

한국, 대만, 중국의 초등학교 수학교과서에 나타난 분수 개념 지도 방법

조 형 미* · 강 원**

분수는 초등학교 수학의 수영역에서 중요한 개념 중 하나임에도 불구하고 자연수와 다른 양적 개념과 표기법, 다양한 분수 개념으로 인하여 교수 학습이 어렵다. 따라서 분수의 교수학적 변환은 중요하며, 이를 연구하기 위해 한국 교과서에서 사용하고 있는 분수의 교수학적 개념이 어떠한지 살펴볼 필요가 있다. 본 연구는 한국, 대만과 중국의 초등학교 수학 교과서를 비교하여 각 나라의 교과서에 나타난 분수 개념이 교수학적 개념에 따라 지도 시기와 순서가 어떻게 달라지는지, 양적 개념에 따른 지도 방법의 차이는 어떠한지 알아보았다.

1. 서론

무엇을, 어떻게 가르칠 것인가? 이는 학교 수업이 존재하는 한 지속될 교사의 고민이자 과제일 것이다. 학교 수업에서 지식은 교사와 학생의 상호작용을 통해 이루어지지만, 그러한 교수학적 상황을 구성하고 운영하는 주체는 교사이다(박교식, 2006). 특히 수학에서 다루는 개념은 추상적이고 복잡하며 위계성을 띠고 있어 교사가 교수를 위하여 교과 내용을 재구성하는 과정인 교수학적 변환을 연구할 필요가 있다.

분수는 초등학교 수학의 수영역에서 중요한 개념 중 하나이다. 초등학교 수영역에서 다루는 수 개념은 크게 자연수와 유리수로 나눌 수 있는데, 유리수는 분수와 소수로 표현할 수 있다. 학생들은 자연수를 학습한 후 유리수를 학습하며, 분수와 소수 중 분수를 먼저 학습한다. 즉, 분수는 자연수에서 유리수로 넘어가는 첫 관문

에 해당한다고 할 수 있다. 분수는 다음과 같은 이유로 인해서 교수 학습이 어려운 개념이기도 하다.

첫째, 분수는 양적 개념과 표기법이 자연수와 다르다. 자연수는 물체 하나가 하나의 단위로 수 세기를 할 수 있지만, 분수는 같은 양이어도 단위에 따라 그 값이 달라지므로 수세기로 학습할 수 없다(Lamon, 2008; 강홍규, 2013; Gelman&Meck, 1992; 周晓雪, 2014, 재인용). 자연수는 점점 많아지는 양을 일정한 단위만큼(10, 100 등) 묶으며 학습하는 것과는 달리, 분수는 분할할수록 한 단위의 크기가 점점 작아지는 양적 개념으로 처음 접하게 되며, 분수선을 기준으로 분자와 분모 두 수의 관계로 표현하는 비(比)적인 개념으로 표기법 또한 다르다(교육과학기술부, 2009).

둘째, 분수 개념이 다양하다(정은실, 2006; 崔鈺, 2014). 분수의 개념은 양으로서의 분수, 비로서의 분수, 몫으로서의 분수, 연산자로서의 분수 등 학자마다 다르게 분류하고 있다. 학생에게 분

* 서울정덕초등학교, rodem0425@sen.go.kr (제1 저자)

** 서울교육대학교, wkang@snue.ac.kr (교신저자)

수는 그 동안 다루어왔던 자연수와는 달리 다른 개념으로 접근해야 하는 심리적인 어려움이 있고, 분수의 새로운 개념을 익히는 과정에서 인식론적 장애가 발생할 수 있다. 따라서 어떠한 분수 개념을 어떠한 순서와 소재로 학생들에게 제시할 것인가 하는 문제는 중요하다.

교과서는 수업에서 사용되는 핵심적인 교수-학습 자료로 학생의 개념 형성에 중요한 영향을 미친다(박만구, 2010). 외국의 교과서와 우리나라의 교과서를 비교한다면 우리나라 교과서에 제시된 분수 개념을 폭 넓은 시각으로 살펴볼 수 있을 것이다.

한국, 대만과 중국은 한자문화권의 국가로 지리적으로 인접해 있어 예로부터 정치, 경제, 문화적으로 밀접한 관계를 맺으며 교류 해왔고, 세 나라 모두 통일된 하나의 교육과정을 기반으로 교과서를 편찬하고 있다. 또한 2011년 국제 교육 성취도 평가 협회(International Education Association, IEA)가 실시한 수학, 과학 성취도 추이변화 국제 비교 연구(Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS)에서 한국은 2위, 대만은 4위로 최상위권에 속하였고, 2012년 경제협력개발기구(Organization for Economic Cooperation and Development, OECD)가 실시하는 OECD 학업성취도 국제비교 연구(Program for International Student Assessment, PISA)에서 중국(상하이)은 1위, 대만 4위, 한국 5위로 높은 성취도를 보였다. 따라서 한국과 대만 중국의 초등학교 수학 교과서에 나타난 분수 개념 비교 연구는 추후 우리나라 수학 교과서 개발에 시사점을 제시할 수 있을 것이다.

2005년부터 2015년 사이 이루어진 한국과 외국 교과서의 분수에 관한 비교 연구를 살펴보면 한국에서는 싱가포르, 일본, 미국, 핀란드의 교과서와 비교 연구(이정현, 2006; 박은희, 2007; 박현주, 2014), 대만에서는 싱가포르, 미국, 핀란드

교과서와 분수 개념 비교 연구(吳麗玲, 楊德清, 2007; 魏銀香, 2010; 黃新勝, 2011), 중국에서는 중국(대륙, 홍콩, 대만), 싱가포르, 미국의 분수의 덧셈과 뺄셈 비교(張會娟, 2012), 미국과 중국의 수 개념 구조 비교 연구(馬立平, 2012) 등이 있다. 대만과 한국의 분수 개념 비교는 많이 이루어지지 않았으며, 한국과 중국에서 각각 한국과 중국의 교과서를 비교한 연구가 있다(김판수, 2011; 박교식, 2012; 최민아, 2014; 申丹, 2011). 그러나 연구대상이 2007개정 교육과정인 적용된 한국의 국정교과서와 “전일제 의무교육 수학과정 표준(2001년)”이 적용된 중국의 인민교육출판사의 교과서를 비교 분석한 것으로 두 나라 모두 이전교육과정이 적용된 수학 교과서를 연구 대상으로 하였으므로 현행교육과정이 적용된 수학 교과서에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 한국, 대만과 중국의 교과서에서 분수의 개념을 어떠한 방법으로 구현하고 있는지 살펴보고자 한다. 이를 위하여 교수학적 개념에 따라 분수 개념의 지도 시기와 순서가 어떻게 달라지는지, 분수의 양적 개념에 따른 분수의 지도방법은 어떠한지 분석하였다.

II. 이론적 배경

1. 수학과 교육과정 내용 영역

가. 한국

한국은 2009개정 교육과정이 1학년부터 6학년 까지 시행중이다. 한국의 수학교육과정(2012)을 살펴보면 초등학교 수학은 “수와 연산, 도형, 측정, 규칙성, 확률과 통계” 다섯 가지 영역으로 구성하고 있으며, 그 중 분수는 “수와 연산” 영역에서 자연수, 소수와 함께 개념과 사칙연산을

다루도록 하고 있다(p.2). 분수는 3~4학년군에서 처음 다루고 분수의 연산 중 덧셈과 뺄셈을 학습하며, 5~6학년군에서 분수의 곱셈과 나눗셈을 포함한 사칙연산을 다루고 있다(p.4). 초등학교 3~4학년군 수와 연산 영역의 학습내용 성취기준에서 제시하고 있는 분수 개념에 관한 용어를 살펴보면 “양의 등분할, 단위분수, 진분수, 가분수, 대분수, 단위분수의 크기 비교, 분모가 같은 분수의 크기 비교, 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈” 등이 있고, 5~6학년군에서는 “분수의 성질, 크기가 같은 분수, 분수의 약분과 통분, 분모가 다른 분수의 크기 비교, ‘(자연수) \div (자연수)’에서 나눗셈의 몫을 분수로 나타내기” 등이 있다(p.17, 22-23).

나. 대만

대만은 쑨중산(孫中山)이 중화민국정부를 선언한 1912년을 중화민국 원년으로 하여 민귀(民國)라는 독자적인 연호를 사용하며 학제에서도 이 연호를 사용하고 있다. 대만의 수학교육과정은 “초중등학교 9년 일관 교육과정강요(國民中小學九年一貫課程綱要)”에 따라 민귀(民國) 92년(2003년) 공포하였고, 민귀(民國) 97년(2009년) 개정된 수학교육과정을 발표하였으며 개정된 교육과정은 민귀(民國) 100학년도(2011학년도)부터 효력을 발휘하였다. 개정된 내용 중 분수에 해당하는 부분을 살펴보면, 2학년에서 다루던 ‘단위분수’ 개념이 3학년으로 이동하였다(臺灣教育部, 2008).

