

# 분리불가 이윤함수를 가진 발전사의 온실가스 감축투자 옵션 연구: 몬테카를로 최소자승법

박 호 정\*

**요약** : 배출권 가격의 변동성은 기업의 온실가스 감축투자를 위한 의사결정 수립 시에 중요한 요인으로 고려된다. 본 논문의 목적은 우리나라 특성 상 재무구조가 연결된 발전사의 입장에서 배출권 가격의 불확실성을 고려하여 온실가스 저감투자의 실물옵션 가치를 평가할 수 있는 방법론을 제시하는 데 있다. 이윤함수가 선형적으로 분리불가한 경우에는 고전적인 실물옵션 기법으로 적정 투자임계 가격을 도출하는 것이 불가능하기 때문에, 몬테카를로 최소자승법을 적용하여 투자임계 가격을 산출하는 알고리즘을 제시하였으며, 가스, 석유, 석탄의 주요 화력발전원의 수치를 이용하여 투자임계 가격을 시뮬레이션 분석하였다. 배출권 가격으로 표시된 투자임계 가격이 가스와 석유가 석탄에 비해 현저히 낮은 것으로 평가되어, 온실가스 감축투자 측면에서 이들 화석연료가 석탄에 비해 상대적으로 유리한 것으로 나타났다.

**주제어** : 배출권 가격 불확실성, 실물옵션, 몬테카를로 최소자승법

**JEL 분류** : C6, D8, Q3

접수일(2015년 5월 30일), 수정일(2015년 9월 18일), 게재확정일(2015년 12월 4일)

\* 고려대학교 식품자원경제학과 교수(e-mail: [hjeongpark@korea.ac.kr](mailto:hjeongpark@korea.ac.kr))

# A Monte-Carlo Least Squares Approach for CO<sub>2</sub> Abatement Investment Options Analysis with Linearly Non-Separable Profits of Power Plants

Hojeong Park\*

**ABSTRACT** : As observed and experienced in EU ETS, allowance price volatility is one of major concerns in decision making process for CO<sub>2</sub> abatement investment. The problem of linearly non-separable profits functions could emerge when one power company holds several power plants with different technology specifications. Under this circumstance, conventional analytical solution for investment option is no longer available, thereby calling for the development of numerical analysis. This paper attempts to develop a Monte-Carlo least squares model to analyze investment options for power companies under emission trading scheme regulations. Stochastic allowance price is considered, and simulation is performed to verify model performance.

**Keywords** : CO<sub>2</sub> allowance price, real options, Monte-Carlo least squares

---

Received: May 30, 2015. Revised: September 18, 2015. Accepted: December 4, 2015.

\* Department of Food and Resource Economics, Korea University, Professor(e-mail: [hjeongpark@korea.ac.kr](mailto:hjeongpark@korea.ac.kr))

## I. 서론

온실가스 감축을 위한 경제적 수단으로서 2015년부터 우리나라에서도 배출권거래제가 본격적으로 시행되고 있다. 탄소세와 더불어 시장기반 메커니즘으로 분류되는 배출권거래제는 직접규제 방식에 비해 온실가스를 비용 효과적으로 줄이는 수단으로 주목받고 있다(Wallace and Oates, 1988). 주지하는 바와 같이 배출권거래제의 주요한 기능 중 하나는 온실가스 감축투자를 활성화하는 데에 있으며, 특히 우리나라 온실가스 총 배출의 약 25% 내외를 차지하고 있는 발전부문에서의 감축투자 역할이 클 것으로 기대된다.

그러나 2005년부터 시행되고 있는 EU ETS에서 경험하고 있는 바와 같이 배출권 가격의 변동성은 온실가스 감축투자의 의사결정 과정에서 상당히 중요한 변수로 인식되고 있다. 배출권 가격의 변동성, 또는 불확실성은 투자 리스크를 증대시키기 때문이다. 따라서 감축투자와 관련한 의사결정 과정에서 환경투자의 주체인 기업에게 합리적인 정보를 제공할 수 있는 리스크 관리기법이 필요하다.

이미 상당한 수의 논문이 이러한 점에 착안하여 배출권 가격의 불확실성을 고려한 기업의 환경투자 문제를 분석하고 있으며, 특히 투자의 비가역성(irreversibility)과 가격의 불확실성이라는 두 가지 키워드를 중심으로 실물옵션(real options) 방법론을 적용하고 있다(Dixit and Pindyck, 1994). 이들 논문을 발전부문에 한정하여 살펴보면, 초기 논문에 해당되는 Herbelot(1994)는 오염물질의 감축비용과 배출권 가격의 불확실성을 동시에 반영하여 환경투자의 가치를 이항옵션 평가기법으로 분석하였다. EU ETS 출범 이후 배출권과 관련한 시장 데이터가 축적되면서, 배출권거래제 하에서의 환경투자 연구는 보다 실증분석인 방향으로 전개되고 있다. IEA의 지원 하에 이루어진 Yang and Blyth (2007) 연구는 배출권 가격의 변동성을 고려하였고, Yang et al. (2008)은 배출권 가격보다는 근본적으로 환경정책의 불확실성이 발전사의 투자옵션 가치에 미치는 영향을 분석하였다. Szolgayova et al. (2008)은 가격변동성을 완화하는 목적에서 일종의 안전장치(safety valve)로서 배출권 가격상한제가 존재할 경우, 화력발전에서의 탄소포집저장 기술투자의 실물옵션 가치를 분석하였다.<sup>1)</sup> Park and Lim (2009)은 산출물거리함수를 이용하여 발전소의 한계저감

비용을 추정한 후, 각 발전소의 CO<sub>2</sub> 저감옵션을 아메리카 옵션 관점에서 유한차분법으로 분석하였다. Hieronymi and Schuller (2015)는 CDM 사업에서 발행되는 sCER (secondary Certified Emission Reduction) 가격의 불확실성이 존재할 때 가스화력발전과 풍력발전의 투자옵션 가치를 분석하고 있다.

국내 문헌을 살펴보면, 박호정(2005)은 배출권의 이월이 허용된 상황에서 배출권 가격의 불확실성이 존재하는 경우를 고려하여, 탈황시설 환경투자의 실물옵션 가치를 연구하였다. 임성수·양승룡(2010)은 경제성을 고려한 CDM 사업의 타당성 평가를 위해 CER의 적정 발행가격을 실물옵션 기법으로 추정하였다. 이동수·정기호(2011)는 화력발전의 CO<sub>2</sub> 감축대안으로서 온실가스포집저장기술과 그린화력발전 건설의 두 가지 옵션을 평가하였다.

