 실험 및 수치적으로 하중에 대한 관의 탄성 거동이나 탄소성 거동에 대한 연구들이다.<sup>(5-10)</sup> 하

지만, 이 두 가지 연구 주제를 통합적으로 고려한 연구는 극히 드물었다. 따라서 본 연구에서는 관에 항복 하중 이상의 높은 내부 압력이 가해질 경우, 소성 변형할 수 있도록 관에 강성 모델을 적용하였으며 다물질 해석을 기반으로 갑작스런 관 변형에 의해 내부 유동장으로 압력과 혹은 팽창과와 같은 간접 현상이 발생함을 확인하였다.

가연성 기체 혼합물의 데토네이션에 의한 두꺼운 관과 얇은 관의 반응 및 내부 유동장 차이를 확인하기 위하여 동일한 지름의 작은 구리관에 두께 변화를 주어 밀도 및 압력의 변화를 확인하였다.

## 2. 수치적 모델

### 2.1 지배 방정식

데토네이션에 의한 관의 동적 소성 변형 현상을 수치적으로 계산하기 위하여 본 연구에서 사용한 2차원 원통형 좌표계에서의 지배 방정식은 아래 식 (1)-(5)와 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z) + \frac{\rho u_r}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_r) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r^2 + P) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_r u_z) + \frac{\rho u_r^2}{r} - \delta \left( \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr}}{r} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_z) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z^2 + P) + \frac{\rho u_r u_z}{r} - \delta \left( \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial r}\{u_r(\rho e + P)\} + \frac{\partial}{\partial z}\{u_z(\rho e + P)\} + \frac{u_r(\rho e + P)}{r} - \rho Q_i \dot{w}_i - \delta \left\{ \frac{u_r \tau_{rr} + u_z \tau_{rz}}{r} + \frac{\partial(u_r \tau_{rr} + u_z \tau_{rz})}{\partial z} + \frac{\partial(u_r \tau_{rr} + u_z \tau_{rz})}{\partial r} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\phi \left\{ \frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho Y_i u_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho Y_i u_z) - \rho \dot{w}_i \right\} = 0 \quad (5)$$

$$\dot{w}_i \equiv \partial Y_i / \partial t|_{Chem} = A \rho Y \exp(-E_a / (RT)) \quad (6)$$

여기서,  $\phi = 1$  ( $\delta = 0$ )일 경우, 가연성 기체 혼합물에 대한 지배 방정식이며,  $\phi = 0$  ( $\delta = 1$ )일 경우, 금속관에 대한 지배 방정식이다. 위의 식들에서  $\rho$ ,  $u_r$ ,  $u_z$ ,  $P$ ,  $e$ ,  $Y_i$ ,  $\tau_{rr}$ ,  $\tau_{rz}$ ,  $\tau_{zz}$ 는 각각 밀도, r축과 z축 속도, 압력, 총 에너지 밀도, 가연성 기체 혼합물 내 반응물의 질량 분율, zr축, rz축, zz축 편차응력이다. 본 연구에서는 식 (6)과 같이 1 step 아레니우스 형태의 화학 반응식을 사용하는

데, 여기서  $A$ 와  $E_a$ 는 각각 잣음률과 활성화 에너지이며, 이는  $\gamma$  (비열비)와  $Q$  (화학에너지 발생량)를 고려한 보정된 값을 활용하였다.<sup>(11)</sup> 금속관의 경우, 편향 응력에 대한 계산은 훅의 법칙과 고변형의 소성 이론을 기반으로 한 아래 식 (7)-(9)와 같은 전개 방정식을 사용하였다.

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial t} + \frac{\partial(\tau_{rr}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{rz}u_z)}{\partial z} = 2\tau_{rz}\Omega_{rz} + \tau_{rr}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + 2G\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \Sigma - \eta D_{rr}^p\right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} + \frac{\partial(\tau_{zz}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{zz}u_z)}{\partial z} = -2\tau_{rz}\Omega_{rz} + \tau_{zz}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + 2G\left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \Sigma - \eta D_{zz}^p\right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} + \frac{\partial(\tau_{rz}u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{rz}u_z)}{\partial z} = \Omega_{rz}(\tau_{zz} - \tau_{rr}) + \tau_{rz}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + 2G\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right) - \eta D_{rz}^p\right) \quad (9)$$

여기서,  $\Omega_{ij}$ ,  $G$ ,  $\Sigma$ ,  $D_{ij}^p$ 는 각각 회전 장근, 전단 계수, 체적 변형률, 소성 변형률 텐서다. 또한  $n = 1$  ( $n = 0$ )은 탄성 상태(소성 상태)를 의미한다.<sup>(12)</sup>

계산을 위하여 공간 계산 시는 3<sup>rd</sup> order Conves ENO scheme을, 시간 계산 시는 3<sup>rd</sup> order R-K method를, source항 계산 시는 2<sup>nd</sup> order FDM을 사용하였다.

