

技術論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 43(11), 998-1007(2015)

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2015.43.11.998>

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

LMI 방법을 이용한 방사형 인공위성 제어로직 설계 및 강건성 분석

이승우*

Radial Type Satellite Attitude Controller Design using LMI Method and Robustness Analysis

Seung-Wu Rhee*

Korea Aerospace Research Institute

ABSTRACT

The H_{∞} control theory using LMI method is applied to design an attitude controller of radial type satellite that has strongly coupled channels due to the large product of inertia. It is observed that the cross-over frequency of open-loop with H_{∞} controller is lower than that of open-loop without controller, which is not typical phenomenon in an optimal control design result: it is interpreted that due to a large product of inertia, there is certain limit in increasing agility of satellite by just tuning weighting function. μ -analysis is performed to verify the stability and performance robustness with the assumption of $\pm 5\%$ MOI variation. μ -analysis result shows that the variation of principal MOI degrades the stability and performance robustness more than the variation of POI does.

초 록

방사형 인공위성 경우, 관성곱이 커서 단일 입·출력 가정이 불가능하기 때문에 고전적 제어기 설계방법을 사용하기 어렵다. 본 논문에서 현대 제어 이론인 H_{∞} 제어기 설계 이론을 사용하여 방사형 인공위성의 자세 제어기 설계를 수행하였다. 설계 알고리즘으로 보다 안정적인 LMI 방법이 사용되었고, 설계 결과에 대한 안정성과 성능에 대한 강건성 해석을 위해 μ -해석 방법이 적용되었다. 설계 결과, 일반적인 경우와 다르게 제어기가 포함되지 않은 개루프보다 제어기가 포함된 개루프의 cross-over frequency가 더 낮게 설계되는 것이 관측되었다. 즉 상대적으로 큰 관성곱 영향 때문에 단지 weighting 함수 조정으로 위성 기동성을 증가시키는데 한계가 있는 것으로 해석된다. μ -해석을 위해 $\pm 5\%$ 의 관성모멘트 변화를 가정하였다. 안정성 및 성능에 대한 강건성 해석결과, $\pm 7\%$ 관성모멘트 변화까지 시스템 안정성 및 성능이 보장됨이 확인되었고, 관성곱 변화보다 주관성모멘트 변화가 안정성 및 성능 저하에 더 영향을 주는 것으로 확인되었다.

Key Words : Radial Type Satellite(방사형 인공위성), H_{∞} Controller(H_{∞} 제어기), μ -Analysis(μ 해석), LMI(선형 행렬 부등식), Robust Stability(강건한 안정성), Robust Performance(강건한 성능), Spacecraft Attitude Control(위성 자세제어)

† Received : April 4, 2015

Revised : October 8, 2015

Accepted : October 23, 2015

* Corresponding author, E-mail : srhee@kari.re.kr

I. 서론

80년대 초반에 LQG 제어기의 안정성 문제가 제기되었고, 제어기 설계에 사용되는 모델의 불확실성 존재 정도에 따라 LQG 제어 이론에 의해 설계된 closed-loop 시스템의 안정성이 보장되지 못하는 것으로 보고되었다. 이 문제를 극복하기 위해 60년대 및 70년대에 걸쳐서 잘 구축된 LQG/LQR 최적제어 이론을 바탕으로 강건 제어기 설계방법이 Doyle, Stein(1981)에 의해 제시되었는데 이 설계 방법이 LQG/LTR(Loop Transfer Recovery)방법이다. 이 방법은 80년대에 항공산업 현장에서 많은 활용이 시도되었으나 최적제어가 아니라는 이유 때문에 80-90년대에 부상한 H_∞ 제어이론에 밀려 급격히 활용도가 감소되었다.

80년대 초, 모델의 부정확도에 따른 페루프 시스템 불안정성 문제 발생 원인이 LQG 제어 이론의 근간인 H_2 -norm 최소화 방법에 있으며, 만약 제어기 설계에 H_∞ -norm 최소화 방법을 사용하면 그러한 문제가 발생하지 않을 것이라는 Zames의 주장을 시초로 본격적으로 H_∞ 제어이론 연구가 시작되었다.

많은 연구자의 집중된 노력 덕분에 80년대 초반부터 시작된 H_∞ 제어이론 연구는 80년대 말에 마무리되었고[1-3] 확립된 이론을 바탕으로 2000년대 초까지 LMI 방법 등 신뢰성 있는 설계 알고리즘개발 연구가 수행되었다[4-10]. 그 후 현재까지 H_∞ 제어이론을 현장업무와 접목시키는 활용연구가 진행되고 있다[11-18].

일반적으로 위성의 관성곱(product of inertia)에 비해 주관성모멘트가 상대적으로 매우 커서 시스템을 SISO(single input single output)로 가정이 가능하기 때문에 비교적 설계가 쉬운 PID 제어기 형태가 고전적 인공위성 자세제어 시스템 설계에 주로 사용되어 왔다. 미래에는 공간 활용의 극대화 및 다양화된 여러 가지 기능을 수용할 수 있는 Fig. 1과 같은 방사형 위성을 고려할 수 있다. 다기능 및 고밀도가 요구될 것으로 예측되는 우주호텔, 우주군사기지, 심우주 탐사를 위한 우주전진기지 등이 방사형 위성 형태가 될 것으로 예측하고 있다. 방사형 위성의 경우, 위성의 관성곱(product of inertia)이 주관성모멘트에 비해 무시될 정도로 작지 않기 때문에 시스템을 더 이상 SISO(single input single output)로 가정할 수 없다. 따라서 이런 경우 MIMO(multi-input multi-output) 제어기 설계 방법을 사용할 수 밖에 없다.

