

반작용 휠의 시뮬링크 모델 개발

권재욱*, 이동현**, 류동영***

Design of Reaction Wheel Simulink Model

Jae-Wook Kwon*, Dong-hun Lee**, Dong-young Rew***

Abstract

This paper cites that reaction wheel which is widely used on precisely controlling a spacecraft is designed with Simulink as a software model. Electrical Characteristics and Mechanical ones of reaction wheels are applied to the simulation model and those equations are summarized for helping understanding. Moreover, results of numerical simulations with rigid body model show that the designed software model of reaction wheels is known to be well operated under its set parameter values.

초 록

본 논문은 위성의 정밀 자세제어를 위해 사용하는 반작용 휠에 대한 소프트웨어 모델을 시뮬링크로 구현한 것에 대한 소개문서이다. 반작용 휠의 전기적인 특성 파라미터를 셋팅하고, 위성에 반작용 휠들이 장착되는 장착 각을 설정할 수 있는 기계적인 항목들 또한 포함하고 있다. 반작용 휠의 모델 방정식을 전기적 모터 방정식으로부터 유도하여, 이를 정리하였다. 또한, 구현한 반작용 휠 시뮬링크 모델을 강체에 적용하여 구동결과를 보여주고 있다.

키워드 : 반작용 휠 (Reaction Wheel), 구동기 (Actuator), 시뮬링크 (Simulink), 반작용 휠 어셈블리 (RWA)

1. 서 론

최근 위성의 임무 요구조건이 정밀 지향성을 요구하면서 3축 자세 안정화 방식을 대부분 채용하며 관련 구동기들 중 반작용 휠을 많이 사용한다. 이러한 이유로는 반작용 휠의 구조가 간단하며 정밀 제어가 용이한 장점이 있어, 지구 정밀 관측용 카메라와 통신을 위한 안테나 등 심지어 달궤도선

에도 자세제어용 구동기로 장착되고 있다. 이러한 대표적인 정밀 자세제어용 구동기를 포함하는 위성개발에 있어서, 초기 설계단계의 시뮬레이션 수행에서 해당 구동기의 소프트웨어 모델이 필요하다. 이를 위해, 반작용 휠의 구동특성을 보여주는 시뮬레이션 모델을 시뮬링크로 구현하였으며 본 논문에서는 반작용 휠의 모델 방정식을 소개하고 구현한 시뮬링크 모델을 소개하고자 한다.

접수일(2014년 9월 15일), 수정일(1차 : 10월 27일), 게재 확정일(2014년 11월 1일)

* 달탐사체계팀/kjw@kari.re.kr ** 달탐사기술팀/donghlee@kari.re.kr *** 달탐사기술팀/dyrew@kari.re.kr

2. 반작용 휠 모델 S/W 설계

반작용 휠의 소프트웨어 모델을 시뮬링으로 구현하기에 앞서서 전기적 특성의 이해를 돕기 위해, 모터 방정식을 앞서 소개하고자 한다.

2.1 DC 모터 방정식

$v_b(t)$ 를 역기전력 (Back Electromotive Force, back EMF)이라 하고, K_b 를 Back EMF 상수로 정의하며 $d\theta_m(t)/dt = \omega_b(t)$ 를 모터의 각속도로 정리하면, 식(1)처럼 역기전력의 Laplace Transform 형태를 얻을 수 있다. $\theta_m(t)$ 은 시간에 대한 모터 샤프트의 회전각으로 radian 값을 갖는다.

$$V_b(s) = K_b s \theta_m(s) \quad (1)$$

Armature Current인 $i_a(t)$ 와 Armature Voltage인 $e_a(t)$ 의 관계에서 Back EMF $v_b(t)$ 는 Armature 회로의 루프방정식을 통해 식(2)와 같이 정리가능하며 그림 1과 같다[1].