## 2.2 구성 방정식

가연성 혼합물의 경우, 압력은 이상 기체 상태 방정식을 통하여 간단히 구해진다. 반면, 금속관의 경우, 아래의 식 (10)과 (11) 같이 상태 방정식으로서 Mie-Grueisen EOS를 사용하였으며, 전단율과 온도를 고려한 강성 모델로서 Johnson-Cook 모델을 활용하였다.

$$p(\rho, e) = \rho_0 \Gamma_0 e + \begin{cases} \frac{\rho_0 c_0^2 \phi}{(1-s\phi)^2} \left[ 1 - \frac{\Gamma_0}{2} \phi \right] & \text{if } \rho \geq \rho_0, \phi = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \\ c_0^2 (\rho - \rho_0) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

$$\sigma_y = \left( \sigma_{y,0} + A(\dot{\epsilon}^p)^n \right) \left( 1 + B \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}^p}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right) \left( 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right)^m \right) \quad (11)$$

여기서,  $\Gamma_0$ ,  $s$ ,  $c_0$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $n$ 은 각각 물질에 따른 일정한 값이며  $T_m$ ,  $T_0$ ,  $\epsilon_p$ ,  $\epsilon_0$ 는 각각 녹는 온도, 상온, 유효 소성 변형률, 기준 변형률이다. 본 연구에서는 기준 변형률을 1로 설정하여 계산하였다.

## 2.3 다물질 경계면 추적 및 경계값 결정

Eulerian을 기반으로 한 계산 방식에서 수치적 계산을 통해 두 개 이상의 물질 간 경계면을 추적하기 위하여, 본 연구에서는 hybrid particle level set 기법을 사용하였다. 아래의 식 (12)는 간략한 level set 식을 보여주며, 여기서  $\phi=0$ 을 경계면으로 하여  $\phi<0$ 인 영역이 대상 물질이 차지하는 영역으로 고려하였다.<sup>(13)</sup>

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (12)$$

본 연구에서는 식 (12)의 계산을 위하여 공간은 5th order weighted ENO 기법을, 시간은 3th order RK기법을 사용하였다.

Level set 계산 과정 중, 급격한 밀도, 압력, 및 속도 변화에 의해 경계면의 왜곡이 발생하여 수치적 오류가 유도될 수 있는 경우를 대비하여 재설정(re-initialization)을 주기적으로 사용하여 정확한 경계면을 보정하였다. 또한 lagrangian 기반의 particle을 경계면에 부가적으로 적용함으로써 단순히 level set 기법만을 사용하였을 경우 발생할 수 있는 경계면 모서리에서의 깎이는 현상을 격감시켜 원래 형태를 유지하도록 하였다.<sup>(13)</sup>

경계면을 기준으로 서로 상이한 물성치를 가지는 두 물질 사이에는 엔트로피의 불연속성이 존재하기 때문에, 계산이 제대로 이루어지지 않는다. 그래서 경계면에서는 각 물질의 계산을 위하여 각각의 경계값 결정이 요구되는데, 본 연구에서는 경계값을 Ghost Fluid Method(GFM)을 통하여 획득하였다. Level-set을 기준으로 각 물질의 경계값은 엔트로피가 연속적이며 압력과 속도는 일정하다는 가정 하에서 외삽법을 통하여 결정된다.<sup>(12)</sup>

## 3. 결과 및 논의

### 3.1 검증

본 연구에서 관 내부의 데토네이션에 의해 야기되는 관의 소성 변형을 모델링하기에 앞서, 데토네이션 모델과 관의 소성 변형 모델에 대한 검증이 요구된다. 이를 위하여 선행 연구인  $C_2H_4-O_2$  혼합물과 304L 스테인리스 스틸 관을 이용한 실험<sup>(6,7)</sup>을 활용하여 검증을 수행하였다.

#### 3.1.1 데토네이션 모델

우선, 데토네이션 모델의 적합성을 확인하기

위하여 1차원 C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 데토네이션 모델을 활용하여 실험값<sup>(6)</sup>과의 비교를 수행하였다. 검증 을 위해 사용된 C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 변수 값은 아래의 Table 1에서 확인할 수 있으며 이를 바탕으로 아래의 Fig. 1과 같은 압력 게이지를 사용하여 얻어지는 시간에 따른 압력 변화를 모사할 수 있었다. 그림에서 4개의 압력 게이지, P1, P2, P3, P4는 각각 막혀있는 관 끝으로부터 1764, 1364, 964, 0 mm 이격된 위치시켰으며, 각 게이지에서의 압력 변화를 실험적 압력(red dot), 선행 연구자에 의해 구해진 수치적 압력(blue dash line)과 본 연구에 활용되는 모델의 수치적 압력(black solid line)으로 표시하였다.