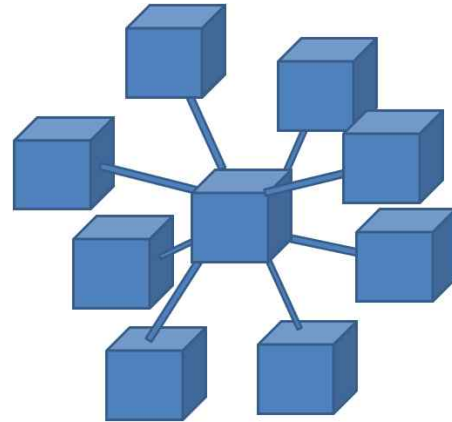


Fig. 1. Radial Type of Satellite Configuration

본 논문은 LMI 방법의 H_∞ 제어 설계이론을 사용하여 방사형 위성에 대한 제어기 설계를 수행하고 mu-analysis 방법으로 설계 결과에 대한 강건성 분석 결과 제시를 목적으로 한다. 제어기 설계 및 강건성 분석을 위해 Matlab™ Toolbox가 사용되었다.

II. 본론

2.1 H-infinity 제어 이론 일반[21, 22, 23]

Figure 2에서 보듯이 uncertainty Δ 가 배제된 플랜트 $G_p(s)$ 에 일반적으로 H_∞ 제어기 설계를 위해 필요한 weighting 함수 $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ 가 추가된 경우를 일반 플랜트(generalized plant or augmented plant)라고 하자. 이를 플랜트 P, uncertainty Δ , 제어기 K로 구분해서 구성될 수 있고, Fig. 3에서 플랜트 P에 uncertainty Δ 가 포함된 페루프 시스템 구성도는 Fig. 4와 같다. Fig. 3에서 플랜트 P와 제어기

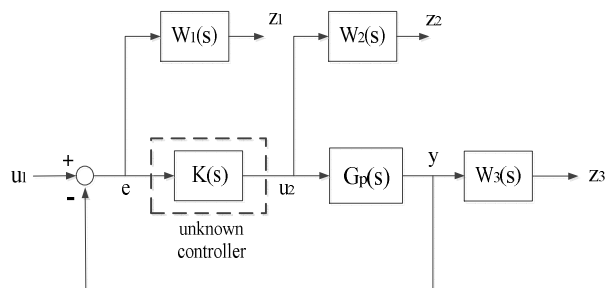


Fig. 2. Block Diagram of Generalized Plant with Weighting Functions for Mixed Sensitivity Problem

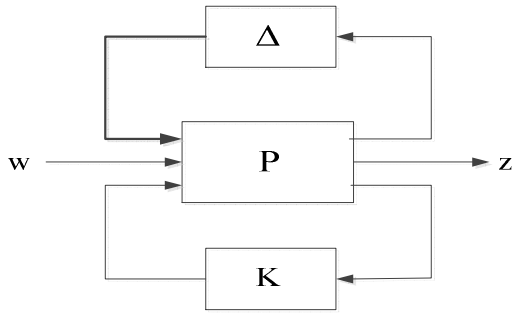


Fig. 3. Block Diagram of Closed-loop System with Controller and Uncertainty

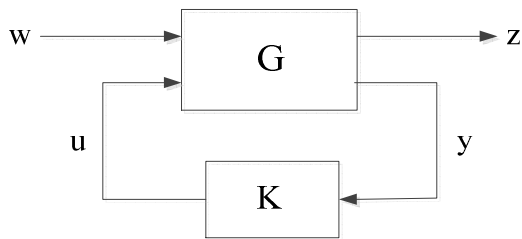


Fig. 4. Block Diagram of Closed-loop System with Imbedded Uncertainty

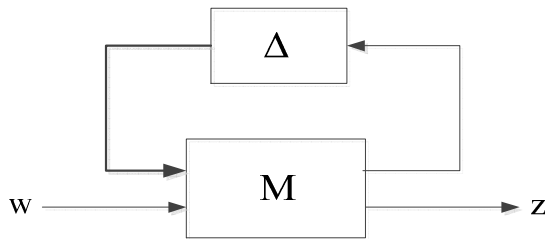


Fig. 5. Block Diagram of Closed-loop with Uncertainty Block

K의 합과 uncertainty Δ 를 구분해서 구성한 것이 Fig. 5이다.

Figure 2의 일반 플랜트를 state-space form으로 표시하면 식(1)과 같다. 여기서 x 는 상태변수, w 는 외부명령 신호, 시스템 외란, 센서 노이즈 등의 외부입력 신호이고, z 는 설계과정에서 최소화 시킬 대상 신호(목적함수 신호)가 된다. y 는 측정신호(제어기 입력 신호), u 는 제어기 출력이다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $z \in R^{p1}$, $y \in R^{p2}$, $w \in R^{m1}$, $u \in R^{m2}$, $x \in R^n$.