본 논문 역시 배출권 가격의 변동성을 고려하여 발전부문의 온실가스 감축투자를 위한 실물옵션을 분석한다는 점에서는 기존 연구와 동일하다. 하지만 다수의 이질적인 기술을 적용한 발전소를 운영하는 발전사의 재무구조가 연결되어 있는 점을 반영하여 이윤분리 불가 함수를 적용한다는 점에서, 기존 연구와 차별되는 접근 방법을 취한다. 발전연료에 따라 도매시장에서 수취하는 전력가격은 상이하기 때문에 전력판매수입은 발전소별로 분리 가능하다. 반면, CO<sub>2</sub> 배출권 가격은 동일하기 때문에 개별 발전소가 아닌 발전사 차원에서 전체적으로 감축전략을 수립할 필요가 있다.

발전사의 배출권 이윤함수가 분리 불가할 경우에는, 상대적으로 간단한 수준의 기하학적 브라운 과정(geometric Brownian motion)을 도입한다 하더라도, 투자임계가격을 Dixit and Pindyck (1994)에서와 같은 고전적인 방법으로 분석해볼 도출할 수가 없다. 대신, 유한차분법(finite-difference method)이나 몬테카를로 기법(Monte Carlo method)과 같은 수치해석적인 방법이 이용될 수 있다. Gahungu and Smeers (2012)는 발전사의 전력생산함수에서 자본이 분리 불가한 것으로 가정하였는데, 생산함수에 근사하는 베이스스 함수(basis function)를 최소자승법으로 추정한 후, 이를 실물옵션에서 도출된 조건식에 포함하여 투자를 위한 적정 임계가격을 계산하는

1) Szolgayova et al. (2008)에 의하면, 지나치게 낮은 수준에서 가격상한이 주어지면 오히려 온실가스 감축투자동기가 저해되면, 적정 수준에서의 변동성은 오히려 환경투자를 촉진시키는 것으로 나타났다.

방식을 취하였다. 이와 같은 베이스스 함수를 이용한 분석 방법은 아메리카 유형의 옵션 가격 결정을 연구한 Longstaff and Schwartz (2001)에 기초하고 있다.

본 논문의 목적은 온실가스 감축 전략 차원 상 보유 발전소의 재무구조가 서로 연결된 발전사의 관점에서 온실가스 저감투자의 옵션가치를 연구하고, 배출권 가격의 불확실성을 반영하는 관련된 방법론을 개발하는 데 있다. Longstaff and Schwartz (2001)와 Gahungu and Smeers (2012)에서의 방법론을 이용하되, 이와는 차별되게 온실가스 배출권거래제 규제 대상이 되는 발전사의 온실가스 감축투자의 실물옵션을 분석하도록 한다. 온실가스 감축투자의 경제성을 확보할 수 있는 수준에서의 배출권 가격, 즉 투자의 임계가격을 산출하기 위해 몬테카를로 최소자승법(MLS: Monte-Carlo least squares) 기법을 소개한다. 이어서 석유, 석탄화력발전을 대상으로 가상의 수치를 활용하여 MLS에서의 임계가격을 각 발전원별로 비교, 분석하도록 한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 배출권 가격이 불확실한 경우에, 분리불가 이윤함수를 가진 발전사의 온실가스 감축투자의 실물옵션 모형을 제시하도록 한다. 제3장에서는 각 발전원별로 감축투자가 경제성을 갖출 수 있는 적정 배출권 임계가격을 시뮬레이션한 결과를 보여준다. 논문의 주요 결과와 향후 연구과제에 대한 논의는 제4장에서 다루도록 한다.

## II. 온실가스 감축옵션 모형

시뮬레이션에 바탕을 두고 있는 몬테카를로 기법은 유한차분법에 비해 “차원의 저주(curse of dimensionality)”에 덜 영향을 받는다는 점에서 최근 실물옵션 또는 금융옵션에 널리 활용되고 있다. 몬테카를로 시뮬레이션과 옵션을 연결하기 위한 알고리즘 개발은 Broadie and Glasserman (1997) 등 다수의 논문에서 꾸준히 연구되었지만, 획기적으로 개선된 계기는 아메리카 옵션에 대한 Longstaff and Schwartz (2001) 이후에 이루어졌다. Gamba (2002)는 여러 개의 실물옵션이 복합적으로 존재하는 경우를 고려하기 위해 Longstaff and Schwartz (2001)의 알고리즘을 확장, 적용하였다.

본 장에서도 몬테카를로 최소자승법을 적용한 실물옵션 모형을 제시하도록 하되, 이질적인  $j \in J$ 의 기술을 보유한 발전사를 대상으로 분석한다. 사용연료에 따라 기술이 다르기 때문에, 발전사가 보유한 발전원별로  $j$ 를 구분할 수 있다. 예를 들어, 석탄, 석유, 가스 발전을 사용할 경우에 각기  $j = 1, 2, 3$ 으로 분류될 수 있다. 모형에서 사용하는 주요 변수는 다음 <표 1>과 같다.

<표 1> 주요 변수에 대한 정의

변수 표기	정의	변수 표기	정의
$p$	전력가격 (원/MW)	$c$	발전비용 (원/MW)
$q$	발전량 (MW)	$\theta$	CO <sub>2</sub> 배출계수 (ton/MW)
$a$	저감량	$h$	배출권 구매량
$\bar{e}$	무상할당량	$m(K)$	저감비용
$K$	저감자본스톡	$s$	배출권가격 (원/CO <sub>2</sub> ton)

배출권 가격은 일반적으로 실물옵션 문헌에서 적용하는 바와 같이 기하학적 브라운 과정을 따른다고 가정한다.

$$ds(t) = \alpha s(t)dt + \sigma s(t)dw(t) \tag{1}$$

기하학적 브라운 과정이므로 배출권 가격의 증가율  $\alpha$ 와  $\sigma$ 는 시간에 대해 불변인 고정상수이며,  $dw(t)$ 는 위너증분(Wiener increment)을 나타낸다. 아래 방법론은 온실가스 감축투자의 경제성을 확보할 수 있는 적정 임계가격  $s^*$ 를 산출하는 데 목적을 두고 있다.

