

통신 지연을 갖는 고차 적분기시스템의 일치

Consensus of High-Order Integrators With a Communication Delay

이 성 렬**

Sungryul Lee**

Abstract

This paper investigates the consensus problem for high-order integrators with an arbitrary large communication delay. In order to solve this problem, new consensus controller with an additional design parameter that can eliminate the effect of a communication delay on the consensus problem is proposed. Also, it is proved that the proposed consensus controller can always solve the consensus problem of high-order integrators even in the presence of an arbitrarily large communication delay. Finally, an illustrative example is given in order to show the effectiveness of our design method.

요 약

본 논문은 통신 지연이 존재하는 고차적분기 시스템의 일치문제를 다룬다. 리카티 방정식 기반의 제어기법과 시간 지연의 효과를 제거해주는 부가적인 설계변수를 도입함으로써 임의로 큰 통신 지연이 존재하는 경우에도 일치 문제를 해결할 수 있음을 증명한다. 또한, 단지 하나의 변수만 설계하면 되기 때문에 기존의 설계 방법에 비하여 매우 간단하고 제어기의 존재성이 통신지연의 크기에 의존하지 않는다는 장점을 가진다.

Key words : high-order integrators, consensus, communication delay, undirected graph, controller

1. 서론

최근에 다개체 시스템의 일치제어 문제가 많은

* Dept. of Control & Robotics Engineering, Kunsan National University

★ Corresponding author

e-mail: 2sungryul@kunsan.ac.kr, Tel: 063-469-4687

Manuscript received Nov 3, 2015; revised Nov 17, 2015

; revised Dec 1, 2015 : accepted Dec 3, 2015

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License

(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

주목을 받고 있다. 일치제어문제는 무인항공기의 협조제어, 이동로봇의 대형제어, 인공위성의 자세 정렬, 등 다양한 분야에 응용이 가능하기 때문에 매우 중요하다. 선형 다개체 시스템의 일치문제는 지금까지 매우 광범위하게 연구되어져 왔다 [1]-[3]. 또한, 선형 다개체 시스템에 대한 연구 결과들은 강인 일치, 출력피드백 일치, 비선형시스템의 일치 등으로 확장되고 있다[4]-[6]. 한편, 각 개체들은 시간지연이 존재하는 통신 네트워크를 통하여 이웃한 개체들의 상태정보를 받기 때문에 네트워크 지연을 갖는 다개체 시스템의 일치 문제가 매우 중요한 이슈로 떠오르고 있다. 시간지연을 갖는 다개체 시스템의 일치 문제에 관한 많은 논문들은 일치 문제를 안정화 문제로

변환하고 선형행렬부등식 기반의 제어기 설계방법을 제안하고 있다[7]-[9]. 그러나 선형행렬부등식은 매우 큰 통신지연이 존재하는 경우에는 해의 존재성을 보장하지 못하는 단점을 가진다. 한편, 임의의 크기를 갖는 통신지연이 존재하는 다개체 시스템에 대한 일치제어기 설계는 [10]과 [11]에서 다루어졌다. 그러나, 이들은 1차 또는 2차 적분기시스템에만 적용가능하고 고차시스템으로 확장이 어렵다. 본 논문에서는 통신 지연을 갖는 양방향 네트워크로 연결된 고차 적분기시스템의 일치 문제를 다룬다. 기존의 논문과는 다르게 선형행렬부등식을 사용하지 않고 리카티 방정식 기반의 제어기법과 시간지연의 효과를 제거해주는 부가적인 설계변수를 도입함으로써 임의로 큰 통신 지연이 존재하는 경우에도 일치 문제를 해결할 수 있음을 증명한다. 단지 하나의 변수만 설계하면 되기 때문에 기존의 설계방법에 비하여 매우 간단하고 제어기의 존재성이 통신지연의 크기에 의존하지 않는다는 장점을 가진다. 또한, [10]과 [11]의 결과와는 달리 고차적분기시스템에도 적용가능하다는 점에서 장점을 가진다. 마지막으로 수치예제를 통하여 제안한 방법을 입증한다.