$$R_a I_a(s) + L_a s I_a(s) + V_b(s) = E_a(s) \quad (2)$$

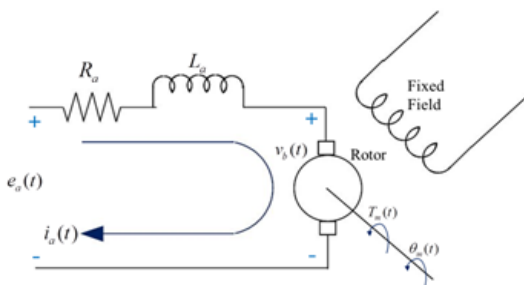


그림 1. DC 모터 기본 개념

모터에 의해 만들어지는 토크는 Armature Current $I_a(s)$ 와 모터 토크 상수인 K_t 의 관계식으로 이루어진다. K_t 는 모터와 자기장 특성에 따라 바뀌는 값이다.

$$T_m(s) = K_t I_a(s) \quad (3)$$

$$I_a(s) = \frac{1}{K_t} T_m(s) \quad (4)$$

모터의 전달함수를 찾기 위해 식(1)과 식(4)을 식(2)에 대입하면,

$$\frac{(R_a + L_a s) T_m(s)}{K_t} + K_b s \theta_m(s) = E_a(s) \quad (5)$$

식(5)와 같이 된다. 여기서, $\theta_m(s)$ 에 대한 $T_m(s)$ 을 찾아야 한다. 그러기 위해, 입력과 출력을 분리하여 생각하면서 $\theta_m(s)/E_a(s)$ 의 전달함수를 구한다. 그림2와 같이 J_m 는 Armature단에서의 Armature Inertia와 Armature에 반영된 load Inertia를 포함한 Equivalent Inertia이다. D_m 은 Armature단에서의 Viscous damping을 나타낸다. 이 또한, Armature Viscous Damping값을 포함하고 있다. 그림 2에서 식(6)을 만들 수 있다.

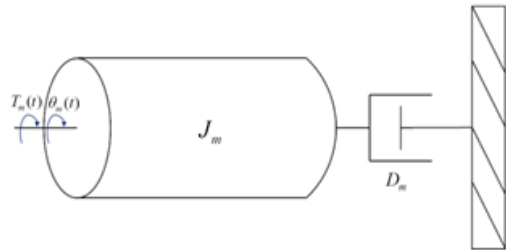


그림 2. 모터에 장착된 기계적 부하의 전형적인 개념

$$T_m(s) = (J_m s^2 + D_m s) \theta_m(s) \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 대입하면, 식(7)을 얻을 수 있다.

$$\frac{(R_a + L_a s)(J_m s^2 + D_m s) \theta_m(s)}{K_t} + K_b s \theta_m(s) = E_a(s) \quad (7)$$

만일 Armature Inductance인 L_a 가 Armature Resistance인 R_a 에 비하여 작다고 하면, 식(7)은 식(8)과 같이 정리 될 수 있다.

$$\left[\frac{R_a}{K_t} (J_m s + D_m) + K_b \right] s \theta_m(s) = E_a(s) \quad (8)$$

이를, $\theta_m(s)/E_a(s)$ 에 대하여, 단순화하면, 식(9)와

같이 전달함수가 정리된다.

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s \left[s + \frac{1}{J_m} \left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a} \right) \right]} \quad (9)$$

여기서, $K_t = Nm/A$ (newton-meter/ampere)이고, $K_b = Vsec/rad$ (volt-seconds/radian)이다. 또한, 이들 식을 통하여, 모터의 다이내모미터 시험 (Dynamometer Test)를 통해 기계적 상수, J_m 와 D_m 을 구할 수 있다. $L_a = 0$ 이라고 하고, 식(1)과 식(4)를 식(2)에 대입하면, 식(10)과 같고,

$$\frac{R_a}{K_t} T_m(s) + K_b s \theta_m(s) = E_a(s) \quad (10)$$

이를 Inverse Laplace Transform 하면, 식(11)과 같이 된다.

$$\frac{R_a}{K_t} T_m(t) + K_b \omega_m(t) = e_a(s) \quad (11)$$

DC Voltage e_a 가 입력되면, 모터는 상수 토크 T_m 를 갖고, 상수 각운동량 ω_m 로 구동되며, T_m 으로 정리해 보면 식(12)와 같이 얻을 수 있다.

