韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
http://dx.doi.org/10.7468/jksmee.2014.28.4.493
제 28집 제 4호, 2014. 11. 493–511

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 28, No. 4, Nov. 2014. 493–511

초등학교 수학 교과서가 다루는 수학사의 보완 방안
-수학문화의 전이를 중심으로-

박 제 남 (인하대학교)

우리는 본 논문에서 초등학교 수학 교과서가 다루는 주요 수학사를 알아보았다. 우리나라 초등수학 교과서는 기축시대가 반영된 수학사를 다루고 있으며, 또한, 고대 이집트, 고 바빌로니아, 그리고 이슬람 수학을 배제하고 고대 그리스에서 로마, 유럽으로 수학문화의 전이를 왜곡하여 다루고 있다. 이를 초등수학 교과서를 통하여 알아보고 그 보완 방안을 제시하였다.

I. 서론

학교수업에서 수학사를 활용한 연구는 현장연구, 석·박사학위논문, 그리고 예비수학교사나 1급정교사 자격연수의 교재에서 확인할 수 있듯이 교사들의 관심이 높다고 할 수 있다. 허도하 오영일(2011)은 7개의 에피소드를 가지고 수학사 활용 수업을 통하여 학생들이 수학에 대한 태도에서 긍정적인 변화를 어느 정도 스스로 경험했다고 해석하고 있고, 한경혜(2006)는 수학사를 수업에 활용하는 이론적 근거를 제시하고 수학사에 대한 고찰에는 수학뿐만 아니라 문화적 배경에 대한 교육에도 일조한다고 주장한다.

그러나 수학사의 교수·학습상의 장점에도 불구하고 수학사를 활용한 전개는 자칫 지루해지기 쉬우며 교재구성이 곤란한 경우가 많고(한경혜, 2006, 재인용), 또한 현실적으로 학교교실에서 수학사 수업이 성공적으로 시행되지 않고 있는데, 그 이유 중의 하나를 교사 요인에서 찾을 수 있다(정해남, 2012).

한길준 정승진(2001)은 이집트 분수처럼 특정 주제를 바탕으로 교육학적 의미를 찾는 연구에서 단위분수의 분해와 예를 제시하고 있지만 핵심적인 내용의 출처를 인터넷 자료를 사용하고 있으며, 김민경(2005)은 초등수학 수학사를 교과서에서 분석하지만 내용을 교육과정의 순서대로 나열하고 왜곡된 수학사에 대하여는 언급하지 않는다.

우리나라 초등 수학 교과서는 기축시대가 반영되어 있는데, 칼 야스퍼스가 표현한 ‘기축시대(axial age)’란 탈레스나 피타고라스의 출현을 설명하는 것으로 그들의 학문적 성취를 고대 이집트나 메소포타미아의 학문적 영향을 완전히 배제하고 자생적인 것으로 몰고 가 수학문화의 근원을 고대 그리스에 한정하는 것이다(Bernal, 2012; Bonnard, 2011; Veljan, 2000; 박제남, 2014). 마틴 버낼(M. Bernal, 2012)은 광범위한 역사자료를 바탕으로 기축시대를 반박한다.

교사가 수학사를 활용하여 수업을 진행할 때, 교사는 교과서나 교사용 지도서가 제공하는 수학사를 참고할 수밖에 없으며 당연히 참고해야만 한다. 따라서 우리가 생각해 보아야할 것을 다음 두 가지로 제시해 본다.

첫째, 초등학교 수학 교과서와 지도서는 수학사를 학문적 범주 안에서 올바르게 반영하고 있는가?

둘째, 초등학교 수학 교과서와 지도서는 고대 이집트, 고 바빌로니아에서 고대 그리스, 로마로, 그리고 바그다

* 접수일(2014년 8월 26일), 심사(수정)일(2014년 10월 28일), 게재 확정일(2014년 11월 4일)
* ZDM 분류 : A32, A33
* MSC2000 분류 : 97-01, 97-03
* 주제어 : 수학사, 기축시대, 수학문화전이

드에서 유럽으로의 수학문화의 전이를 반영하고 있는가?