만일 적용기술이 하나일 경우라면, 매  $t$ 에 발생하는 발전사의 전력판매수입은  $(p - c)q$ 로 정의된다. 배출권과 관련하여, 배출량  $\theta q$ 에서 무상할당량(grandfathered allowances)과 저감량을 제외한  $h = \theta q - a - \bar{e}$ 가 (+)이면  $h$ 는 배출권 구매량이며, (-)일 경우에는 배출권 판매량을 나타낸다. 발전사는 매 기간  $t$ 에 다음의 이윤함수 (2)을 극대화하는 최적 저감량  $a^*(t)$ 를 구할 수 있다.

$$V(s) = \max_a (p - c)q - (\theta q - a - \bar{e})s - m(K)a^2 \quad (2)$$

식 (2) 우변의 첫 번째 항은 전력판매수입을 의미한다. 두 번째 항은 배출권 비용 ( $h > 0$ ) 내지 수입( $h < 0$ )을 나타낸다.  $m(K)a^2$ 는 온실가스 저감비용을 나타낸다. 다기술(multi-technology)인 경우에는 전체 기간  $t$ 에 걸쳐서 발전사의 총가치는 할 인율이  $\rho$ 로 주어질 때 다음과 같다.

$$W(s(t)) = \int_0^\infty \sum_{j \in J} [(p_j - c_j)q_j - (\theta_j q_j - a_j - \bar{e})s(t) - m(K)a_j^2] e^{-\rho t} dt \quad (3)$$

(3)에서 보는 바와 같이, 이윤함수가 선형적으로 분리불가능한 것을 알 수 있다. 이후, 논의를 단순화하기 위하여 저감자본스톡  $K$ 는 최대저감 가능한 용량으로 정의 하며, 시간을 나타내는 표기  $t$ 는 생략하도록 한다. 단일 기술 때와 마찬가지로 각 기간  $t$ 에 최적 저감량은 매 기간 이윤을 극대화하는 최적화 과정을 통해 풀 수 있는데, 용량을 초과한 저감규모나 (-)의 저감량을 배제하기 위해서  $a \leq K$ 와  $a \geq 0$ 의 부등식 제약이 필요하다. 발전사의 가치함수 식 (3)이 배출권 가격의 확률과정인 (1)에 영향을 받으므로 Ito's lemma에 의해 (3)을 전개하면 다음과 같다.

$$\rho W(s) = \sum_{j \in J} [(p_j - c_j)q_j - (\theta_j q_j - a_j - \bar{e})s - mf(K)a_j^2] + \mu s W_s + \frac{1}{2} \sigma^2 s^2 W_{ss} \quad (4)$$

발전사의 온실가스 저감 투자 옵션을  $F(s)$ 라고 표기하면,  $\rho F(s) = \mu s F_s + \frac{1}{2} \sigma^2 s^2 F_{ss}$  동차방정식에서 구할 수 있다. Dixit and Pindyck (1994)에서 잘 알려진 바와 같이, 위  $F(s)$ 의 일반해는  $F(s;K) = A(K)s^\beta$ 로 주어지며, 이때  $\beta$ 는 동차방정식의 해를 구하는 과정에서 나오는 특성방정식의 근으로서 아래 (5)와 같다.

$$\beta = \left( \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} \right)^2 - \frac{2\rho}{\sigma^2}} > 1 \quad (5)$$

$A(K)$ 는 옵션상수항으로서, 아래에서 추가로 도입되는 경계조건식(boundary condition)을 풀 때 구할 수 있다. 투자가 한 번에 이루어지는 일회성 투자(lumpy investment)일 경우에는 옵션상수는 단순하게  $A$ 로 나타내지만, 저감자본  $K$ 의 미세 증분(infinitesimal increment)을 허용하는 경계제어문제(barrier-control problem)일 경우 옵션상수 자체가  $K$ 에 의해 영향을 받기 때문에,  $A(K)$ 로 표기한다.

위에서 전개된 바와 같이 발전사가 직면한 문제가  $J=1$ 의 단일기술로 축소될 경우에는 최적 저감량과 최적자본 규모의  $(a^*(K), K^*)$ 를 동시에 구하는 과정에서 가치함수 (4)를 만족하는 해 역시 비교적 쉽게 도출될 수 있다. 여기서는 자세한 과정은 생략하고 그 결과만 제시하면 다음과 같다.<sup>2)</sup>

$$W(s;K) = \frac{(p-c)q - m(K)a^2}{\rho} - (\theta q - a - \bar{e}) \frac{s}{\rho - \mu} \quad (6)$$

단일기술 환경에서는 (6)과  $F(s) = A(K)s^\beta$ 가 주어지면 비용이  $Inv$ 만큼 소요되는 투자를 위한 최적임제 가격 수준인  $s^*$ 와 옵션상수항  $A(K)$ 을 다음의 두 경계조건식을 이용하여 구할 수 있다.

$$A'(K)s^\beta = \nabla_K W(s;K) - Inv \quad (7)$$

$$\beta A'(K)s^{\beta-1} = \nabla_{Ks} W(s;K) \quad (8)$$

가치일치조건(value-matching condition)인 (7)에서  $A'(K)s^\beta$ 는 온실가스 저감을

---

2) 유사한 방법론에 대해 Zhao(2003)를 참조할 수 있다. Zhao(2003)는 배출권거래제 규제대상이 되는 다수의 기업을 대상으로 일반균형 관점에서 환경투자의 옵션가치를 연구하였다. Park (2012)는 Zhao(2003)의 모형을 배출권의 이월이 가능한 경우로 확장하여 환경투자의 옵션가치를 분석하였다.



위한 투자의 한계옵션가치(marginal option value)이며, 우변의  $\nabla_K W(s;K)$ 는 온실가스 저감자본의 한계가치를 나타낸다. (8)은 (7)을  $s$ 에 대해 편미분한 한계조건(smooth-pasting condition)으로서, 투자옵션이 행사되지 않는 구간에서 행사되는 구간으로의 원활한 경계이전을 위해 필요한 조건이다. 단일기술의 경우에는 (7)과 (8)의 분석해가 존재함으로써, 투자를 위한 최적임계가격  $s^*$ 를 비교적 용이하게 구할 수 있다.

하지만,  $J \geq 2$ 의 다기술을 가진 경우에는  $(a_j^*(K), K^*)|_{j \in J}$ 를 독립적으로 구할 수 없기 때문에, (6)의 같은 방정식을 직접 적용할 수 없다는 한계를 지닌다. 따라서 아래에서는 수치해석적인 방법론에 의해 최적임계가격  $s^*$ 를 구하는 과정을 상술하도록 한다.