$$T_m = -\frac{K_b K_t}{R_a} \omega_m + \frac{K_t}{R_a} e_a \quad (12)$$

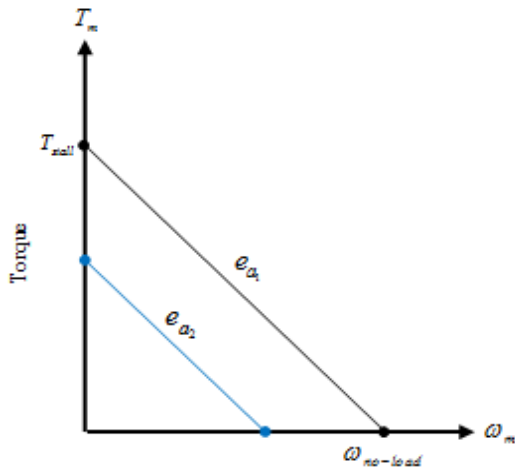


그림 3. Armature 전압에 대한 토크-속도 커브

그림 3은 토크-속도 커브라고 하며 각속도가 0일 때 스톨 (Stall) 토크라고 하며 식(13)과 같고

$$T_{stall} = \frac{K_t}{R_a} e_a \quad (13)$$

토크값이 0일 때 발생하는 각속도는 무부하 속도라고 하며 식(14)와 같다.

$$\omega_{no-load} = \frac{e_a}{K_b} \quad (14)$$

모터 전달함수의 전기적 상수는 $K_t/R_a = T_{stall}/e_a$ 와 $K_b = e_a/\omega_{no-load}$ 로 정리 될 수 있으며, 다이내모미터 시험을 통하여 공급하는 e_a 에 대하여 T_{stall} 과 $\omega_{no-load}$ 를 정할 수 있다.

2.2 반작용 휠 방정식

반작용 휠의 구동을 위한 입력값인 토크 명령을 계산하기 위해 위성 몸체의 롤-피치-요의 토크 값인 T 를 반작용 휠의 #1, #2, #3, #4의 장착 각도에 맞는 토크값으로 변환 시켜주어야 한다. 이를 위해, 먼저 식(15)와 같이, 휠의 장착 각 정보를 필요로 한다. 여기서 β 는 반작용 휠의 장착 각을 나타낸다 [2].

$$T = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\cos\beta & 0 \\ 0 & \cos\beta & 0 & -\cos\beta \\ \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta & \sin\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = [A_w] T_c \quad (15)$$

식(15)의 T_c 는 반작용 휠의 각 토크값들을 나타내며, 이를 위성에서 받은 T 을 T_c 로 변환하기 위하여 식(16)와 같이 A_w 를 역치환하여 T 값을 곱하여, 구하게 된다. 하지만 A_w 가 3X4 Matrix로써, 역함수가 존재 하지 않음에 따라, 식(16)과 같이 Pseudo Inverse Transformation을 취하여 얻을 수 있다.

$$[A_{WR}] = [A_w]^T ([A_w][A_w]^T)^{-1} \quad (16)$$

이는, 식(17)과 같이 풀어서, 각 반작용 휠의 입력 토크 명령을 얻을 수 있다.

$$T_c = [A_{WR}]T \quad (17)$$

식(17)에서 얻은 Wheel의 입력 토크 명령을 DC 모터 방정식에 적용하여 아래 식(18)-(20)과 같이 반작용 휠의 기본 모델을 정리할 수 있다.

$$i_M = \frac{V_M - K_v \omega_W}{R_M} \quad (18)$$

$$V_M = \frac{T_c \left(\frac{R_M}{K_M} \right) + K_v \omega_W}{\left(1 + \frac{s R_M}{K} \right)} \quad (19)$$

$$\dot{h}_W = K_M \dot{i}_M - T_f \quad (20)$$

여기서, $T_m = K_M \dot{i}_M$ 을 나타내며 모터 코일에 의해 발생하는 토크를 말한다. 또한, 반작용 휠의 중요한 요소인 마찰 토크 T_f 는 Coulomb과 Viscous Term으로 표현되며, 식(21)과 같다. $T_s = T_{s0} \text{sign}(\omega_W)$ 는 Coulomb friction이고 T_{s0} 와 b 는 마찰계수이다.

$$T_f = \begin{cases} T_s + b\omega_W & \text{if } \omega_W \neq 0 \\ T_s & \text{if } \omega_W = 0 \text{ and } |T_m| > |T_{s0}| \\ T_m & \text{if } \omega_W = 0 \text{ and } |T_m| < |T_{s0}| \end{cases} \quad (21)$$

2.3 반작용 휠 시물링크 모델

반작용 휠은 그림 4와 같이 위성의 토크값을 각 휠의 토크값으로 변경 후, 반작용 휠 모델의 입력값으로 전달하고 반작용 휠 모델에서 나오는 토크와 모멘텀을 다시 위성의 값으로 변경하여, 다이내믹에 전달하는 블럭을 말한다.

