

불연속 지형을 지나는 천수 흐름의 해석을 위한 수심적분 모형에 대한 새로운 기법

황승용*

Hwang, Seung-Yong*

A Novel Scheme to Depth-averaged Model for Analyzing Shallow-water Flows over Discontinuous Topography

ABSTRACT

A novel technique was proposed to calculate fluxes accurately by separation of flow area into a part of step face which is dominated by flow resistance of it and an upper part which is relatively less affected by the step face in analyzing shallow-water flows over discontinuous topography. This technique gives fairly good agreement with exact solutions, 3D simulations, and experimental results. It has been possible to directly analyze shallow-water flows over discontinuous topography by the technique developed in this study. It is expected to apply the developed technique to accurate evaluation of overflows over weirs or retaining walls (riverside roads) and areas flooded by the inundation in the city covered in discontinuous topography.

Key words : Discontinuous topography, Step, Shallow-water flow, Riemann solver, FVM, Numerical analysis

초록

불연속 지형을 지나는 천수 흐름의 해석에서 흐름률을 정확하게 계산하기 위하여 계단에 의한 흐름 저항이 지배적인 계단 전면과 그 영향이 비교적 덜한 계단의 윗부분을 구분하여 접근하는 새로운 기법을 제안하였다. 새로운 기법에 의한 모의 결과는 정확해, 가상의 문제에 대한 3차원 모의 결과, 그리고 실험 결과와 대체로 잘 일치하였다. 이 연구에서 개발된 기법으로 불연속 하천구조물을 넘나드는 천수 흐름에 대한 직접 해석이 가능해졌다. 보나 옹벽(강변 도로)의 월류 양상 그리고 불연속 지형으로 이루어진 도심에서 범람에 따른 침수 구역의 정확한 산정에 개발된 기법의 적용이 기대된다.

검색어 : 불연속 지형, 계단, 천수 흐름, Riemann 해법, FVM, 수치해석

1. 서론

계단과 같은 불연속 지형을 지나는 천수 흐름에 대한 수치해석을 위해서는 3차원 모형에 의한 접근이 직관적이겠지만, 문제에 따라 수고와 비용이 막대할 수 있다. Fig. 1은 계단을 지나는 천수 흐름의 측면도와 그것을 해석하기 위한 계산 격자의 배치를 보인 것이다. Fig. 1(a)에 대해 3차원 모형을 적용할 때, Fig. 1(b)와 같은 격자의 배치가 필요할 것이다. 동일한 대상에 대해 수심적분 모형으로 접근하는 경우, 직립인 계단을 직접 해석하기 어려우므로 경사로 완화하는 것이 불가피하며 그에 따른 격자의 세분이 요구된다(Fig. 1c 참조). 만약 수심적분 모형으로도 계단에 대해 직접 해석할 수 있다면, 직립인 계단을 경사면으로 대체하지 않고, Fig. 1(d)와 같은 격자 배치도 가능할 것이다.

* 정회원 · 한국건설기술연구원 수석연구원 (Corresponding Author · Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology · syhwang@kict.re.kr)

Received November 2, 2015/ revised November 9, 2015/ accepted November 10, 2015

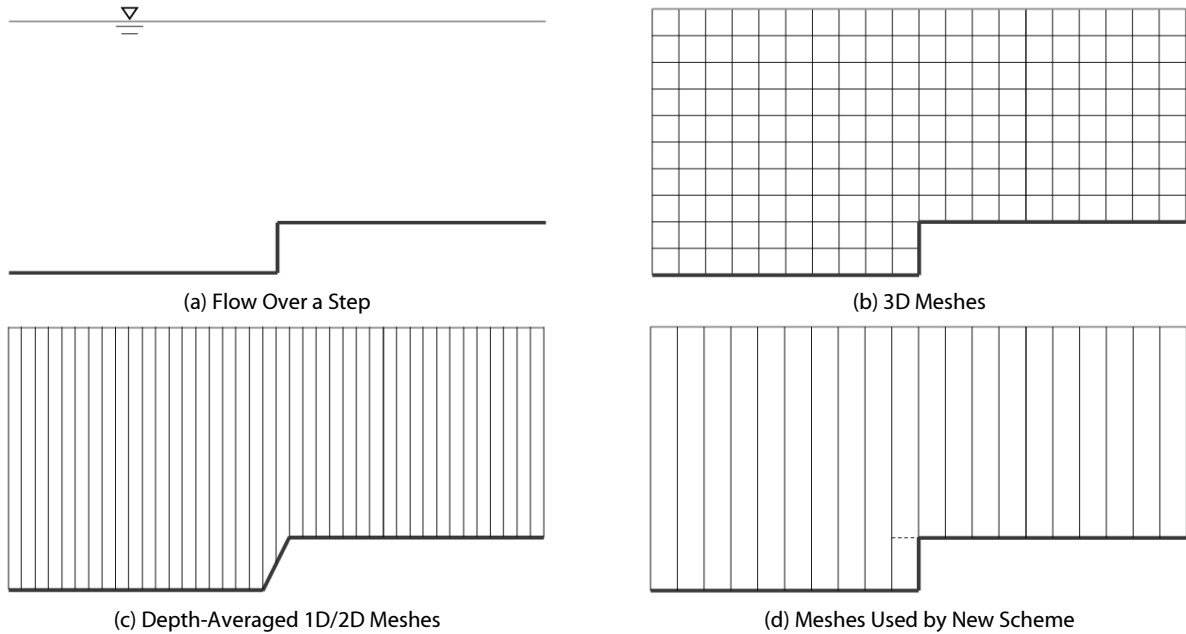


Fig. 1. Flow Over a Step and Layouts of Computational Meshes

기존의 수심적분 모형에서 계단에 대해 경사로 완화하는 것이 불가피한 이유는 바닥이 불연속인 점에서 미분이 불가능하여 천수 방정식의 생성항(source term) 중에서 미분 형태의 바닥 경사항이 정의되지 않기 때문이다. 이러한 문제를 극복하기 위해 Alcrudo and Benkhaldoun (2001)은 에너지 방정식을 이용하여 단일 계단 위를 지나는 천수 흐름으로 이루어진 Riemann 문제에 대한 정확해를 제시하였다. Hwang (2013b)은 Alcrudo and Benkhaldoun (2001)의 정확해에 대해 초기 흐름 양상(Froude 수)에 따른 알고리즘(algorithm)을 제시하였으며, Hwang (2013c)은 이를 계단을 지나 마른 바닥으로 진행되는 천수 흐름에 대해 보완하였다. 또한 Hwang (2014)은 불연속 지형을 내부 경계로 두고 그에 대해 정확 Riemann 해법에 기반한 알고리즘(Hwang, 2013b; Hwang, 2013c)을 적용하였다.

