

## 대차 프레임 스킨의 두께에 따른 RTM 공정 특성 분석 연구

김무선\* · 김정석\*\* · 김승모\*\*\*†

### Study on Analysis of RTM Process to Manufacture Bogie Frame Skin Depending on Thickness

Moosun Kim\*, Jung-Seok Kim\*\*, Seung Mo Kim\*\*\*†

**ABSTRACT:** In this study, we analyzed process numerically when a bogie frame skin is manufactured by applying resin transfer molding process using composite material instead of steel. Processing time was compared based on the various thickness of bogie frame skin and the weight variation of a skin was also considered. As a result, RTM processing time decreases and the weight of a bogie reduces as the thickness of frame skin increases with the assumption that fiber volume is constant inside the skin. By considering these results as the information to estimate the production cost, trade-off between two fields, processing time and structural properties, can be performed in design optimization to produce bogie frame.

**초 록:** 이번 연구에서는 기존 철도차량의 대차 시스템에서 금속재로 제작되어온 대차 프레임 스킨을 대상으로, RTM 공정을 활용하여 복합소재로 제작할 때, 수치 해석 결과를 활용한 공정 특성을 분석하였다. 대차 프레임 스킨의 횡단면을 기준으로 두께의 변화에 따른 성형공정시간을 비교하였으며, 그에 따른 대차 프레임 스킨의 중량 변화도 함께 고려하였다. 결과적으로, 내부 섬유 매트와 부피가 일정하다는 가정하에 프레임 스킨 두께의 증가에 따라 RTM 공정시간은 줄어들었으며, 전체 시스템 중량도 감소하는 효과를 보였다. 이 결과를 토대로 향후 대차 프레임의 제조공정비용과 구조특성, 두 영역의 trade-off를 구현할 수 있는 설계 최적화 연구분야에서 제조공정 분야의 상대적 비용 산출을 위한 기본 자료로 활용할 수 있다.

**Key Words:** 대차 프레임(Bogie frame), 복합재료(Composite materials), 수지이송성형기법(Resin Transfer Molding process), 스킨 두께(Skin thickness)

## 1. 서 론

철도시스템에서 차량 경량화는 열차 운영을 위한 소요 에너지 절감과 더불어 열차 고속운행을 가능하게 하며, 차량 중량으로 인한 궤도 손상을 최소화 함으로써 유지보수 비용을 줄이는 효과를 함께 얻을 수 있다. 따라서 철도 차량 제작 시 차량 경량화는 주요 이슈이며, 차량 시스템의 다

양한 곳에 경량화를 위한 소재 적용이 활발히 진행 중에 있다. 현재까지 철도 차량에서 경량화의 일환으로, 복합소재 적용은 차량의 차체(car body)에 집중되어 왔는데, 대차와 같은 구동 시스템에도 복합소재 적용 검토가 확대되고 있다. 대차 프레임을 복합소재로 제작할 경우, 복합소재 자체의 감쇠 특성에 의하여 현가장치의 축소 또는 삭제가 가능하여 추가적인 경량화 효과를 거둘 수 있다. 실례로, 한국

Received 9 December 2015, received in revised form 21 December 2015, accepted 28 December 2015

\*Korea Railroad Research Institute, Metropolitan Transportation Research Center

\*\*Korea Railroad Research Institute, New Transportation Systems Research Center

\*\*\*†Korea University of Technology and Education, School of Mechanical Engineering, Corresponding author (E-mail: smkim@koreatech.ac.kr)

철도기술연구원에서는 유리섬유 활용 복합소재로 대차프레임을 개발하고 있다. 관련 연구로는 Kim 등[1]이 복합재 대차 프레임의 금속재 체결부 볼트 위치에 관한 최적화 연구를 진행하였으며, Jeon 등[2]은 대차프레임의 피로특성을 예측하기 위하여 복합소재 피로 물성 시험을 진행하였고, Kim 등[3]은 복합소재 대차 프레임의 감쇠특성을 연구하였다. 앞서 언급한 연구들에서는 대차 프레임은 유리섬유 프리프레그를 적층하여 오븐에서 경화작업을 통해 진행되는 오토클레이브(autoclave molding) 공법으로 제작되었다.