II. 문제정의

본 논문에서는 다음과 같은 고차 적분기시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), i=1, \dots, N \quad (1)$$

여기서 $x_i(t) \in R^n, u_i(t) \in R$ 는 각각 i 번째 개체의 상태변수, 제어입력을 나타낸다. 행렬 $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times 1}$ 는 다음과 같은 상수행렬이다.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

다개체 시스템 (1)의 통신 네트워크는 양방향(undirected) 그래프 $G=(V,E)$ 를 이용하여 표현한다. $V=\{1, \dots, N\}$ 는 노드의 집합이고 $E \subset V \times V$ 는 에지의 집합이다. 각 개체는 그래프 G 의 각 노드로 정의되고 에지 $(i,j) \in E$ 는 개체 j 가 개체 i 로부터 상태정보를 받을 수 있음을 의미한다. 서로 다른 노드 i_1 과 i_l 사이의 경로(path)는 연속된 에지들의 집합 $(i_k, i_{k+1}), k=1, \dots, l-1$ 으로 정의한다.

모든 서로 다른 노드들 사이에 경로가 존재한다면 양방향그래프는 연결되어있다(connected)고 정의한다. 양방향 그래프 G 의 인접(Adjacency)행렬 $A=(a_{ij}) \in R^{N \times N}$ 는 다음처럼 정의한다.

$$\begin{aligned} a_{ij} &= 0 \text{ if } i=j, \\ a_{ij} &= a_{ji} = 1 \text{ if } (i,j) \in E, \\ a_{ij} &= a_{ji} = 0 \text{ if } (i,j) \notin E. \end{aligned} \quad (2)$$

또한, 양방향그래프 G 의 라플라시안(Laplacian)행렬 $L=(l_{ij}) \in R^{N \times N}$ 은 다음처럼 정의한다.

$$\begin{aligned} l_{ij} &= \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij} \text{ if } i=j, \\ l_{ij} &= -a_{ij} \text{ if } i \neq j. \end{aligned} \quad (3)$$

다음 보조정리 1에서 라플라시안 행렬 L 의 중요한 특징을 제시하였다.

보조정리 1[9]: 양방향그래프 G 는 연결되어있다고 가정한다. 그러면, 0은 행렬 L 의 단순 특이값이고 모든 다른 특이값들은 양수이다. 더욱이, $U^T U = I_N$, $U^T L U = A = \text{diag}(0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N-1})$ 을 만족시키는 행렬 $U = (1_N / \sqrt{N} U_2)$ 가 항상 존재한다. 위 식에서 $I_N \in R^{N \times N}$ 은 단위행렬을 나타내고 행렬 1_N 은 $1_N = (1, \dots, 1)^T \in R^{N \times 1}$ 이다. $\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}$ 은 행렬 L 의 양의 특이값을 나타낸다. $U_2 \in R^{N \times (N-1)}$ 는 상수행렬을 나타낸다.

보조정리 2[12]: $\mu = 2 \min_i \{\lambda_i\}$ 으로 정의하면 모든 상수 μ 에 대하여 다음 리카티 방정식 (4)를 만족시키는 유일한 행렬 $P = P^T > 0$ 가 항상 존재한다.

$$A^T P + P A - \mu P B B^T P + I = 0 \quad (4)$$

위 식에서 $I \in R^{n \times n}$ 는 단위행렬이다.

리카티 방정식 (4)의 행렬 P 는 제안한 제어기의 이득행렬에 사용되고 식 (4)는 다음 장에서 안정도 해석에 중요한 역할을 한다.

정의 1: 다개체 시스템 (1)에 대하여 다음 식 (5)를 만족할 때 식 (1)의 모든 상태가 일치에 도달한다고 정의한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0 \text{ for } i, j = 1, \dots, N \quad (5)$$

식 (5)는 일치문제를 정의한 식이다. 시간이 무한대로 증가함에 따라 각 개체의 모든 상태가 일치

에 도달함을 의미한다. 유한하지만 임의의 크기를 가질 수 있는 통신 지연 $0 < \Delta < \infty$ 이 존재하는 환경 하에서 다개체 시스템 (1)에 대한 일치문제를 풀기 위하여 다음과 같은 일치 제어기를 제안한다.

$$u_i(t) = -B^T P \Theta \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t-\Delta) - x_j(t-\Delta)) \quad (6)$$