민귀(民國) 100년(2011년), 대만 총통이 “12년 국민 기본 교육”의 원년을 선포하고, 민국 103년(2014년) 8월 1일에 전면 실시 할 것을 결정하였으나(國家教育研究院, 2014), 교과별 세부 교육과정은 민귀(民國) 106년(2017년) 완성 예정이며 민귀(民國) 107년(2018년) 초등학교부터 순차적으로 시행할 계획이다. “12년 국민 기본 교육과정”에

따른 교과 교육과정은 아직 완성되지 않았으며 현재 교과 교육과정은 “97 개정교육과정”을 따르고 있다. 이는 “97강요(綱要)”라고도 하며, 현재 2학기까지 97강요가 적용된 것은 1~4학년 교과서이다. 따라서 대만 교육과정에서도 1~4학년에 제시된 분수에 관한 내용을 살펴보고자 한다.

대만의 수학교육과정은 크게 4단계로 나뉜다. 1단계는 초등학교 1~2학년, 2단계는 초등학교 3~4학년, 3단계는 초등학교 5~6학년, 4단계는 중학교 1~3학년으로 우리나라의 학년군 개념과 유사하다. 수학 내용 영역은 “수와 양(數與量), 기하(幾何), 대수(代數), 통계와 확률(統計與機率), 연결(連結)”의 5개의 대주제(五大主題)로 구성되어 있다. “수와 양”은 “수와 계산, 양과 실측”으로 구분하며, 분수는 소수와 함께 유리수의 표현 형식으로서 다루고 있다. 분수에 관한 성취기준은 2단계에서 처음 등장하며, 분수 관련 용어를 살펴보면, “분수의 인식, 진분수, 가분수, 대분수, 동분모분수의 비교, 동분모분수의 덧셈과 뺄셈, 정수끼리 서로 나누기(整數相除), 동치분수”가 있다(pp. 25, 27). 학년별로 세부화 된 성취목표를 살펴보면, 3학년에서 분수의 인식을, 4학년에서 “정수끼리 나누기(整數相除)”를 비롯한 분수의 종류, 동분모분수의 비교, 덧셈 뺄셈 및 정수배의 계산, 동치분수, 이분모분수의 비교, 분수의 수직선 표기를 다룬다(pp. 25, 27).

다. 중국

중국은 “국가 중장기 교육개혁 및 발전계획요강(2010-2020년)”을 실현하기 위하여 각 학과 교육과정 표준을 수정하여 “의무교육 어문(義務教育語文) 등 교과교육과정표준(2011년판)”을 발의하였고, 2012년 가을학기부터 시행하였다. 수학 교육과정의 정식 명칭은 “의무교육 수학 교육과정 표준(義務教育數學課程標準)”이다.

중국의 수학 교육과정에서는 9년의 학습시기를 학생의 신체특성과 심리적 특성에 근거하여 3개의 단계(学段)로 나누었다. 제1단계는 1~3학년(초등학교 1~3학년), 제2단계는 4~6학년(초등학교 4~6학년), 제3단계는 7~9학년(중학교 1~3학년)이다. 내용영역은 “수와 대수(数与代数), 도형과 기하(图形与几何), 통계와 확률(统计与概率), 종합과 실천(综合与实践)”으로 나누어진다. 분수는 “수와 대수”영역에서 다루며, 제1단계에서 분수의 초보인식, 동분모분수의 크기 비교, 동분모분수의 덧셈과 뺄셈을, 제2단계에서 분수의 의의(意义), 분수의 사칙연산과 혼합연산을 다루고 있다(pp. 4-5).

2. 분수 개념의 교수학적 분석

한국, 대만, 중국의 수학 교과서에서 제시하는 분수 개념의 공통점과 차이점을 알아보기 위하여 각 국의 지도서에서 제시하는 분수 개념을 살펴보았다.

가. 한국

한국의 지도서에서는 전반적으로 분수의 개념을 “양으로서의 분수, 비로서의 분수, 나눗셈 몫으로서의 분수”로 제시하고 있다(교육부, 2014c; 교육부, 2015d).

3학년 1학기(이하 3-1) 지도서(2014c)에서는 분수 개념을 크게 두 가지로 압축될 수 있다고 하였다. 양으로서의 분수는 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 것을 의미하는 것으로 유리수의 고유 개념인 특정 양으로서의 분수 $\frac{n}{m}$ ”이다(p. 367). 연속량, 이산량의 등분할(전체-부분)개념을 바탕으로 하며 후에 나눗셈의 몫으로서의 분수 개념으로 발전한다고 하였다(p. 369). 즉, 나눗셈

몫으로서의 분수는 수학적 의미에서 양(量)으로서의 분수 개념의 연장선상에 있기 때문에 분수의 의미를 양으로서의 분수와 비로서의 분수 두 가지로 보고 있는 것이다. 비로서의 분수는 “기준량 m 에 대한 비교량 n 의 비율, 즉 ‘ $n:m$ ’이라는 비의 값(비율)으로서의 분수 $\frac{n}{m}$ ”으로 표현하고 있다(p. 367). 그러나 교육과정을 보면 비율은 5~6학년군 규칙성 영역에서 다루고 있고(p. 6, 26), 3-1지도서에서도 비로서의 분수는 비와 비율 단원에서 지도함을 밝히고 있다(p. 369). 따라서 수와 연산 영역에서 다루고자 하는 분수의 개념은 “양으로서의 분수”임을 알 수 있다.

3-2 지도서(2014d)에서는 분수 학습을 분수 개념, 분수의 계산으로 구분하였으며, 분수 개념을 “전체-부분으로서의 분수, 두 자연수 관계로서의 분수, 나눗셈 몫으로서의 분수”로 나누어 제시하고 있다. 특히 “ b 는 a 의 $\frac{b}{a}$ ”의 형태로 제시하는 두 자연수 관계로서의 분수를 강조하여 그 동안 수학 교과서에서 이산량을 지도할 때 “뚝어 나눈 양으로서의 분수”개념으로 지도했을 경우 생기는 문제점을 극복하고, 더 나아가 가분수개념으로 확장하고자 하였다(p. 229-233). 또한 학생들이 주어진 전체를 “1”로 보는 경향에 대해 언급하며 이로 인해 가분수와 동분모의 덧셈과 뺄셈에서 문제가 발생할 수 있다는 점, 그 방안으로 전체 1을 명확히 할 것을 생각해 볼 수 있다고 하였다(p. 234). 그러나 “전체”가 주어진 양 전체를 의미하기도 하고 기준이 되는 단위로도 사용되는 등 의미가 혼재되어 사용되고 있으며 지도서에서 명확하게 정의하고 있지 않다.

나. 대만

대만의 지도서에서는 분수를 지도하기 위한 개념을 세분화하여 제시하고 있다. 3학년 상(8)

학기(이하 3上) 지도서(2014c)에서는 등분할과 측량(測量)활동을 통해 분수를 이해하도록 한다는 의도를 밝히고, “간단분수(簡單分數), 등분할(等分), 단위량(單位量), 단위분수(單位分數)”개념을 제시하고 있다(pp. 183-184). 3下 지도서(2015c)에서는 “진분수, 동치분수, 1과 단위분수의 합성”을 제시하고 있다(p. 53). 4上 지도서(2014d)에서는 진분수, 가분수, 대분수를(pp. 190-192), 4下 지도서(2015d)에서는 동치분수, 간단한 이분모분수의 비교, 분수와 소수의 호환, 정수끼리 서로 나누기(整數相除)한 결과를 분수로 표시하기, 분수 수직선(數線) 등을 제시하고 있다(pp. 165).

3上 지도서(2014c)에서 제시한 개념 중 “단위량(單位量)”은 두 가지 특징이 있다. 첫째, 한국 지도서에서는 명시하지 않는 개념으로, 분수에서 “1”에 해당하는 양을 지칭하며 “전체량(整體量)”이라고도 한다(p. 183). 둘째, 연속량 뿐 아니라 이산량의 “1”에 해당하는 양을 표현하는 단위이다. 연속량의 경우 피자 한 개, 케익 한 줄과 같이 한 개의 완전한 단위를 칭하고, 분수로 나타낼 때에는 “피자 $\frac{1}{2}$ 개”와 같이 표현한다. 반면, 이산량에서는 8개 들이 “한 상자”와 같이 새로운 단위를 제시하며, 1개는 $\frac{1}{8}$ 상자, 2개는 $\frac{1}{4}$ 상자로 표현하여 연속량과 이산량의 분수 개념 표현의 체계를 일관성 있게 유지하고자 하였다. 단위량의 중요성은 3下 지도서에서도 언급하고 있는데, 단위량이 달라지면 동일한 분수로 표현하여도 실제량은 다르므로 “단위량”을 확인할 것을 강조하고 있다(p. 53).

3下 지도서(2015c)에서는 단위분수를 누적하는 방식으로 분수 개념을 설명하고 있다. 단위분수는 전체량을 m부분으로 나눈 것 중 하나로, 진분수는 단위분수의 개수를 세는 방법으로 지도한다. 그리고 이 개념을 바탕으로 단위분수의 개수가 분할한 개수와 일치하였을 때 1과 같아진

다는 “1과 단위분수의 합성”을 지도한다(p. 53). 4上 지도서(2014d)에서는 이를 “분수는 단위분수를 누적한 결과”라고 서술하고 있으며, 누적 결과가 1보다 작으면 진분수, 1과 같거나 크면 가분수와 대분수라고 지도 방법을 제시하고 있다(p. 191).

4下 지도서(2015d)에서는 “동치분수, 분수의 크기 비교”개념을 제시하고 있는데, 이처럼 두 개의 분수를 비교 할 때 크기 비교를 위한 단위량은 기준단위량(基準單位量)으로 표현하고 있다(p. 166).