그림에서 확인할 수 있듯이 데토네이션이 막혀있는 관 끝으로 전파할 때는 수치적으로 구한 압력이 실험값에 매우 근접하여 유사한 압력 크기와 속도를 가져 잘 모사되는 반면, 막혀있는 관 끝에서 반사되어 나오는 반사파의 경우는 실험값에 비해 높은 압력과 속도를 가지고 전파한다. 이는 수치 계산 시, 1차원으로 가정하여 관으로의 에너지 손실과 화염의 난류 현상에 의한 에너지 손실을 고려하지 않기 때문이다. 하지만, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 데토네이션 압력의 발생 및 전파 측면에서는 실험값을 충분히 모사할 수 있다.

3.1.2 소성 변형 모델

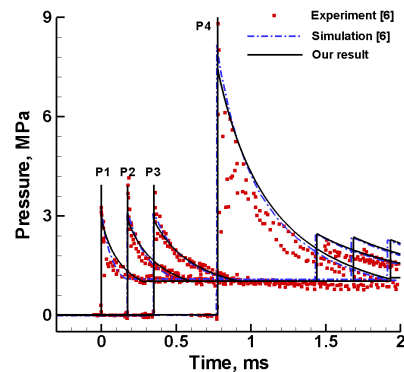
다음으로 C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 데토네이션 압력에 의해 변형하는 304L 스테인리스 스틸 관 실험과 수치적 계산의 비교를 통하여 소성 변형 모델에 대한 검증을 수행하였다. 수치적 계산은 이차원 원통 좌표계 하에서 앞서 언급된 C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 데토네이션 모델과 Mie-Gruneisen EOS와 Johnson-Cook 강성 모델을 기반으로 하는 304L 스테인리스 스틸 관 모델<sup>(15),(15)</sup>을 활용하여 수행하였다.

우선, 아래의 Fig. 2는 수치해석을 위한 2차원 원통형 좌표계에서의 해석 대상의 형상을 보여주고 있다. 보는 바와 같이 304L 스테인리스 스틸 관(내경: 127 mm, 두께: 1.5 mm) 내부에는 H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물로 채우고, 초기에 데토네이션이 발생할 수 있도록 하였다.

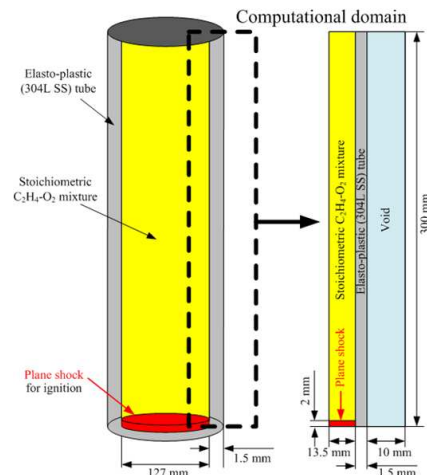
위 해석대상을 바탕으로 격자크기, 0.1 mm 에서 가스 초기 압력 2 bar와 3 bar에 대한 수치적 계산을 수행하였다. 아래의 Fig. 3은 실험에서 계

**Table 1** Initial condition and parameters of stoichiometric C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>-O<sub>2</sub> mixture and stoichiometric H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> mixture

Working mediums	Stoichiometric C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> -O <sub>2</sub> mixture	Stoichiometric H <sub>2</sub> -O <sub>2</sub> mixture <sup>(11)</sup>
Initial density, ρ <sub>0</sub>	1.268 kg/m <sup>3</sup>	0.493 kg/m <sup>3</sup>
Initial pressure, P <sub>0</sub>	1.003x10 <sup>5</sup> Pa	1.01x10 <sup>5</sup> Pa
Initial temperature, T <sub>0</sub>	295 K	293 K
Specific heat ratio, γ	1.232	1.333
Molecular weight, M <sub>w</sub>	0.031 kg/mol	0.01185 kg/mol
Pre-exponential factor, A	8x10 <sup>8</sup> m <sup>3</sup> /(kgs)	7x10 <sup>8</sup> m <sup>3</sup> /(kgs)
Activation energy, E <sub>a</sub>	59035 J/mol	69036 J/mol
Chemical heat release, q	4.597x10 <sup>6</sup> J/kg	4.867x10 <sup>6</sup> J/kg
CJ detonation pressure	3.26x10 <sup>6</sup> Pa	1.773x10 <sup>6</sup> Pa
CJ detonation velocity	2343 m/s	2845 m/s