강건제어 이론에서 사용되는 시스템 표현 방

식을 사용하면 generalized plant는 아래와 같이 표시한다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Figure 4에서 linear fractional transformation (LFT) 규칙을 사용하면 목적함수 신호 z 와 외부 입력 신호 w 사이의 전달함수 행렬식 M_{zw} 을 아래의 형태로 표시할 수 있다.

$$z = M_{zw}w = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)K(s)S(s) \\ W_3(s)T(s) \end{bmatrix} w \quad (3)$$

여기서 제어기 $K(s)$, sensitivity 함수 $S(s) = [I + G(s)K(s)]^{-1}$, complementary sensitivity 함수 $T(s) = G(s)K(s)[I + G(s)K(s)]^{-1}$ 이다.

따라서 H_∞ 최적화 문제는 $\|M_{zw}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 제어기 $K(s)$ 를 설계하는 문제로 요약되며, 일반적으로 식(3) 문제를 mixed sensitivity 문제라고 한다. H_∞ 최적화 문제를 푸는 방법 즉 closed-loop shaping 방법에는 2개의 γ -dependent indefinite Riccati equation 해를 구하는 2-ARE 방법, μ -Synthesis (D-K iteration) 방법, simplex algorithm, interior point method 등을 활용하는 linear matrix inequality(LMI) 방법 등이 있다. 본 논문에서는 LMI 방법을 사용한 H_∞ 최적화 방법으로 제어기를 설계하였다.

2.2 LMI 방법에 의한 H-infinity 제어기 설계 배경 이론

2.2.1 Linear Matrix Inequality(LMI) 방법

이 방법은 2-ARE 방법, μ -Synthesis(D-K iteration) 방법에 비해 가장 나중에 제시된 방법이다. linear matrix inequality method 이전에 사용되었던 linear programming method에 대한 연구는 1940년대부터 수행되었고, George Dantzig가 제안한 Simplex method가 주로 linear programming에 사용되어 왔으나 시스템이 복잡해지면 계산량이 너무 방대해지는 단점이 있었다. 이를 극복하기 위해 보다 효율적 알고리즘이 필요하였으나 개발되지 못해서 제어분야 등에 활용이 제대로 되지 못하였다. 1980년대에 급속한 컴퓨터 성능의 향상과 함께 1984년 Narendra Karmakar가 처음 제안한 interior point algorithm을 기반으로 1994년경에 Alizadeh

등에 의해 semidefinite programming (linear matrix inequality) 기법 개발 및 알고리즘 효율화가 이루어지면서 Boyd, El Ghau, Feron, Balakrishna 등에 의해 semidefinite programming 기법이 제어분야 연구에 활용되기 시작하였다 [24]. 10여년간 연구 결과에 힘입어 LMI 방법이 2개 Riccati inequality equation 해를 찾는 방법 [4-10]에 활용됨에 따라 제어분야 등 자연과학분야 뿐만 아니라 금융, 경제분야 등 사회과학분야에서도 활용되는 등 점차적으로 활용 범위가 넓어지고 있다. LMI 문제를 쉽게 풀수 있는 소프트웨어는 1995년경 Gahinet 등에 의해 MatlabTM Toolbox로 개발되었다.

- 정리 1: (Bounded Real Lemma[4,21] 라고도 함)

만약 $\gamma > 0$, $G(s) = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix} \in RH_\infty$ 이라면

Hamiltonian 행렬은 식(4)와 같고

$$H \equiv \begin{bmatrix} A_d + B_d R^{-1} D_d^T C_d^T & B_d R^{-1} B_d^T \\ -C_d^T (I + D_d R^{-1} D_d^T) C_d & -(A_d + B_d R^{-1} D_d^T C_d)^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $R = \gamma^2 I - D_d^T D_d$

$$\begin{bmatrix} X A_d & X B_d & C_d^T \\ B_d^T & -\gamma I & D_d^T \\ C_d & D_d & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \text{를 만족하는 } X \text{가 존재한다.}$$

정리에 대한 증명은 [4,21] 참조할 것

Riccati inequality equation과 linear matrix inequality(LMI)의 관계는 아래 정의에 의해 성립된다.

- 정리 2: [4]

식의 간략화를 위해 generalized plant의 state-space form에서 $D_{11} = 0, D_{22} = 0, D_{21}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I], \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ 이라고 가정하자.

만약 아래 조건(5a, 5b, 5c)을 만족하고, $(A, B_2), (A, C_2)$ 가 stabilizable 하고, detectable 하다면 $\|M_{zw}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 H_∞ 제어기 (A_k, B_k, C_k, D_k) 가 존재한다.

아래 조건:

$$A X_\infty + X_\infty A^T + X_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) X_\infty + B_1 B_1^T < 0 \quad (5a)$$

$$A^T Y_\infty + Y_\infty A + Y_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) Y_\infty + C_1^T C_1 < 0 \quad (5b)$$

$$\text{spectral radius } \rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2, X_\infty > 0, Y_\infty > 0 \quad (5c)$$

정리 2에 의한 H_∞ 제어기는 식(6)과 같다.

$$\begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - Z X_\infty C_2^T C_2 + [\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T] Y_\infty & Z X_\infty C_2^T \\ -B_2^T Y_\infty & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $Z = (I - \gamma^{-2} X_\infty Y_\infty)^{-1}$

상기 식(5a), (5b)는 미지수에 대한 quadratic form이므로 $X = X_\infty^{-1}, Y = Y_\infty^{-1}$ 로 치환하여 미지수에 대한 affined 함수가 가능하도록 linear matrix inequality form으로 바꾸면 식(7a), (7b)와 같다.

$$\begin{bmatrix} X A + A^T X + (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) X B_1 & \\ & B_1^T X & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (7a)$$

$$\begin{bmatrix} Y A^T + A Y + (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) Y C_1^T & \\ & C_1 Y & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (7b)$$

정리에 대한 증명은 [4,21] 참조할 것

2.2.2 μ -Analysis 방법[21,22]

이 방법은 Doyle에 의해 고안된 방법으로 structured singular 값으로 시스템의 불확실성을 정량화시켜서 small gain theorem을 적용한 것이다.