대차 프레임과 같은 대형 구조물의 복합소재 적용은 양산성이라는 제약을 극복해야 하는데, 이를 위하여 구조특성과 함께 제품 생산성을 높일 수 있는 성형특성을 함께 고려하여 제품 설계를 진행하는 것이 방안이다. 이와 관련하여, 구조물의 치수 또는 형상을 설계 변수로 정의하여 제조 공정 비용과 구조특성의 동시 최적화에 관한 여러 연구가 진행되어 왔는데, 대표적으로 Park 등[4]은 RTM 공정을 고려한 구조물의 두께 및 적층 최적화를 통해 동시최적화에 관한 연구를 진행하였고, Kim 등[5,6]은 압축성형공정을 고려하여 구조물의 두께 및 프리차지의 위치 최적화에 관한 연구를 진행하였다.

이번 연구에서는 대형 구조물인 대차 프레임을 오토클레이브 공법으로 제작할 경우 발생하는 생산성의 불리함을 해결하고자 수지이송성형(Resin Transfer Molding, 이하 RTM) 공법을 적용하여 제작할 때, 대차 프레임의 두께 변화에 따른 성형 특성을 수치적으로 해석하여 그 결과를 비교 분석하였다. 이를 바탕으로 향후 진행하고자 하는 제작 공정과 구조 특성, 두 영역의 trade-off를 구현할 수 있는 프레임 스킨의 설계(두께) 최적화에 활용할 수 있다.

## 2. 이론 및 해석 조건

### 2.1 복합소재 대차 프레임 구조

대차 시스템은 모터의 추진력을 차체에 전달하여 열차운행을 가능하게 하며, 차체를 지지하는 역할을 수행하는 열차 주요 구성품 중의 하나이다. 대차에는 모터, 차축, 브레이크 및 서스펜션 등 운행 관련 주요 부품들이 장착되



Fig. 1. Bogie structure manufactured by autoclave molding process

며, 추진 및 차체 하중을 지지하기 위한 충분한 구조 특성을 가져야 한다.

일반적인 대차 프레임 소재는 주강을 기반으로 하는데, 이를 복합소재로 대체하여 제작하는 연구가 진행 중에 있다. 한국철도기술연구원에서 개발하고 있는 대차 프레임은 Fig. 1에서 보이는 바와 같이 유리섬유 프리프레그를 주소재로 하여 오토클레이브 공법으로 제작되었다. 이때 대차 프레임의 내부 코어는 사이드 빔과 크로스 빔으로 분리하여 제작하였는데, 사이드 빔의 경우 폼과 프리프레그 적층 구조물이 교차하는 형태를 가지며, 크로스 빔의 경우 프리프레그 적층으로 내부엔 중공형태를 띠도록 제작하였다. 그리고 이렇게 제작된 사이드 빔과 크로스 빔 코어를 접착제를 활용하여 접합한 후, 전체 코어를 감싸는 형태로 바깥 스킨을 적층하여 동일 공법으로 제조하였다. 이 경우, 오토클레이브를 활용한 대차 프레임의 제작에 있어 생산성 등이 낮아 RTM 공법 활용을 대체 방안으로 고려할 수 있다. RTM 공법의 경우 유동이 발생하는 영역의 섬유 함량 및 섬유 방향성 등에 의하여 유동특성이 크게 바뀐다. 구조물의 두께는 RTM 공정의 유동특성에 직접적으로 영향을 주는 설계 변수이므로, 두께에 따른 성형특성의 분석이 필요하다.

관련연구로 Kim 등[7]은 대차 프레임 스킨의 RTM 성형 공정 특성을 투과성 계수 값의 변화에 따라 분석하였다. RTM 공법을 활용하여 제작하는 대차 프레임 스킨 구조는 Fig. 2와 같다.

Fig. 2에서 볼 수 있듯이 대차 프레임 스킨은 코어를 둘러싸는 구조로 되어 있으며 스킨만을 고려할 때 중공형태를 띤다. 대차 크기에 비해 스킨의 두께는 비교적 얇으며, 단면은 사각 구조를 가진다. 대차 프레임의 크기가 일정하다는 가정하에, 코어의 크기와 프레임 스킨의 두께는 반비례의 관계를 가진다. 프레임 스킨 두께가 달라지면 RTM 공정시 충전 시간이 달라지며, 대차 프레임의 총 중량도 달라질 것이다. 또한 최종 구조 특성도 달라지게 된다. 결국 프레임 스킨의 두께를 설계할 때 제조공정 시간을 최소화 하면서 구조 특성도 만족할 수 있게끔 적정치를 정의할 필요가 있다. 이 때 스킨에 삽입되는 유리섬유 매트 수량은 일정하다고 가정한다. 이번 연구에서, 설계 변수는 Fig. 3과 같