수심적분 수치모형으로 불연속 지형을 직접 해석하기 위한 시도로서 Zhou et al. (2002)의 연구를 들 수 있다. Zhou et al. (2002)은 Zhou et al. (2001)의 SGM (Surface Gradient Method)을 계단에 적용하기 위해 SGMS (SGM for a Step)를 제안하였다. 그들은 지형의 불연속을 우회하기 위해 계단에서 표고의 차이를 무시하고 구한 수심으로 흐름률(flux)을 계산하고, 흐름 단면의 급축(abrupt contraction)에 의한 수두 손실을 생성항에 추가하였다. Zhou et al. (2002)은 몇몇 정확해와 실험 결과와 비교를 통해 단순하고 효율적이며 강력한(robust) 기법으로 소개하였으나, SGMS는 계단이 완전히 잠긴 경우에만 적용이 가능하여 계단으로 물이 차거나 빠지는 현상을 재현할 수 없었다. Hwang (2015)은 계단으로 물이

차거나 빠지는 경우에도 SGMS를 적용할 수 있도록 보완하였다. 계단이 완전히 잠기지 않는 상황을 계단 밑에만 물이 없는 경우, 계단 위에만 물이 없어 벽에 의해 반사되는 경우, 그리고 두 가지가 동시에 발생하는 경우 등 세 가지로 구분하여 각각에 대한 대책을 제시하였다(Hwang, 2015). 그보다 앞서 Prokof'ev (2005)도 계단의 전면에서 물이 차지 않은 구간을 제외함으로써 흐름의 불연속을 우회하고 계단에 의한 흐름 저항을, Zhou et al. (2002)과 달리, 정수압과 계단에 의한 반력으로 고려하였다. 그러나 지형의 영향을 생성항이 아닌 흐름률에 고려하는 차이는 있으나, 계단이 완전히 잠기는 경우에 대해서는 SGMS의 접근 방식과 유사하다.

이 연구에서는 계단과 같은 불연속 지형을 지나는 천수 흐름에 대해 계단 위의 흐름과 계단의 전면에 의한 흐름 저항이 지배적인 영역을 구분하여 고려함으로써 계단의 잠김 여부에 구애받지 않고 계단에서 흐름률을 정확하게 계산할 수 있는 새로운 기법을 제안한다. 먼저 그 기법의 이론에 대해 소개하고 Zhou et al. (2001)이 제안한 Z-특성(Z-property)에 대해 검토한다. 그리고 개발된 기법을 SGMS에 의한 결과와 함께 정확해, 가상의 문제, 그리고 실험 결과에 대해 검증한다.

2. 이론

2.1 지배 방정식과 수치 해법

2차원 천수 흐름에 대한 지배방정식은 다음과 같다(Weiyan, 1992).

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x + \mathbf{G}(\mathbf{U})_y = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (1a)$$

여기에서, 아래 첨자 t 그리고 x 와 y 는 각각 시간과 공간에 대한 편미분을 의미하고, 보존변수(conservative variable)의 벡터, \mathbf{U} , x 방향의 흐름률 벡터, \mathbf{F} , y 방향의 흐름률 벡터, \mathbf{G} , 그리고 생성항 벡터, \mathbf{S} 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{U} = [h, hu, hv]^T \quad (1b)$$

$$\mathbf{F} = [hu, hu^2 + gh^2/2, huv]^T \quad (1c)$$

$$\mathbf{G} = [hv, huv, hv^2 + gh^2/2]^T \quad (1d)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_f \quad (1e)$$

여기에서, h 는 수심, u 는 x 방향 유속, v 는 y 방향 유속, g 는 중력가속도, 그리고 \mathbf{S}_0 와 \mathbf{S}_f 는 각각 바닥 경사와 마찰에 의한 생성항으로 다음과 같다.

$$\mathbf{S}_0 = [0, -ghb_x, -ghb_y]^T \quad (1f)$$

$$\mathbf{S}_f = [0, -m^2gh^{-1/3}u\sqrt{u^2+v^2}, -m^2gh^{-1/3}v\sqrt{u^2+v^2}]^T \quad (1g)$$

여기에서, b 는 바닥 표고 그리고 m 은 Manning의 조도계수이다. 이론 전개의 간결함을 위해 Eq. (1)로부터 차원을 줄여 다음과 같은 1차원 천수방정식에 대해 검토한다.

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x = \mathbf{S} \quad (2a)$$

$$\mathbf{U} = [h, q]^T \quad (2b)$$

$$\mathbf{F} = [q, q^2/h + gh^2/2]^T \quad (2c)$$

$$\mathbf{S} = [0, -ghb_x - m^2gh^{-1/3}u^2]^T \quad (2d)$$

여기에서, $q = hu$ 이다.

Eq. (2)에 유한체적법을 적용하여 계산 영역 내 어떤 계산 격자, i 에 적용하면 다음과 같다(LeVeque, 2002).

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}) + \Delta t \mathbf{S}_i \quad (3)$$

여기에서, n 은 시간 단계, Δx 는 계산 격자의 공간 간격, 그리고 Δt 는 시간 간격으로 균등 격자에 대해 다음과 같은 안정 조건으로부터 결정된다(Weiyan, 1992; LeVeque, 2002).

$$\max_i (|\lambda_{i-1/2}|, |\lambda_{i+1/2}|) \Delta t / \Delta x \leq 1 \quad (4)$$

여기에서, i 는 1부터 계산 격자의 총 개수까지 정수이고 λ 는 특성과(characteristic wave)의 속도이다. 시간에 대해 2차의 정확도를 확보하기 위해 Eq. (3)에 2차 Runge-Kutta 방법을 적용할 수 있다.

Eq. (3)에서 흐름률을 정확하게 결정하기 위하여 어떤 근사 Riemann 해법, \mathcal{R} 을 계산 격자(i)의 한 변, $i+1/2$ 에 적용하면 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \mathcal{R}(\mathbf{U}_{i+1/2}^L, \mathbf{U}_{i+1/2}^R) \quad (5)$$

여기에서, L 과 R 은 그 변의 왼쪽과 오른쪽을 의미한다. 이 연구에 적용된 근사 Riemann 해법은 HLLL 기법으로서 그에 대한 자세한 설명을 Linde (2002) 또는 Hwang and Lee (2012)의 연구에서 참조할 수 있다. 공간에 대한 정확도를 높이기 위해 계산 격자 내에서 보존변수의 경사를 설정할 수 있다. 즉, 계산 격자 내에서 상수인 보존변수의 값을 격자의 중앙에 두고 인접 격자의 보존변수를 고려하여 격자 내 보존변수의 경사, $\delta \mathbf{U}_i$ 를 결정함으로써 자료의 재구축(data reconstruction)이 이루어진다. 공간에 대해 2차의 정확도를 확보하기 위해 $\delta \mathbf{U}_i$ 를 선형을 둘 수 있으며, Eq. (5)에서 흐름률 계산에 이용될 변의 왼쪽과 오른쪽에서 보존변수는 다음과 같다.

$$\mathbf{U}_{i+1/2}^L = \mathbf{U}_i + 0.5 \Delta x \delta \mathbf{U}_i \quad (6a)$$

$$\mathbf{U}_{i+1/2}^R = \mathbf{U}_{i+1} - 0.5 \Delta x \delta \mathbf{U}_{i+1} \quad (6b)$$

Zhou et al. (2001)이 제안한 SGM은 보존변수 중 수심에 대한 경사의 결정에서 수심이 아닌 수위를 이용하는 것이다. 즉, $\delta \mathbf{U}^{SGM} = (\delta \eta, \delta q)^T$ 로서 Eq. (6)의 수심에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$h_{i+1/2}^L = \eta_i + 0.5 \Delta x \delta \eta_i - b_{i+1/2}^L \quad (7a)$$

$$h_{i+1/2}^R = \eta_{i+1} - 0.5 \Delta x \delta \eta_{i+1} - b_{i+1/2}^R \quad (7b)$$

여기에서 η 는 수위로서 $\eta = b + h$ 이다.