Unstructured uncertainty Δ 와 연결된 페루프 시스템 $M(s)$ 에 대한 μ 값은 $\bar{\sigma}(M) = \mu_\Delta(M)$ 이고, μ 값 정의는 아래와 같다.

$$\mu_\Delta(M) \equiv \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta) : \det(I - M\Delta) = 0\}} \quad (8)$$

이 식에 의하면 μ 값의 정의는 Fig. 5의 $(M - \Delta)$ 페루프를 불안정화 시킬 수 있는 최소 $\bar{\sigma}(\Delta)$ 의 역수를 의미하기 때문에 uncertainty가 unstructured인 경우 페루프 시스템, M의 최대 singular value와 동일하다고 할 수 있다.

2.3 자세제어 설계를 위한 위성체 모델링[19, 20]

제어기 설계를 위해 사용된 위성체 모델링은 아래와 같이 선형 모델이며 아래와 같다.

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\phi} - I_{xy} \ddot{\theta} - I_{xz} \ddot{\psi} + 2I_{yz} \omega_o \dot{\theta} + \omega_o (I_y - I_z - I_x) \dot{\psi} \\ + 4\omega_o^2 (I_y - I_z) \phi - I_{xz} \omega_o^2 \psi = T_{cx} \\ I_y \ddot{\theta} - I_{xy} \ddot{\phi} - I_{yz} \ddot{\psi} - 2I_{yz} \omega_o \dot{\phi} + 2I_{xy} \omega_o \dot{\psi} + I_{xy} \omega_o^2 \phi \\ + I_{yz} \omega_o^2 \psi + 3\omega_o^2 (I_x - I_z) \theta = T_{cy} \\ I_z \ddot{\psi} - I_{xz} \ddot{\phi} - I_{yz} \ddot{\theta} - \omega_o (I_y - I_x - I_z) \dot{\phi} - 2\omega_o I_{xy} \dot{\theta} \\ + \omega_o^2 (I_y - I_x) \psi - \omega_o^2 I_{xz} \phi = T_{cz} \end{aligned} \quad (9a)$$

위의 선형화 운동 방정식을 다음과 같이

$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = G_u u$ 행렬식으로 다시 정리하면 아래와 같다.

$$M = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (9b)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 2I_{yz}\omega_o & (I_y - I_z - I_x)\omega_o \\ -2I_{yz}\omega_o & 0 & 2I_{xy}\omega_o \\ (I_z + I_x - I_y)\omega_o & -2I_{xz}\omega_o & 0 \end{bmatrix} \quad (9c)$$

$$G_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9d)$$

$$K = \begin{bmatrix} 4\omega_o^2(I_y - I_z) & 0 & -I_{xz}\omega_o^2 \\ I_{xy}\omega_o^2 & 3\omega_o^2(I_x - I_z) & I_{yz}\omega_o^2 \\ -I_{xz}\omega_o^2 & 0 & \omega_o^2(I_y - I_x) \end{bmatrix} \quad (9e)$$

state-space form으로 표시하면

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}G_u \end{bmatrix} u \\ y &= (\text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0])) \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9f)$$

따라서 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 는 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}G_u \end{bmatrix}, \quad (9g)$$

$$C = \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]), D = 0$$

$$x = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \quad (9h)$$

2.4 H-infinity 제어기 설계 및 분석

2.4.1 H-infinity 제어기 설계를 위한 가정

인공위성 자세 제어기 설계를 위해 closed-loop shaping 방법 중에서 LMI 방법을 이용한 H_∞ 제어기 설계 알고리즘이 사용되었다. 설계를 위해 설정된 weighting 전달함수와 플랜트를 조합하여 Fig. 1과 같이 generalized plant를 구성하였다. Generalized plant는 아래와 같다.

$$[z_1 \ z_2 \ z_3 \ e]^T = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G_p \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 G_p \\ I_{3 \times 3} & -G_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (10a)$$

$$u_2 = K(s)e \quad (10b)$$

Generalized plant (augmented plant) 구성을 위해 사용된 weighting 전달함수는 아래와 같다 [24].

$$\begin{aligned} wf &= 0.009, a=10^{-5}, M=1.8, \\ w1 &= 0.01(s/M+wf)/(s+wf*a) \\ w2 &= 0.00000005(s+wf/M)/(a*s+wf) \\ w3 &= 0.01(s+wf/M)/(a*s+wf) \end{aligned}$$

방사형 위성의 nominal 주관성모멘트 값으로 x, y, z 축 동일하게 $350\text{kg}\cdot\text{m}^2$, POI도 동일하게 $150\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 로 가정하였다. 형상 변화 또는 연료소모 등으로 인한 약간의 관성모멘트 변화를 가정하였다. 관성모멘트 변화를 관성모멘트 uncertainty로 가정하였고, uncertainty는 nominal 값의 $\pm 5\%$ 가 존재한다고 가정하였다.