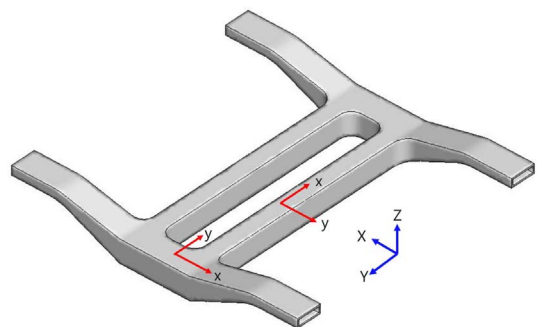


Fig. 2. Skin of bogie frame

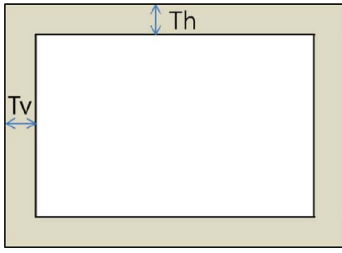


Fig. 3. Design parameter Th & Tv

이 가로면 두께(Th)와 세로면 두께(Tv)로 정의하였다.

## 2.2 RTM 공정해석 이론

RTM 공정에서 발생하는 유동특성을 분석하기 위해, 다공성 매질을 지나는 유동의 지배방정식으로 Darcy's law[8]를 고려하였다. 식 (1)에서와 같이, 유동속도( $\bar{v}$ )는 점도에 반비례하며 압력구배( $\nabla P$ ) 및 투과성 계수( $K$ )에 비례한다.

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (1)$$

$\bar{v}$ : superficial velocity

$\mu$ : fluid viscosity

$\nabla P$ : pressure gradient

$K$ : permeability

등방성의 다공성 매질 투과성 계수 값은 식 (2)와 같이 Kozeny-Carman 방정식[9]을 적용할 수 있다.

$$K = \frac{d_f^2 (1-v_f)^3}{16k v_f^2} \quad (2)$$

$d_f$ : fiber diameter

$v_f$ : fiber volume fraction

$k$ : Kozeny constant

섬유의 방향성을 고려한 투과성 계수 값은 Gebart[10]가 유도한 식 (3)으로부터 섬유 길이 방향 및 수직 방향으로의 텐서 형태로 예측할 수 있다.

$$\text{In the fiber direction: } K_{11} = \frac{2d_f^2(1-v_f^3)}{C_1 v_f^2}$$

$$\text{Normal to the fiber direction: } K_{22} = C_2 \left( \sqrt{\frac{v_{f,\max}}{v_f}} - 1 \right)^{5/2} \frac{d_f^2}{4} \quad (3)$$

$C_1$  = hydraulic radius between the fibers

$C_2$  = a constant

$v_{f,\max}$  = maximum fiber volume fraction

이번 연구에서는 섬유 횡단면 기준으로 섬유의 나열방식이 정사각형 구조라 가정하여,  $C_1 = 57$ ,  $v_{f,\max} = 0.785$  및

$C_2 = 0.4$ 의 값을 적용하였으며, 섬유 직경은  $15 \mu\text{m}$ 로 가정하여 투과성 계수 값을 계산하였다. 섬유매트가 다른 각도로 적층되는 경우 투과성 계수 값은 식 (4)와 같이 적층 두께에 대한 평균값으로 계산할 수 있다.

$$K_x = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^N h_i K_{x,i} \quad (4)$$

여기서  $H$ 는 전체 섬유 매트의 두께,  $h$ 는 개별 섬유 매트의 두께,  $N$ 은 섬유 매트 개수를 의미하고  $K_x$ 는  $x$ 축으로의 투과성계수이다.

성형해석을 위한 섬유 매트 적층 각도는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 크로스 빔과 사이드 빔 각각의 지역좌표계 기준으로  $[(0/90)_{30}]_T$ 로 가정하였다.

