

스켈융합모델을 이용한 디스크 브레이크 스켈 소음 연구

강재영*

¹공주대학교 기계자동차공학부

Squeal Analysis of Disc Brake Using Analytical-FE Squeal Model

Jaeyoung Kang^{1*}

¹Department of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University

요약 본 논문은 자동차 디스크 브레이크에서 발생하는 스켈 현상을 보다 효과적으로 해석할 수 있는 스켈 융합모델을 소개한다. 시스템의 형상 및 진동모드 추출은 유한요소법을 따르고 각 부품별 접촉부의 기술은 수학적 모델을 이용한다. 특히 회전하는 디스크와 정지상태의 패드 간 마찰력을 수학적으로 정교하게 기술하여 이를 유한요소 운동방정식에 접목한다. 이를 통해 선형안정성의 해의 정확도를 개선한다. 또한 다양한 시스템 파라미터 연구를 통하여 접촉강성에 대한 스켈 민감도 및 모드연성 메카니즘을 구현한다.

Abstract This paper presents the analytical-FE (finite element) squeal model, which can provide the efficient simulation time and accuracy. The system geometry and the extraction of the vibration modes were constructed using the finite element method. Instead, the friction contact model was derived from theoretical contact kinematics of the rotating disc and the stationary pads. This modeling procedure was incorporated into the perturbed equations of motion based on the finite elements of the system. Throughout the analytical-FE squeal model, the accuracy of linear stability analysis and the simulation time of FE squeal analysis were improved. In addition, the sensitivity of contact stiffness on brake squeal and the mode-coupling mechanism were provided by the system parameter study.

Key Words : Brake Squeal, Disc Brake, Finite Element, Mode-Coupling

1. 서론

자동차 브레이크 스켈 소음이라 함은 브레이크 작동 시 마찰에 의해 발생하는 1kHz 이상의 고주파수의 소음을 말한다. 이러한 브레이크 스켈(squeal) 연구는 오랫동안 학계 및 산업계에서 수행되어 온 테마이다[1,2]. Nack은 유한요소(Finite Element, FE)를 이용하여 브레이크 시스템을 모델링하였고, 디스크와 패드간 마찰력을 모델링하여 시스템의 고유치를 복소수 형태로 유도하였다[3-4]. 여기서 복소수의 실수부는 선형안정성 이론에 의해 시스템의 선형불안정성을 나타내며 스켈 현상에 있어

서 소음이 발생하는 시점(onset of squeal)을 예측하는데 이용되어 진다.

하지만 제시된 유한요소법에서 사용되는 마찰력 모델은 단순화된 모델로서 실제 브레이크 스켈모드를 모두 해석하기에는 무리가 있다. 이러한 제약조건 때문에 스켈 현상을 보다 근본적으로 연구하기 위해서 수학적 모델링을 이용한 수학적(closed-form solution)을 추구하게 되었다. 하지만 수학적 모델은 복잡한 형상을 구현하지 못하기 때문에 실제 브레이크 시스템의 스켈 현상을 구현한다고 보기 어렵다.

이를 극복하기 위해서 수학적 모델과 유한요소 모델

본 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임
(No. NRF-2014R1A1A1002092)

*Corresponding Author : Jaeyoung Kang(Kongju National Univ.)

Tel: +82-41-521-9263 email: jkang@kongju.ac.kr

Received July 10, 2014

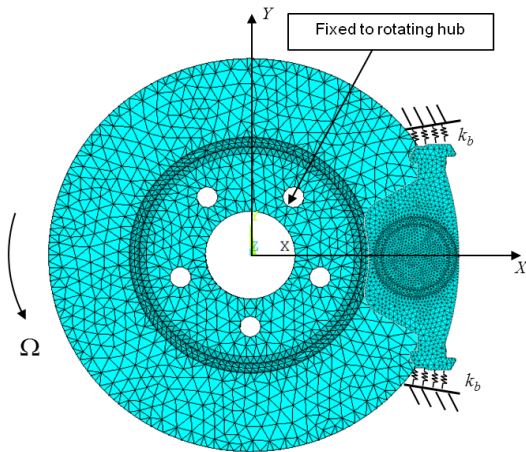
Revised (1st September 23, 2014, 2nd October 30, 2014)