2.2 SGMS

Zhou et al. (2002)는 계단에서 불연속 문제를 우회하기 위해 격자, i 에 대한 Eq. (7)을 다음과 같이 바꾸었다.

$$h_{i+1/2}^L = \eta_i + 0.5 \Delta x \delta \eta_i - b_{i+1/2}^L \quad (8a)$$

$$h_{i+1/2}^R = \eta_{i+1} - 0.5 \Delta x \delta \eta_{i+1} - b_{i+1/2}^R \quad (8b)$$

마찬가지로 격자, $i+1$ 에 대해 다음과 같다.

$$h_{i+1/2}^L = \eta_i + 0.5 \Delta x \delta \eta_i - b_{i+1/2}^R \quad (9a)$$

$$h_{i+1/2}^R = \eta_{i+1} - 0.5 \Delta x \delta \eta_{i+1} - b_{i+1/2}^R \quad (9b)$$

Eqs. (8) and (9)에서 흐름률의 계산에 지형의 영향이 없으므로 이것을 생성형에서 별도로 고려하게 된다. 즉, SGMS에서 생성형은 다음과 같다.

$$\mathbf{S}^{SGMS} = [0, -ghb_x - m^2gh^{-1/3}u^2 - \xi u_{i+1}^2]^T \quad (10)$$

여기에서 $\xi = 0.5(h_i - h_{i+1})/h_i$ 이며, 계단 밑의 격자에만 적용된다. 따라서 SGMS에서 지형의 영향은 단면 축소로 인한 수두 손실일 뿐이며, 계단에 의한 흐름 저항이 직접 고려된 것은 아니다.

2.3 계단을 지나는 천수 흐름에 대한 새로운 기법

계단을 지나는 흐름에 대해, Fig. 2와 같이, 계단에 의한 저항이 지배적인 계단의 전면부와 그 위를 지나가는 흐름 영역으로 구분하여 해석한다면, 계단에 의한 흐름 저항을 보다 정확하게 반영할

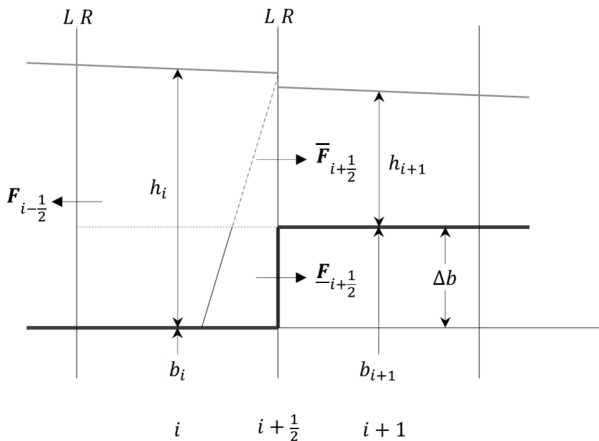


Fig. 2. Definition Sketch of a Submerged Step

수 있을 것으로 기대할 수 있다. 즉, 계단에 인접한 계산 격자에서 흐름률의 계산을 계단의 위와 아래로 나누어 처리한다. 즉, 계단의 전면부에 인접한 계산 격자, i 의 한 변, $i+1/2$ 에서

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \overline{\mathbf{F}}_{i+1/2} + \underline{\mathbf{F}}_{i+1/2} \quad (11)$$

여기에서 윗줄과 아랫줄은 각각 계단의 위와 아래를 의미하며, $\overline{\mathbf{F}}_{i+1/2}$ 는 Eq. (5)를 적용하여 다음과 같다.

$$\overline{\mathbf{F}}_{i+1/2} = \mathcal{R}(\overline{\mathbf{U}}_{i+1/2}^L, \mathbf{U}_{i+1/2}^R) \quad (12)$$

여기에서 $\overline{\mathbf{U}}_{i+1/2}^L$ 는 계단 위의 흐름에 대한 보존변수로서 그 중 수심을 다음과 같이 둔다.

$$\overline{h}_{i+1/2}^L = h_{i+1/2}^L - \Delta b \quad (13a)$$

여기에서 $\Delta b = b_{i+1/2}^R - b_{i+1/2}^L$ 이다. 변경된 수심을 반영하여 다음과 같이 운동량을 다시 설정한다.

$$\overline{q}_{i+1/2}^L = q_{i+1/2}^L (\overline{h}_{i+1/2}^L / h_{i+1/2}^L) \quad (13b)$$

또한, Eq. (11)에서 $\underline{\mathbf{F}}_{i+1/2}$ 는 계단의 전면 벽에 가해지는 정수압으로서 다음과 같다(chow, 1959).

$$\underline{\mathbf{F}}_{i+1/2} = [0, 0.5g\Delta b(2h_{i+1/2}^L - \Delta b)]^T \quad (14)$$

한편, 계산 격자, $i+1$ 에서는 $\mathbf{F}_{i+1/2} = \overline{\mathbf{F}}_{i+1/2}$ 이므로 Eqs. (12) and (13)을 이용하여 흐름률을 계산하면 된다.

Hwang (2015)은 완전히 잠기지 않은 계단에도 SGMS를 적용할 수 있는 알고리즘을 고안하였다. 그 중에서 첫 번째가 계단 밑에 물이 없으나 위에는 흐름이 있는 경우이다(Fig. 3(a) 참조). 이 경우, 계산 격자, i 의 한 변, $i+1/2$ 에 대해 Eq. (12)에서 $\overline{\mathbf{U}}_{i+1/2}^L$ 는 Eq. (13)과 달리 다음과 같다.

$$\overline{\mathbf{U}}_{i+1/2}^L = (0, 0)^T \quad (15)$$

또한, 격자, $i+1$ 에 대해서도 마찬가지로이다. 두 번째는 계단 밑에만 흐름이 있는 경우로서(Fig. 3(b) 참조) $\mathbf{F}_{i+1/2}$ 은 다음과 같다.

$$\underline{F}_{i+1/2} = [0, 0.5g(h_{i+1/2}^L)^2]^T \quad (16)$$

이때, $h_{i+1/2}^L < \Delta b$ 이다. 마지막으로 첫 번째와 두 번째 경우가 동시에 발생될 때(Fig. 3(c) 참조), Eq. (13)이 아니라 Eq. (15)를 적용한 Eq. (12) 그리고 Eq. (14)가 아닌 Eq. (16)을 이용하여 Eq. (11)을 계산한다.