**Fig. 1** Comparison of experimental and numerical data at four pressure gauges



**Fig. 2** Schematic of a 2D simulation setup

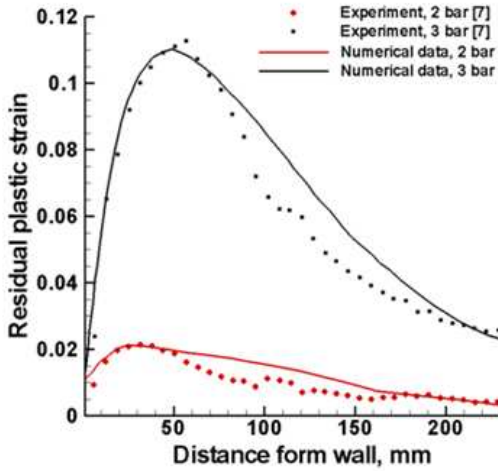


Fig. 3 Comparisons of experimental and numerical results of residual(radial) plastic strain

측된 반경 방향 소성 변형률<sup>(7)</sup>과 계산에서 획득된 반경 방향 소성 변형률을 비교한 그림이다. 여기서 확인할 수 있듯이 소성 변형만을 고려하였기 때문에 계산을 통해 구해진 지름 방향 변형률이 실험값에 비해 조금 크고 완만한 형태를 보이긴 하지만, 높은 압력에 의한 관의 변형의 경우에는 본 연구에서 사용된 모델로도 충분히 묘사할 수 있음을 확인하였다.

3.2 모델 설정

본 연구에서 우리는 H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 데토네이션 압력에 의한 구리 관의 소성 변형과 그에 따 크기의 관은 내경, 4 mm에 세 가지의 다른 두께 (0.12, 0.16, 0.2 mm)의 관이며, 두께 0.2 mm 관은 소성변형이 일어나는 두꺼운 관으로, 0.12, 0.16 mm 관은 소성변형이 일어나는 얇은 관으로 고려하였다.

우선, H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 기계적, 화학적 물성치 및 변수 값은 Table 1과 같은 값을 사용하였으며, 구리 관의 물성치와 Mie-Gruneisen EOS, 그리고 Johnson-Cook 강성 모델의 변수 값은 Table 2의 값을 사용하였다.

수치적 계산을 수행하기에 앞서 충분한 격자해상도의 확보를 위하여 다양한 격자 크기 하에서 H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 1D 데토네이션 모델의 계산을 수행하였다. Figure 4는 15 mm 길이의 계산 영역에서 좌측(0 mm 지점)에서 초기 데토네이션을 발생시킬 경우, 다양한 격자 크기(0.1, 0.05, 0.02, 0.01 mm)에 따른 데토네이션 구조를 보여주고 있는데, 0.02 mm와 0.01 mm의 경우 von Neumann

Table 2 Initial conditions and parameters of copper tube

Working mediums	Copper <sup>(12)</sup>
Initial density, $\rho_0$	8930 kg/m <sup>3</sup>
Initial temperature, $T_0$	293 K
Shear modulus, $G$	43.33 GPa
Possion's ratio, $\nu$	0.35
Heat capacity, $c$	383.5 W/(m K)
Gruneisen coefficient, $\Gamma_0$	2.0
Normal sound speed, $c_0$	3940 m/s
$s$	1.49
Initial yield strength, $\sigma_{Y,0}$	90 MPa
A	292 MPa
n	0.31
B	0.025
m	1.09

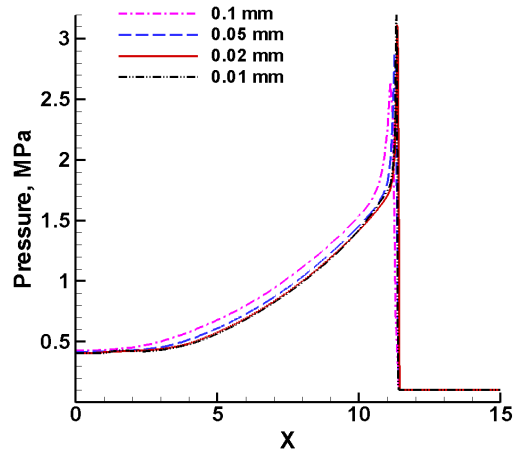


Fig. 4 Pressure profiles of four different mesh sizes (0.1, 0.05, 0.02, and 0.01 mm)