### 〈몬테카를로 최소자승 알고리즘〉

- i) 배출권 가격에 대한  $N$ 개의 시계열 자료를 생성한다: 초기 가격은  $S(0) = S_0$ , 증가율  $\mu$ , 변동성  $\sigma$ 를 이용하여 기하학적 브라운 과정 (1)에서  $t = 1, \dots, T$ 까지 생성함으로써,  $SS$ 의  $N \times T$  행렬을 구한다.

$$SS = \begin{bmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & \dots & s_{1,T} \\ s_{2,1} & s_{2,2} & \dots & s_{2,T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N,1} & s_{N,2} & \dots & s_{N,T} \end{bmatrix} \quad (9)$$

- ii) 투자의 한계가치인  $\bar{\psi}(K) = \nabla_K W(s;K)$ 를 구한다.

- a.  $SS$ 의 각 경로  $s_{i,t}$ ,  $t = 1, \dots, T$ 에 대해 매 기간의  $a^*(t)$ 를 구하기 위한 다음의 라그랑지언 최적화 문제를 푸는 과정에서 라그랑지 승수  $\lambda$ 를 계산한다.

$$L = \max_a (p - c)q - (\theta q - a - \bar{e})s - m(K)a^2 + \lambda(K - a) \quad (10)$$

- b. 예를 들어,  $m(K) = mK$ 일 때, 일계조건에서  $s - 2Ka - \lambda = 0$ ,  $\lambda(K - a) = 0$  이므로, 쿤터커 조건에서  $a = K$ 이면  $s - 2K^2 = \lambda$ , 또는  $a < K$ 이면,  $\lambda = 0$  인 것을 알 수 있다.
- c. 라그랑지언 승수를 이용하여  $\psi_i(K)$ 를 구한다.

$$\psi_i(K) = \sum_{t=1}^T \lambda_i e^{-\rho t} \quad (11)$$

- d. 위의 (a), (b), (c), (d) 과정을 모든  $i = 1, \dots, N$ 에 대해 반복 수행하며, 초기 값  $s_0$ 을 달리하여 (i)에서 (ii-c)까지의 과정을  $g = 1, \dots, G$ 만큼 반복하여 아래의 평균값을 구한다.<sup>3)</sup>

$$\bar{\psi}(S^g, K) = \sum_{i=1}^N \psi_i(K) / N \quad (12)$$

- iii) 각 기술  $j \in J$ 에 대해 구한  $\bar{\psi}(S, K)$ 을 아래에서 정의되는 베이스스 함수에 대해 몬테카를로 최소자승 회귀분석함으로써, 회귀계수를 추정한다.

$$\bar{\psi}(S, K) = \begin{bmatrix} \bar{\psi}(s^1, K) \\ \bar{\psi}(s^2, K) \\ \dots \\ \bar{\psi}(s^G, K) \end{bmatrix} \approx \sum_{v=0}^2 c_v L_v(s) \quad (13)$$

$L_v(s)$ 는 베이스스 함수이며,  $c_v$ 는 추정 대상이 되는 계수를 나타낸다. 베이스스 함수로는 Longstaff and Schwartz(1991)와 마찬가지로 라게르 다항식(Laguerre polynomials)을 이용하거나, Miranda and Fackler (2002)와 같은 체비셰프 다항식

---

3) 만일 이미 알려진 초기값  $s_0$ 을 이용할 경우에는 (d)의 단계를 제외해도 무방하다.

(Chebyshev polynomials) 또는 Gahungu and Smeers (2012)가 이용한 선형식 등 다양한 방식을 적용할 수 있다. 다음 절에서 보겠지만, 2차항까지는 기본적으로 체비셰프와 선형 다항식이 유사한 구조를 갖기 때문에  $s^*$ 의 추정 결과도 거의 동일한 것을 알 수 있다.

### 〈라게르 다항식〉

$$\begin{aligned}
 L_0(s) &= \exp(-s/2) \\
 L_1(s) &= \exp(-s/2)(1-s) \\
 L_2(s) &= \exp(-s/2)(1-2s+s^2/2) \\
 L_n(s) &= \exp(-s/2) \frac{e^s}{n!} \frac{d^n}{ds^n} (s^n e^{-s}) \quad (14)
 \end{aligned}$$

### 〈체비셰프 다항식〉

$$L_0(s) = 1, L_1(s) = s, T_2(s) = 2sT_1(s) - T_0(s) \quad (15)$$

### 〈선형 다항식〉

$$L_0(s) = 1, L_1(s) = s, L_2(s) = s^2 \quad (16)$$

iv) 가치일치조건 (7)과 한계조건 (8)를 만족하는  $s^*$ 를 구하는데, 제일 간단한 선형식의 경우에는, 두 식은 아래와 같이 변환될 수 있다.

$$A'(K)s^\beta = \bar{\psi}(s, K) - I \approx c_0 + c_1s + c_2s^2 - I, \quad (17)$$

$$\beta A'(K)s^{\beta-1} = \frac{\partial \bar{\psi}(s, K)}{\partial s} \approx c_1 + 2c_2s. \quad (18)$$

만일 라게르 다항식을 이용하였을 경우에는, 아래의 두 식을 (17)과 (18)의 경계 조건식에 포함시켜 이를 만족하는  $s^*$ 와  $A'(k)$ 를 구할 수 있다.

$$R(s) = c_0 e^{-s/2} + c_1 e^{-s/2}(1-s) + c_2 e^{-s/2}(1-2s+s^2/2), \quad (19)$$

$$R'(s) = -\frac{c_0}{2} e^{-s/2} + c_1 e^{-s/2} \left( \frac{s}{2} - \frac{3}{2} \right) + c_2 e^{-s/2} \left( 2s - \frac{s^2}{4} - \frac{5}{2} \right). \quad (20)$$

남은 단계는 결국 가치일치조건과 한계조건의 두 개의 연립방정식의 해를 구하는 과정으로서,  $s^*$ 와  $A'(K)$ 를 동시에 구할 수 있다. (19), (20)에서 보는 바와 같이 비선형 연립방정식의 형태를 갖기 때문에, 수치해석에서 얻은 결과값에 다수의 국지적 해가 존재하거나 또는 초기값에 민감한 문제가 발생할 수 있다. 이 경우에는 여러 조합의 초기값으로 시뮬레이션하여 경제학적으로 의미를 가진 국지적 해에 국한하여 최종 결과값을 산출하는 방식을 취한다.

지금까지 소개된 알고리즘을 바탕으로 모형은 다양한 방향으로 확장될 수 있다. 예를 들면, 배출권 가격이 기하학적 브라운 과정을 따르지 않고, 시계열의 정상성을 지닌 평균회귀과정(mean-reverting process, 또는 Ornstein Uhlenbeck)을 따르는 경우에도 유사한 방법으로 투자 임계가격  $s^*$ 을 산출할 수 있다. 이때, 옵션가치  $F(s;K)$ 의 해는 더 이상  $A(K)s^\beta$ 의 형태가 아닌, 이른 바, 커머 방정식(Kummer equation)을 통해 정의될 수 있는데, 상세한 풀이 과정은 Dixit and Pindyck (1994)나 Saphores and Carr (2000)을 참고하면 된다.