LMI 방법을 이용한 H_∞ 제어기 설계 및 결과에 대한 stability/performance robustness 해석을 위해 MatlabTM Robust Toolbox를 이용하였다.

2.4.2 제어기 설계 및 μ Analysis 결과 분석

제어기 설계 결과

Figure 6~11은 LMI 방법을 이용한 H_∞ 제어기 설계 결과를 보여 주고 있다. Fig. 6은 주로 저주파수 대역의 에러를 최소화시키고 외란 영향을 적게 받도록 설계되어야 하는 sensitivity weighting function과 고주파수 대역의 모델에러 또는 센서 노이즈 영향을 적게 받도록 설계되어야 하는 complementary sensitivity weighting function이다. 두함수의 교차주파수는 0.009rad/s 이고 steady state error를 1%이하가 되도록 하기 위해 교차주파수 이하의 저주파수대역을 -45dB 까지 낮춘 것을 볼 수 있다. Fig. 7은 제어기 설계 전과 후 open-loop의 singular value plot을 보여 주고 있다. 설계 전 open-loop의 cross-over frequency가 $0.045\text{--}0.15\text{rad/s}$ 인데 제어기 설계 후 cross-over frequency가 0.01rad/s 로 감소된 것을 볼 수 있다. 또한 설계 전에는 각 채널에 대한 singular value가 분산되어 있었지만 설계 후에는 특히 cross-over frequency 근처에서 singular value가 모이는 것을 관찰 할 수 있다. 이것은 최적제어기 설계결과에서 일반적으로 관찰되는 현상이다. Fig. 8은 제어기의 singular value plot이며 시스템이 3개 입력과 3개 출력을 갖고 있기 때문에 3개의 singular value plot을 보여 주고 있다. 그림에서 보듯이 $0.01\text{--}10\text{rad/s}$ 범위를 갖는 밴드패스 필터 형상으로 이 범위에서 magnitude가 약 -20dB 임을 보여 주고 있다. Fig. 7과 연계해 본다면 설계된 제어기는 각 채널별로 분산된

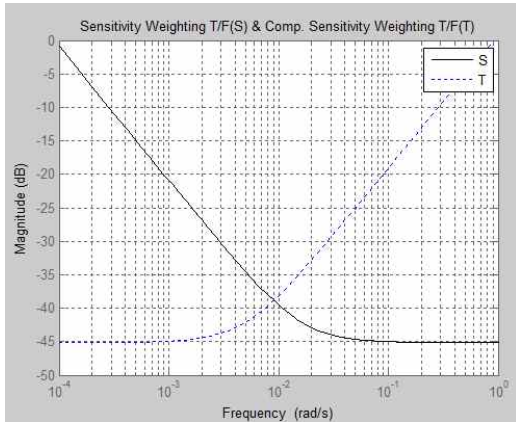


Fig. 6. Weighting Function of Sensitivity(S) & Complementary Sensitivity Function(T)

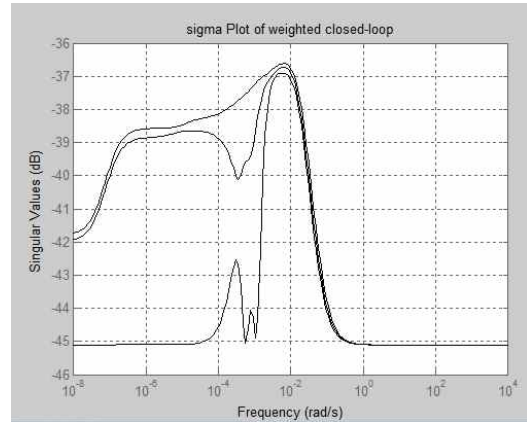


Fig. 9. Sigma Plot of Weighted Closed-Loop(T_{zw})

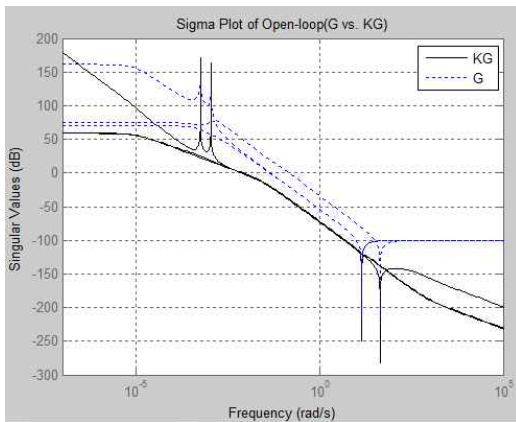


Fig. 7. Sigma Plot of Loop Transfer Matrix KG (solid) & Original Plant G (dotted)