그리고 RTM 공정은 자유표면을 가지는 유동현상이므로 이를 반영하기 위해 자유표면 추적 기법 중 대표적인 방법인 VOF(Volume of Fluid) 기법[11]을 이용하였다. VOF 방법은 유체로 가득 차있는 cell의 경우 1의 값을, 자유표면의 경우 0과 1의 사이값을, 유체로 채워지기 전의 값은 0을 가지는 color function( $C$ , fractional volume)의 시간과 공간의 미분방정식으로 식 (5)와 같이 표현되며, 앞선 Darcy's law와 함께 해석에서 함께 고려하였다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_i \frac{\partial C}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

해석의 순서는 3가지 단계로 수행하였다. 우선, 유동장을 해당 시간 step에 대해서 구하고 cell간 fluid volume flux를 계산한 후 최종적인 fractional volume을 업데이트한다. 이러한 해석과정을 최종 시간이 도달할 때까지 반복하여 RTM 성형을 해석하였다.

## 2.3 대차 프레임 스킨의 RTM 공정해석 조건

대차 프레임 스킨의 RTM 공정 해석을 위하여 수치 및 공정 조건을 Table 1에 정리하였다. 성형해석을 진행한 두께별 구분은 가로면과 세로면 두께가 최소 15 mm에서 최대

Table 1. Processing conditions of numerical analysis

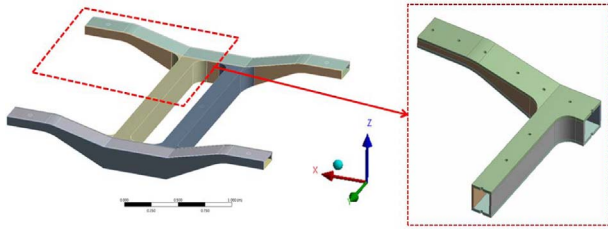
Resin density	Resin viscosity	Inlet pressure	Outlet pressure	Inlet diameter
1.08 g/mm <sup>3</sup>	0.15 Pa·s	4 bar	-1 bar	20 mm

Table 2. Case definition by the thickness

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
Th (mm)	15	15	15	17.5	17.5
Tv (mm)	15	17.5	20	15	17.5
	Case 6	Case 7	Case 8	Case 9	
Th (mm)	17.5	20	20	20	
Tv (mm)	20	15	17.5	20	

**Table 3.** Fiber volume fraction and permeability by thickness

Thickness (mm)	Volume fraction	$K_{11}$ ( $m^2$ )	$K_{22}$ ( $m^2$ )	Mean K ( $m^2$ )
15	0.6	1.72E-11	1.77E-13	8.69E-12
17.5	0.51	2.58E-11	6.06E-13	1.32E-11
20	0.45	3.54E-11	1.31E-12	1.84E-11



**Fig. 4.** Analysis domain of a bogie frame skin

20 mm 사이라 가정할 때 Table 2와 같이 구성하였다.

해석에 적용한 수지는 Hexion 社의 RIM135 수지 및 RIMH137 경화제를 일정비율로 혼합한 경우를 고려하였으며, 점도는 금형충전 완료때까지 일정하게 유지된다고 가정하였다. 투과성 계수 관련하여 스킨 내부의 유리섬유 매트 총량이 일정할 때, 스킨의 두께가 증가할수록 섬유 체적비는 감소함을 예상할 수 있다. 결과적으로 식 (2)에 따라서 섬유 체적비가 감소할수록 투과성 계수값은 증가할 것이다. 각 두께별 투과성 계수값을 Table 3에 정리하였다.

$K_{11}$ 은 섬유 길이 방향으로 투과성 계수와  $K_{22}$ 는 섬유 수직방향으로의 투과성 계수를 의미한다. 크로스 빔과 사이드 빔의 적층 유형에서 0°와 90° 배향으로 같은 수의 섬유 매트가 적층되므로 결국 두께에 대한 투과성 계수의 평균값(Mean K)은 두 방향으로 동일하다.