모형의 또 다른 확장은 배출권 가격 외에도 전력가격의 불확실성을 도입하는 것으로 가능하다. 예를 들어, 유한차분법에서는 두 개 이상의 확률과정이 도입될 경우, 차원의 저주로 연산과정이 복잡하고 시간도 오래 걸리지만 시뮬레이션에 기초하고 있는 몬테카를로 기법에서는 비교적 용이하게 접근할 수 있다.

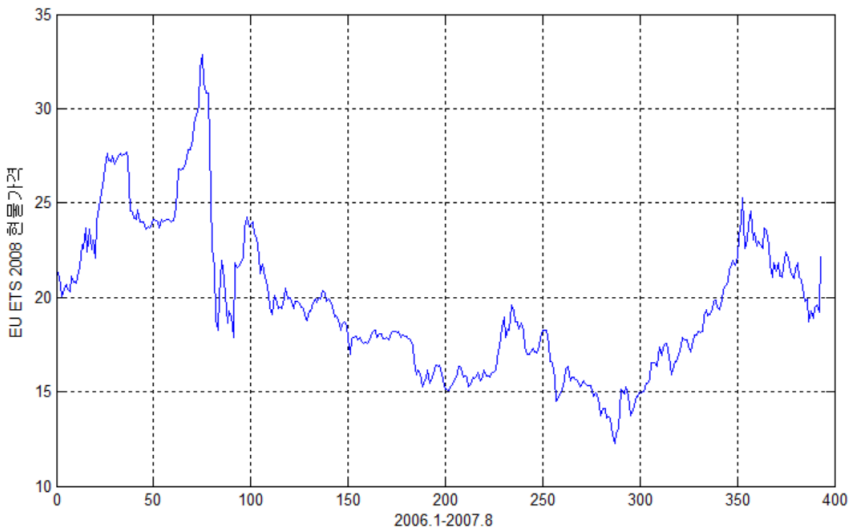
다음 절에서는 앞에서 제시된 모형을 바탕으로, 발전원별 가상의 수치를 적용하여 온실가스 임계가격  $s^*$ 를 산출하는 시뮬레이션 분석을 수행함으로써 모형의 응용 가능성을 점검하도록 한다.

### III. 발전원별 투자 임계가격분석을 위한 시뮬레이션

본 절에서는 앞에서 제시된 모형을 이용하여 석탄, 석유, 가스의  $j = 1, 2, 3$ 을 가정한 대기기술 발전사를 대상으로 투자 임계가격을 분석하도록 한다. 시뮬레이션 분석을 위한 발전원별 용량과 온실가스 배출규모는 Park and Lim (2008)에서의 통계를 참고하여 선정하였다. 석탄화력 발전은 발전용량 2,000MW, CO<sub>2</sub> 배출량은 400만 톤으로 가정하였으며, 석유발전의 경우에는 500MW, 30만 CO<sub>2</sub>톤, 가스발전의 경우 900MW, 50만 CO<sub>2</sub>ton을 가정하였다.<sup>4)</sup>

아직 국내에서 배출권 가격 시계열 자료가 충분히 확보되지 않은 관계로 EU ETS의 배출권 가격을 이용하되, 초기단계에 있는 국내 배출권거래제에 시사점을 제공하기 위해 EU의 최근 가격보다는 우리나라의 1단계 기간에 해당되는 EU ETS Phase I에서의 가격을 이용하였다. 2005년 EU ETS가 출범하면서 마치 일종의 주식 공개(IPO) 효과처럼 가격이 급등했던 시기를 제외할 필요가 있다.

〈그림 1〉 EU ETS의 2008년 현물가격 추이 (단위: 유로)

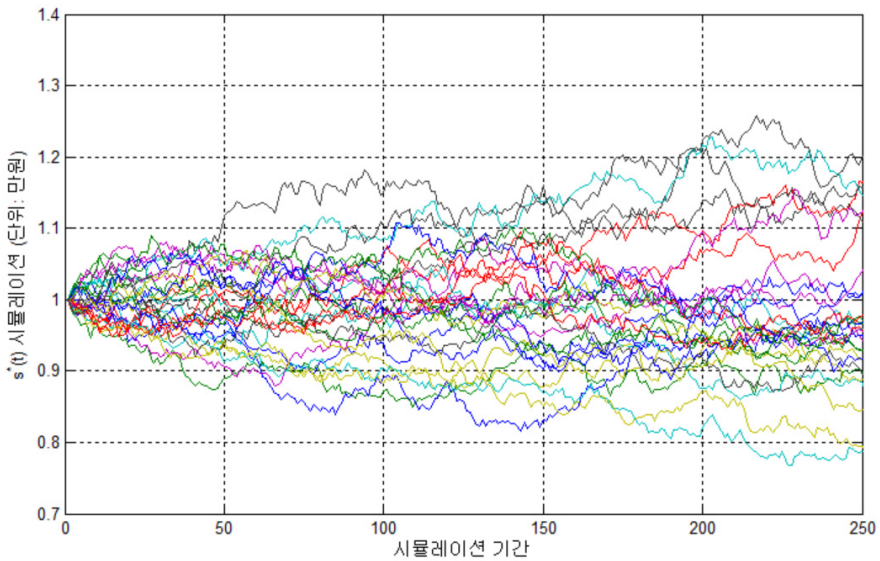


4) CO<sub>2</sub> 배출량은 배출계수(kg/TOE)에 연료(TOE)를 곱한 기본적으로 Tier1 기준의 IPCC 가이드라인 방식으로 산출되었으며, 시뮬레이션 목적이기 때문에 실제 화력발전소의 산출량을 의미하지는 않는다.

<그림 1>의 2006년 1월부터 2007년 12월까지 기간 동안 2008년 일일 현물가격 기준으로 증가율과 변동성을 추정하였다.<sup>5)</sup> 단위근 검증을 위한 ADF(Augmented Dickey Fuller) 테스트 결과, 레벨에서는 -2.0274, 1차 차분에서는 -16.8912인 것으로 나타나 기하학적 브라운 과정을 사용할 수 있는 것으로 확인되었다(임계치는 1% 유의수준에서 -3.4468, 5% 유의수준에서는 -2.8687, 10% 유의수준에서는 -2.5707 이다).