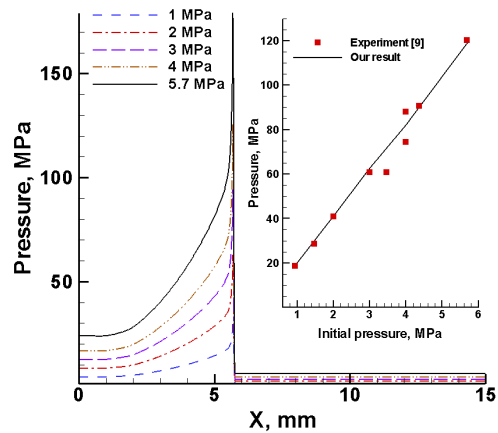


Fig. 5 Detonation structure and CJ pressure for increasing initial pressures in a stoichiometric H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> mixture

spike와 CJ 압력의 위치 및 크기가 거의 동일하기 때문에 본 연구에서는 0.02 mm를 적정 격자

크기로 간주하여 사용하였다. Fig. 5는 다양한 초기 압력에 대한 H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물의 데토네이션 압력 구조를 보여주고 있다. 그림에서 실험 값과 수치적 계산 값 모두, CJ 압력이 초기 압력에 비례하게 상승한다는 것을 확인할 수 있다.<sup>(9)</sup> 초기 압력, 0.101 MPa에서 수치적 계산 결과로써 von Neumann spike, CJ 압력, CJ 온도는 각각 3.38 MPa, 1.89 MPa, 3060 K로 이론 및 실험값과 거른 영향을 수치적으로 살펴보았다. 고려된 작은 일치함을 확인하였다.

다음으로 Fig. 6은 이차원 원통형 좌표계에게의 계산 영역(4 mm X 20 mm)을 보여준다. 여기서 가연성 가스 혼합물은 좌측으로부터 2 mm X 20 mm에 채워져 있으며 세 가지 두께(얇은 관: 0.12 mm, 0.16 mm, 두꺼운 관: 0.2 mm)를 고려하였다. 또한

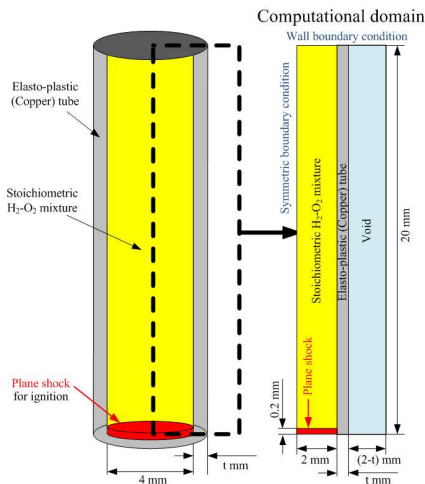


Fig. 6 Schematic of a 2D problem setup

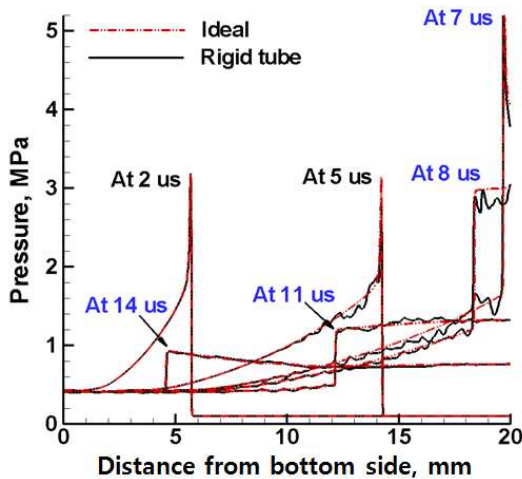


Fig. 7 Pressure histories of an ideal (1D model) and rigid tube (2D cylindrical model)

계산 영역에서의 경계 조건으로는 상단, 좌측, 우측, 하단에 각각 벽면 조건, 대칭 조건, zero gradient 조건, 외압 조건( $X_{boundary} = 0.95X_I + 0.05X_0$ )을 적용하였다. 마지막으로 가연성 가스 혼합물 영역 하단에 CJ 조건에 해당하는 값을 위치시켜 초기에 데토네이션이 전파할 수 있도록 하였다.

### 3.3 두꺼운 관(0.2 mm 두께 관)

Rigid 관과 thin-walled 관의 차이를 확인하기 위하여, 우선 0.2 mm 두께의 관을 사용하여 rigid 관에 대한 수치적 계산을 수행하였다.

이에 앞서 일차원 좌표계와 이차원 원통좌표계의 결과 비교를 통하여 관벽에 의해 발생하는 압력 섭동 현상을 확인하였는데, Fig. 7은 일차원 좌표계와 이차원 원통형 좌표계에서의 압력 변화를 보여주고 있다.