우리는 본 논문에서 기축시대가 반영된 초등학교 수학 교과서의 수학사를 살펴보고 그 보완 방안을 제시하고자 한다. 현재 학교에서 사용되고 있는 초등학교 3, 4학년(2009 개정)과 5, 6학년(2007 개정) 수학 교과서가 다루는 수학사 중에서 단위분수, 고대 이집트인의 곱셈법, 원주율, 직각삼각형, 탈레스, 각도, 디오판토스, 데카르트, 소수(prime), 그리고 소수(fraction)에 대한 서술에 문제가 있다고 판단하여 이들을 심도 있게 추후 교사가 수학사를 활용한 수업이나 연구에서 유의해야할 사항과 향후 교과서가 보완해야할 내용을 논의해볼 것이다.

바빌로니아 역사에서 고 바빌로니아 기간(The Old Babylonian Period)은 B.C. 2000~B.C. 1600년으로(V. Katz, 2007) 사용하고 고대 이집트 연대는 마틴 버넬(M. Bernal, 2012, pp.767)이 제시한 이집트 연표를 사용하도록 하겠다.

II. 초등학교 수학 교과서가 다루는 수학사

초등학교 수학 교과서는 고대 그리스나 유럽에 뿌리를 둔 왜곡된 수학사를 다루고 있으며 수학 내용과 관련된 (최초)수학자들은 고대 그리스인 및 유럽인들이다. 이를 본 장에서 자세히 알아보자.

우리가 학생을 가르치는 내용은 주로 산술, 기하, 방정식이 주류이며 이와 같은 분야의 대부분은 고대 이집트, 고 바빌로니아, 그리고 이슬람 수학 덕택이다. 플라톤(Plato, 2005, pp.61)은 기원전 370년에 쓴 대화록 《파이드로스》에서 토트를 맨 처음 수(number), 계산법(calculation), 기하학, 그리고 문자(letters)를 발명한 신으로 소개하면서 수학의 근원을 이집트로 언급하며, 헤로도토스(Herodotos, 2012, Book II. 109)는 “그리스는 이집트로부터 기하학을 배웠으며 바빌론으로부터 해시계와 해시계의 바늘과 하루를 12부분으로 나누는 지식을 배웠다”고 주장한다. 또한 마틴 버넬(M. Bernal, 2012, pp.629-634, 재인용)은 “십진법과 60진법은 각각 이집트와 바빌로니아의 영향을 받은 것”으로 제시하고 있다.

초등수학은 산술과 도형을 위주로 하기 때문에 고대 이집트 수학의 범위 내에 있으며 초등수학관련 고대 이집트 수학은 곱셈법, 단위 분수, 비례식, 방정식, 그리고 기하학 등이다(A. Chace, 1979; R. Gillings, 1972). 고대 이집트 수학을 이해하는데 중요한 단일 저서 《아메스 파피루스(Ahmose papyrus)》는 ‘힉소스(Hyksos)왕조’의 문서 보존 계획에 의하여 집필된 산술서인데 아메스는 서문에서 자신을 힉소스왕조 파라오 아포피스 33년에 고대 이집트 제12왕조 아메넴하트 3세(B.C. 1859~B.C. 1814)때 쓰인 고문서를 복제(copy)하는 서기(scribe)라고 밝히고 모두 87개의 문제를 책으로 저술하였다(M. Bernal, 2012, pp.471-474; A. Chace, 1979). 아메스가 저술한 시기를 아놀드 체이스(A. Chace, 1979)는 기원전 1650년으로 사용하고 있고 다수의 수학사 저자(Merzbach·Boyer, 2011; D. Burton, 2007; H. Eves, 1990; R. Gillings, 1976) 등은 기원전 1650년경으로 사용하고 있다. 한편, 카조리(F. Cajori, 1991)는 기원전 1700년 이전 시기로 설정하고 있는데 “12왕조 때 사용한 수학이지만 기원전 3400년경의 내용을 포함하고 있다”고 언급한다. 아포피스의 재임 년대를 추정하는 것은 매우 어려운 일이지만 마틴 버넬(M. Bernal, 2012, pp.473-474)의 주장을 근거하여 논문 필자는 아메스가 《아메스 파피루스》를 집필한 시기를 기원전 1607년으로 수정 제시한다.