식 (6)에서 $\Theta = \text{diag}(1/\theta^n, 1/\theta^{n-1}, \dots, 1/\theta)$ 는 이득행렬이고 설계변수 $\theta > 0$ 은 통신지연을 보상하는 역할을 수행하고 다음 장에서 설계방법을 제시한다. 상수 $\Delta > 0$ 는 네트워크에 존재하는 통신지연을 나타낸다. 이득행렬 P 는 리카티 방정식 (4)의 해로서 페루프 시스템의 선형부분을 안정화시키는 역할을 수행한다. 또한, 식 (4)에서 보듯이 다개체 시스템의 네트워크 정보와 모델 정보로부터 계산되므로 시간지연과는 무관하다. 따라서 실제로 설계해야 할 변수는 θ 뿐이기 때문에 기존의 설계방법에 비하여 설계과정이 매우 단순하다. 제안한 제어기 (6)은 기존 연구와는 다르게 이득행렬을 두 부분으로 구성함으로써 임의의 크기를 갖는 통신지연의 효과를 제거할 수 있는 장점을 가진다. 본 논문의 목표는 유한하지만 임의의 크기를 갖는 $\Delta > 0$ 에 대하여 제어기 (6)가 식 (1)의 일치문제를 해결할 수 있음을 보이는 것이다.

III. 주요결과

다음 정리에서 본 논문의 주요결과를 제시한다.

정리 1: 양방향그래프 G 는 연결되어있다고 가정한다. 그러면, 유한하지만 임의의 크기를 가질 수 있는 통신지연 $\Delta > 0$ 에 대하여 제어기 (6)이 다개체 시스템 (1)의 일치문제를 해결하도록 하는 설계변수 $\theta > 0$ 이 항상 존재한다.

증명: 먼저 식 (1), (6)를 고려하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) - BB^T P \Theta \sum_{j=1}^N l_{ij} x_j(t-\Delta) \quad (7)$$

여기서 다음과 같은 좌표변환을 고려해보자.

$$e_i(t) = x_i(t) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t), i=1, \dots, N \quad (8)$$

식 (8)은 일치문제를 안정화 문제로 변환시키는데 중요한 역할을 하는 좌표변환이다. 식 (7)을

식 (8)을 이용하여 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= Ae_i(t) - BB^T P \Theta \sum_{j=1}^N l_{ij} x_j(t-\Delta) \\ &\quad + \frac{1}{N} BB^T P \Theta \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N l_{kj} x_j(t-\Delta) \end{aligned} \quad (9)$$

$l_{ij} = l_{ji}, \sum_{j=1}^N l_{ij} = 0$ 를 고려하면 식 (9)는 다음과 같다.

$$\dot{e}_i(t) = Ae_i(t) - BB^T P \Theta \sum_{j=1}^N l_{ij} e_j(t-\Delta) \quad (10)$$

$e(t) = (e_1^T(t), \dots, e_N^T(t))^T$ 으로 정의하면 식 (10)은 다음처럼 행렬형태로 정리할 수 있다.

$$\dot{e}(t) = (I_N \otimes A)e(t) - (L \otimes BB^T P \Theta)e(t-\Delta) \quad (11)$$

위 식에서 \otimes 는 크로네커 곱셈을 의미한다. 식 (8)을 고려하면 일치조건 $x_1(t) = \dots = x_N(t)$ 과 조건 $e(t) = 0$ 이 등가임을 보이는 것은 매우 쉽다. 따라서, 식 (1)의 일치문제를 식 (11)의 안정화문제로 바꾸어 생각할 수 있다. 지금부터 식 (11)의 안정화 조건을 유도해보자. 먼저, 식 (11)에서 시간지연항을 제거하기 위하여 다음과 같은 라이프니츠 공식을 고려해보자.

$$e(t-\Delta) = e(t) - \int_{t-\Delta}^t \dot{e}(s) ds \quad (12)$$

식 (12)를 이용하면 식 (11)은 다음처럼 시간지연항이 제거된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (I_N \otimes A)e(t) - (L \otimes BB^T P \Theta)e(t) \\ &\quad + (L \otimes BB^T P \Theta) \int_{t-\Delta}^t \dot{e}(s) ds \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 다음과 같은 두 번째 좌표변환을 고려해보자.

$$z(t) = (I_N \otimes \Sigma)e(t), \Sigma = \text{diag}(\theta, \dots, \theta^n) \quad (14)$$

식 (14)는 식 (13)에서 선형부분과 시간지연값을 포함하는 비선형 부분을 분리하여 해석하도록 해주는 역할을 수행한다. 크로네커곱셈의 성질과 다음과 같은 공식을 이용하면

$$\Sigma A \Sigma^{-1} = \frac{1}{\theta} A, \Sigma B B^T P \Theta \Sigma^{-1} = \frac{1}{\theta} B B^T P \quad (15)$$

식 (13)은 다음처럼 변환된다.