그림에서 확인할 수 있듯이 데토네이션과 반사파의 전파 속도는 동일한 반면, 일차원 계산에서 확인할 수 없었던 화염 전방에서의 압력 세기 변화가 발생하게 되는데 이는 관 내벽에서의 반사충격파와 열적 불안정성이 서로 복합적으로 작용하여 발생하는 것이다. 그래서 이차원 원통 좌표계에서의 최대압력이 von Neumann spike에 해당하는 3.38 MPa보다 높게 형성된다. 또한 그림을 통하여 데토네이션 속도 (2844 m/s), CJ 압력(1.89 MPa), CJ 압력의 대략 2.6 배에 해당하는 최대 반사파 압력(5 MPa)를 확인할 수 있는데 이는 실험적, 이론적 값과 유사하다.

다음으로 Fig. 8은 두꺼운 관 내의 데토네이션과 반사파의 전파를 밀도장으로 보여주고 있다. 그림에서 확인할 수 있듯이 데토네이션 전방에서

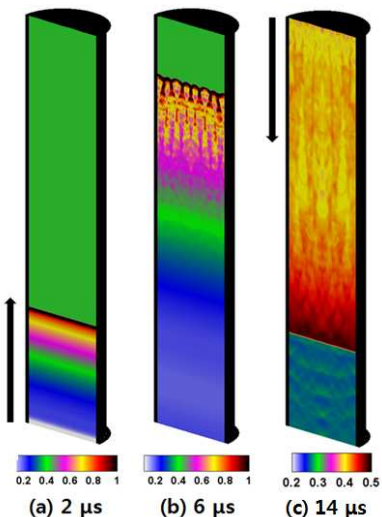


Fig. 8 Snapshots of density [unit: kg/m<sup>3</sup>] in a rigid tube. Arrows indicate the propagation direction

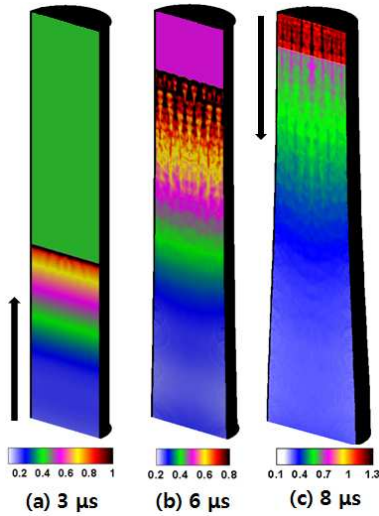


Fig. 9 Snapshots of density [unit: kg/m<sup>3</sup>] in a deformable tube(0.12 mm thickness tube)

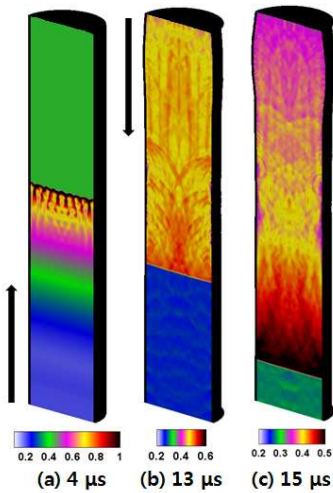


Fig. 10 Snapshots of density [unit: kg/m<sup>3</sup>] in a deformable tube(0.16 mm thickness tube)

지름과 축 방향으로 심한 압력 차이가 발생하면서 전파되는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 8(a)와 8(b)를 통하여 데토네이션이 아래부터 위로 전파하며 속도는 앞서 언급되었듯이 2844 m/s임을 확인할 수 있으며, Fig. 8(c)는 반사파가 2000 m/s의 속도로 위에서 아래로 전파한다.

3.4 얇은 관(0.12와 0.16 mm 두께 관)

두꺼운 관과는 대조적으로 얇은 관의 경우, 충격 혹은 데토네이션 압력과 같은 큰 압력 하중에서는 변형이 발생한다. 즉, 동일한 데토네이션 압력에 대해 0.12 또는 0.16 mm 두께 관에서는 앞서 언급된 0.2 mm 관과는 상이하게 관의 변형이 발생하며 내부 유동장으로 관 변형에 의한 팽창

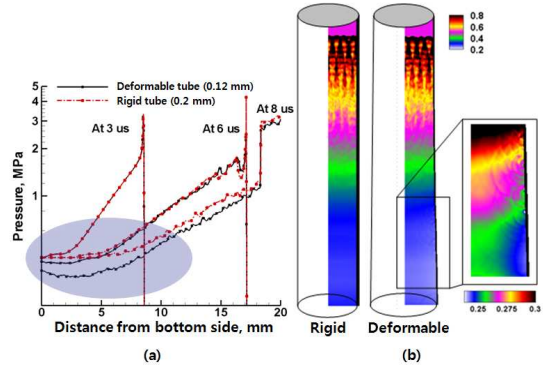


Fig. 11 Comparison between a rigid (0.2 mm thickness) and a deformable (0.12 mm thickness) tubes using (a) pressure histories and (b) density fields of each tube at 6.5 μs