<그림 2>는 추정된  $\mu = 0.0001$ ,  $\sigma = 0.0343$ 의 파라미터를 이용하여 알고리즘의 (i) 단계에서 생성한 배출권 가격의 경로인  $s(t) = s_0 e^{(\mu t + \sigma w^2 - 0.5\sigma^2 t)}$ 의  $N = 100$ 개 중 일부를 보여주고 있다( $s_0 = 1$ 만원의 기준 적용).

<그림 2>  $s(t)$ 의 시뮬레이션 ( $\mu = 0.0001, \sigma = 0.03425$ )

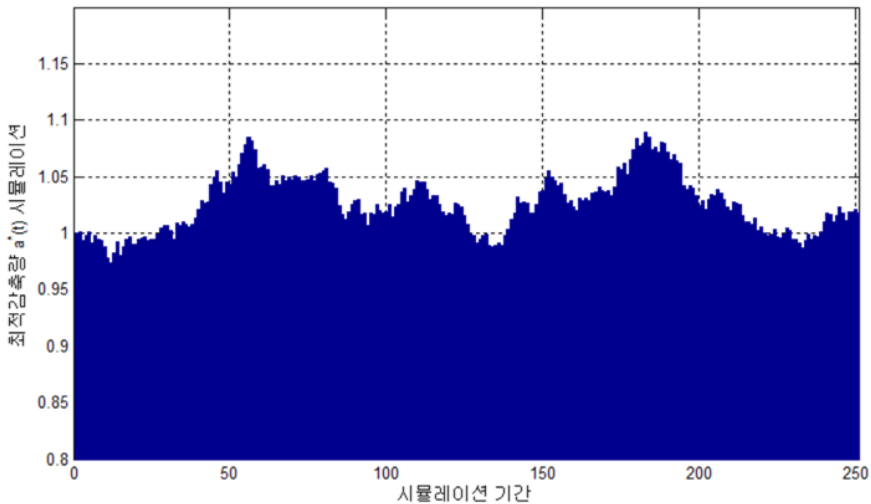


5) 2007년에 EU ETS의 1단계 사업이 종료됨에 따라 2007년 현물가격이 거의 0 수준으로 떨어져서 시계열로 자료로 활용하기에 부적합하기 때문에, 2007년 현물 대신 2008년 현물가격을 사용하였다.

그 다음 단계로 최적저감규모  $a^*$ 와 라그랑지 승수를 계산해야 하는데, Matlab의 `fmincon`을 이용하면 총  $N \times T$ 의 저감량과 승수를 동시에 구할 수 있다.<sup>6)</sup> 시뮬레이션에 사용된 전력가격과 발전비용은 계통한계가격을 고려하여 원/kwh 기준으로 석탄, 석유, 가스가 각각 (110,60), (130,90), (150,110)으로 설정하였다. 그리고 연간 할인을 5%를 적용할 때 이를 일일 할인율로 전환해주어야 한다.

아래 <그림 3>은  $T=250$ 까지 기간 동안 시뮬레이션한 배출권 가격을 기준으로 도출된 최적 저감량  $a^*$ 를 보여준다. 무상할당인  $\bar{e}$ 는 배출량의 90% 수준으로 설정하였다. 식 (11)에서 보는 바와 같이 최적저감량의 결정에는 무상할당의 수준은 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다.

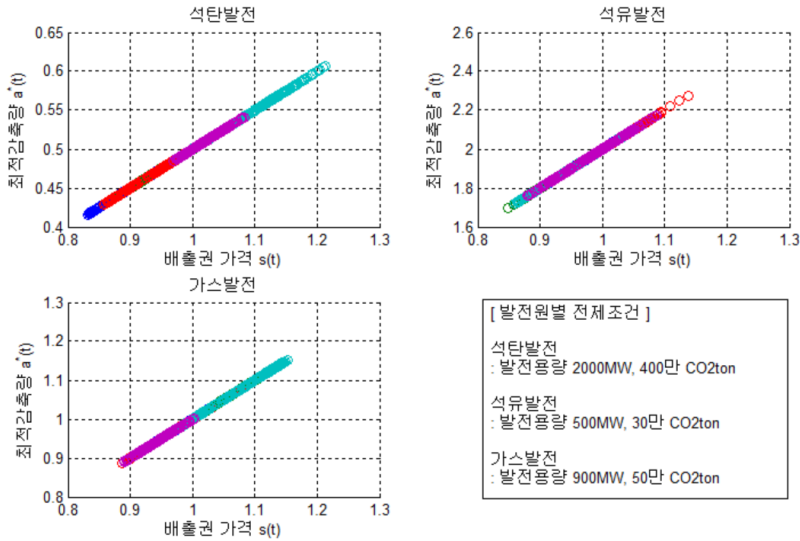
<그림 3> 기간별 최적저감량  $a^*$  (가스발전의 경우)



<그림 4>는 각 원별로 배출권 가격에 대응되는 최적저감량  $a^*$  규모를 보여주는 데, 배출권 가격이 상승함에 따라 저감량 역시 증가하는 것을 확인할 수 있다.

6) 부등식 제약 하의 최적화 과정에서  $\lambda$  값을 계산하기 위해,  $a \leq K$ ,  $a \geq 0$ 의 부등 제약식을 반영하도록  $A = [1 \ -1]'$ ,  $b = [\delta K \ 0]'$ 을 정의하여 `fmincon`의 옵션에 포함시킨다. 여기서  $\delta$ 는 온실가스 감축용량의 활용도를 나타내는데, 시뮬레이션에서는 90%를 적용하였다.

〈그림 4〉 배출권 가격에 대응되는 발전원별 저감량



다음 몬테카를로 최소화승 회귀분석으로 자본의 한계가치를 근사적으로 추정된 후, (7)과 (8)을 이용하여  $a^*$ 와  $A'(k)$ 를 산출하도록 한다. 이를 위해 앞에서 구한 자본의 잠재가격  $\lambda$ 의 평균값을 취한다. 아울러, 이윤함수에서 분리가능한 전력판매 수입인  $(p-c)q$ 를 제외한 나머지 항에 대해 베이스스 함수를 적용하여 몬테카를로 최소화승법으로 계수를 추정한다.

<표 2>는 본 시뮬레이션 결과를 보여주는데, 해석은 다음과 같다. 예를 들어, 석유화력발전의 경우, 라게르 다항식을 적용하였을 때,  $c_0 = -12.2862$ ,  $c_1 = 31.1575$ ,  $c_2 = -38.3491$ 이 나왔으며, 이를 이용하여 투자의 임계가격을 구하면 배출권 톤당 가격이 10,829원인 것으로 나타났다.  $s_0$ 가 10,000원임을 고려할 때 석유화력발전은 투자가 곧 실현되어도 경제성을 갖는 것으로 해석할 수 있다. 이와 같은 결과는 몬테카를로 최소화승을 위한 베이스스 함수를 체비셰프나 선형 다항식으로 적용하였을 때에도 마찬가지로 나타났다.