2차원의 경우에도 천수방정식의 회전 불변성(rotational invariance)를 이용하여 흐름률의 계산을 1차원으로 환원할 수 있다 (Hwang, 2013a). 따라서 계단이 위치한 변에서 자료의 재구축이 적절하게 이루어진다면 새로운 기법은 2차원에 대해서도 쉽게

적용될 수 있다.

2.4 새로운 기법에 대한 Z-특성 검토

Zhou et al. (2001)은 개발한 SGM의 선평형성(well-balancedness)을 검토하기 위해 Bermudez and Vázquez (1994)의 C-특성(C-property)에 정수(still water) 상태를 추가한 Z-특성을 제안하였다. 즉, $u=0$ 이고 $h+b=\eta = \text{const.}$ 인 경우에 대해 제안된 수치 기법에 의한 보존변수의 정확(exact) 여부를 검토하는 것이다. 또한, Zhou et al. (2002)은 SGMS의 Z-특성에 대해서도 면밀하게 검토하여 흐름률 경사항과 바닥경사 생성항 사이의 선평형이 이루어지는 것을 증명하였다. Z-특성 충족의 판권은 불연속 지형에 위치한 계산 격자, i 의 변, $i+1/2$ 의 흐름률이 정수 상태에 대해 다음과 같이 정수압의 형태로 표현되는 것이다.

$$\underline{F}_{i+1/2} = [0, 0.5g(h_{i+1/2}^L)^2]^T \quad (17)$$

결국, Zhou et al. (2002)은 흐름이 없는 정수 상태의 계산 격자 내에서 SGMS에 의한 흐름률의 경사와 다음과 같은 중앙차분(central difference) 형태의 바닥경사 생성항이 정수압의 원리(즉, 정수 상태에서 영의 수면경사)에 의해 서로 상쇄되는 것을 보인 것이다.

$$-ghb_x \approx -gh_i(b_{i+1/2}^L - b_{i-1/2}^R)/\Delta x \quad (18)$$

따라서 바닥경사 생성항에 Eq. (18)과 같은 중앙차분이 적용되고 새로운 기법에 의해 계단의 위와 아래로 분리된 흐름률의 합이 Eq. (17)과 같으면, Zhou et al. (2002)에 따라 Z-특성이 충족된다고 볼 수 있다.

Eq. (7)에 정수에 대한 조건($\eta_i = \eta_{i+1} = \eta$, 그리고 $\delta\eta = 0$)을 적용하면, 변, $i+1/2$ 에서 왼쪽과 오른쪽의 수심은 각각 다음과 같다.

$$h_{i+1/2}^L = \eta_i + 0.5 \Delta x \delta\eta_i - b_{i+1/2}^L = \eta - b_{i+1/2}^L \quad (19a)$$

$$h_{i+1/2}^R = \eta_{i+1} - 0.5 \Delta x \delta\eta_{i+1} - b_{i+1/2}^R = \eta - b_{i+1/2}^R \quad (19b)$$

그리고 새로운 기법에 의해 계단 위 흐름의 수심은 Eqs. (13a) and (19)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{h}_{i+1/2}^L = h_{i+1/2}^L - \Delta b = \eta - b_{i+1/2}^L - (b_{i+1/2}^R - b_{i+1/2}^L) = h_{i+1/2}^R \quad (20)$$

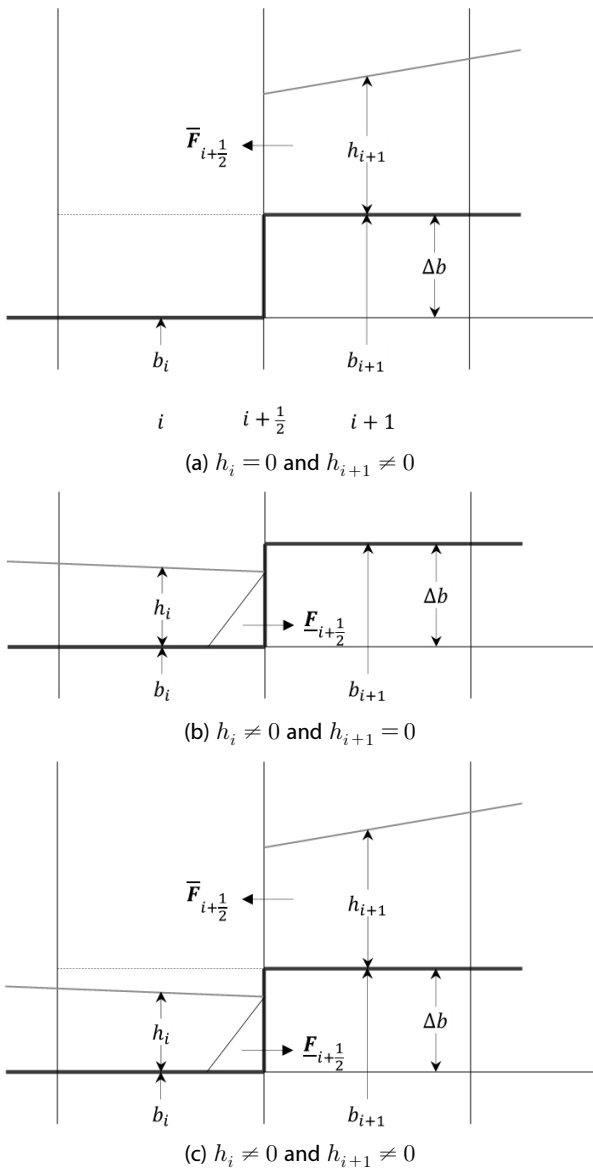


Fig. 3. Three Cases for a Partially Submerged Step

따라서 Eq. (12)에 Eqs. (19b) and (20)을 대입하여 계단 위에서 흐름률을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{F}_{i+1/2} = [0, 0.5g(h_{i+1/2}^L - \Delta b)^2]^T \quad (21)$$

그리고 계단 아래에서 흐름률은 Eq. (14)와 동일하다.