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= (I_N \otimes \Sigma A \Sigma^{-1})z(t) - (L \otimes \Sigma B B^T P \Theta \Sigma^{-1})z(t) \\ &\quad + (L \otimes \Sigma B B^T P \Theta \Sigma^{-1}) \int_{t-\Delta}^t \dot{z}(s) ds \\ &= \frac{1}{\theta} (I_N \otimes A)z(t) - \frac{1}{\theta} (L \otimes B B^T P)z(t) \\ &\quad + \frac{1}{\theta} (L \otimes B B^T P) \int_{t-\Delta}^t \dot{z}(s) ds \end{aligned} \quad (16)$$

가정에 의하여 G 가 연결되어있다면 보조정리 1에

의하여 식 $U^T U = I_N$, $U^T L U = \text{diag}(0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N-1})$ 을 만족시키는 행렬 U 가 항상 존재한다. 이제, 다음과 같은 세 번째 좌표변환을 고려해보자.

$$\epsilon(t) = (\epsilon_1^T(t) \ \epsilon_2^T(t))^T = (U^T \otimes I_n) z(t) \quad (17)$$

식 (17)은 페루프 시스템 (16)의 차원을 감소시킴으로써 설계변수의 계산량을 줄여주는 효과를 얻을 수 있다. 식 (17)과 보조정리 1의 행렬 U 의 정의를 이용하면 식 (16)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}(t) &= \frac{1}{\theta} (I_N \otimes A) \epsilon(t) \\ &\quad - \frac{1}{\theta} (\Lambda \otimes BB^T P) \epsilon(t) \\ &\quad + \frac{1}{\theta} (\Lambda \otimes BB^T P) \int_{t-\Delta}^t \dot{\epsilon}(s) ds \end{aligned} \quad (18)$$

행렬 U 와 $e(t)$ 의 정의로부터 다음이 성립한다.

$$\epsilon_1(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \otimes I_n \right) z(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N z_i(t) = 0 \quad (19)$$

따라서, 식 (18)은 다음처럼 축소된다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_2(t) &= \frac{1}{\theta} (I_{N-1} \otimes A) \epsilon_2(t) \\ &\quad - \frac{1}{\theta} (\bar{\Lambda} \otimes BB^T P) \epsilon_2(t) \\ &\quad + \frac{1}{\theta} (\bar{\Lambda} \otimes BB^T P) \int_{t-\Delta}^t \dot{\epsilon}_2(s) ds \end{aligned} \quad (20)$$

위 식에서 $\bar{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1})$ 이다. 결과적으로 식 (20)은 식 (16)보다 n 차원이 감소한 수식이 된다. 식 (21)의 안정도 해석을 위하여 다음과 같은 Lyapunov-Krasovskii functional을 고려하자.

$$\begin{aligned} V(t) &= \epsilon_2^T(t) (I_{N-1} \otimes P) \epsilon_2(t) \\ &\quad + \int_{-\Delta}^0 \int_{t+\beta}^t \|\dot{\epsilon}_2(\alpha)\|^2 d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \frac{1}{\theta} \epsilon_2^T(t) [I_{N-1} \otimes (A^T P + PA) - 2\bar{\Lambda} \otimes (PBB^T P)] \epsilon_2(t) \\ &\quad + \frac{2}{\theta} \epsilon_2^T(t) \bar{\Lambda} \otimes (PBB^T P) \int_{t-\Delta}^t \dot{\epsilon}_2(s) ds \\ &\quad + \Delta \dot{\epsilon}_2^T(t) \dot{\epsilon}_2(t) - \int_{t-\Delta}^t \|\dot{\epsilon}_2(\alpha)\|^2 d\alpha \end{aligned} \quad (22)$$

식 (4)를 고려하면 다음을 증명하는 것은 매우 쉽다.