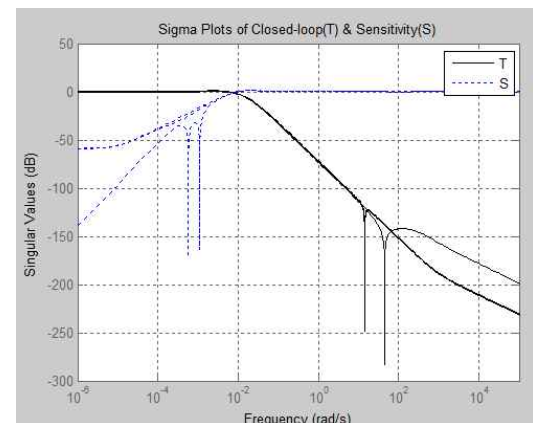


Fig. 10. Sigma Plot of Sensitivity(S) & Complementary Sensitivity(T) Functions

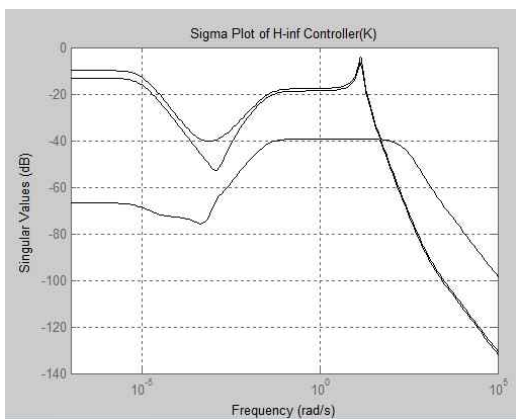


Fig. 8. Sigma Plot of H_{∞} Controller

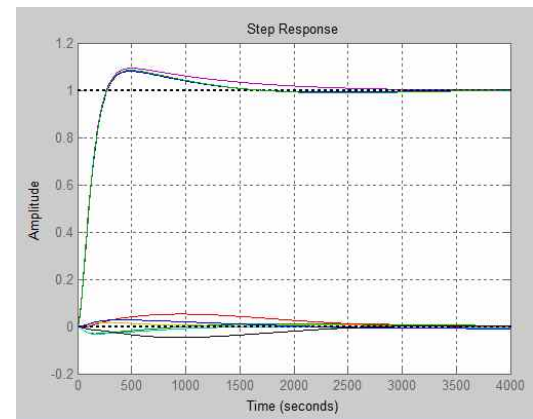


Fig. 11. Step Response Plot of Three Inputs & Three Outputs

singular value를 채널별 gain tuning을 통해 크기가 거의 동일하도록 모으는 역할을 하는 것으로 판단된다. Fig. 9는 weighted closed-loop의 singular value plot이며 최대값이 약 -36.5dB (0.015)임을 알 수 있다. 따라서 γ 값이 1보다

작음을 확인할 수 있고 $\|M(s)\|_{\infty} < \gamma$ 를 만족하므로 외란 또는 모델 uncertainty에 대해 페루프의 강건성이 확보된 것을 확인할 수 있었다. Fig. 10은 설계된 sensitivity 함수(S)와 complementary

sensitivity 함수(T)를 보여주고 있다. complementary sensitivity 함수(T)는 페루프와 동일하므로 여기서 페루프의 특성을 유추할 수 있다. 이 그림에서 제어폭은 약 0.012rad/s가 됨을 알 수 있고, transient response의 peak가 약 1.2dB(1.14), 즉 20% 이하가 됨을 알 수 있다. 또한 3000초 이후 steady state 에러가 0.2dB (1.02), 2%임을 계산할 수 있다. sensitivity 함수(S)는 외란에 대한 시스템의 transient response의 peak에 대한 정보를 제공하는데 그림에서 transient response의 peak가 1.3dB(1.16) 이하가 됨을 알 수 있다. Fig. 11은 3개 입력에 대한 3개 출력의 step response인데 Fig. 10에서 기술된 바와 유사하게 transient response peak는 약 1.1(10% overshoot), 3000초 이후 steady state 에러가 0.2%가 됨을 확인 할 수 있었다.

μ-Analysis 결과

Figure 12는 설계 목적 함수인 sensitivity 역함수와 uncertainty가 포함된 시스템의 sensitivity 함수를 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 시스템 sensitivity 함수(점선)가 설계 목적 sensitivity 역함수(실선)를 초과하는 부분이 없으므로 설계가 정상적으로 이루어졌음을 보여주고 있다. Fig. 13은 페루프 설계 목적 함수인 complementary sensitivity 역함수(실선)와 uncertainty가 포함된 페루프 시스템(점선) 설계 결과를 보여주고 있으며 Fig. 12와 동일하게 정상적으로 설계가 이루어졌음을 보여 주고 있다. Fig. 14는 페루프 시스템의 robust stability 확보 여부를 확인하기 위해 수행된 μ-analysis 결과이다. 그림에서 보듯이 최대 μ값이 0.7<1.0 이므로 small gain theorem에 의거 robust stability가 확보됨을 알 수 있다. 즉

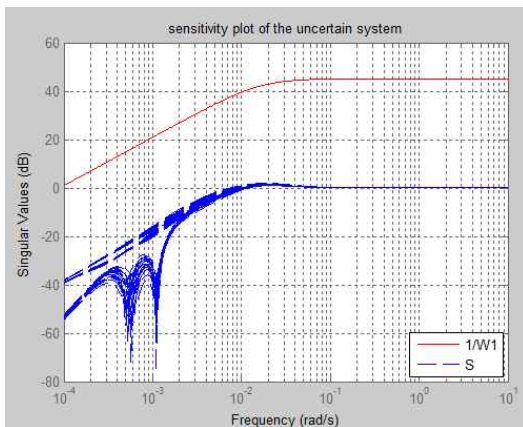


Fig. 12. Sigma Plot of Required Sensitivity Function(solid) & Designed Sensitivity Function(dotted)