Accepted November 6, 2014

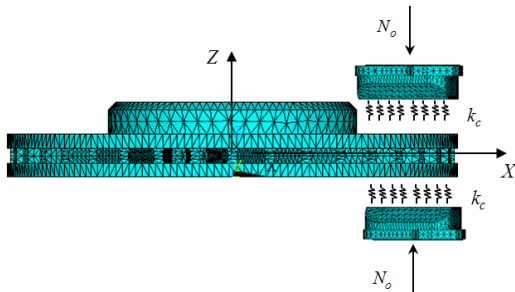
을 접목하는 융합 모델이 소개되고 있다. Kang은 회전하는 유한요소 디스크와 정지상태의 패드에 대한 마찰력을 수학적 모델로 구현하고 이를 유한요소모델 상에서 시스템 운동방정식을 유도하여 정교한 선형안정성 해석법을 제시하여 왔다[5,6].

본 연구에서는 스킵 융합모델을 실제 디스크 브레이크 시스템에 적용하여 보고 이를 통해 발생하는 스킵 모드 및 발생 메카니즘을 찾는 사례를 제시하고자 한다. 또한 본 스킵 융합모델을 통하여 효과적으로 스킵 현상에 대한 시스템 파라미터 연구를 수행할 수 있음을 보여주고자 한다.

2. 스킵융합모델링



[Fig. 1] FE model with a rotating disc



[Fig. 2] Model of contact stiffness between a rotating disc and two stationary pads

스킬 융합모델에서는 디스크 브레이크 시스템 형상을 유한요소법에 의해서 모델링한다. Fig. 1에서 보듯이 실

제 디스크와 브레이크 패드를 3차원 형상모델로 구현하고 유한요소법을 통해서 이를 유한요소모델로 구축한다. 또한 유한요소법의 모달해석을 이용하여 디스크 및 브레이크 패드의 진동모드 각각 62개 모드 및 20개 모드를 추출한다. 모드 합성법(modal expansion method)을 이용하여 디스크 및 패드의 변위를 모드 합성을 통해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{u}_d = \sum_{n=1}^{N_d} \vec{\Phi}_n(x, y, z) \vec{p}_n(t) \quad (1)$$

$$\vec{u}_p = \sum_{n=1}^{N_p} \vec{\phi}_n(x, y, z) \vec{q}_n(t) \quad (2)$$

여기서 아래 첨자 d와 p는 각각 디스크(disc) 및 패드(pad)를 의미하고, $\vec{\Phi}_d$ 및 $\vec{\phi}_p$ 는 각각 유한요소 디스크 및 패드의 각 모드별 노드행렬(nodal matrix)을 나타낸다. 또한 \vec{p}_n 과 \vec{q}_n 은 각각 디스크 및 패드의 모드좌표(modal coordinates)를 의미한다. 따라서 유한요소법을 이용하여 디스크 및 패드의 변위를 진동모드의 합성으로 기술하게 되었다.

그 다음 단계에서는 디스크 및 패드의 접촉 모델을 기술한다. 디스크는 회전하고 있는 허브에 고정되어 일정 속도 Ω 로 회전하고 있고 브레이크 패드는 양 옆으로 고정 강성 k_b 에 의해 정지되어 있다. Fig. 2와 같이 브레이크 패드의 뒷면에 하중을 받게 되면 패드와 디스크 간 마찰이 발생하게 된다. 이때 두 부품 간 접촉은 패드의 마찰재(friction material)의 접촉강성 k_c 에 의해서 접촉하게 되며 서로 상대 이동하기 때문에 마찰력이 발생한다. 디스크 브레이크에서 발생하는 마찰력 벡터는 회전 디스크와 정지 패드 간 발생하는 상대속도의 반대 방향으로 작용하게 된다. 따라서 마찰력 벡터를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\vec{F} = -\mu_o N \frac{\vec{v}_d - \vec{v}_p}{\|\vec{v}_d - \vec{v}_p\|} \quad (3)$$