대만의 지도서에서 제시하는 분수 개념은 단위량(또는 전체량), 단위분수의 개수를 세는 측정 개념을 이용한 “양으로서의 분수”라 할 수 있다.

다. 중국

중국의 3학년 상(上)학기(이하 3上) 지도서(2014b)에서는 3上和 5下에서 다루는 분수의 개념과 집필 의도를 밝히고 있다. 3上에서 “부분-전체”의 관점에서 분수를 인식하고, 5下에서 이를 기초로 측량, 비, 몫 등의 관점에서 분수의 함의를 인식하도록 하고자 하였다(p.209). 한국, 대만 지도서와 비슷한 관점을 보이고 있으나, 중국 5下 지도서에서는 전체-부분으로서의 분수의 의미를 다르게 제시하고 있다.

한국 지도서에서는 양으로서의 분수를 전체-부분으로서의 분수로 보고, 비의 분수와 구분하고 있다. 이와 대조적으로 중국의 5下 지도서(2015b)에서는 전체-부분으로서의 분수를 율(率)과 양(量)의 관점에서 구분하여 설명하고 있다. 학생이 분수를 학습할 때 하나의 물체를 등분할(平均分)하는 행위에서 부분과 전체의 관계를 이용하여 새로운 수를 인식한다고 설명하며 이를 “행위(行為)의 분수”로 칭하고 있다. 이는 $\frac{b}{a}$ 와

같은 형태로 표기하는 “정의(定義)한 분수”와 구분하고 있다. 또한 “행위”의 관점에서 보면, 분수는 “등분할(平均分)”과 “측량(測量)”으로 구분할 수 있다고 하였다. 등분할을 통해 부분과 전체의 관계를 인식하는 것은 율(率)의 관점이며, 새로운 측정단위인 도량단위를 세어가는 것은 양(量)의 관점으로 이해하는 것이라고 설명하고 있다(p. 163).

즉, 한국 지도서에서는 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 것”을 “양으로서의 분수”로 제시한 반면, 중국 지도서에서는 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 것”을 율(率)과 양(量) 두 가지 관점으로 나누었으며 한국 지도서에서 “양으로서의 분수”로 보았던 개념은 율(率)로, 대만 지도서에서 제시하는 측정 개념을 양(量)으로 표현하고 있다. 또한, 한국 지도서에서 “비로서의 분수”를 비의 값(비율)이라고 제시하고 있는 반면, 5下 중국 지도서에서는 비(比)와 나누기(除法)를 분수 개념과 연관하여 지도해야 한다고 하며 “비의 값(比值)”이라는 용어만을 사용하고 있다.

중국지도서 5下(2015a)의 내용 체계표를 살펴보면 분수의 의의(意義)에서 “단위(單位) 1”과 “단위분수(分數單位)”를 제시하고 있다. “단위 1”은 대만에서 “단위량”으로 제시하는 개념과 유사하며, 단위분수와 함께 교과서에서 중요한 분수 개념으로 다루고 있다(p. 46).

세 나라의 지도서에서 제시하는 분수 개념을 살펴보면 세 나라 모두 하나의 단위를 등분할하여 분수 개념을 지도하는 “전체-부분으로서의 분수”, 즉 “양으로서의 분수”로 제시하고 있다는 공통점이 있다. 그러나 다음과 같은 교수학적 개념의 차이 또한 드러나고 있다. 첫째, 단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 것을 한국은 “양으로서의 분수”라 하고 “비로서의 분수”와 구분하는 반면, 대만은 단위분수를 이용한 측정 개념으로 제시하고 있다. 중국은 “율(率)과 양(量)”의 관점

을 구분하되 한국에서 “양으로서의 분수”로 제시한 개념은 “율(率)”로, 대만 지도서와 같이 측정으로 제시한 개념은 “양(量)”의 관점으로 보고 있다. 둘째, 한국 지도서에서는 등분할하기 위한 대상인 “전체”에 해당하는 개념을 명시하고 있지 않으나, 대만은 “단위량(單位量)”을, 중국은 “단위(單位) 1”을 제시하여 이산량의 분수를 지도하기 위한 개념을 제시하고 있다.

III. 연구 방법

1. 분석 대상

본 연구는 한국과 대만, 중국의 초등학교 교과서에 드러난 분수 개념 지도를 분석하기 위하여 분수 지도 내용이 구현되어 있는 각국의 교과서를 대상으로 하였고, 교과서에 제시한 분수 개념과 그 의도를 연구하기 위하여 교육과정 및 지도서를 참고하였다.

가. 한국 수학 교과서

본 연구에서는 2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서 중에서 분수 개념이 드러나 있는 3학년 1학기, 3학년 2학기, 5학년 1학기, 5학년 2학기 교과서와 지도서를 연구대상으로 하였다.

나. 대만 수학 교과서

본 연구에서는 민귀(民國) 97학년도(2008년)에 개정된 “초중등학교 9년 일관 교육과정강요 수학학습영역(國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域)”에 따라 민국(民國) 2014년~2015년에 발행한 1~4학년 수학교과서 중 분수 개념 내용이

포함되어 있는 3-4학년 교과서를 연구 대상으로 선정하였다.

여러 출판사 중 2014년에 1학년 수학 교과서부터 6학년 수학 교과서까지 모두 심정을 통과하여 지도 체계를 확인할 수 있는 교과서는 Kangshuan(康軒)과 Nan Yi(南一)출판사의 교과서이다. 이중 교과서 시장 점유율이 가장 높고(36.38%), 온라인에 전자교과서를 공개하고 있는 Kangshuan(康軒)출판사의 교과서와 지도서를 분석 대상으로 선택하였다(康軒教育網, 2011; 徐偉民, 柯富渝, 2014 재인용).

다. 중국 수학 교과서

중국 수학 교과서도 대만 교과서와 마찬가지로 심정(審定)제를 실시하고 있다. 여러 출판사의 교과서 중 오랜 역사를 지니고 있으며 시장 점유율이 높은 런민자오위(人民教育)출판사의 교과서를 연구대상으로 선정하였다. 본 연구의 연구 대상은 “의무교육 수학 교육과정 표준(義務教育數學課程標準)(2011년판)”을 따르고, 2013년 심정(審定)을 통과한 런민자오위(人民教育)출판사의 “의무교육교과서 수학” 3학년 上학기, 5학년 下학기 교과서와 지도서이다.

2. 분석 범위

가. 분수의 개념

강완(2014)은 1차 교육과정부터 2007 개정 교육과정을 적용한 한국의 수학 교과서에서 제시하는 분수 개념을 분석하여 분수의 학습을 <분수의 개념>과 <분수의 계산>으로 나누고, 분수의 개념은 (1) 전체-부분 관계로서의 분수, (2) 두 자연수 관계로서의 분수, (3) 나눗셈 몫으로서의 분수라는 세 단계를 거쳐 학습이 이루어진

다고 하였다. 또, 분수 개념의 학습을 위한 세부 활동으로 다음과 같이 분류하였다(pp. 468-469).

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ① 똑같이 나누기 | ⑫ 1과 크기가 같은 분수 |
| ② 전체와 부분 | ⑬ 분수의 종류
(진분수, 가분수) |
| ③ 분수 표기 | ⑭ 동분모 진분수의 합과 차 |
| ④ 단위분수의 몇 배 | ⑮ 분수의 종류(대분수) |
| ⑤ 동분모 진분수의 크기 비교 | ⑯ 가분수, 대분수의 호환
표기 |
| ⑥ 단위분수의 크기 비교 | ⑰ 동분모분수의 크기 비교
(가분수, 대분수) |
| ⑦ 두 자연수 관계로서의 분수 | ⑱ 동분모분수의 합과 차
(가분수, 대분수) |
| ⑧ 수직선 위의 분수 | ⑲ 나눗셈 몫으로서의 분수 |
| ⑨ 자연수의 분수 배 | |
| ⑩ 자연수를 몇씩 묶어 나눈
양으로서의 분수 | |
| ⑪ 동치분수 | |

위의 분류체계는 한국의 분수 개념 지도에 해당하는 것으로, 대만과 중국의 교과서에서 제시하는 분수의 개념과 부합하지 않는 부분이 있었다.

첫째, 단위분수 개념이다. 한국 교과서에서는 “⑥ 단위분수의 크기 비교” 외에는 단위분수 개념을 명확히 다루고 있지 않으나, 대만의 경우 한 학기동안 단위분수를 강조하여 지도하고 있다. 그러나 단위분수 또한 “전체와 부분”의 개념에 포함되므로 “② 전체와 부분(단위분수)”와 같이 표기 하였다.

둘째, 연속량의 분수와 이산량의 분수이다. 세 나라 모두 분수의 초기 개념(가분수를 학습하기 이전)에서 연속량과 이산량의 분수 두 가지 방법으로 지도하고 있다. 한국에서는 연속량의 분수를 “전체-부분으로서의 분수”로, 이산량의 분수를 “두 자연수 관계로서의 분수”로 지도하고 있어 이를 구분 할 필요가 없으나, 대만과 중국은 이와 다른 분수 개념으로 지도하고 있다. 따라서, 단위분수와 마찬가지로 필요한 경우 연속량과 이산량을 괄호 안에 표기하였다.