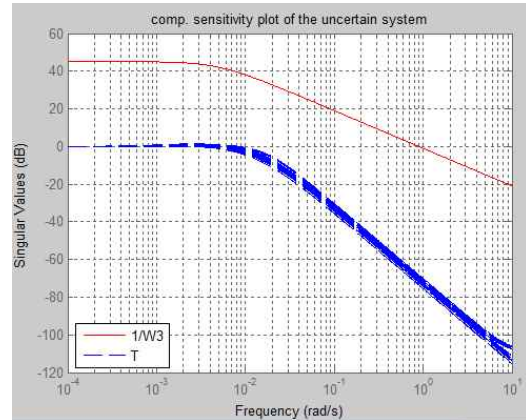


Fig. 13. Sigma Plot of Required Complementary Sensitivity Function(solid) & Designed Complementary Sensitivity Function (dotted)

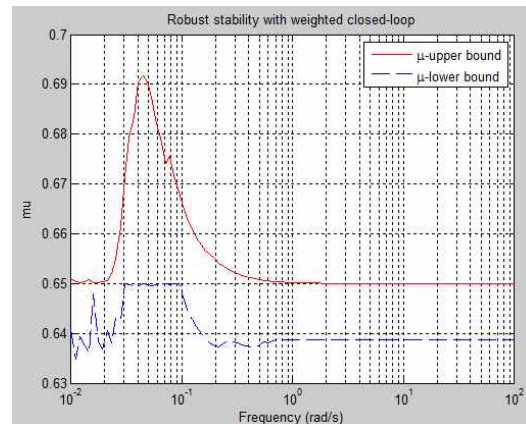


Fig. 14. μ-Analysis Results of Robust Stability with Uncertainty(solid: upper bound of μ-value, dotted: lower bound of μ-value)

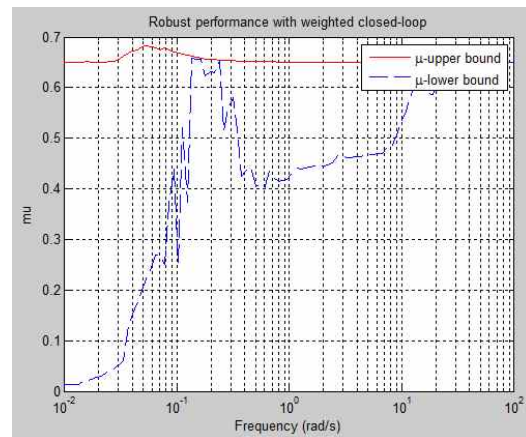


Fig. 15. μ-Analysis of Robust Performance with Uncertainty(solid: upper bound of μ-value, dotted: lower bound of μ-value)

Table 1. Robustness Analysis Result (Assumed 5% MOI Uncertainty)

Items	Stability Robustness	Performance Robustness
Lower Margin	1.445	1.467
Upper Margin	1.538	1.520
Robustness (%)	145	147

Table 2. H-infinity Controller Design Results using LMI Method

Items	Results
No. of Controller States	15
Gamma Value(γ)	0.0203
Closed-loop Bandwidth(rad/s) @ -3dB	0.012
Overshoot(%)	10
2% Error Steady-state time(sec)	1700
Required torque level (n/d)	0.124
Stability Status	Asymptotically Stable

현재 가정한 model uncertainty의 약 145% 까지 structured uncertainty가 증가 되어도 페루프 stability가 확보될 수 있는 것으로 해석할 수 있다. 또한 관성곱 변화보다 주관성모멘트 변화가 안정성에 약 2.1배 더 영향을 주는 것으로 해석 결과 확인되었다. Fig. 15는 페루프 시스템의 robust performance 확보 여부를 확인하기 위해 수행된 μ -analysis 결과이며, 최대 μ 값이 $0.68 < 1.0$ 이므로 성능에 대한 강건성을 확인할 수 있었다. 즉 현재 가정한 model uncertainty의 약 147% 까지 structured uncertainty가 증가되어도 페루프 성능이 확보될 수 있는 것으로 해석할 수 있다. 안정성에 대한 강건성 해석결과와 유사하게 관성곱 변화보다 주관성모멘트 변화가 안정성에 약 1.9배 더 영향을 주는 것으로 확인되었다.

이상과 같이 논의된 내용을 표로 요약하면 표 1~2와 같다. Table 1은 H_{∞} 제어기 설계 결과에 대해 Matlab™ 함수 robuststab() 및 robustperf()

함수를 이용하여 수행된 robust stability, robust performance 해석결과이며, 강건성 해석에서 MOI nominal 값의 +/-5% 모델 uncertainty가 존재한다고 가정하였다. Table 2는 LMI 방법에 의해 설계된 H_{∞} 제어기를 사용했을 때 시스템 성능 분석 결과를 요약한 표이다.

III. 결 론

본 논문에서는 LMI 방법에 의한 H_{∞} 제어기 설계 알고리즘을 사용하여 POI가 상대적으로 큰 방사형 위성의 자세 제어기 설계 및 모델 불확실성에 대한 시스템의 강건성 분석을 위해 μ -analysis를 수행하였다.

설계 결과, 일반적인 경우와 다르게 제어기가 포함되지 않은 개루프보다 제어기가 포함된 개루프(loop transfer matrix)의 cross-over frequency가 더 낮게 설계되는 것이 관측되었다. 즉 일반적인 경우와 다르게 주관성모멘트 값에 비해 상대적으로 큰 관성곱을 갖는 경우, 큰 관성곱 영향 때문에 weighting 함수 조정만으로 위성의 기동성을 증가시키는데 한계가 있는 것으로 해석된다. μ -analysis를 위해 +/-5%의 관성모멘트 변화를 가정하였다. 안정성 및 성능에 대한 강건성 해석결과, 설계된 제어기를 사용할 경우 +/-7%의 관성모멘트가 변화하여도 시스템 안정성 및 성능이 보장됨을 확인하였고, 관성곱 변화보다 주관성모멘트 변화가 안정성 및 성능 저하에 더 많이 영향을 주는 것으로 분석결과 확인하였다.