결국, Eqs. (14) and (21)로부터 변, $i + 1/2$ 에서 새로운 기법에 의한 흐름률은 다음과 같다.

$$F_{i+1/2} = \bar{F}_{i+1/2} + \underline{F}_{i+1/2} = [0, 0.5g(h_{i+1/2}^L)^2]^T \quad (22)$$

Eqs. (17) and (22)를 비교해보면, 새로운 기법에 대한 Z -특성이 정확하게 만족될 수 있음을 알 수 있다. Fig. 4는 경사면과 이어진 계단에 대한 가상의 지형에 수위 4 m인 정수 상태를 1,000 s 동안 모의한 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 아래는 수위(η), 위는 운동량(또는 단위 유량, q)의 변화를 보인 것으로 사면과 계단에서 모두 Z -특성이 잘 만족됨을 확인할 수 있다. 초기치는 수위에

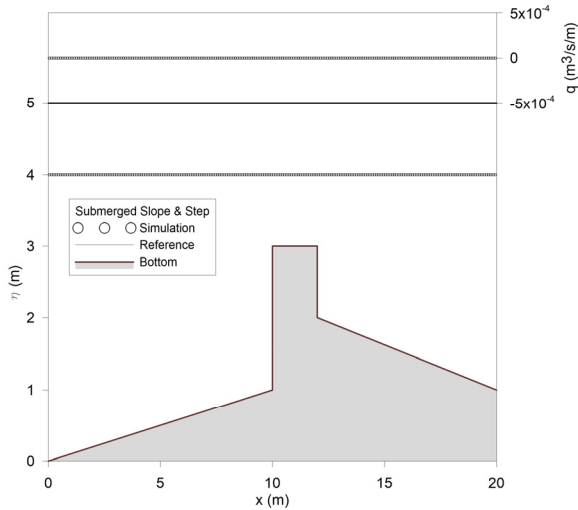


Fig. 4. Slope and Step Submerged in Still Water

대해 정확하게 일치되었으며, 유량에 대해서는 2배 정밀도(double precision)의 범위 내에서 유지되었다. 동일한 측면으로 이루어진 2차원 문제에 대해 삼각형 격자로 분할하여 시험하였을 때, 1,000 s 이후에도 모든 격자에서 초기치가 유지되어 중앙에서 수위와 유량의 분포가 Fig. 4와 육안으로 구분되지 않음을 확인하였다.

3. 적용

3.1 단일 계단에 대한 정확해

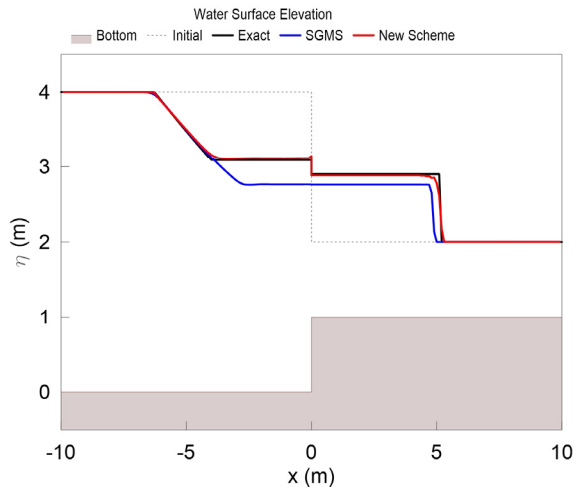
Alcrudo and Benkhaldoun (2001)은 마찰이 없는, 높이 1 m의 수평 계단에 대해 21가지 다양한 조건에 따른 댐 붕괴 흐름의 정확해를 도출하였으며, Prokof'ev (2005)는 개발한 모형과 비교를 위해 그 중에서 6가지 경우를 간추렸다. Table 1에 그 경우들에 대한 초기조건을 나열하였다. 표에서 Fr 는 Froude 수, t_o 는 종료 시각, 그리고 그림 번호는 Alcrudo and Benkhaldoun (2001)에 따른 것이다. 1차원 모의를 위해 [-10 m, 10 m]의 계산 영역에 0.1 m 간격으로 200 개의 계산 격자를 배치하였다. Fig. 5는 6가지 경우에 대해 새로운 기법과 SGMS에 의한 수위를 정확해의 그것과 비교한 것이다. 그림에서 점선이 초기 조건, 실선 중에서 검정색이 정확해, 파란색이 SGMS, 그리고 빨간색이 새로운 기법에 의한 결과이다. 또한, 바닥 표고는 음영으로 표시하였다. 그림에서 보이듯이, 새로운 기법에 의한 결과는 정확해와 대체로 잘 일치하나, 내려가는 흐름에 의해 계단이 드러나는 그림 번호 12의 경우에 대해서는 약간의 불일치가 보인다. SGMS에 의한 결과는 계단 주변에서 정확해와 큰 차이를 보인다.

3.2 가상의 보를 지나는 댐 붕괴 흐름

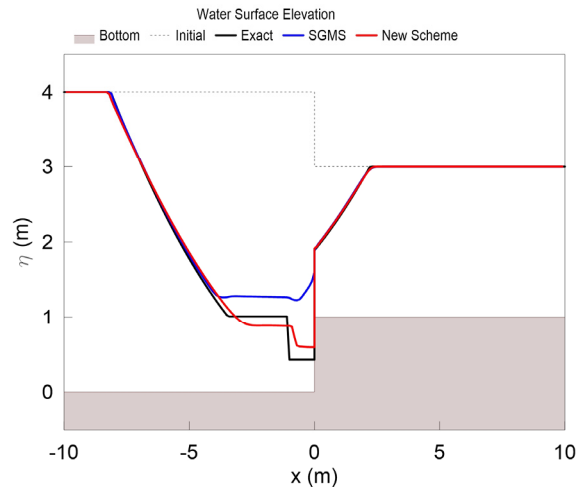
계단의 전면(forward-facing)과 후면(backward-facing)을 지나는 흐름에 대한 새로운 기법의 적용성을 살펴보기 위해 댐 붕괴 흐름이 하류의 보를 지나는 경우를 생각하였다. 폭 10 m 그리고 길이 200 m인, 가상의 수평 수로에서 상류 끝으로부터 60 m까지 수심 3 m로 채워진 물이 댐 붕괴에 의해 하류로 갑작스런 흐름이 발생하는 경우이다. 바닥의 마찰은 없다고 가정하였다. 댐으로부터

Table 1. Initial Conditions for Cases Selected by Prokof'ev (2005)

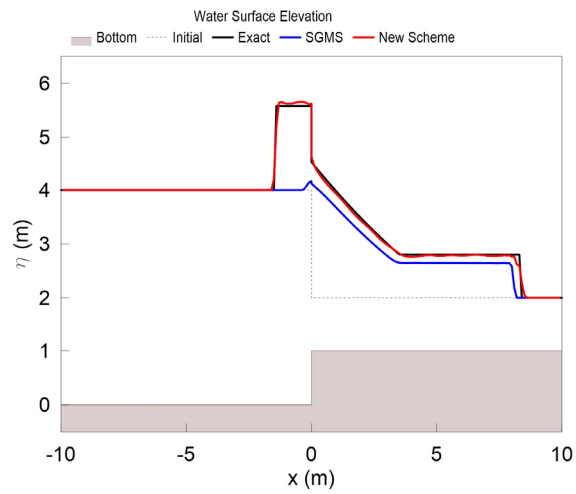
Fig. No.	b_L (m)	η_L (m)	Fr_L	b_R (m)	η_R (m)	Fr_R	t_o (s)
9	0.00	4.00	0.00	1.00	2.00	0.00	1.00
12	0.00	4.00	-1.60	1.00	3.00	0.00	0.50
18	0.00	4.00	0.96	1.00	2.00	2.24	0.70
22	0.00	2.00	0.00	1.00	3.50	0.00	1.00
23	0.00	2.00	1.13	1.00	4.00	1.47	0.70
28	0.00	5.00	-0.57	1.00	2.00	2.87	0.70