반작용 휠 모델을 자세히 열어보면 반작용 휠 모델의 설명과 같으며 반작용 휠의 장착 각 (β)은 아래와 같이 Function Block Parameter에서 Deg값으로 입력 할 수 있도록 설계하였다.

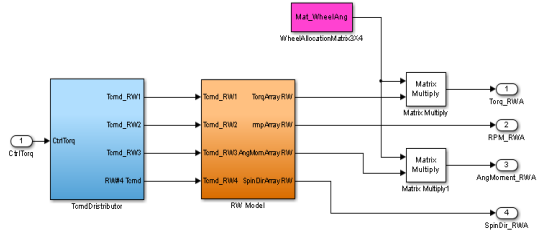
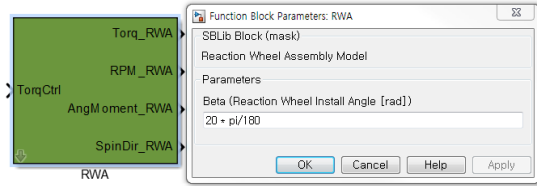


그림 4 반작용 휠 어셈블리관련 블럭

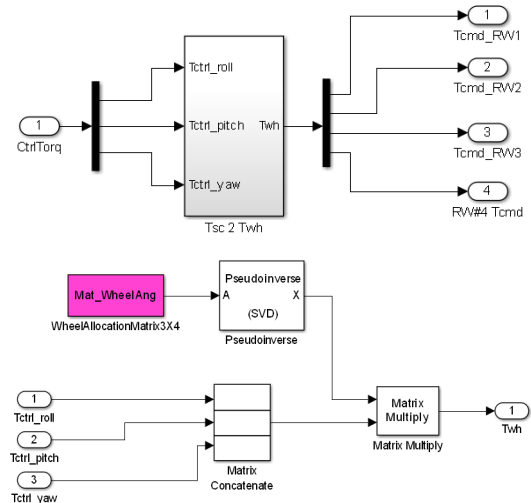


그림 5 반작용 휠 토크 명령 블럭

위성모델에서 자세제어를 위해 필요로하는 토크를 장착된 반작용 휠의 구동 토크로 전환하는 블럭인 그림 5의 Tsc2TwH의 내부에는 반작용 휠 Allocation Matrix를 포함하고 각 반작용 휠에 전달되는 위성모델의 토크인 Tsc의 롤/피치/요의 해당 명령이 입력된다.

각 반작용 휠 모델은 그림 6과 같은 블럭들로 구성되어 있으며 각 반작용 휠 주요 파라미터는 그림 7과 같이 Function Block Parameter에서 설정할 수 있도록 구현하였다.