셋째, 동치분수 개념의 중요성이다. 동치분수는 한국과 중국의 5학년 교과서에 “크기가 같은 분수”의 개념으로 제시하고 있고, 주로 공배수와 공약수를 이용한 분모의 “약분과 통분”을 학습하기 전에 다루고 있다. 반면, 대만 교육과정(2008)에서는 4학년 세부 성취목표에서 “동치분

수(等值分數)”라고 분수의 개념을 따로 명시하고 있을 만큼 중요한 분수 개념 중 하나이다(p. 27). 따라서 전체-부분으로서의 분수, 두 자연수 관계로서의 분수, 나눗셈 몫으로서의 분수 외에도 동치분수를 분수 개념에 포함하여 분수 개념의 지도 시기와 순서를 살펴보았다.

나. 분수의 내용범위

분석하고자 하는 내용의 범위는 크게

- ① 분수의 개념(전체-부분, 두 자연수 관계로서의 분수, 나눗셈 몫으로서의 분수, 동치분수)
 - ② 분수의 종류(진분수, 가분수, 대분수)
- 이다. 소수를 비롯하여 알고리즘을 이용하여 지도하는 분수와 소수의 호환 표기, 약분과 통분, 분수의 곱셈과 나눗셈은 분석 대상에서 제외하였다.

3. 분석 방법

가. 지도 시기 및 지도 순서

분수의 개념에는 “측정, 수세기, 나눗셈” 등의 개념이 복합적으로 나타난다. 따라서 분수 개념

을 어느 시기에 지도할 것인지는 매우 중요하다. 또한, 한 가지 분수 개념이 다른 분수 개념을 이해하는 데 도움이 될 수 있으나, 때로는 방해가 될 수 있다. 따라서 여러 가지 분수 개념을 어떤 순서대로 제시하는지 연구할 필요가 있다.

우선 한국, 대만, 중국의 수학 교과서에서 분수 개념을 지도하는 단원을 추출한 후, 교과서 내용을 살펴보고 분수의 개념 지도를 위한 세부 활동을 <표 III-1>과 같이 정리하였다. 또한, 분수 개념이 드러난 부분, 즉 “전체와 부분, 두 자연수 관계로서의 분수, 분수의 종류, 나눗셈 몫으로서의 분수, 이분모 분수의 크기 비교”에 해당하는 내용은 음영처리 하였다. 이 자료를 바탕으로 하여 분수의 지도 시기와 분수의 개념 지도 순서를 비교하였다.

나. 분수의 양적 개념

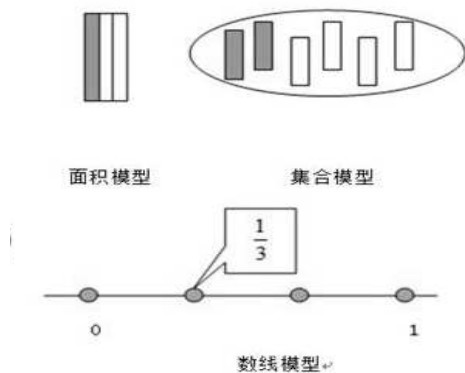
지도서를 보면 세 나라 모두 양으로서의 분수로 분수 개념을 접근하고 있다. 그러나 양적 개념을 어떻게 제시하는지에 따라 분수 개념 지도 방법은 달라지므로 각 나라의 교과서에서 어떠한 양적 개념을 사용하는지 분석할 필요가 있다. 각 교과서의 문장제 문제에서 제시하는 실생

<표 III-1> 한국 3-1 수학 교과서의 분수 지도 세부 활동

단원명	차시	차시명	쪽수	세부 활동
6.분수와 소수	2	똑같이 나눌 수 있어요	4	① 똑같이 나누기
	3	전체와 부분의 크기를 알 수 있어요	2	② 전체와 부분
	4	분수를 알 수 있어요	4	③ 분수 표기
	5	분수로 나타낼 수 있어요	2	② 전체와 부분(연속량) ③ 분수 표기
	6	$\frac{2}{3}$ 는 $\frac{1}{3}$ 이 몇 개인지 알 수 있어요	2	④ 단위분수의 몇 배
	7	분수의 크기를 비교할 수 있어요(1)	2	⑤ 동분모 진분수의 크기 비교
	8	분수의 크기를 비교할 수 있어요(2)	2	⑥ 단위분수의 크기 비교

활 소재, 시각적 모델이 무엇인지 살펴보고, 다루고자 하는 양적 개념이 무엇인지 분석하였다.

연구를 위하여 시각적 모델의 종류를 선정할 필요가 있었으나, 각 나라의 지도서에서 제시하는 분류 방식이 모두 달랐다. 대만의 교육과정에서 제시한 분수의 모델은 원형모델과 선형모델이다. 그러나 실제 수학 교과서에서는 더 많은 형태의 시각적 모델을 제시하고 있어 이 두 가지 모델로 분류하는 것은 무리가 있다.



[그림 III-1] 중국의 분수의 시각적 모델의 종류 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2014b, p. 211)



[그림 III-2] 중국 5下에서 제시한 실물모형의 예 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 45)

한국의 분수 개념에 관한 연구를 살펴보면 대부분 수직선 모델, 분수띠 모델, 원 모델, 사각형 모델, 이산량 모델로 분류하고 있다(배중수, 2002). 원 모델과 사각형 모델의 경우 도형을 등분할하여 면적으로 나타내는 경우 영역모델이라

고 하며(강태석, 2001; 방정숙, 이지영, 2009), 여러 가지 도형을 사용하므로 도형 모델로 칭하기도 한다(정은실, 2009). 중국의 5下지도서에서는 [그림 III-1]에 제시한 것과 같이 넓이모형(面积模型), 집합모형(集合模型), 수선모형(数线模型) 그리고 [그림 III-2]와 같은 실물모형(实物模型)으로 제시하고 있다.

한국의 원 모델과 사각형 모델은 영역 모델, 또는 도형 모델로 중국에서 제시하는 넓이 모델로 볼 수 있다. 또한 세 나라 모두 교과서에서 제시하는 예시는 원과 사각형 외에도 다양하므로 이를 “도형 모델”로 분류하고 괄호 안에 도형의 형태를 표기하였다. 중국의 실물 모형은 월병이나 사과 등으로 평면도형이나 수직선 개념이 아니며, [그림 III-2]에서 2개로 등분할하기 위한 대상으로 제시한 토마토, 월병, 과자처럼 입체로 표현하고 있다.

<표 III-2> 대만 3上 분수 개념 지도 문항 분석

단원명	활동	양의 개념	시각적 모델	소재
1	연속량	도형(원)	喜瓶(결혼축하떡)	
	연속량	분수띠	리본	
	연속량	도형(직사각형)	.	
	연속량	도형(원, 삼각형)	.	
9. 분수	연속량	도형(원)	酥餅(구운과자)	
	연속량	도형(원)	酥餅(구운과자)	
	연속량	분수띠	리본	
	연속량	실물	카스테라	
	2	연속량	도형(원)	피자
	연속량	도형(원)	葱油餅(과기름떡)	
	연속량	도형(정사각형)	.	
	연속량	도형(정사각형)	.	
	연속량	도형(정사각형)	.	
	이산량	.	껌 /한통	
3	이산량	이산량	연필/한상자	
	이산량	이산량	계란/한판(10개)	
	이산량	이산량	아이스바/한상자	
	이산량	이산량	꿀/한상자	
	이산량	이산량	카스테라/한상자	



[그림 IV-1] 한국, 대만, 중국의 분수의 개념과 분수의 종류 지도 시기 및 순서

이는 한국에서 제시하는 모델만으로 설명할 수 없는 개념이므로 시각적 모델에 포함하였다. 중국 지도서에서 제시한 집합모형은 한국의 이산량 모델, 수선모형은 한국의 수직선 모델에 해당한다. 따라서 본 연구에서의 시각적 모델은 실물 모델, 도형 모델, 분수띠 모델, 수직선모델(선단도 포함), 이산량 모델이다.

위와 같은 기준으로 한국, 대만, 중국의 교과서 장면을 분석하였으며, 그 결과를 <표 III-2>와 같이 정리하였다. 양적 개념을 사용하지 않은 문항은 점으로 표기하였다. 또한, 대만의 경우 이산량의 분수를 지도할 때 단위량을 항상 제시하므로 소재를 기록할 때 측정 대상과 기준단위량을 함께 제시하였다.

IV. 분석 및 논의

한국, 대만, 중국의 수학 교과서를 분석한 결

과 각 나라에서는 [그림 IV-1]과 같은 시기와 순서로 분수 개념과 분수의 종류를 지도하고 있었으며, 한 가지 분수 개념을 지도할 때 다른 분수 개념을 이용하기도 하였다. 주요 분수 개념을 설명하기 위해 사용한 또 다른 분수 개념은 “-”를 사용하여 아래에 표시하였다. 또한, 각 분수의 개념을 학습할 때 제시하는 양적 개념도 다르게 나타나고 있었다. 이는 괄호 안에 연속량과 이산량을 표기하여 구분하였다.

1. 한국

가. 전체-부분으로서의 분수(연속량)

한국 수학 교과서에서는 3-1(2014a)에 분수 개념을 도입한다. “전체를 똑같이 2로 나눈 것 중 1은 $\frac{1}{2}$ ”로 분수를 지도하고 있고, 한 차시 안에

이와 같은 방법으로 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{3}$ 를 함께 제시하고 있다(p. 198-199). 3-1 지도서(2014c)에서 제시한 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 $\frac{n}{m}$ ”의 형식에 충실하게 따른 것으로 도입부터 단위분수와 단위분수가 아닌 진분수를 함께 제시하고 있다(p. 367). 이는 대만 교과서와 중국 교과서에서 분수 개념을 도입할 때 단위분수만을 제시하는 것과 명확한 차이를 보인다.