**2.4 대차 프레임 스킨 RTM 공정해석 모델링**

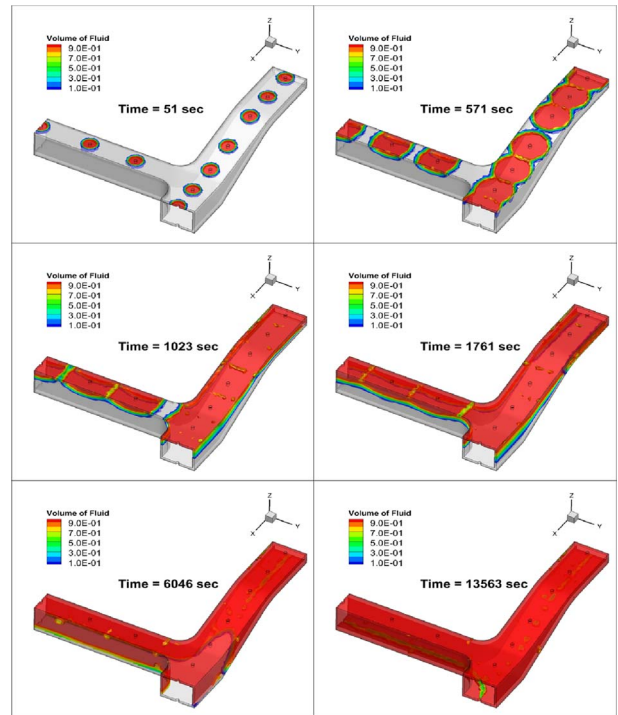
대차 프레임 스킨의 RTM 공정 해석 모델링을 진행하기 위해 Fig. 2에서 대차 프레임 스킨은 X 및 Y축으로 대칭형태를 가지므로 해석 영역은 Fig. 4와 같이 전체 대차 프레임 스킨의 1/4로 한정하였다.

해석은 Fluent를 활용하여 진행하였으며, 현재 고려한 수지의 물성과 주입압력을 고려할 때 스킨 두께 방향으로 유동의 속도변화는 매우 적을 것으로 예상하여, 해석의 효율을 위해 perfect-slip 조건으로 벽면 경계조건을 반영하였다. 전체적인 대차 프레임 스킨에서 수지 주입구 36개와 수지 배출구 4개를 지정하였다.

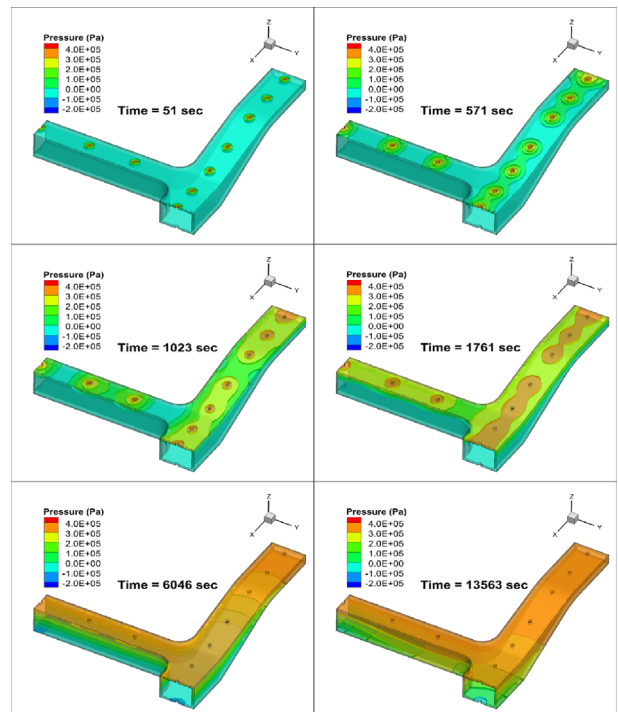
**3. 해석 결과 및 토의**

앞에서 언급한 대로 두께에 따른 구조의 RTM 성형 해석을 수행하였다. 두께에 따라 충전시간은 큰 차이가 있었으

나 다른 입구조건과 배출구 조건이 동일하므로 충전 형태는 큰 차이가 없었다. 대표적으로 case 7의 경우에 해당하는 충전 형상과 압력분포를 Fig. 5와 Fig. 6에 나타내었다. 충전 형상에서 알 수 있듯이, 처음 일정한 속도로 퍼지