900MW 규모의 가스화력 발전은 라게르 다항식의 적용 시에 임계가격이 16,313원, 체비셰프와 선형 다항식의 경우에는 14,050원으로서 석유보다는 높은 수준으로 나타났다.



한편, 2000MW 규모에 연간 4백만 CO<sub>2</sub>톤 배출규모를 갖춘 석탄화력은 라게르 다항식에서 49,404원, 그 외 체비셰프와 선형에서는 약 16만원대와 17만원대의 상당히 높은 임계가격이 산출되어, 온실가스 감축투자의 경제성이 타 발전원에 비해 낮은 것으로 평가된다.<sup>7)8)</sup>

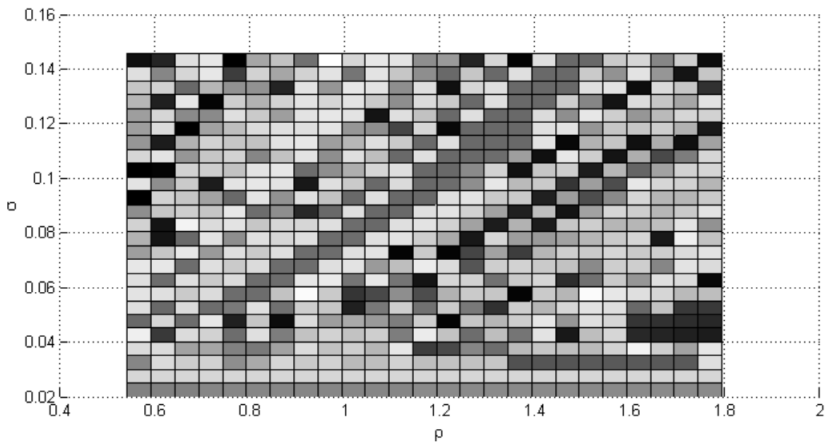
〈표 2〉 온실가스 감축투자를 위한 배출권의 투자임계 가격

가스화력 발전			
다항식	Laguerre	Chebyshev	Linear
s* (단위: 만원)	1.6313	1.4050	1.4050
한계옵션상수	0.0025	0.008	0.008
c <sub>0</sub>	- 5.425	- 29.9707	- 22.733
c <sub>1</sub>	0.2736	40.822	40.822
c <sub>2</sub>	- 22.7544	- 7.2377	- 14.4754
석유화력 발전			
다항식	Laguerre	Chebyshev	Linear
s* (단위: 만원)	1.0829	1.0798	1.0798
한계옵션상수	0.026	0.0325	0.0325
c <sub>0</sub>	- 12.2862	- 17.8207	- 11.2602
c <sub>1</sub>	31.1575	28.5588	28.5588
c <sub>2</sub>	- 38.3491	- 6.5605	- 13.121
석탄화력 발전			
다항식	Laguerre	Chebyshev	Linear
s* (단위: 만원)	4.9404	15.9904	17.7953
한계옵션상수	2.37E- 05	23.6786	28.8466
c <sub>0</sub>	38.2337	33.4563	23.338
c <sub>1</sub>	- 69.2936	- 40.8676	- 40.8676
c <sub>2</sub>	67.5405	10.1184	20.2367

- 7) 석탄화력의 s\*는 몬테카를로 최소자승회귀에 적용한 다항식에 따라 큰 폭의 차이가 발생하였다. 기본적으로 비선형연립방정식의 국지적 해값의 불안정성에 기인하는 것으로 판단하고 이 문제를 해소하기 위해 초가값 변경, 비선형연립방정식의 알고리즘 변경 등 다양한 방법을 시도해보았으나, 라게르와 체비셰프 다항식에서 일관되게 큰 차이를 보였다.
- 8) 석탄화력이 석유와 가스에 비해 상대적으로 높은 임계수준을 갖는 것은 2000MW 규모의 발전용량으로 타 발전원에 비해 규모가 크며, 이로 말미암아 CO<sub>2</sub> 감축투자의 비가역적인 기회비용도 크기 때문인 것으로 사료된다. 그럼에도 불구하고 너무 높은 수준에서 투자임계 가격이 형성되는 결과에 대해서는 익명의 심사자가 지적한 바와 같이 차후 보다 엄밀한 검토가 요구되는 사항이라고 판단된다.

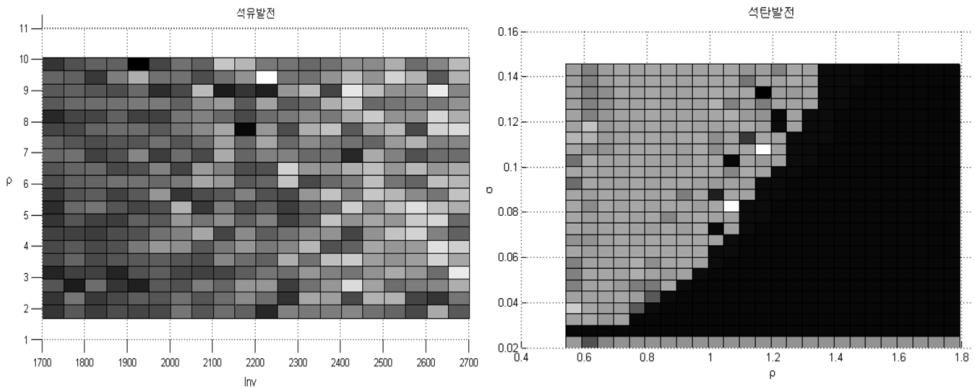
아래의 <그림 5>는 가스발전의 투자임계가격을 대상으로 할인율과 변동성에 대한 민감도 분석결과를 보여주는데, 대체적으로 14,000원에서 16,000원대에 머물며 할인율과 변동성에 그리 민감하지 않은 것으로 나타났다.

<그림 5> 투자임계가격  $s^*$ 의  $\sigma$ 와  $\rho$ 에 대한 민감도 (가스발전)



\*  $s^*$ 가 14,000원대에서 16,000원대에 분포로 있으며, 색상이 짙을수록 임계가격이 낮음.