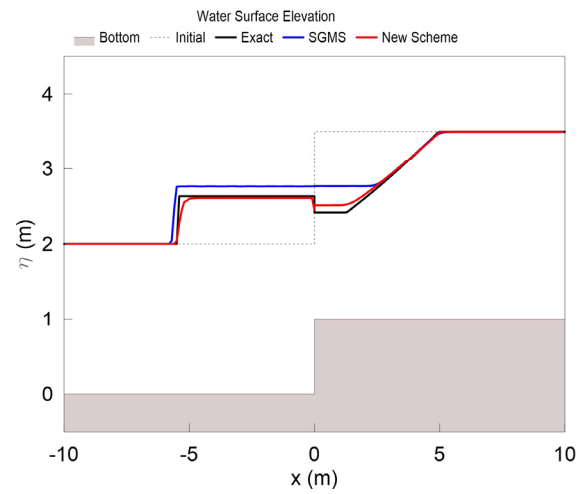
(a) Fig. 9



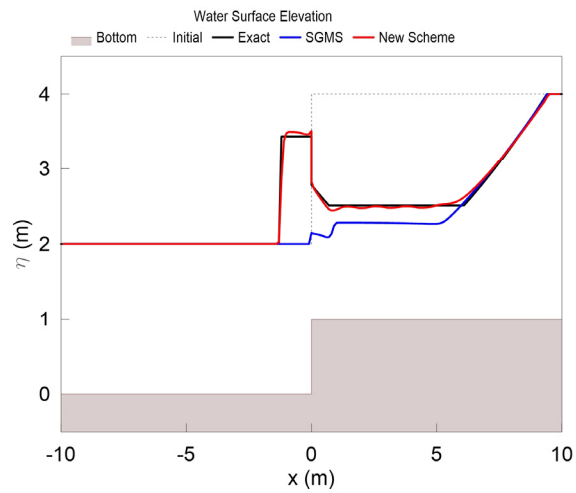
(b) Fig. 12



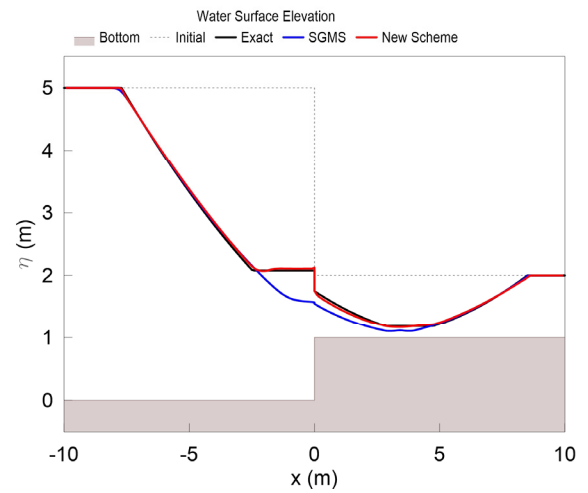
(c) Fig. 18



(d) Fig. 22



(e) Fig. 23

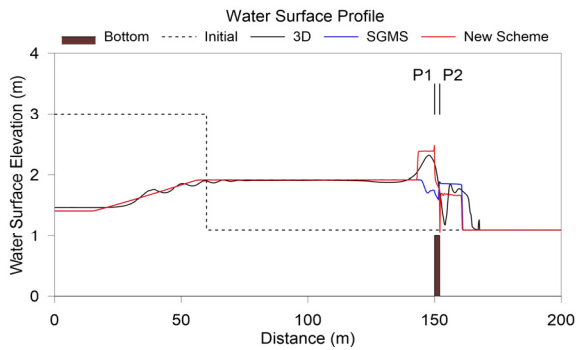


(f) Fig. 28

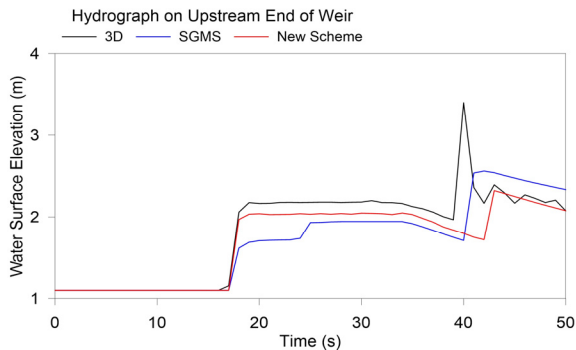
Fig. 5. Comparisons of Simulation Results and Exact Solutions for Flows Over a Step

90 m 하류에 높이 1 m, 두께 2 m의 보가 수로의 단면 전체에 걸쳐 있으며, 댐 하류의 초기 수심은 1.1 m로서 처음부터 보는 완전히 잠겨 있다.

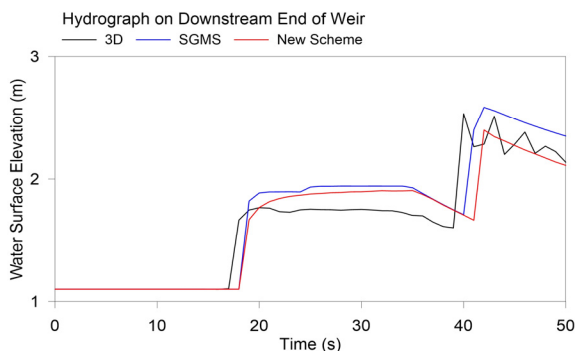
새로운 기법과 SGMS를 비교하기 위해 동일한 조건에 대해 미국 Flow Science Inc.의 상업용 모형인 FLOW-3D (10.0 판)에 의한 3차원 수치모의 결과와 비교하였다. FLOW-3D 모형의 이론에 대해서는 Hirt and Nichols (1981)의 연구를 참조할 수 있다. 3차원 모형에서 계산 격자는 수로의 길이 방향으로 0.2 m 간격의 1,000개, 폭 방향으로 동일 간격의 50개, 그리고 연직 방향으로 0.1 m 간격의 35개로 구성되어 모두 1,750,000개이다. 한편, 수심적분 모형들의 경우, 0.2 m 간격의 1차원 계산 격자 1,000개로 구성하였다.



(a) Water Surface Profile (20s)



(b) Hydrograph at P1



(c) Hydrograph at P2

Fig. 6. Dam-Break Flows Over a Weir

Fig. 6에 수심적분 1차원 모형과 3차원 모형의 결과를 함께 보였다. 그림에서 점선이 초기 조건, 실선 중에서 검정색이 3차원 모형, 파란색이 SGMS, 그리고 빨간색이 새로운 기법에 의한 결과이다. Fig. 6(a)는 20 s에서 수면 곡선이고, Figs. 6(b) and 6(c)는 각각 보의 상류 끝(그림에서 P1)과 하류 끝(그림에서 P2)에서 모의 시간 동안 수위에 대한 수문곡선이다(Fig. 6(a) 참조). 먼저, 수면 곡선을 살펴보면, 보에 인접한 구간을 제외하면 세 모형의 결과는 비슷하다. 보 근처에서 3차원 모형과 새로운 기법에 의한 결과가 잘 부합되나, SGMS에 의한 결과는 보의 직상류에서 두 결과에 비해 수위가 과소평가됨을 알 수 있다. 보의 직하류에서는 새로운 기법과 3차원 모형에 의한 결과가 직상류에 비해 다소 차이가 있으나, 수위의 급격한 변화 경향은 유사하게 나타난다. 보의 상류와 하류 끝의 수문 곡선을 살펴보면, 세 모형의 차이가 크지 않으나 새로운 기법과 3차원 모형이 더 부합된다. 40 s 전·후에서 수위가 크게 변화하는 이유는 수로의 하류 끝에서 반사된 흐름이 돌아오기 때문이다.