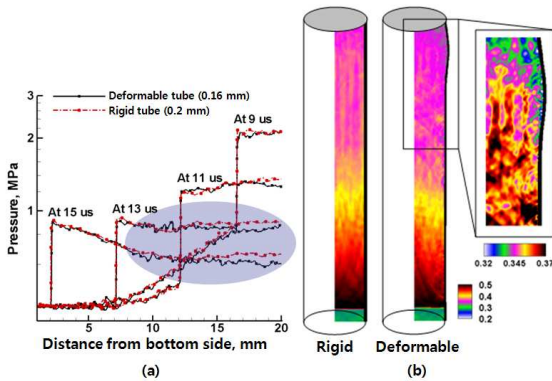
파가 전파되어 압력 및 밀도의 감소현상을 유발하게 된다.

아래의 Fig. 9는 0.12 mm 두께 관에서 데토네이션 및 반사파의 전파에 따라 변화하는 관 내부 밀도장을 보여주고 있다. Fig. 9(b)와 (c)에서 확인할 수 있듯이 관에 걸리는 effective plastic stress가 관의 항복 응력을 초과 하였을 때 관의 팽창이 발생하게 되며, 이에 따라 관 내벽과 가연성 혼합물 사이에서 주위 압력에 비하여 0.85배의 팽창과가 관 내부로 전파하게 되는데 이러한 팽창과는 관의 팽창함에 따라 다발적으로 발생하게 된다. 다발적으로 생성된 팽창과는 유동장 내에서 압력 및 밀도를 감소시키는 역할을 하게 되어 두꺼운 관과 비교하였을 때, 낮은 압력과 밀도를 보여준다.

다음으로 0.16 mm 두께의 관에서는 데토네이션의 압력에 의한 관의 변형은 발생하지 않지만, 반사파의 압력에 의한 변형을 확인할 수 있다. 이는 앞서 언급하였듯이 최대 반사파의 압력이 CJ 압력 대비 대략 2.6배 높기 때문이다. Fig. 10은 0.16 mm 두께 관에서 데토네이션 및 반사파의 전파에 따라 변화하는 관 내부 밀도장을 보여주고 있다. 그림에서 확인할 수 있듯이 반사파에 의한 관의 변형이 발생되기 전까지는 내부 유동장이 두꺼운 관 내의 유동장과 동일하지만, Fig. 10(b)와 (c)처럼 반사파의 압력에 의한 급작스런 변형이 일어나고 난 이후에는 지속적인 팽창과의 발생에 의해 유동장 내 밀도를 감소시킨다.

3.5 두꺼운 관과 얇은 관의 비교

앞서 언급된 데토네이션 전파 시 두꺼운 관과



**Fig. 12** Comparison between the rigid(0.2 mm thickness) and deformable(0.16 mm thickness) tubes using (a) pressure histories and (b) density fields of each tube at 15.5  $\mu$ s

얇은 관의 반응 및 관 내의 유동장의 차이는 팽창과의 생성 및 전파라는 관점에서 큰 차이를 보인다. 아래의 Fig. 11과 12은 동일한 시간에서의 두꺼운 관과 얇은 관의 시간에 따른 압력 변화와 밀도장의 일대일 비교를 통해 둘의 차이를 보여 준다. 우선, Fig. 11은 0.12 mm, 얇은 관과 0.2 mm, 두꺼운 관의 비교를 보여주는데, 그림에서 확인할 수 있듯이 데토네이션의 전파 속도는 동일하지만, 관 팽창에 의한 압력의 차이를 확연히 확인할 수 있다.

관의 팽창이 발생하는 부위에서 두꺼운 관의 경우 관의 0.4 MPa로 일정하게 압력이 유지되는 반면, 얇은 관의 경우는 다발적으로 생성되는 팽창과에 의해 압력 및 밀도가 감소하게 된다. 이러한 현상은 관 변형의 원인이 데토네이션 압력에서 반사파의 압력으로 바뀌기 때문에 팽창이 일어나는 위치만 다를 뿐 동일하게 0.16 mm 얇은 관에서도 발생한다. Figure 12는 0.16 mm 얇은 관과 0.2 mm 두꺼운 관의 비교를 보여주는데, 그림에서 확인할 수 있듯이 최대 반사파 압력이 발생하는 위치에서 관의 변형이 유도되어 압력 및 10%의 밀도의 감소 현상이 발생한다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 가연성 가스 혼합물의 데토네이션과 소성 변형이 가능한 얇은 관을 포함하는 다물질 고변형 현상을 고려하여 데토네이션 압력 하중 하에서의 두꺼운 관과 얇은 관의 반응 및 그에 따른 현상의 차이를 수치적으로 확인하였다. 이를 해석하기 위하여 적절한 가연성 가스 혼합물의 데