**Fig. 5.** Filling pattern of RTM process (case 7)



**Fig. 6.** Pressure Contour of RTM process (case 7)



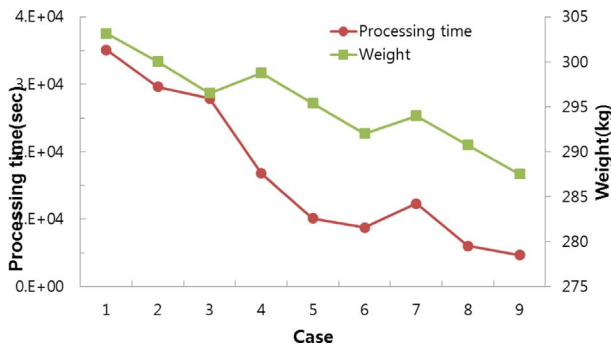


Fig. 7. Processing time by cases

시작하는 각 주입구의 원형 유동은 점차적으로 근접한 수지 흐름끼리 결합하게 되고, 높이가 가장 작은 사이드 빔의 끝단에서 가장 먼저 횡단면기준으로 충전이 완료되기 시작한다. 그 후 점차적으로 중앙쪽으로 유동이 진행되고, 사이드 빔과 크로스 빔의 유동이 결합하여 사이드 빔 하단 중앙의 배출구로 수렴하게 된다. 대차프레임의 구조 특성상 사이드 빔은 유동 진행방향으로 구조물의 높이가 점차적으로 커짐에 따라 하단의 유동 결합이 기공(void) 생성을 억제할 수 있는 형태로 이루어 지는 반면에, 크로스 빔은 하단부에서 선형 형태의 유동결합으로 인해, 사이드 빔 대비 유동 결합에 의한 기공이 상대적으로 많이 생성되었다.

이러한 충전 형태는 두께 변화에 따른 case별로 큰 차이가 없이 나타났으나, 두께에 따른 몰드 충전시간의 경우 큰 차이가 있었다. 각 두께 case에 대한 해석 결과인 몰드 충전시간을 Fig. 7에 나타내었다.

결과에서 주의해야 할 점은 일부 case들을 제외하면 충전 시간이 RTM 공정의 유효 시간을 훨씬 초과한다는 것이다. 해석상으로는 수지경화를 고려하지 않고 완전충전까지의 해석이 가능했지만, 경화를 고려하는 경우 유효시간을 초과하게 되면 실제 RTM 공정으로 구현하는 것은 어렵다. 이런 경우 주입구 개수 및 직경, 그리고 주입 압력에 대한 재정의가 필요할 것이다.

하지만, 본 연구에서는 같은 성형조건에서 구조물 두께에 대한 성형특성의 비교분석이 주요 목적이므로, 유효시간보다 큰 충전시간으로 인한 수지경화는 없는 것으로 가정하고 충전 특성의 분석을 진행하였다.

Case 순서별로, 즉 두께가 늘어남에 따라 충전해야 하는 부피가 증가하였음에도 불구하고 충전시간은 더 줄어들었다. 이는 충전 부피가 늘어나더라도, 증가한 두께만큼 섬유 체적비가 줄어들게 되며, 그 결과로 투과성계수가 증가하여 유동의 속도가 빨라졌음을 의미한다. 즉 충전 체적의 변화보다 투과성 계수의 변화가 유동속도의 변화에 더 큰 영향을 미침을 나타낸다.

다만, 가로면 두께와 세로면 두께가 상반되는 case 2와 case 4, case 3과 case 7, case 6과 case 8의 조합으로 충전시간 결과

를 각각 비교하면, 가로면이 세로면보다 얇은 case에서 성형시간이 더 길다. 이는, 초기 유동이 시작되는 게이트가 위치하고 있는 가로면이 세로면보다 유동속도에 있어 지배적이기 때문에, 상대적으로 가로면이 작은 투과성을 가지는 경우 유동충전시간이 더 길어질 것임을 예상할 수 있다.

다음으로 두께 변화에 따른 대차 프레임의 중량 변화를 계산하였다.

앞서 언급한 바와 같이, 대차 프레임 구성 부분에서 스킨의 외부 크기는 일정하며 스킨 두께의 증가분만큼 내측 코어의 크기가 감소하게 된다. 스킨내부에 있는 섬유 매트 중량은 두께에 관계없이 일정하므로, 두께 증가에 따라 스킨 부 밀도는 감소하며, 코어부 밀도는 일정하다. Fig. 7에서 보인 바와 같이, 대차 프레임 스킨 두께 증가로 인해 대차 프레임 총중량의 절감이 가능해진다.