$$I_{N-1} \otimes (A^T P + PA) - 2\bar{\Lambda} \otimes (PBB^T P) \leq -I_{N-1} \quad (23)$$

또한, 식 (22)의 우변의 두번째 항을 제곱항으로 변환하기 위하여 Young과 Jensen의 부등식을 이

용하면 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2}{\theta} \epsilon_2^T(t) \bar{\Lambda} \otimes (PBB^T P) \int_{t-\Delta}^t \dot{\epsilon}_2(s) ds \\ &\leq \frac{1}{2\theta} \|\epsilon_2(t)\|^2 + \frac{2}{\theta} \|\bar{\Lambda} \otimes PBB^T P\|^2 \left\| \int_{t-\Delta}^t \dot{\epsilon}_2(s) ds \right\|^2 \\ &\leq \frac{1}{2\theta} \|\epsilon_2(t)\|^2 + \frac{2\Delta}{\theta} \|\bar{\Lambda} \otimes PBB^T P\|^2 \int_{t-\Delta}^t \|\dot{\epsilon}_2(s)\|^2 ds \end{aligned} \quad (24)$$

식 (22)의 우변의 세번째항을 제곱항으로 변환하기 위하여 식 (20)의 양변에 놈(norm)을 취하고 제곱한 후 삼각부등식과 Jensen의 부등식을 이용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\Delta \dot{\epsilon}_2^T(t) \dot{\epsilon}_2(t) \\ &\leq \frac{2\Delta}{\theta^2} \|I_{N-1} \otimes A - \bar{\Lambda} \otimes BB^T P\|^2 \|\epsilon_2(t)\|^2 \\ &\quad + \frac{2\Delta}{\theta^2} \|(\bar{\Lambda} \otimes BB^T P)\|^2 \left\| \int_{t-\Delta}^t \dot{\epsilon}_2(s) ds \right\|^2 \\ &\leq \frac{2\Delta}{\theta^2} \|I_{N-1} \otimes A - \bar{\Lambda} \otimes BB^T P\|^2 \|\epsilon_2(t)\|^2 \\ &\quad + \frac{2\Delta^2}{\theta^2} \|(\bar{\Lambda} \otimes BB^T P)\|^2 \int_{t-\Delta}^t \|\dot{\epsilon}_2(s)\|^2 ds \end{aligned} \quad (25)$$

식 (23),(24),(25)을 이용하면 식 (22)는 다음처럼 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \left(-\frac{1}{2\theta} + \frac{2\Delta}{\theta^2} \|I_{N-1} \otimes A - \bar{\Lambda} \otimes BB^T P\|^2 \right) \|\epsilon_2(t)\|^2 \\ &\quad + \left(\frac{2\Delta}{\theta} \|\bar{\Lambda} \otimes PBB^T P\|^2 + \frac{2\Delta^2}{\theta^2} \|\bar{\Lambda} \otimes BB^T P\|^2 - 1 \right) \\ &\quad \cdot \int_{t-\Delta}^t \|\dot{\epsilon}_2(s)\|^2 ds \end{aligned} \quad (26)$$

여기서, $\dot{V}(t) < 0$ 를 만들기 위하여 다음식이 만족되어야 한다.

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{2\theta} + \frac{2\Delta}{\theta^2} \|I_{N-1} \otimes A - \bar{\Lambda} \otimes BB^T P\|^2 \right) < 0 \\ &\left(\frac{2\Delta}{\theta} \|\bar{\Lambda} \otimes PBB^T P\|^2 + \frac{2\Delta^2}{\theta^2} \|\bar{\Lambda} \otimes BB^T P\|^2 - 1 \right) < 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$P, \bar{\Lambda}$ 는 주어진 상수행렬이고 통신지연 $\Delta > 0$ 는 유한한 크기를 가지므로 설계변수 $\theta > 0$ 를 충분히 크게 증가시킨다면 식 (27)을 항상 만족시킬 수 있다. 따라서, 식 (27)을 만족시키는 $\theta > 0$ 에 대하여 식 (11)은 점근적으로 안정하고 이것은 식 (1)의 모든 상태변수가 일치에 도달함을 의미한다.