또 하나의 특징은 3~5차시에서 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 $\frac{n}{m}$ ”으로 학습하다가, 6~7차시에서 “단위분수의 몇 배, 동분모 진분수의 크기 비교”를 할 때 단위분수를 사용하여 분수 개념을 학습한다는 것이다(pp. 196-203, 204-207). 즉, 분수를 도입할 때는 “ m 등분 한 것이 n 개가 모인 $\frac{n}{m}$ ”을 학습하고, 이후에 “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개가 모인 $\frac{n}{m}$ ”과 같은 형태로 분수를 제시하고 있다. 단위분수를 사용한 분수 개념은 3-2에서 이산량의 분수를 지도하고 난 후, ⑧ 수직선 위의 분수, ⑬ 분수의 종류(진분수, 가분수), ⑱ 동분모 분수의 합과 차를 지도할 때에도 사용되고 있다.

나. 두 자연수 관계로서의 분수(이산량)

한국은 3-2에 이산량의 분수를 학습한다. ② 전체와 부분→⑦ 두 자연수 관계로서의 분수→⑩ 자연수를 몇씩 묶어 나눈 양으로서의 분수의 과정을 거쳐 이산량의 분수 개념을 다루고 있다. 여기에는 두 가지 특징이 있다.

첫째, 두 자연수의 관계로서의 분수로 형식화하는 과정에서 전체-부분으로서의 분수 개념의 한계를 극복하고자 하였다. 도형(연속량)을 등분할하는 장면을 제시하여 3-1에 학습한 연속량의

분할을 복습한 뒤, “5는 12의 $\frac{5}{12}$ ”와 같이 두 자연수 관계로서의 분수를 학습하고 있다. 이는 연속량의 등분할에서 이산량의 등분할로 진행되는 과정이자, “전체를 4개로 나눈 것 중 3개는 $\frac{3}{4}$ ”, “3개는 4개의 $\frac{3}{4}$ ”을 이용하여 “3은 4의 $\frac{3}{4}$ ”으로 분수를 형식화하는 과정이기도 하다.

둘째, 묶음의 단위 설정이다. 이산량으로 분수로 표현할 때, 12개 중 2개에 해당하는 양을 $\frac{2}{12}$ 로 표현할 것인지 $\frac{1}{6}$ 로 표현할 것인지의 문제가 생긴다. 강완(2014)은 이를 “묶음의 단위 지정에 소홀했기 때문”이라고 지적하였다. $\frac{2}{12}$ 는 “12개 중의 2개”로 “전체-부분으로서의 분수” 개념으로 받아들이기 쉬우나, 2개를 하나의 묶음의 단위로 지정하게 되면, “6묶음 중 1묶음”이 되어 $\frac{1}{6}$ 로 받아들여지게 된다고 하였다(p. 471).

다. 분수의 종류(가분수, 대분수)

한국은 3-2에서 이산량의 분수를 학습한 뒤 바로 가분수와 대분수, 즉 분수의 종류를 학습한다. 이 때 다음과 같은 두 가지 개념을 모두 지도하고 있다.

첫째, “ n 은 m 의 $\frac{n}{m}$ ”이라는 두 자연수의 관계로서의 분수 개념이다. 이산량의 분수를 배울 때 도입하며, 분수의 형식화를 학습한 뒤 가분수와 나눗셈 몫으로서의 분수 개념을 학습할 때 사용하는 개념이다.

둘째, 단위분수의 누적 개념이다. ④ 단위분수의 몇 배와 ⑧ 수직선 위의 분수를 통해 학습하여 “1+(진분수)”와 같이 대분수 개념 형성에 도움을 주고 있다. 이는 “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ ” 개

념에 해당한다.

라. 동치분수

활동 2 $\frac{6}{12}$ 과 크기가 같은 분수를 만들어 보시오.

- 수직선 위에 $\frac{6}{12}$ 인 곳에 점을 찍고 분수로 나타내어 보시오.

[그림 IV-2] 한국 5-1 크기가 같은 분수 (교육부, 2015a, p. 75)

동치분수는 한국 교과서에서 “크기가 같은 분수”로 표현하고 있다. 3-2 교과서(2014b)에서 ⑧ 수직선 위의 분수를 학습할 때 같은 크기의 분수를 수직선에 표시하고 쓰는 활동이 있고(p. 113), 5-1 3. 약분과 통분에서 2~3차시에 걸쳐 학습한다. 5-1 교과서에서는 원과 막대를 분할하며 분모와 분자에 같은 수를 곱해도 분수의 크기가 같음을, [그림 IV-2]와 같은 수직선을 이용하여 분모를 같은 수로 나누어도 분모의 크기가 같음을 학습한다. 원과 막대를 분할하는 과정은 분모와 분자에 같은 수를 곱해도 크기는 동일하다는 분수의 성질을, 수직선은 분모와 분자에 같은 수를 나누어도 크기는 같다는 분수의 성질을 알 수 있는 시각적 모델에 해당한다.

마. 나눗셈 몫으로서의 분수

활동 2 $3 \div 5$ 를 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산하시오.

- 막대 3개를 각각 똑같이 5로 나눈 것 중의 한 칸씩에 색칠하시오.

[그림 IV-3] 한국 5-2 나눗셈 몫으로서의 분수 지도에 사용한 분수띠 모델 (교육부, 2015b, p. 88)

강홍규(2014)는 한국 수학 교과서에서 나눗셈 몫으로서의 분수는 중요성에 비해 지도 시기가 정착되지 않았다고 하였다(pp. 430-431). 또한, 강완(2014)은 2007 개정 교육과정이 적용된 교과서에서 나눗셈 몫으로서의 분수가 “곱셈 변환”으로만 다루어진 것과 곱셈변환에서 사용하는 도식의 문제점을 지적한 바 있다(pp. 474-478).

2009 개정 교육과정이 적용된 한국 교과서에서 나눗셈 몫으로서의 분수는 5-2 3단원 분수의 나눗셈 앞부분에서 2차시에 걸쳐 지도하는데, 곱셈변환을 먼저 학습한 뒤 나눗셈 몫으로서의 분수를 다룬다. 곱셈변환에서는 [그림 IV-3]과 같이 1에 해당하는 분수 막대 3개를 분리하여 제시하고 있으며, 이를 각각 등분할한 뒤 다시 모으는

과정을 통하여 $3 \div 5 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 3 \times \frac{1}{5}$ 를 직관적으로 학습하도록 의도하고 있다. 나눗셈 몫으로서의 분수에서는 이산량과 가분수 학습에 사용한 분수 개념인 “ n 은 m 의 $\frac{n}{m}$ ”의 개념을 다시 도입하고 있다.

2. 대만

가. 전체-부분으로서의 분수(연속량, 이산량)

대만도 양적 개념으로 분수를 다루고 있으나, 한국과는 관점이 다르다. 교육과정(2008)에서 전체-부분, 측정 등 분수의 네 가지 의미를 밝혔으나, 분수의 최종 개념은 “나눗셈의 몫으로 표현되는 수의 개념”이라고 하였으며, 이를 교과서에서 그대로 구현하고 있다(p. 185-186). 3학년에서는 측정의 관점에 따라 “단위분수”와 “단위분수의 몇 배”를 통해 단위분수와 진분수를 학습하고 있으며, 전체-부분으로서의 분수 개념을 “ $\frac{1}{m}$

이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ 으로 다루고 있다. 대만은 한국과는 달리 연속량과 이산량의 분수를 모두 이 개념으로 지도하고 있다.

한국 교과서에서는 이산량의 분수를 지도 할 때 “전체”에 해당하는 개념이 모호해지므로 두 자연수 관계로서의 분수로 지도하였다. 반면, 대만에서는 이산량의 분수를 지도할 때 “단위량(單位量)”이라는 개념을 사용하여 이중 단위를 제시하고 있다. 예를 들어, 초콜릿 8개가 한 상자에 담겨 있을 때, 초콜릿 1개는 $\frac{1}{8}$ 상자라는 식이다. 이산량인 초콜릿을 세는 단위와 이산량 전체를 규정하는 “상자”라는 또 다른 단위를 동시에 제시함으로써 전체 개념의 모순을 벗어나고자 한 것이다.



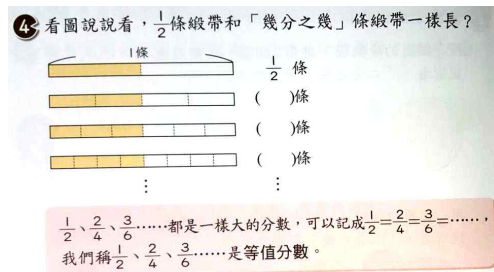
[그림 IV-4] 대만 3차 분수 표현은 같으나 단위량에 따라 실제 양이 다른 문항 (康軒文教事業股份有限公司, 2015a, p. 38)

분수를 나타낼 때 단위량이 달라지면 실제량은 달라진다. [그림 IV-4]는 오빠와 여동생이 각각 피자의 $\frac{1}{6}$ 씩 먹었지만, 오빠가 먹은 해산물 피자의 크기와 동생이 먹은 야채피자의 크기가 다르므로 실제 먹은 양도 다름을 지도하는 장면으로 단위량의 중요성을 보여주고 있다.