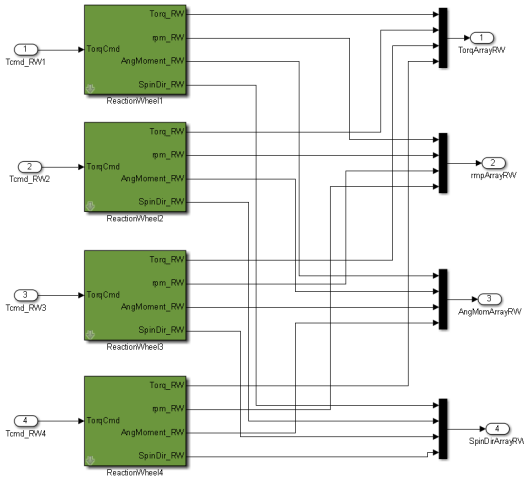


그림 6 반작용 휠 모델 구성 블록

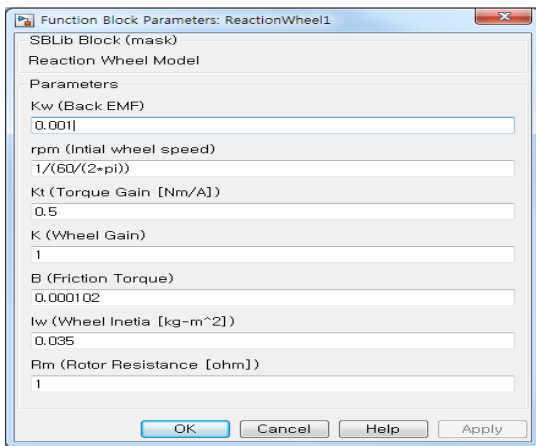


그림 7 반작용 휠 모델 특성 파라미터

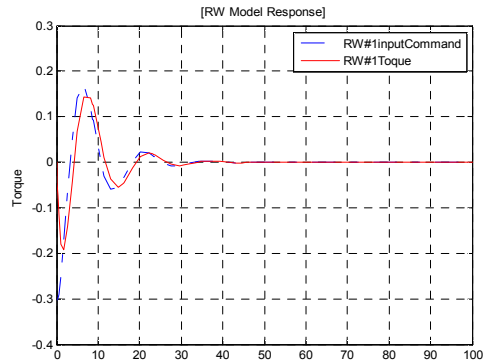


그림 9 반작용 휠 모델 응답 특성

그림 8은 반작용 휠의 내부 파라미터의 관계식을 나타낸 것으로 전기적 부분과 기계적 부분을 모두 표현하고 있으며 입력은 반작용 휠의 토크 명령이며 출력은 휠의 회전속도와 회전방향과 반작용 휠이 구동함으로써 그림 9와 같이 발생하는 토크와 모멘텀의 값으로 구성된다.

3. 반작용 휠 S/W 시뮬레이션

앞서 소개한 반작용 휠 모델 방정식을 이용하여 시뮬링크를 이용한 반작용 휠의 시뮬레이터를 설계하였다. 그림 10은 설계된 반작용 휠의 구동 결과를 확인하기 위해서 강체를 연결하여 나타낸 것이다.

- 1) 목표 자세 각 = [0; 0; 0] deg
- 2) 초기 각속도 = [0; 0; 0] deg/sec
- 3) 초기 자세 각 = [40;10;30] deg