토네이션 모델과 소성 변형 모델, 그리고 변화하는 경계면의 추적을 위한 hybrid particle level-set 기법 및 경계값 결정을 위한 GFM을 사용하였다. H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> 혼합물과 구리관을 사용하여 일정한 지름에(2 mm) 세 가지 두께의(0.12, 0.16, 0.2 mm) 관을 해석하여 관 두께에 따라 두꺼운 관과 얇은 관의 차이를 비교하였다. 해석 결과를 통해 두꺼운 관에서 확인할 수 없었던 동적 경계면에서의 다발적인 팽창과 생성 및 압력, 밀도 감소 현상을 얇은 관에서 확인할 수 있었다.

본 연구의 해석에 활용된 가연성 가스 혼합물의 데토네이션 모델과 고변형 관 모델, 그리고 다물질 해석 기법은 작은 크기의 PDE 및 기타 작은 크기의 관을 사용하는 여러 분야에서, 변형 및 파괴 연구의 초석이 될 것이다.

#### 후 기

본 연구는 2014년도 BK21플러스 사업과 (주) 한화 위탁과제(피해 효과 모델링 및 해석), 서울대학교 차세대 우주추진 연구센터와 연계된 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행한 선도연구센터지원사업(NRF-2013R1A5A1073861)의 연구 결과이며, 지원에 대하여 감사드립니다.

#### 참고문헌 (References)

- (1) Naitoh, M., Kasahara, F., Mitsuhashi, I. and Ohshima, I., 2003, "Analysis on Pipe Rupture of Steam Condensation Line at Hamaoka-1," *J. Nucl. Sci.*, Vol. 40, pp. 1032~1040.
- (2) Vaidogas, E. R. and Jucevicius, V., 2008, "Sustainable Development and Major Industrial Accidents," *Tech. Economic Devel. Economy*. Vol. 14, pp. 612~627.
- (3) Roy, G. D., Frolov, S. M. and Netzer, D. W., 2004, "Pulse Detonation Propulsion: Challenges, Current Status, and Future Perspective," *Prog. Energy Combust.*, Vol. 30, pp. 545~672
- (4) Uruno, T., Maeda, S. and Kasahara, 2013, "Study on Detonation Wave Attenuation Through Narrow Tube for Application to Explosion Safety and Detonation Engines," *51th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 7-10 January, Texas.



- (5) Beltman, W. M. and Shepherd, J. E., 2002, "Linear Elastic Reponse of Tubes to Internal Detonation Loading," *J. Sound Vib.*, Vol. 252, pp. 617~655.
- (6) Karnesky, J. A., 2010, "Detonation Induced Strain in Tubes," PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- (7) Karnesky, J. A., Damazo, J. S., Chow-Yew, K., Rusinek, A. and Shepherd, J. E., "Plastic Deformation Due to Reflected Detonation," 2013, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 50, pp. 97~110.
- (8) Damazo, J. S., 2013, "Planar Reflection of Gaseous Detonation," PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- (9) Nebu, A., Inagaki, T., Kawaeda, H., Inhida, T. and Kuznetsov, M. "Structural Response of Steel Pipes induced by Hydrogen-oxygen Detonation," SMiRT 19, Toronto, August 2007, Paper#J04/3.
- (10) Shepherd, J. E., 2009, "Structural Response of Piping to Internal Detonation," *J. Pres. Ves. Tech.*, Vol. 131.
- (11) Gamezo, V. N., Desbordes, D. and Oran, E. S., 1999, "Two-dimensional Reactive Flow Dynamics in Cellular Detonation Waves," *Shock Waves*, Vol. 9, pp. 11~17.
- (12) Kim, K. and Yoh, J. J., 2013, "A Particle Level-set Based Eulerian Method for Multi-material Detonation Simulation of High Explosive and Metal Confinements," *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 34, pp. 2025~2033.
- (13) Yoo, S. and Stewart, D. S., 2005, "A Hybrid Level Set Method for Modelling Detonation and Combustion Problems in Complex Geometries," *Combust. Theory Modelling*, Vol. 9, pp. 219~254.
- (14) Lee, S., Barthelat, F., Hutchinson, J. W. and Espinosa, H. D., 2006, "Dynamic Failure of Metallic Pyramidal Truss Core Materials - Experiments and Modelling," *Int. J. Plasticity*, Vol. 22, pp. 2118~2145.
- (15) Vitall, E. and Benson, D. J., 2012, "Modelling Localized Failure with Arbitrary Lagrangian Eulerian Methods," *Comput. Mech.* Vol. 49, pp. 197~212.