3.3 전면 계단을 지나는 댐 붕괴 실험

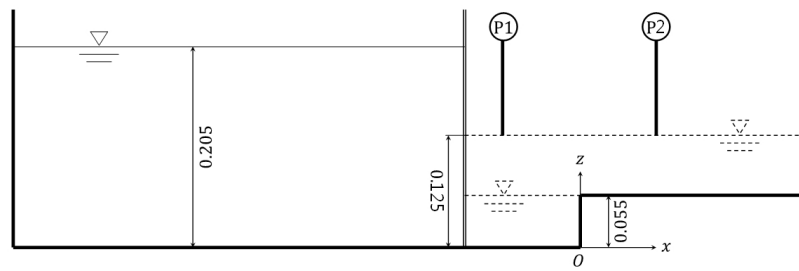
Gusev et al. (2008)은 Fig. 7과 같이 상류의 저수조로부터 연결된 수로를 통해 댐 붕괴 흐름이 발생하여 하류의 계단으로 진행되는 실험을 수행하였다. 댐의 위치는 높이가 55 mm인 계단으로부터 상류로 1.22 m이고 초기 수위는 0.205 m이다. 실험은 댐 하류의 수위가 0.125 m인 경우(Experiment A)와 계단의 높이에 맞춘 0.055 m인 경우(Experiment B)로 구분하여 이루어졌으며, 계단으로부터 상류로 0.82 m (P1)와 하류로 0.8 m (P2)에서 0.2 mm까지 측정이 가능한 파고계가 설치되었다. 댐 붕괴는 수문의 갑작스런 개방으로 재현되었으며, 개방 시간은 0.05 s를 넘지 않은 것으로 보고되었다(Gusev et al., 2008).

수심적분 2차원 모형의 적용을 위해 저수조와 수로 전체로 이루어진 계산 영역을 936개의 삼각형 격자로 분할하였다. 비구조 삼각형 격자에 대한 2차원 모형의 안정조건은 다음과 같다(Batten et al., 1996).

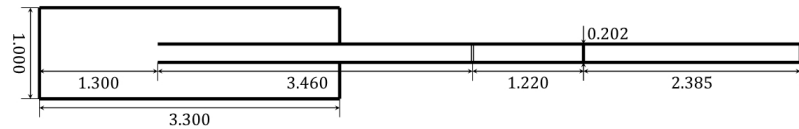
$$\Delta t \leq \min_i \left[\frac{A_i}{3 \max_k (|\lambda_i^k| L_i^k)} \right] \quad (23)$$

여기에서 A 는 삼각형 격자의 면적, L 은 그 격자에서 변의 길이, 그리고 k 는 1부터 3까지 정수이다. 실험 수로의 바닥 마찰에 대한 정보가 없어 조도계수, $m = 0$ 으로 두었다. 실험 규모에 비해 수심이 어느 정도 확보되고 모의 시간도 5 s 인прав으로 매우 짧아 마찰에 의한 영향이 크지 않을 것을 판단하였다.

Fig. 8은 Experiment A의 두 측정, P1과 P2에서 측정된 수위에 대한 수문곡선을 보인 것이다. 그림에서 동그라미는 실험, 점선은

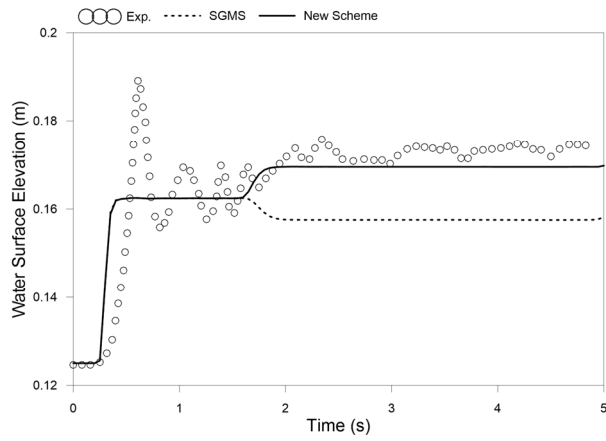


(a) Side View

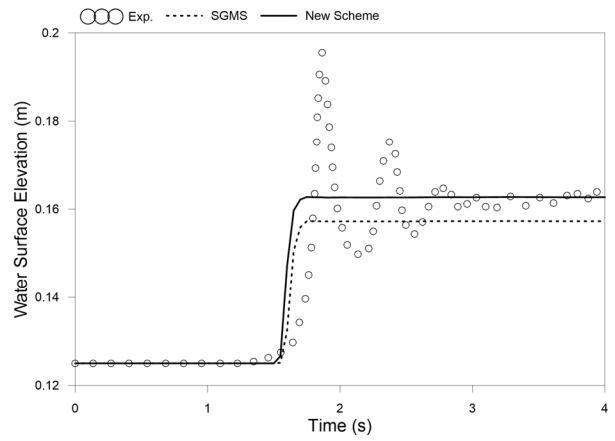


(b) Plane View

Fig. 7. Dimensions of Dam-Break Experiment (Gusev et al., 2008)

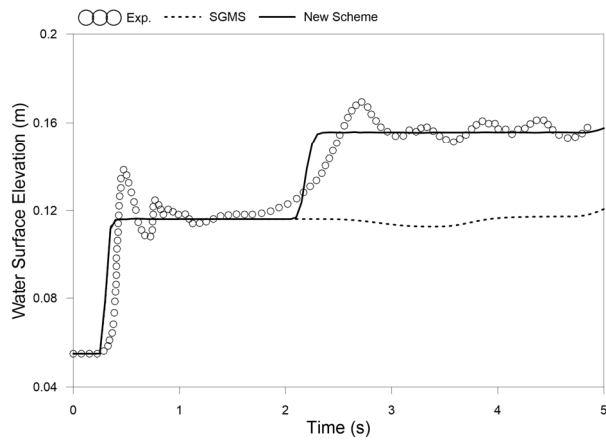


(a) P1

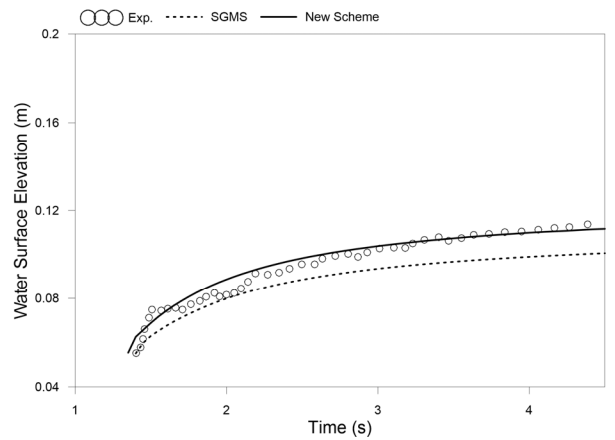


(b) P2

Fig. 8. Hydrographs by Experiment A (Gusev et al., 2008)