<그림 6> 석유와 석탄발전에서의  $s^*$  민감도 분석



\* 색상이 짙을수록 임계가격이 낮음. 석유발전은  $\rho$ 와  $Inv$ 에 대한 민감도,  $\rho$ 와  $\sigma$ 에 대한 민감도 결과를 보여줌.

<그림 6>은 석유와 석탄 발전에서의  $s^*$ 의 민감도 분석 결과를 나타내는데, 석유는 할인율과 투자비용에 대해, 석탄은 변동성과 할인율에 대한 민감도 분석이다. 석유발전에서는 투자비용과 변동성이 증가할수록  $s^*$ 가 증가함으로써 실물옵션에서의 직관과 일치하는 것을 알 수 있다. 석탄 역시, 변동성이 증가함에 따라 높은 수준대의 임계가격 영역이 확대되는 것으로 분석되었다.

본 시뮬레이션의 결과는 다양한 발전원을 가진 발전사의 입장에서 우선 석유와 가스 발전을 대상으로 한 저감투자가 석탄에 비해 비용효과적이라는 것을 보여준다. 하지만, 이는 CO<sub>2</sub> 비용만을 고려한 시뮬레이션 결과이며, 만일 미세먼지와 같은 환경비용을 추가적으로 고려할 시에는 발전원별로 저감옵션의 가치가 달라질 수 있다는 점에서 해석에 유의해야 할 것이다.

#### IV. 요약

지난 2005년부터 시행되어 오고 있는 EU ETS에서 경험한 바와 같이, 배출권 가격의 변동성은 기업의 온실가스 감축투자를 위한 의사결정 수립 시에 중요한 요인으로 고려된다. 본 논문은 우리나라 특성 상 재무구조가 연결된 발전사의 입장에서 배출권 가격의 불확실성을 고려한 온실가스 저감투자의 옵션가치를 연구하였다. 다기술의 분리불가 이윤함수가 존재하는 경우, Dixit and Pindyck (1994)와 같은 고전적인 방법으로는 적정 투자임계 가격을 도출하는 것이 불가능하다. 따라서 논문에서는 접근 방법론으로 몬테카를로 최소자승법을 적용하여 투자임계 가격을 산출하는 알고리즘을 제시하였으며, 가스, 석유, 석탄의 주요 화력발전원의 수치를 이용하여 투자임계 가격을 시뮬레이션 분석하였다.

논문에서 개발된 모형은 온실가스 감축뿐만 아니라, 최근 문제가 심각해지고 있는 미세먼지까지 확장할 수 있다. 예를 들어, 개별 기업 관점이 아닌, 사회적 관점에서 미세먼지의 외부비용을 고려하여 화력발전의 환경투자 옵션을 평가한다면, 석탄화력발전의 투자옵션 가치가 본 논문에서보다는 더욱 높게 평가될 것이다.

한편 본 논문에서 제시된 모형은 발전사뿐만 아니라, 일반 사회사의 배출권 비용을 통합적으로 관리하는 모회사의 환경투자 의사결정에도 적용될 수 있다. 아울러,

기하학적 브라운 과정 외에 평균회귀와 같은 다양한 종류의 확률과정을 따르는 가격분석에도 유사하게 적용될 수 있다.

마지막으로, 논문에서 분석한 발전원별 임계가격에 대해서는 유의해서 해석해야 한다. 국내에서 배출권 거래의 실적이 미비한 상황에서 배출권 가격 시계열 데이터가 아직 확보되지 않은 관계로 EU ETS 배출권의 초기 데이터를 이용하여 시뮬레이션 분석하였기 때문이다. 따라서 본 논문의 추정 결과를 단정적으로 해석할 수는 없으며 향후 국내 배출권 데이터가 축적되는 대로 추가적인 연구가 이루어져야 할 것이다.

## [References]

1. 박호정, “배출권 가격 불확실성을 고려한 기업의 환경투자 실물옵션 연구”, 「경제학 연구」, 제53권, 제4호, 2005, pp. 173~199.
2. 이동수·정기호, 실물옵션을 활용한 화력발전회사의 CO<sub>2</sub> 감축대안의 경제성 평가, 「자원·환경경제연구」, 제20권, 제1호, 2011, pp. 61~102.
3. 임성수·양승룡, 경제성을 고려한 CER 적정 발행가격분석, 「자원·환경경제연구」, 제19권, 제4호, 2010, pp. 829~852.
4. Baumol, W., and W. Oates, *The Theory of Environmental Policy*, Cambridge University Press, 1988.
5. Broadie, M., and P. Glasserman, Pricing American style securities using simulation, *Journal of Economic Dynamics and Control* 21, 1997, pp. 1343~1352.
6. Dixit, A. and R. Pindyck, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
7. Gahungu, J. and Y. Smeers, A real option model for electricity capacity expansion, Robert Schuman Centre for Advanced Studies, EUI working paper, 2012.
8. Gamba, A., Real option valuation: a Monte Carlo approach, working paper series, Faculty of Management, University of Calgary, 2002.
9. Herbelot, O., Option Valuation of Flexible Investments: The Case of a Scrubber for

- Coal-Fired Power Plant, MIT- CEEPR 94-001, working paper, 1994.
10. Hieronymi, P., and D. Schuller, The Clean-Development Mechanism, stochastic permit prices and energy investment, *Energy Economics*, Vol. 47, 2015, pp. 25~36.
  11. Longstaff, F., and E. S. Schwartz, Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach, *The Review of Financial Studies*, Vol. 14, No. 1, 2001, pp. 113~147.
  12. Miranda, M., and P. Fackler, *Applied Computational Economics and Finance*, MIT Press, 2002.
  13. Park, H. and J. Lim, Valuation of marginal CO<sub>2</sub> abatement options for electric power plants in Korea, *Energy Policy*, Vol. 37, 2009, pp. 1834~1841.
  14. Szolgayova, J., S. Fuss, and M. Obersteiner, Assessing the effects of CO<sub>2</sub> price caps on electricity investments—A real options analysis, *Energy Policy*, Vol. 36, No. 10, 2008. pp. 3974~3981.
  15. Yang, M., and W. Blyth, Modeling Investment Risks and Uncertainties with Real Options Approach, International Energy Agency working paper, 2007.
  16. Yang, M., W. Blyth, R. Bradley, D. Bunn, C. Clarke, T. Wilson, Evaluating the power investment options with uncertainty in climate policy, *Energy Economics*, Vol. 30, No. 4, 2008, pp. 1933~1950.
  17. Zhao, J., Irreversible abatement investment under cost uncertainties: tradable emission permits and emission charges,” *Journal of Public Economics*, Vol. 87, 2003, pp. 2765~2789.