여기서, μ_o , N , \vec{v}_d , \vec{v}_p 는 각각 마찰 계수, 수직력, 디스크의 속도 및 패드의 속도이다.

모드가정법(assumed modes method)를 이용하여 라그랑지 방정식을 전개하면, 유한요소법에서 기술된 모드좌표를 이용해서 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.[7]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{r}_n} \right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial r_n} = \sum_{n=1}^{N_a} Q_{mn}(r_n) \quad (4)$$

$$\vec{r} = (r_1 \ r_2 \ \dots \ r_{N_a})^T = (\vec{p}_n \ \vec{q}_n) \quad (5)$$

여기서, T 와 U 는 각각 시스템의 운동에너지와 강성에너지로 유한요소 모달 해석으로 구해진다. 이때 \vec{r} 은 시스템 모드좌표이며 총 사용된 모드의 개수 N_a 는 디스크 모드 62개와 두 패드 각각 20 모드로 102개의 시스템 모드를 사용하였다. 또한 Q_{mn} 은 마찰력에 의한 가상일(virtual work)로부터 유도되는 일반힘(generalized force)으로써 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta W_F = \sum_{n=1}^{N_a} \sum_{m=1}^{N_a} Q_{mn}(r_n) \delta r_m = \int_{A_c} (\vec{F} \circ \delta \vec{u}) dA \quad (6)$$

이때 마찰력에 의한 가상일 항은 디스크와 패드 간 접촉면 A_c 전 영역에서 발생하므로 적분형태로 표기하였다. 하지만 유한요소법에서는 수학적 적분을 수행하지 못하기 때문에 접촉면에 대한 적분을 각 접촉노드별 합산에 의한 근사법으로 계산하게 된다.

이렇듯 운동방정식 (4)를 균형점에 대해서 선형화하면 다음과 같이 행렬 형태의 선형운동방정식을 구할 수 있다.

$$\ddot{\vec{r}} + \{D\} \dot{\vec{r}} + (K_{sym} + K_{asym}) \vec{r} = 0 \quad (7)$$

여기서 속도 관련 행렬 $\{D\}$ 는 마찰에 의한 댐핑(radial dissipative) 행렬이다. 또한 강성행렬 중 대칭 강성행렬 K_{sym} 과 마찰에 의한 비대칭 강성행렬 K_{asym} 이 발생한다. 이러한 선형운동방정식 (7)의 시스템 고유치

(system eigenvalue)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\det(\lambda^2 I + \lambda D + (K_{sym} + K_{asym})) = 0 \quad (8)$$

이러한 특성방정식 (8)의 해가 시스템 고유치 λ 가 된다. 특히 선형운동방정식 (7)의 일반해는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{r}(t) = \sum_{n=1}^{N_a} (\vec{U}_n) e^{Re(\lambda_n t)} e^{i(Im(\lambda_n t))} \quad (9)$$

이때 λ 는 복소수(complex number)이며 복소수해의 허수부 $Im(\lambda)$ 는 시스템 주파수를 의미하고 실수부 $Re(\lambda)$ 는 그에 상응하는 주파수 모드의 발산 또는 수렴을 결정하는 선형안정성을 의미한다. 임의의 모드의 실수부가 양수이면 모드 응답이 발산하므로 불안정 모드가 되어 이를 스켈 모드(squeal mode)라고 한다. 이러한 유한요소 기반의 수학적 운동방정식의 이점은 우선 일반 유한요소 상용소프트웨어를 이용한 해석보다 극히 짧은 시간이 소요되는데 있다. 또한 스켈 현상을 수식에 근거하여 조사할 수 있기 때문에 메카니즘 규명에 크게 기여할 수 있다.