나. 분수의 종류

전체-부분으로서의 분수 개념은 4차에서 분수의 종류(진분수, 가분수, 대분수)를 지도할 때에도 사용하고 있다. “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ 으로 가분수를 지도하며, 이는 “ $\frac{1}{m}$ 이 m 개 모이면 1과 같다”는 개념으로 이어져 대분수 지도에서도 사용된다.

다. 동치분수



[그림 IV-5] 대만 4차 동치분수(연속량) (康軒文教事業股份有限公司, 2015d, p. 100)


한국 교과서의 이분모 분수의 크기 비교는 단위분수만을 비교하고 있다. 반면, 대만 교과서에서는 ① 동치분수→② 이분모분수의 크기비교 순으로 단위분수와 단위분수가 아닌 이분모의 크기비교를 모두 지도한다.

단위분수 크기 비교 개념은 ① 동치분수에서 간접적으로 제시하고 있는데, 연속량과 이산량의 동치분수를 구분하여 단위분수의 분모의 크기 변화를 다루고 있다. 연속량의 동치분수는 [그림 IV-5]와 같이 분할하는 과정에서 분자와 분모에 같은 수를 곱하는 확분(擴分)을 경험하며, 분할할수록 단위분수의 크기가 작아지는(분모의 크기가 점차 커지는) 과정을 경험하게 하고자 하였다. 시각적 모델을 제시하는 방법은 한국, 중

국과 비슷하나, “확분”이라는 용어를 사용하는 점이 다르다.


7. 一盒綠豆糕有 12 個。

(1) $\frac{8}{12}$ 盒是幾個綠豆糕?



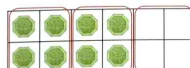
$\frac{8}{12}$ 盒是一盒平分成 12 份中的 8 份。1 盒是 12 個，所以 $\frac{8}{12}$ 盒是 8 個。

(2) 每 2 個合成 1 份， $\frac{8}{12}$ 盒也可以說是幾分之幾盒？



2 個一份，12 個可以分成 6 份，8 個是 4 份，所以 $\frac{8}{12}$ 盒也可以說是……

(3) 每 4 個合成 1 份， $\frac{8}{12}$ 盒也可以說是幾分之幾盒？



4 個一份，12 個可以分成 3 份，8 個是 2 份，所以……


$\frac{8}{12}$ 盒和 $\frac{4}{6}$ 盒、 $\frac{2}{3}$ 盒一樣多，可以記成 $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。

[그림 IV-6] 대만 4下 동치분수(이산량)
(康軒文教事業股份有限公司, 2015d, p. 100)

대만 동치분수의 특징은 이산량으로 동치분수 개념을 제시하고 있다는 점이다. 이는 [그림 IV-6]과 같이 “상자(盒)”라는 단위를 “단위량” 개념으로 사용하기에 가능하다. 12개들이 녹두떡 한 상자에 들어있는 8개의 녹두떡은 12부분(份)으로 똑같이 나눈 것 중 8부분이므로 $\frac{8}{12}$ 상자이고, 6부분으로 똑같이 나눈 것 중 4부분이므로 $\frac{4}{6}$ 상자이다. 이 과정에서 학생들은 약분(約分)을 경험하고, 한 부분(份)의 이산량 개수가 1개, 2개, 4개로 많아질수록 단위분수의 크기가 커지는 (분모의 크기가 작아지는) 과정을 경험하게 된다. 한국에서는 이를 [그림 IV-2]와 같이 수직선(연속량)으로 제시하고 있다. 즉, 분자와 분모를 같은 수로 나누어도 분수의 크기가 같음을 지도할 때 한국은 연속량, 대만은 이산량을 제시하며 서로 다른 양적 개념을 사용하고 있다.

라. 나눗셈 몫으로서의 분수

4. 把 4 個大餅平分給 3 人，每人可以分到多少個大餅？



每個大餅平分成 3 份，每人分到 4 個 $\frac{1}{3}$ 個大餅，也就是 $\frac{4}{3}$ 個。

每人先分 1 個大餅，剩下的 1 個再平分成 3 份，每人共分到 $1\frac{1}{3}$ 個。

「 $\frac{4}{3}$ 」個和「 $1\frac{1}{3}$ 」個一樣多嗎？
用除法算式把問題記下來，並用分數表示答案。
 $4 \div 3 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ 答： $1\frac{1}{3}$ 個大餅

[그림 IV-7] 대만 4下 몫으로서의 분수에서
제시한 도형 모델 (康軒文教事業股份有限公司,
2015b, p. 105)

대만에서는 모든 분수 개념을 학습한 후에 4下에서 최종적으로 “나눗셈 몫으로서의 분수”를 다룬다. [그림 IV-7]을 보면 큰 떡 4개를 3명에게 똑같이 나누어주는 분배과정으로 지도하고 있는데, 왼쪽은 4개를 각각 3등분하고 한 조각씩을 모은 “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ ” 개념을 사용하고 있다. 여기서 사용한 시각적 모델은 도형 모델(원)로, 대만 교육과정(2008) 부록에 실린 해설에서는 이 모델을 사용할 때 학생들에게 나누어진 각 부분, 즉 떡 $\frac{1}{3}$ 개 4조각을 합하는 과정을 제시해야 한다고 하였다(p.88). 왼쪽에 있는 그림을 보면 각 사람들이 가져갈 수 있는 부분을 같은 색으로 칠하였는데, 학생들이 이 그림을 보았을 때 한 사람이 가지는 양을 $\frac{4}{3}$ 이 아닌 $\frac{1}{3}$ 로 인식할 수 있기 때문이다.

또한 대만은 분수의 종류를 학습하고 난 후 나눗셈 몫으로서의 분수를 지도하므로 가분수와 대분수의 호환을 나눗셈 몫으로서의 분수로 표현하는 것을 지도할 수 있다. [그림 IV-7]에서 이를 시각적으로 제시하고 있다. 왼쪽그림에서는 떡 $\frac{1}{3}$ 개 4조각을 모아 한 사람이 $\frac{4}{3}$ 개를 가질

수 있고, 오른쪽 그림에서는 분할하지 않은 떡을 하나씩 나누어가진 후 남은 하나를 세 사람이 등분할하여 $1\frac{1}{3}$ 개를 가질 수 있으므로 $\frac{4}{3}$ 와 $1\frac{1}{3}$ 이 같음을 알 수 있다.

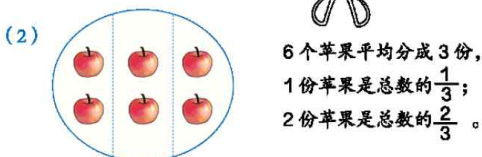
3. 중국

가. 전체-부분으로서의 분수(연속량)

중국은 “수”로서의 분수를 강조하며, 학생들이 분수를 “수”로 인지하고 있지 못하고 있다는 연구도 있다(刘加霞, 2011). 이 연구에서는 “ $\frac{n}{m}$ 은 $\frac{1}{m}$ 이 n 개”임을 세는 과정을 통해 분수를 수로 인지하도록 해야 한다고 주장하고 있는데, 교과서의 분수지도 과정에 이러한 관점이 드러나고 있다.

중국 3상 교과서에서는 전체-부분으로서의 분수를 대만과 같이 “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ ”, 즉 부분(份) 수인 “단위분수”와 “단위분수의 몇 배” 개념으로 지도하고 있다. 다만 대만에서는 3학년에서 단위분수만을 다룰 때 연속량과 이산량을 모두 제시하는데 비해, 중국은 3상에서 단위분수와 단위분수의 몇 배 개념에서 연속량을, 분수의 응용에서 이산량을 제시하고 있다.

나. 전체-부분으로서의 분수(이산량)



[그림 IV-8] 중국 3상 이산량의 분수 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2014a, p. 100)

중국은 5下 교과서(2015a)에서 “단위(单位) 1”을 정의할 만큼 “단위(单位) 1” 개념을 강조하고 있다(p. 46). 이는 대만의 단위량에 해당하는 개념이며, 이산량의 분수를 지도할 때에는 암묵적으로 사용한다. 그러나 대만과 같이 이중 단위를 제시하지 않으며, [그림 IV-8]과 같이 임의의 묶음으로 “단위 1”을 따로 표시하고 있다. “사과 6개를 3부분(份)으로 똑같이 나누면, 사과 1부분은 총 수의 $\frac{1}{3}$, 2부분은 $\frac{2}{3}$ ”와 같은 형식으로 이산량의 분수를 제시하고 있다. 그림을 보면 한국의 “몇 켠 묶어 나눈 분수”에 가까우나 중국 교과서에서는 그 과정을 따로 제시하고 있지 않고, 대신 “단위 1”을 등분할하고 “부분(份)”이 몇 개인지 세는 활동을 강조하고 있다. 이산량 또한 전체-부분으로서의 분수로 지도하고자 함을 알 수 있다.