IV. 모의 실험

본 논문에서 제안한 설계 방법의 유효성을 증명하기 위하여 다음과 같은 다개체 시스템을 고려해보자

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= Ax_i(t) + Bu_i(t), i=1, \dots, 4 \quad (28) \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ x_i(t) &= (x_{i1}(t) \ x_{i2}(t) \ x_{i3}(t))^T \in R^3 \end{aligned}$$

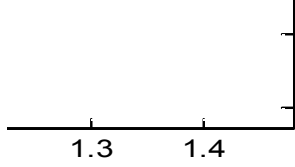


Fig. 1. Network topology
그림 1. 네트워크 토폴로지

다개체 시스템의 통신 네트워크는 그림1과 같다. 그림 1에서 각 노드는 개체를 의미하고 에지를 통하여 연결된 노드들은 서로 상대정보를 교환할 수 있다. 식 (3)의 정의를 이용하면 그림 1의 라플라시안 행렬은 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

라플라시안 행렬 L 의 특이값은 0, 1, 1, 4이다. 따라서, 식 (4)에서 $\mu=2$ 이다. 그리고 그림 1의 그래프는 연결되어 있다. 먼저 Matlab을 이용하여 식 (4)를 풀면 다음을 얻는다.

$$P = \begin{pmatrix} 2.4142 & 2.4142 & 1.0000 \\ 2.4142 & 4.8284 & 2.4142 \\ 1.0000 & 2.4142 & 2.4142 \end{pmatrix}. \quad (30)$$

설계변수 θ 는 부등식 (27)을 만족시키도록 $\theta=70$ 으로 설정한다. 또한, 통신지연은 $\Delta=10$ 으로 가정한다. 모의실험에 사용된 각 개체의 초기값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= (0 \ -3 \ 0.2)^T, -\Delta \leq t \leq 0 \quad (31) \\ x_2(t) &= (200 \ -2 \ 0)^T \\ x_3(t) &= (400 \ -1 \ 0.1)^T \\ x_4(t) &= (600 \ 0 \ 0.3)^T \end{aligned}$$

그림 2,3,4은 각 개체의 상태변수의 그래프를 나타낸다. 그림에서 보듯이 매우 큰 네트워크 지연이 존재함에도 불구하고 모두 점근적으로 일치상

태에 도달함을 볼 수 있다. 그러나, 제안한 제어기는 θ 값이 증가하면 매우 작은 이득을 갖기 때문에 θ 값이 증가할수록 일치에 도달하는 수렴속도는 점점 느려지는 단점을 가진다. 본 논문의 결과는 $\Delta > 10$ 인 경우에도 정리 1에 따라 적용가능하다.

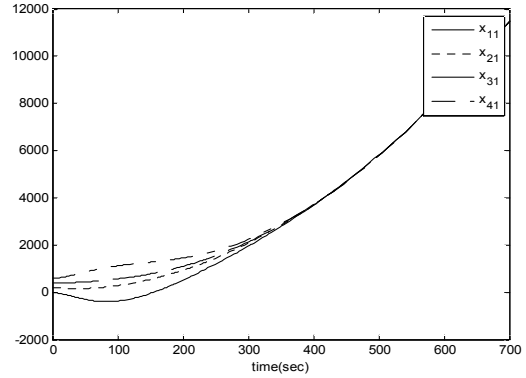


Fig. 2. The trajectories of $x_{i1}(t), i=1, \dots, 4$
그림 2. $x_{i1}(t), i=1, \dots, 4$ 의 그래프

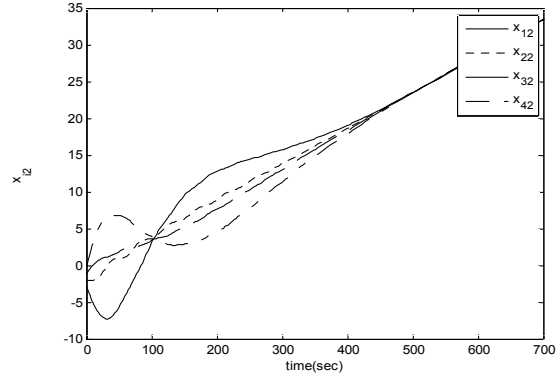


Fig. 3. The trajectories of $x_{i2}(t), i=1, \dots, 4$
그림 3. $x_{i2}(t), i=1, \dots, 4$ 의 그래프