(a) P1



(b) P2

Fig. 9. Hydrographs by Experiment B (Gusev et al., 2008)

SGMS, 그리고 실선은 새로운 기법에 의한 결과이다. 그림에서 보이듯이, 정수압 가정에 의한 수심적분 모형으로는 초기에 연직방향의 강한 운동량에 의해 발생하는 수위의 요동을 따라가기에는 무리가 있다. 그럼에도 불구하고, 새로운 기법에 의해 측정 수위의 평균적인 경향이 잘 포착되고 있음을 알 수 있다. 그러나 SGMS에 의한 결과는 측정치와 괴리가 있으며, 계단의 전면에서 크게 두드러진다. 이러한 경향은 초기에 하류의 수위가 더 낮은 Experiment B에서 보다 분명하게 나타난다(Fig. 9 참조). SGMS에 의한 결과와 계단의 전면에서 정확해, 3차원 모형, 그리고 실험의 측정치 사이에서 나타나는 괴리의 원인은, 앞서 언급하였듯이, 지형 변화의 영향을 계단에 의한 흐름 저항으로 반영하는 것이 아니라, 단면 축소로 인한 수두 손실로 간주하였기 때문이다. Prokof'ev (2005)의 언급처럼 계단에 의한 흐름 저항은 계단 전면에 의한 반력이나 압력(정수압)으로 표현하는 것이 적절할 것이다.

4. 결론

불연속 지형을 지나는 천수 흐름의 해석에서 흐름률을 정확하게 계산하기 위하여 계단에 의한 흐름 저항이 지배적인 계단 전면과 그 영향이 비교적 덜한 계단의 뒷부분을 구분하여 접근하는 새로운 기법을 제안하였다. 또한, 개발된 기법으로 Zhou et al. (2001)이 제안한 조특성이 충족될 수 있음을 보였다. 새로운 기법에 의한 모의 결과는 SGMS에 의한 결과에 비해 정확해, 가상의 문제에 대한 3차원 모의 결과, 그리고 실험실 실험 결과와 대체로 잘 일치하였다. 계단의 후면으로 내려가는 흐름보다는, 계단에 의한 흐름 저항이 지배적인, 전면 계단으로 올라가는 흐름에 대해 더 좋은 결과를 보였다.

이 연구에서 개발된 기법으로 불연속 하천구조물을 넘나드는 천수 흐름에 대한 직접 해석이 가능해졌다. 따라서 보나 옹벽(강변 도로)의 월류 양상 그리고 불연속 지형으로 이루어진 도심에서 범람에 따른 침수 구역의 정확한 산정에 개발된 기법의 적용이 가능하다. 전면 계단에 의한 흐름 저항에 대해서는 어느 정도 평가가 가능하나, 후면 계단으로 내려가는 흐름에 대해서는 아직까지 미흡한 측면이 없지 않다. 그에 대한 보완이 기대된다. 또한, 압력에 대해 정수압으로 가정하지 않는 모형에 대한 모색도 필요할 것으로 보인다.

감사의 글

이 연구는 국토교통과학기술진흥원의 지원(과제 번호: 14CCTI-C063749-03 및 15CTAP-C098446-01)에 의한 것이다. 본문에서 가상의 보를 지나는 댐 붕괴 흐름에 대한 3차원 수치모의 결과를 제공해준 하성원씨에게 감사드린다.

References

Alcrudo, F. and Benkhaldoun, F. (2001). "Exact solutions to the Riemann problem of the shallow water equations with a bottom step." *Comput. & Fluids*, Vol. 30, pp. 643-671.

Batten, P., Lambert, C. and Causon, D. M. (1996). "Positively conservative high-resolution convection schemes for unstructured elements." *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 39, pp. 1821-1838.

Bermudez, A. and Vázquez, M. E. (1994). "Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms." *Comput. & Fluids*, Vol. 23, pp. 1049-1071.

Chow, V.T. (1959). *Open-channel hydraulics*, McGraw Hill Co., Inc.

Gusev, A. V., Ostapenko, V. V., Malysheva, A. A. and Malysheva, I. A. (2008). "Open-channel waves generated by propagation of a discontinuous wave over a bottom step." *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, Vol. 49, pp. 23-33.

Hirt, C. W. and Nichols, B. D. (1981). "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries." *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201-225.

Hwang, S. Y. (2013a). "Finite-volume model for shallow-water flow over uneven bottom." *J. KWRA*, Vol. 46, pp. 139-153 (in Korean).

Hwang, S. Y. (2013b). "Exact and approximate Riemann solvers for the shallow-water flows over a step." *Proc. KWRA Conf.*, KWRA, p. 575 (in Korean).

Hwang, S. Y. (2013c). "Exact solutions of the Riemann problem for the shallow-water flow over a step to the dry-bed." *Proc. 39th KSCE Conf.*, KSCE, pp. 1515-1518 (in Korean).

Hwang, S. Y. (2014). "A study on imposing exact solutions as internal boundary conditions in simulating the shallow-water flows over a step." *J. KSCE*, Vol. 34, pp. 479-492 (in Korean).

Hwang, S. Y. (2015). "2D numerical simulations for shallow-water flows over discontinuous topography." *Proc. 41th KSCE Conf.*, KSCE (in Korean; publishing).

Hwang, S. Y. and Lee, S. H. (2012). "An application of the HLLL approximate Riemann solver to the shallow water equations." *J. KSCE*, Vol. 32, pp. 21-27 (in Korean).

LeVeque, R. J. (2002). *Finite volume method for hyperbolic problems*, Cambridge Univ. Press.

Linde, T. (2002). "A practical, general-purpose, two-state HLL Riemann solver for hyperbolic conservation laws." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 40, pp. 391-402.

Prokof'ev, V. A. (2005). "Two-dimensional horizontal numerical model of open flow over a bed with obstacles." *Water Resources*, Vol. 32, No. 3, pp. 252-264.

Weiyuan, T. (1992). *Shallow water hydrodynamics*, Elsevier Science Publishers.

Zhou, J. G., Causon, D. M., Ingram, D. M. and Mingham, C. G. (2002). "Numerical solutions of the shallow water equations with discontinuous bed topography." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 38, pp. 769-788.

Zhou, J. G., Causon, D. M., Mingham, C. G. and Ingram, D. M. (2001). "The surface gradient method for the treatment of source terms in the shallow-water equations." *J. Comput. Phys.*, Vol. 168, pp. 1-25.