또한 일반 위성 형상과 다른 미래형 위성인 방사형 위성이 개발될 경우, H_{∞} 제어이론과 같은 근대 제어이론 사용이 불가피할 것으로 판단된다.

References

- 1) Glover, Keith, Doyle, John C., "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_{∞} -norm bound and relations to risk sensitivity," Systems & Control Letters, Vol. 11, 1988, pp.167~172.
- 2) Doyle, John C., Glover, Keith, Khargonekar, Pramod P., Francis, Bruce A., "State-space Solution to Standard H2 and H_{∞} Control Problems," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 34, no. 8, Aug. 1989, pp.831~847.

- 3) Safonov, Michael G., Limebeer, D.J.N., "Simplifying The H_∞ Theory via Loop Shifting," Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas, December 1988, pp.1399~1404.
- 4) Gahinet, Pascal, Apkarian, Pierre, "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control," International J. of Robust and Nonlinear Control, Vol. 4, 1994, pp.421~448.
- 5) Gahinet, Pascal, "Explicit Controller Formulas for LMI-based H_∞ Synthesis," Automatica, Vol. 32, no. 7, 1996, pp.1007~1014.
- 6) Chilali, Mahmoud, Gahinet, Pascal, " H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 41, no. 3, March 1996, pp.358~367.
- 7) Scherer, Carsten, Gahinet, Pascal, and Chilali, Mahmoud, "Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 42, no. 7, July 1997, pp.896~911.
- 8) Shaked, U., "Improved LMI Representations for the Analysis and the Design of Continuous-Time Systems with Polytopic Type Uncertainty," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 46, no. 4, April 2001, pp.652~656.
- 9) Apkarian, Pierre, Tuan, Hoang Duong, and Bernussou, J., "Continuous-Time Analysis, Eigenstructure Assignment, and H_2 Synthesis with Enhanced Linear Matrix Inequalities(LMI) Characterizations," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 46, no. 12, Dec. 2001, pp.1941~1946.
- 10) Wei, Jia-Bo, Lee, Li, "Further Improvement on LMI Representations for the Analysis and Design of Continuous-Time Systems with Polytopic Type Uncertainty," Proceedings of the 2004 5th Control Conference, 2004, pp.1130~1136.
- 11) Kim, H.J., Rhee, S.W., Shon, J.W., "A Weighting Function Design for H_∞ Controller of Satellite Attitude Control," Conference of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, 2013, pp. 465~469.
- 12) Ballois, S. Le, Duc, G. " H_∞ Control of an Earth Observation Satellite," J. of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, no. 3, 1996, pp.628~635.
- 13) Valentin-Charbonnel, C., Duc, G., Ballois, S. Le, "Low-order robust attitude control of an earth observation satellite," Control Eng. Practice, Vol. 7, no. 7, 1999, pp.493~506.
- 14) Bodineau, Guillaume, Beugnon, Celine, et al., "mu-Iteration Technique Applied to the Control of Satellites with Large Flexible Appendages," 6th International ESA Conference on GNC, 17-20 October 2005, Loutraki, Greece.
- 15) Ohtani, Takashi, Hamada, Yoshiro, et al., "Robust Attitude Control using mu-synthesis for the Large Flexible Satellite ETS-VIII," 7th International ESA Conference on GNC, 2-5 June 2008, Tralee, Country Kerry, Ireland.
- 16) Cubillos, Mendez, Souza, Gadelha, "Using of H-Infinity Control Method in Attitude Control System of Rigid-Flexible Satellite," Mathematical Problems in Engineering, Vo. 2009, Article ID 173145.
- 17) Castro, J.V.C., Souza, L.C.G., "Comparison of the LQG and H-infinity Techniques to Design Experimentally a Flexible Satellite Attitude Control System," J. of Aerospace Engineering, Sciences and Applications, Vol. II, no. 2, May-Aug. 2010, pp.17-25.
- 18) Bennani, Samir, Ankersen, Finn and et., "Robust Attitude Control Design for the BIOMASS Satellite," Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, Aug. 28 - Sept. 2, 2011, pp.5130~5135.
- 19) Rhee, S.W., Ko, H.C., Jang, W.Y., Son, J.W, "Roll/Yaw Momentum Management Method of Pitch Momentum Biased Spacecraft," J. of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 37, no7, 2009, pp.669~677.
- 20) Rhee, S.W., Kim, H.J., Son, J.W, "Roll of B-dot Controller and Failure Analysis for Down-dusk LEO Satellite," J. of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 41, no3, 2013, pp.200~209.
- 21) Zhou, Kemin, Doyle, John C., *Essentials of Robust Control*, 1998, Prentice-Hall, Inc.

22) Gu, Da-Wei, Petkov, Petko H. and Konstantinov, M.M., *Robust Control Design with Matlab*, 2013, SpringerLink.

23) Skogestad, Sigurd, Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control Analysis and*

Design, 2005, John Wiley & Sons.

24) Boyd, S., Ghaoui, L. El, Feron, E., and Balakrishnan, V., *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, 1994, SIAM, Philadelphia.