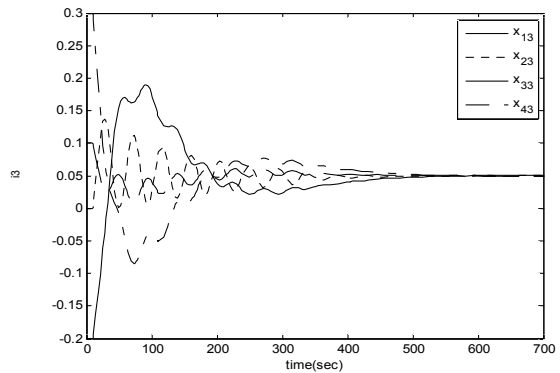


Fig. 4. The trajectories of $x_{i3}(t), i=1, \dots, 4$
그림 4. $x_{i3}(t), i=1, \dots, 4$ 의 그래프

V. 결론

본 논문에서는 리카티 방정식 기반의 제어기법과 시간지연의 효과를 제거해주는 부가적인 설계변수를 도입함으로써 임의로 큰 통신 지연이 존재하는 경우에도 일치 문제를 해결할 수 있음을 증명하였다. 단지 하나의 변수만 설계하면 되기 때문에 기존의 설계 방법에 비하여 매우 간단하고 제어기의 존재성이 통신지연의 크기에 의존하지 않는다는 장점을 가진다.

References

- [1] R. Olfati-Saber, and R. Murray, "Consensus Problems in Networks of Agents With Switching Topology and Time-Delays," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520-1533, 2004.
- [2] J. Seo, H. Shim, and J. Back, "Consensus of high-order linear systems using dynamic output feedback compensator: Low gain approach," *Automatica*, vol. 45, pp. 2659-2664, 2009.
- [3] P. Wieland, R. Sepulchre, and F. Allgöwer, "An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization," *Automatica*, vol. 47, pp. 1068 - 1074, 2011.
- [4] Z. Li, Z. Duan, G. Chen, and L. Huang, "Consensus of Multiagent Systems and Synchronization of Complex Networks: A Unified Viewpoint," *IEEE Trans. Circuits & Systems-I: Regular Papers*, vol. 57, no. 1, pp. 213-224, 2010.
- [5] H. L. Trentelman, K. Takaba, and N. Monshizadeh, "Robust Synchronization of Uncertain Linear Multi-Agent Systems," *IEEE Trans. On Automat. Contr.*, vol.58, no.6, pp 1511-1523, June 2013
- [6] Z. Li, W. Ren, X. Liu, and M. Fu, "Consensus of Multi-Agent Systems With General Linear and Lipschitz Nonlinear Dynamics Using Distributed Adaptive Protocols," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 58, no. 7, pp.1786-1791, 2013.
- [7] P. Lin, Y. Jia, and L. Li, "Distributed robust H infinite consensus control in directed networks of agents with time-delay," *Systems & Control Letters*, vol. 57, pp. 643 - 653, 2008.
- [8] Y.G. Sun and L. Wang, "Consensus of Multi-Agent Systems in Directed Networks With Nonuniform Time-Varying Delays," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 54, no. 7, pp. 1607-1613, 2009.
- [9] Y. Cui, and Y. Jia, " L_2-L_∞ consensus control for high-order multi-agent systems with switching topologies and time-varying delays," *IET Control Theory & Applications*, vol.6, iss.12. pp.1933-1940, 2012
- [10] X. Liu, W. Lu, and T. Chen, "Consensus of Multi-Agent Systems With Unbounded Time-Varying Delays," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.55, no.10, pp.2396-2401, Oct. 2010.
- [11] P. Lin and Y. Jia, "Consensus of a Class of Second-Order Multi-Agent Systems With Time-Delay and Jointly-Connected Topologies," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.55, no.3, pp.778-784, Mar. 2010.
- [12] Z. Lin, *Low gain feedback*, Springer, 1999

BIOGRAPHY

Sungryul Lee (Member)



1996 : B.S. degree in Electronic Engineering, Yonsei University.

1998 : M.S. degree in Electrical & Electronic Engineering, Yonsei University.

2003 : Ph.D. degree in Electrical & Electronic Engineering, Yonsei University.

2003~2006 : Research Engineer, Samsung Electronics.

2007~ : Professor, Kunsan National University