본 연구에서는 실제 디스크 브레이크 시스템에 본 모델을 적용하여 스켈 현상을 연구하는 과정을 다음 장에서 소개한다.

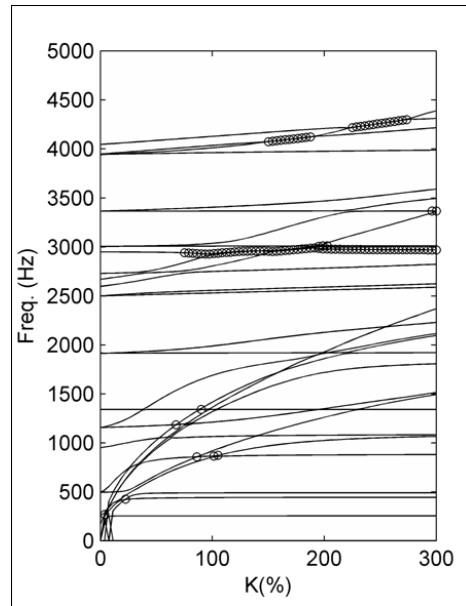
3. 결과

본 연구에서는 일정한 회전속도 및 브레이크 압력에 대해서 해석을 진행하였다. 우선 브레이크 패드 및 디스크 간 접촉강성은 마찰재의 강성에 크게 좌우된다. 이러한 접촉강성의 산포가 크기 때문에 Table 1에서 보듯이 기준값을 정해두고 기준 접촉강성의 변화에 따라 브레이크 시스템의 안정성을 추적하고자 하였다. 이 기준값은 스켈이 빈번히 발생하는 저속 저압을 기준으로 설정되었고, 접촉강성은 실제 마찰재 강성 및 캘리퍼 고유모드를 근사하는 값이다. 이러한 방식은 스켈에 민감한 시스템 진동모드를 찾는 데 도움이 된다. Fig. 3에서 보이는 곡선들은 시스템 모드 주파수를 의미하고 특정주파수 상에

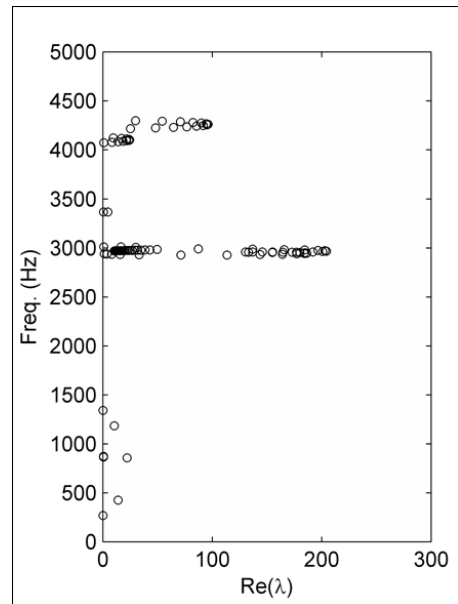
보이는 점들은 불안정성을 의미한다. 이때 접촉강성이 변함에 시스템 주파수가 변함을 알 수 있다. 즉, 접촉강성이 증가함에 따라 일부 시스템 주파수는 크게 상승하게 된다. 이때, 특정 주파수 대역에서 고유치 양의 실수부가 발생하고 있으므로, 이러한 불안정 시스템 모드를 스켈 모드라 할 수 있다. 특히 3,000Hz 근방 주파수 및 4,000Hz 근방 주파수가 광범위한 접촉강성 대역에서 불안정성을 유지하고 있기 때문에 3,000Hz 및 4,000Hz 근방 시스템 모드를 스켈에 민감한 모드라 할 수 있다. Fig. 4는 Fig. 3에서 확인한 스켈에 민감한 모드들의 양의 실수부 크기를 확인할 수 있다. Fig. 4에서 보듯이 3,000Hz 근방과 4,000Hz 근방의 모드의 실수부들이 접촉강성의 변화에 따라서 지속적으로 양수를 유지하고 있음을 알 수 있다.