9. 在每幅图里涂上颜色, 分别表示出它的 $\frac{3}{5}$ 。

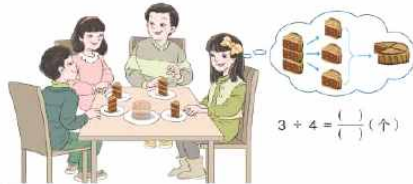


[그림 IV-9] 중국 3상 분수 표현은 같으나 단위에 따라 실제 양이 다른 문항 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2014a, p. 103)

분할의 대상이 되는 “단위 1”은 대상이 달라지면 분수표현이 같아도 실제 수량이 달라진다. 대만 교과서에서는 [그림 IV-4]와 같이 단위량이 다른 연속량을 제시한 바 있는데, 중국 교과서에서는 [그림 IV-9]와 같이 이산량으로 제시하고 있다. 다만, 본 차시에서 다루고 있지 않고 연습문제에서 제시하고 있다. 각 그림에서 $\frac{3}{5}$ 에 해당하는 만큼 색칠하는 활동을 통해 “단위 1”이 5개인 경우 $\frac{3}{5}$ 에 해당하는 양은 3개, 10개인 경

우 6개로 “단위 1”의 양이 달라지면 분수 표기는 같아도 실제 수량이 달라짐을 보이고 있다.

다. 나눗셈 몫으로서의 분수와 분수의 종류



[그림 IV-10] 중국 5하 몫으로서의 분수에서 제시한 실물 모형(人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 49)

중국은 한국, 대만과는 달리 분수의 종류를 5하에서 가장 늦게 다루고 있으며, 유일하게 이산량을 나눗셈 몫으로서의 분수로 다루고 있다. 이는 나눗셈 몫으로서의 분수를 다른 교수학적 개념을 사용하여 지도하기 때문이다.

중국에서는 나눗셈 몫으로서의 분수를 두 가지 방법으로 지도하고 있다.

첫째, [그림 IV-10]과 같이 n 개를 m 명에게 분배하는 과정에서 “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ ”으로 지도하는 방법이다. 지도 방법은 대만과 같으나, 대만에서 제시한 시각적 모델은 [그림 IV-7]과 같이 평면인 도형 모델(원)인 반면, 중국에서는 [그림 IV-10]과 같이 실물모형을 제시하고 있다. [그림 IV-7]은 한 사람이 가져갈 각 부분을 합하는 과정을 교사가 제시하여야 학생이 오개념이 생기지 않는다고 하였는데, 이는 시각적 모델을 평면으로 제시했기 때문이다. [그림 IV-10]의 경우 3개의 월병을 한꺼번에 쌓아놓고 자르는 활동이 가능하고, 교사가 따로 언급하지 않아도 이를 재배열하는 활동이 자연스러워 $\frac{1}{4}$ 이 3개 있음을 인지하기 쉽다.

3 小新家养鹅7只, 养鸭10只, 养鸡20只。鹅的只数是鸭的几分之几? 鸡的只数是鸭的多少倍?



[그림 IV-11] 중국 5하 몫으로서의 분수(2) (人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 50)

둘째, 이산량의 분수를 나눗셈의 몫으로 표현하는 과정에서 두 자연수 관계로서의 분수와 전체-부분으로서의 분수 개념을 제시하고 있다.

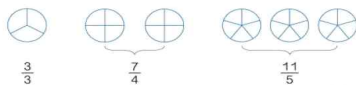
[그림 IV-11]에서 제시하고 있는 문제는 “샤오신(小新)네 집에서는 거위 7마리, 오리 10마리, 닭 20마리를 기르고 있습니다. 거위의 수는 오리의 몇 분의 몇입니까?”이다. 문제 해결을 위한 여러 과정 중 우선 “읽고 이해하기(阅读和理解)”를 살펴보면, 남학생이 “거위의 수는 오리의 몇 분의 몇이라는 건 무슨 뜻이야?”라고 묻자, 여학생은 “7마리가 10마리의 몇 분의 몇 인지 구하는 거야.”라고 답하고 있다. 즉, 두 자연수 관계로서의 분수 개념을 제시하고 있다. 다음 과정인 “분석 및 해답(分析与解答)”에서는 왼쪽에 있는 남학생이 “10마리를 1개의 전체(整体)로 보고, 등분할(平均分)하여 10부분(份)이 되면, 각 부분은 1마리이므로, 7마리는 이 전체의 $\frac{7}{10}$ 이다.”라고 말하고 있다. 마지막으로 오른쪽 여학생이 “분수와 나눗셈의 관계에 근거하여 7마리가 10마리의 몇 분의 몇인지 구할 수 있어. $7 \div 10$ 을 이용할 수 있어.”라고 하며 남학생이 말한 전체-부분으로서의 분수를 나눗셈 몫으로서의 분수개념과 연결하고 있다.

이와 같이 중국은 나눗셈 몫으로서의 분수를 전체-부분으로서의 분수 개념으로도 제시하고

있다. 이는 전체 개념을 벗어나는 가분수나 대분수를 지도하고 있지 않고, 한국이나 대만과는 달리 분수의 종류를 가장 나중에 지도하고 있기 때문에 가능하다. 이와 같은 이유로 대만 교과서에 등장하는 나눗셈 몫으로서의 분수를 이용한 가분수와 대분수의 호환은 중국 교과서에서는 분수의 종류에서 다르다.

라. 분수의 종류

중국은 진분수와 가분수를 학습할 때 “단위 1”을 강조하고 있고, 이는 전체-부분으로서의 분수 개념에 해당한다.



[그림 IV-12] 중국 5下 진분수와 가분수지도에 사용된 원 모형

(人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 53)

시각적 모델로는 [그림 IV-12]와 같이 단위 1에 해당하는 원을 분할하여 제시하고, 이를 색칠해보도록 하는데 이는 단위분수의 개수를 세는 측정활동에 해당한다. $\frac{7}{4}$ 은 $\frac{1}{4}$ 이 7개이므로 원 하나를 다 색칠하고 또 다른 단위까지 칠해야 한다. 이는 $1\frac{3}{4}$ 이고, 가분수를 대분수로 변환하는 과정이기도 하다.

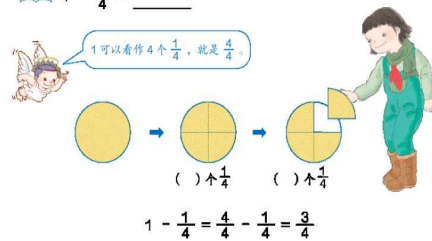


[그림 IV-13] 중국 5下 가분수와 대분수 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 53)

중국은 한국이나 대만과 달리 나눗셈 몫으로서의 분수를 학습한 후 분수의 종류를 학습한다. 따라서 [그림 IV-13]과 같이 나눗셈 몫으로서의 분수 개념을 이용하여 가분수를 대분수로 고치는 활동이 가능하다.

마. 동치분수

3 $1 - \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$



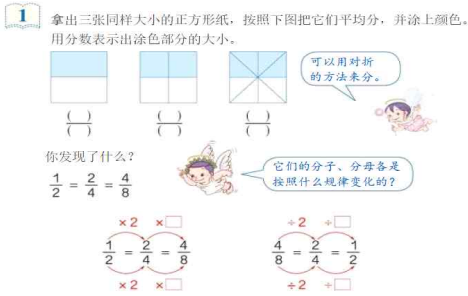
[그림 IV-14] 중국 3上 1과 크기가 같은 분수 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2014a, p. 97)

3 (1) $\frac{3}{3}, \frac{8}{4}$ 化成整数。



[그림 IV-15] 중국 5下 자연수와 크기가 같은 분수 (人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 53)

중국 교과서에서 처음으로 등장하는 동치분수는 “1과 크기가 같은 분수”이다. [그림 IV-14]와 같이 3상의 분수의 간단한 계산에서 “ $1 - \frac{1}{n}$ ”을 학습하기 위해 1을 등분할하며, $1 = \frac{n}{n}$ 임을 도형 모델(원)로 제시하고 있다. 이 장면은 [그림 IV-15]와 같이 5下的 가분수와 대분수의 호환을 학습하는 장면에서도 나타나고 있다.



[그림 IV-16] 중국 5下 동치분수

(人民教育出版社 课程教材研究所, 2015a, p. 53)

진분수의 동치분수를 찾는 활동은 [그림 IV-16]과 같이 5下에서 약분과 통분을 학습하기 이전 “3. 분수의 기본성질”에서 제시하고 있는데, 이는 한국과 비슷하다. 시각적 모델은 도형 모델(사각형)을 분할하는 것만 제시하고 있으며, 이는 한국, 대만에서 모두 제시하고 있는 모델로 “확분”에 해당한다. 반면, 같은 수를 나누어도 분수의 크기가 변하지 않는다는 분수의 성질에 관한 시각적 모델은 제시하고 있지 않고, 대신 같은 수를 곱했던 것을 역으로 나누어보는 활동을 제시하고 있다.

V. 결론

한국, 대만, 중국은 모두 양으로서의 분수를 지도하고 있으며, 등분할을 통한 “전체-부분으로서의 분수”를 지도하고 있다. 그러나 전체-부분으로서의 분수를 해석하는 방법은 세 나라가 모두 달랐고, 이로 인해 교과서에서 분수 개념을 전개하는 방식 또한 다르게 나타나고 있다.

위 분석을 통한 결론은 다음과 같다.