이상과 같이, 복합소재를 적용하여 대차프레임을 제작할 때 프레임 스킨의 두께를 증가시키는 것은 RTM 성형특성(성형시간) 및 구조물 경량화의 관점에서 유리하다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 구조물 상세 설계시 구조특성의 한계치를 넘어서지 않는 범위 내에서 충분히 고려되어야 할 것이다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 기존 철도 차량의 대차 프레임을 복합소재로 제작할 때, 구조물 두께 별로 공정특성에 관한 해석 결과를 비교 분석하였다. 프레임 스킨의 제작을 위해 적용한 RTM 공정 소요 시간은 프레임 스킨 두께에 영향을 받으며, 이는 섬유 매트 양이 일정하다는 가정하에 두께에 따라 투과성 계수 값이 바뀌기 때문이다. 대차 프레임 스킨 형상의 경우, 두께 증가에 따른 충전 부피의 증가에도 불구하고 투과성 계수의 증가가 유동속도의 향상에 큰 영향을 보였다. 대차 프레임 중량에 관해서는 두께 증가가 전체 시스템의 중량의 감소로 이어졌으며, 이는 복합소재를 활용하여 대차시스템의 경량화를 추구하고자 하는 본래 목적에 부합한 추가적 경량화 효과로 이어질 수 있다. 본 연구결과를 토대로, 공정시간 및 중량 절감으로 연결되는 대차 프레임 스킨의 두께에 대한 설계 효과를 확인할 수 있다. 다만 설계 범위 검토시, 섬유체적을 변화에 따른 구조성능의 저하 여부를 명확히 검토하여 최저 구조성능에 관한 제한 조건을 넘지 않도록 주의하여야 한다. 이에 관한 연구는 성형특성과 구조특성간의 trade-off를 구현하는 설계 최적화 문제로 향후 진행할 예정이다.

## 후 기

본 연구는 한국철도기술연구원 주요사업의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

## REFERENCES

1. Kim, J.H., Shin, K.B., Ko, H.Y., and Kim, J.S., "A Study on Optimum Design Analysis of Bolt Locations for Metal Joint Parts of Railway Composite Bogie Frames using Sub-modeling Method," *Journal of the Korean Society for Composite Materials*, Vol. 23, No.6, 2010, pp. 19-25.
2. Jeon, K.W., Shin, K.B., and Kim, J.S., "A Study on the Evaluation of Tension-Compression Fatigue Characteristics of Glass Fiber/Epoxy 4-Harness Satin Woven Laminate Composite for the Railway Bogie Application," *Journal of the Korean Society for Composite Materials*, Vol. 23, No. 5, 2010, pp. 22-29.
3. Kim, I.K., Kim, J.S., Seo, S.I., and Lee, W.G., "Dynamic Property Evaluation of Four-harness Satin Woven Glass/epoxy Composites for a Composite Bogie Frame," *Journal of the Korean Society for Railway*, Vol. 16, No.1, 2013, pp. 1-6.
4. Park, C.H., Lee, W.I., Han, W.S., and Vautrin, A., "Multi-constraint Optimization of Composite Structures Manufactured by Resin Transfer Molding Process," *Journal of Composite Materials*, Vol. 39, No. 4, 2005, pp. 347-374.
5. Kim, M.S., Lee, W.I., Han, W.S., Vautrin, A., and Park, C.H., "Thickness Optimization of Composite Plates by Box's Complex Method Considering the Process and Material Parameters in Compression Molding of SMC," *Composites: Part A*, Vol. 40, 2009, pp. 1192-1198.
6. Kim, M.S., Lee, W.I., Han, W.S., and Vautrin, A., "Optimisation of Location and Dimension of SMC Precharge in Compression Moulding Process," *Computers and Structures*, Vol. 89, 2011, pp. 1523-1534.
7. Kim, M.S., Kim, J.S., and Kim, S.M., "Analysis of RTM Process to Manufacture Composite Bogie Frame," *Journal of the Korean Society for Railway*, Vol. 18, No. 4, 2015, pp. 1-8.
8. Mallick, P.K., *Fiber-reinforced Composites : Materials, Manufacturing, and Design*, CRC Press, Boca Raton, USA, 2008.
9. Carman, P.C., *Flow of Gases Through Porous Media*, Butterworths, London, UK, 1956.
10. Gebert, B.R., "Permeability of Unidirectional Reinforcements for RTM," *Journal of Composite Materials*, Vol. 26, No. 8, 1992, pp. 1100-1133.
11. Hirt, C.W. and Nichols, B.D., "Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, 1981, pp. 201-225.