하지만 스켈 모드들에 대한 접촉 강성 민감도를 살펴 보기 위해서는 접촉강성 변화에 따른 스켈 모드들의 양수의 추이를 살펴보아야 한다. Fig. 5는 이러한 스켈 모드들의 접촉 강성에 대한 민감도를 보여주고 있다. 3,000Hz 근방의 스켈 모드는 접촉강성이 100% 및 150% 근방에서 양의 실수부가 최대로 증가함을 알 수 있다. 또한 4,000Hz 근방의 스켈 모드는 200% 근방에서 최대 양의 실수부를 갖게 된다. 이는 각 스켈 모드마다 최대의 스켈 성향을 갖는 접촉강성 대역이 있음을 보여 주고 있다. 실제 브레이크 패드의 마찰재 강성이 비선형적이므로 브레이크 압력에 따라 접촉강성이 변하게 된다. 따라서 특정 브레이크 압력 시 발현되는 스켈 소음은 접촉 강성에 따른 스켈 민감도와 연관이 있다고 판단된다.

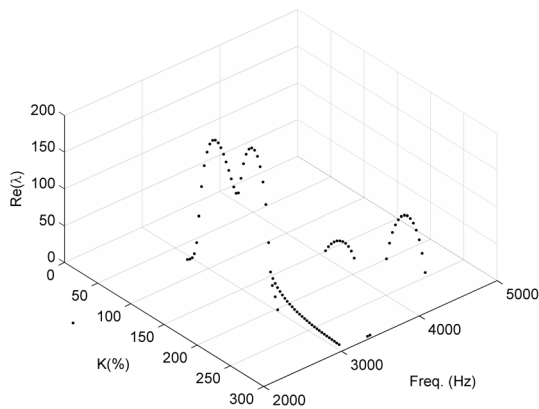
본 연구에서 발생한 스켈 모드의 메카니즘을 확인하게 위해서 마찰계수에 따른 스켈 모드의 주파수 추이를 살펴보았다. Fig. 6에서 보듯이 4,000Hz 근방의 스켈 모드가 마찰계수의 증가에 따라 두 주파수가 서로 근접하는 특성을 보이고 있다. 이러한 스켈 메카니즘을 모드 연성 메카니즘이라고 한다. 다만 두 주파수가 완전히 일치하지 않는 이유는 본 시스템은 마찰 댐핑이라는 속도 관련 행렬이 존재하기 때문이다.[7] Fig. 7에서도 마찬가지로 4,000Hz 근방에서 두 모드의 주파수가 근접하여 불안정성을 유발하고 있으므로 모드 연성에 의한 스켈 현상이라고 예측 할 수 있다.



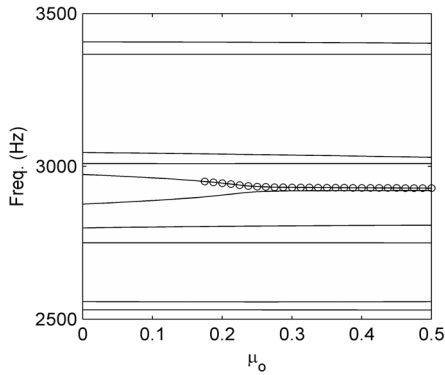
[Fig. 3] Frequency loci with respect to contact stiffness; K(%) is the percentile ratio of k_c to its nominal value, dot represents the positive real parts.