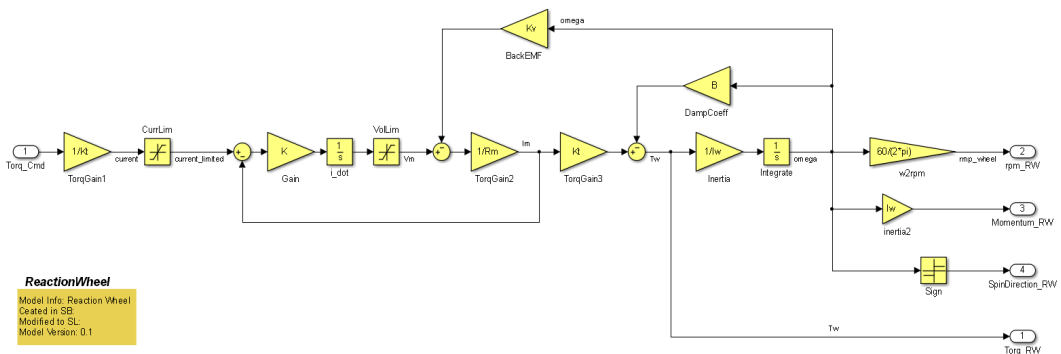


그림 8 반작용 휠 모델 시뮬링크 블록

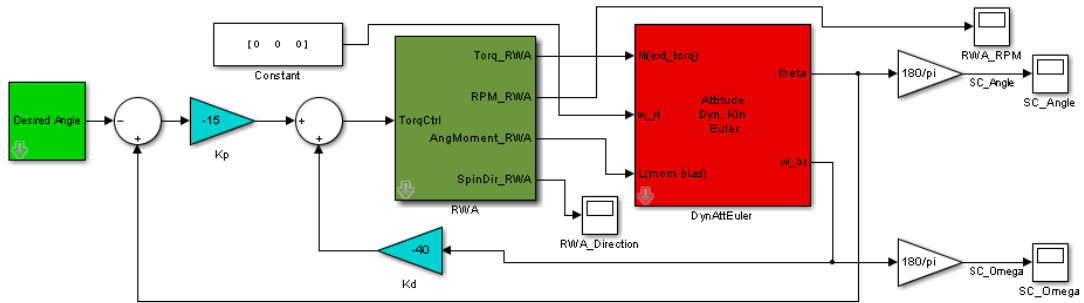
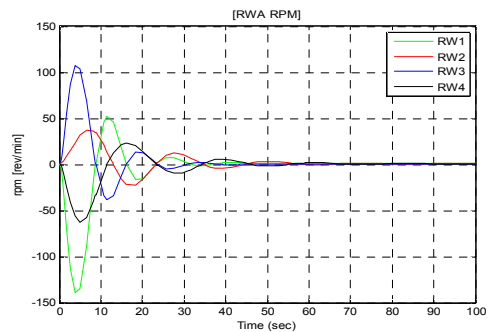
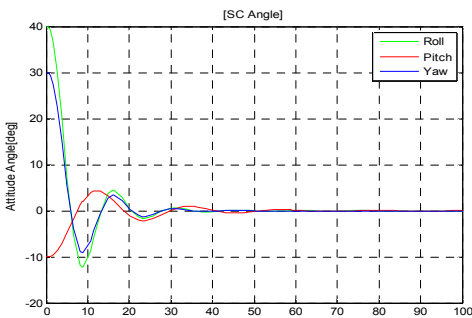


그림 10 반작용 휠 구동에 의한 강체모델의 자세제어

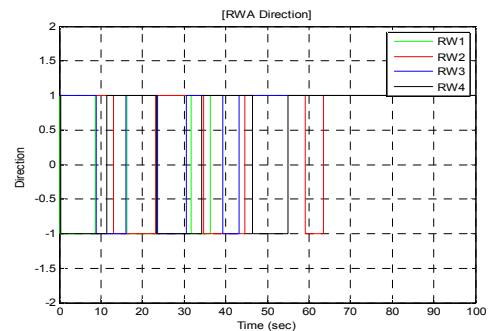
위와 같은 조건일 때, 그림 11의 그래프와 같이 반작용 휠의 구동에 따라 위성이 목표치 자세각에 수렴함을 알 수 있다. 강체를 포함한 반작용 휠의 구동결과로, 각속도와 자세각의 수렴이 잘 되는 것을 확인 할 수 있고, 반작용 휠의 구동특성에서 보면 0을 기준으로 반작용 휠의 구동방향이 시계방향/반시계방향으로 전환됨을 확인할 수 있다. 또한, 반작용 휠의 회전속도 정보도 0으로 수렴됨을 확인할 수 있다.



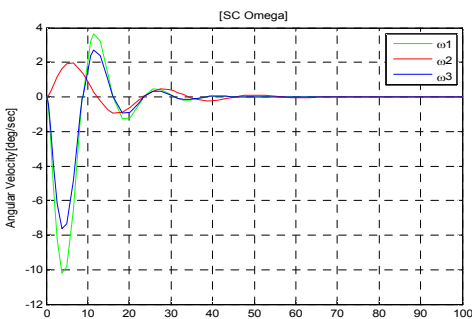
(c) 반작용 휠의 휠 구동속도 [rev/min]



(a) 위성의 자세 각 [deg]



(d) 반작용 휠의 휠 구동 방향



(b) 위성의 각속도 [deg/sec]

그림 11 반작용 휠 모델을 사용한 위성 자세제어

4. 결 론

정밀 자세제어를 위한 구동기로 사용되는 반작용 휠에 대해 모델 방정식을 유도하여 전기적 특성과 기계적 특성을 모두 포함하는 소프트웨어 모델로서, 시뮬레이션을 수행하고자 할 때, 필요로 하는 파라미터들을 사용자가 입력할 수 있는

시뮬링크 모델을 구현하였다. 반작용 휠 시뮬링크 모델은 향후 추가적인 개선에 이은 다른 센서 모델과의 연동을 통해 항법유도제어 시뮬레이터에 활용될 계획이다.

참 고 문 헌

1. Norman S. "Control Systems Engineering", NISE, pp.81-85
2. Marcel J. Sidi, "Spacecraft Dynamics and Control", Cambridge aerospace series", pp.161-166