첫째, “전체-부분으로서의 분수”개념을 세분하여 정립해야 한다. 지도서에서는 양으로서의 분수로 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 $\frac{n}{m}$ ”

으로 제시하고 있으며 교과서 도입 부분에서도 이에 충실히 따르고 있으나, 분수 지도 과정에서는 “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인 $\frac{n}{m}$ ”에 해당하는 활동이 함께 나타나고 있다. 반면, 대만에서는 “ $\frac{1}{m}$ 이 n

개 모인 $\frac{n}{m}$ ”만을 이용하여 분수 개념을 설명하고 있고, 중국에서는 “단위를 m 등분 한 것이 n 개가 모인 $\frac{n}{m}$ ”을 율(率)로, “ $\frac{1}{m}$ 이 n 개 모인

$\frac{n}{m}$ ”을 양(量)이라고 교과서에서는 양(量)적 개념을 중심으로 분수 개념을 제시하고 있다. 따라서 이 두 가지 개념에 대한 연구가 필요하다.

둘째, “전체”에 관한 용어를 재정립해야 한다. 한국 지도서에서는 “전체”라는 용어를 분수 개념에서 등분할의 대상으로 언급하면서도 학생들이 주어진 양을 “전체”로 인식할 수 있다고 하는 등 상황에 따라 그 쓰임이 다르다. 또한 분수의 양적 개념에 따라 “전체”를 분할하는 방식이 다르며, “전체”에 따라 분수의 표기가 달라지거나 실제량이 달라진다. 특히 이산량을 지도할 때 1에 해당하는 “전체”는 매우 중요하다. 한국에서는 두 수 관계로서의 분수 개념을 통해 기준이 되는 양(분모)을 제시하고 있으나 기준이 되는 “전체”에 해당하는 용어를 명확하게 정의하고 있지 않다. 대만에서는 “단위량”, 중국에서는 “단위 1”로 정의하고 있는 바, 이에 대한 논의가 필요하다.

참고문헌

1. 한국

강완 (2014). 분수 개념 지도 내용과 방법 분석. *대한수학교육학회지 수학교육학연구*, 24(3),

- 467-480.
- 강태석 (2001). **초등학교 수학 교과서에 나타난 분수의 크기 비교 지도 방법에 관한 분석**. 석사학위 논문, 서울교육대학교.
- 강홍규 (2013). 한국의 초등수학 교과서에 나타나는 분수의 개념과 모델의 양상 분석. **한국초등수학교육학회지**, 17(3), 431-455.
- 강홍규 (2014). 초등수학에서 ‘나눗셈으로서의 분수($b \div a = \frac{b}{a}$)’ 개념 지도에 관한 연구 - 한국의 역대 초등수학 교과서에 대한 분석을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 18(3), 425-439.
- 교육과학기술부 (2009). **초등학교 교육과정 총론 해설**. <http://www.ncic.go.kr>에서 2014. 12. 20 인출.
- 교육과학기술부 (2012). **수학과 교육과정**. <http://www.ncic.go.kr>에서 2014. 12. 20 인출.
- 교육부 (2014a). **수학 3-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014b). **수학 3-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014c). **수학 3-1 교사용 지도서**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014d). **수학 3-2 교사용 지도서**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015a). **수학 5-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015b). **수학 5-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015c). **수학 5-1 교사용 지도서**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015d). **수학 5-2 교사용 지도서**. 서울: 천재교육.
- 김판수 (2011). 한국과 중국의 초등학교 교과서의 내용과 전개방식 비교 : 수 개념과 덧셈 뺄셈 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 15(3), 599-617.
- 박교식 (2006). 수학과 수업 운영의 숨겨진 규칙으로서의 교수학적 계약에 관한 연구. **대한수학교육학회지 수학교육학연구**, 16(1), 43-58.
- 박교식 (2012). 우리나라와 연변의 초등학교 수학 교과서의 비교 연구 : 수 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 16(1), 21-38.
- 박만구 (2010). 초등 수학교과서의 삼각형의 개념에 대한 예 공간의 분석. **한국학교수학회 논문집**, 13(1), 143-161.
- 박은희 (2007). **한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석 : 분수와 소수를 중심으로**. 석사학위 논문, 한국교원대학교 .
- 박현주 (2014). **분수 나눗셈 지도 순서와 지도 방법에 대한 비교 분석: 한국, 일본, 미국, 싱가포르, 핀란드를 중심으로**. 석사학위 논문, 서울교육대학교.
- 방정숙, 이지영 (2009). 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. **한국초등수학교육학회지**, 13(2), 285-304.
- 배종수 (2002). **초등수학교육 내용지도법**. 서울: 경문사.
- 이정현 (2006). 우리나라와 미국 수학 교과서의 단원 전개 방식과 학습 내용 체계 비교 분석 : 초등학교 3~6학년의 수와 연산 단원을 중심으로. 석사학위 논문, 고려대학교.
- 정은실 (2006). 분수 개념의 의미 분석과 교육적 시사점 탐구. **대한수학교육학회지 학교수학**, 8(2), 123-138.
- 정은실 (2009). 싱가포르와 우리나라 교과서의 비교 분석을 통한 분수 개념 지도 방안 탐색. **대한수학교육학회지 수학교육학연구**, 19(1), 25-43.
- 최민아 (2014). **분수 지도에 대한 한국과 중국의 초등학교 수학 교과서 비교 분석**. 석사학위 논문, 서울교육대학교.

2. 대만

- 吳麗玲, 楊德清 (2007). 台灣、新加坡與美國五、六年級分數教材佈題呈現與知識屬性差異之研

- 究. **國立編譯館館刊**, 35(1), 27-40.
- 徐偉民, 柯富渝 (2014). 臺灣、芬蘭、新加坡國小數學教科書幾何教材之比較. **教科書研究**, 7(3) 101-141.
- 國家教育研究院 (2014). 十二年國民基本教育課程綱要 總綱(草案). <http://12basic.edu.tw>.에서 2014. 12. 20 인출.
- 黃新勝 (2011). **臺灣、芬蘭與新加坡小學數學教科書分數與小數教材之分析比較**. 碩士學位論文, 國立屏東教育大學, 屏東市.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2014a). **國小數學 第五冊(3上)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2014b). **國小數學 第七冊(4上)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2014c). **國小數學教師手冊 第七冊(3上)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2014d). **國小數學教師手冊 第七冊(4上)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2015a). **國小數學 第六冊(3下)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2015b). **國小數學 第八冊(4下)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2015c). **國小數學教師手冊 第五冊(3下)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 康軒文教事業股份有限公司 (2015d). **國小數學教師手冊 第八冊(4下)**. 臺北市: 康軒文教事業.
- 臺灣教育部 (2008). **國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域**. www.edu.tw.에서 2014. 12. 20 인출.
- 魏銀香 (2010). **台灣、芬蘭國小分數教材內容之比較分析**. 碩士學位論文, 國立屏東教育大學, 屏東市.
3. 중국
- 人民教育出版社 課程教材研究所 (2014a). 義務教育教科書 數學 三年級 上册. 北京市: 人民教育出版社.
- 人民教育出版社 課程教材研究所 (2014b). 義務教育教科書 教師數學用書 數學 三年級上册. 北京: 人民教育出版社.
- 人民教育出版社 課程教材研究所 (2015a). 義務教育教科書 數學 五年級 下册. 北京市: 人民教育出版社.
- 人民教育出版社 課程教材研究所 (2015b). 義務教育教科書 教師數學用書 數學 五年級下册. 北京: 人民教育出版社.
- 中華人民共和國教育部 (2011). 義務教育語文等學科課程標準(2011年版). <http://www.moe.gov.cn>.에서 2014. 12. 20 인출.
- 馬立平 (2012). 美國小學數學內容結構之批評. **數學教育學報**, 21(4), 1-15.
- 申丹 (2011). 中韓小學數學教科書比較研究. 碩士學位論文, 延邊大學, 延吉市.
- 劉加霞 (2011). 通過“分”與“數(shù)”, 分數是個“數(shù)”?—兼評華應龍老師執教的“分數的意義”. **北京教育學院**, (6), 39-42.
- 張會娟 (2012). 中、美、新三國小學數學課程標準中分數加法部分的比較研究. **北京教育學院學報**, 7(3), 44-49.
- 周曉雪 (2014). 六年級學生分數概念理解的檢測與分析. 碩士學位論文, 上海師範大學, 上海市.
- 崔鈺 (2014). 關於分數的文獻綜述與數學實踐. **北京教育學院學報**, 9(2), 62-68.
- Lamon, S. J. (2008). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2nd ed.). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Teaching Methods of Fractions in Elementary Mathematics Textbooks in Korea, Taiwan and China

Cho, Hyoung Mi (Seoul JeongDeok Elementary School)

Kang, Wan (Seoul National University of Education)

Even though fractions make up one of the most important concepts in the domain of numbers in elementary math, it is difficult to teach or learn them due to their different quantity concepts and notation methods from natural numbers and their various concepts. The didactic transposition of fractions is thus important, and there is a need to examine the didactic concepts of fractions used in the South Korean textbooks for its research. This study compared elementary math textbooks among South Korea, Taiwan, and China and investigated differences in the instructional time and order of fraction concepts in the textbooks according to their didactic concepts and also differences in the instructional methods according to quantitative concepts.

* Key Words : fraction concepts(분수 개념), didactic transposition(교수학적 변환), analyzing math textbooks(수학 교과서 분석), quantitative concepts(양적 개념), part-whole fraction(전체-부분으로서의 분수)

논문접수 : 2015. 10. 16

논문수정 : 2015. 12. 3

심사완료 : 2015. 12. 4