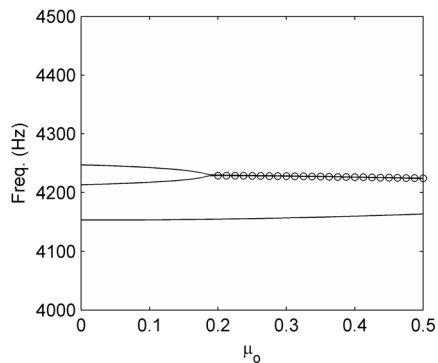
[Fig. 4] Accumulated positive real parts with respect to contact stiffness k_c . in the plot of frequency and real part.



[Fig. 5] Positive real parts of the squeal modes with respect to the contact stiffness K(%) and frequency.



[Fig. 6] Frequency loci of the squeal mode around 3,000Hz; dot represents the positive real parts.



[Fig. 7] Frequency loci of the squeal mode around 4,000Hz; dot represents the positive real parts.

[Table 1] Nominal values of system parameters

Parameter	Symbol	Value
Preload	N_o	2000N
contact stiffness	k_c	$1.0 \times 10^{10} Nm^{-3}$
caliper stiffness	k_b	$2.13 \times 10^6 Nm^{-1}$
rotating speed	Ω	$6 rad s^{-1}$

4. 결론

본 연구에서 스킵 융합모델을 이용하여 실제 디스크 브레이크 모델에 응용, 해석하여 보았다. 이를 통해 일반 상용소프트웨어를 통한 스킵해석보다 다양하고 폭넓은 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 특히, 접촉강성에 따른 주파수 변화, 스킵 모드의 민감도 및 모드 연성 메카니즘 확인 등을 보여주었다. 본 연구를 통해 브레이크 스킵은 접촉 강성에 큰 영향을 받는다는 점을 확인하였고 접촉 강성 100%, 150% 및 200% 구간을 회피하여 스킵 성향을 감소시킬 수 있었다. 따라서 스킵 모드에 대한 접촉 강성 설계 및 제어가 중요하다는 점을 보여주었다.

References

- [1] N. M. Kinkaid, O. M. O'Reilly, P. Papadopoulos, "Automotive Disc Brake Squeal," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 267, pp.105~166, 2003.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-460X\(02\)01573-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01573-0)
- [2] H. Ouyang, W. Nack, Y. Yuan, and et al., "Numerical Analysis of Automotive Disc Brake Squeal: a Review," *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, Vol. 1, pp.207~231, 2005.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1504/IJNV.2005.007524>
- [3] W. Nack, A. M. Joshi, "Friction Induced Vibration: Brake Moan," Technical Report, 951095, SAE, Warrendale, PA, 1995.
DOI: <http://dx.doi.org/10.4271/951095>
- [4] W. Nack, "Brake Squeal Analysis by Finite Elements," *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 23, pp.263~275, 2000.
DOI: <http://dx.doi.org/10.4271/1999-01-1736>
- [5] J. Kang, "Squeal Analysis of Gyroscopic Disc Brake

System based on Finite Element Method," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 51, pp. 284~294, 2009.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jimecsci.2009.02.003>

- [6] J. Kang, "Linear Stability Analysis of a Rotating Disc Brake for Squeal Noise," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 19, pp.1092~1098, 2009.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5050/KSNVN.2009.19.10.1092>

- [7] J. Kang, C. M. Krousgrill, F. Sadeghi, "Comprehensive Stability Analysis of Disc Brake: Gyroscopic, Negative Slope and Mode-Coupling Instability," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 387~407, 2009.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2009.01.050>

강 재 영(Jaeyoung Kang)

[정회원]



- 1996년 2월 : 인하대학교 기계공학과 (기계공학석사)
- 1997년 2월 : Univ. Michigan, Ann Arbor (기계공학석사)
- 2005년 8월 ~ 2008년 8월 : Purdue Univ. (기계공학박사)
- 2009년 3월 ~ 현재 : 국립공주대학교 기계자동차공학부 부교수

<관심분야>
소음, 진동