1. 단위분수

아메스의 저서를 바탕으로 이집트인의 단위분수를 알아보고 초등학교 수학 교과서가 이를 어떻게 반영하고 있는지 살펴보자.

초등학교 수학 3-2는 피라미드 공사현장에서 4명의 인부가 3개의 빵을 나누는 단위분수분해 $3/4 =$

1/2＋1/4(교육부, 2014b), 초등수학 5-1은 탐구활동에서 약수를 이용한 단위분수분해 3/4＝1/2＋1/4(교육과학기술부, 2011a), 그리고 초등수학 6-1(익힘책)은 단위분수분해 3/4＝1/2＋1/4을 설명 없이 어떤 모양으로 표현했는지 그 그림을 제시한다(교육과학기술부, 2011d).

고대 이집트인의 단위분수의 도입 목적은 도형의 분배와 개체의 분배에 있는데 이를 아메스 파피루스(B.C. 1650년경 또는 B.C. 1607), 모스코바 파피루스(B.C. 1850년경) 등에서 찾을 수 있다(O. Neugebauer, 1969, pp.78). 공사장 인부의 빵 분배는 주어진 분수 3/4을 단위분수로 분해 $\frac{3(\text{빵의 개수})}{4(\text{사람수})}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$하는 최적화(greedy algorithm) 문제(A. Chace, 1979; Leonardo of Pisa, 2002)로 도형의 분배에 해당된다. 그러나 교과서는 고대 이집트인의 단위분수의 도입 목적 중에서 개체의 분배와 그 방법의 우수성을 소개하지 않으며 교사용 지도서도 고대 이집트인들의 단위분수 도입 목적과 시기에 대한 설명 없이 이집트인이 사용한 분수의 모양과 환산표만을 언급하고 있다.

수학 3-2(교육부, 2014b)는 "10만 명이 3개월 교대로 동원되어 20년 동안 만들었다."고 적고 있는데 이 내용은 헤로도토스(Herodotos, 2012, Book II, 124)가 언급한 것으로 교과서가 말하는 피라미드는 쿠푸왕의 대 피라미드이다. 용어 '단위분수분해(separation of fractions into unit fractions)'를 처음 사용하여 고대 이집트인의 단위분수를 알고리즘으로 다룬 수학자는 피보나치이다(Leonardo of Pisa, 2002, Part II, pp.119-126). 고대 이집트인들은 주어진 분수를 여러 가지 형태의 단위분수의 합으로 분해했으며, 《아메스 파피루스》는 제1절에서 2를 3부터 101까지 홀수로 나누는 알고리즘을 다루고 있다(A. Chace, 1979). 이를 교과서가 언급한 3/4에 적용하면

	1	4
\	1/2	2
\	1/4	1

으로 $4\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=3$으로 3/4＝1/2＋1/4을 얻는다. 이를 최적화 알고리즘으로 보면 다음

① $\frac{3}{4}$ 보다 작거나 같은 단위 분수 중에서 제일 큰 것은 $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ 이므로 $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

와 같으며 이를 Maple로 구현하여 확인할 수 있다.

```
fibo:= proc(x,m)
local z, l, i, n, k;
k:= m+1;
z:= x;
l:= NULL;
for i while 1 < numer(z) or not l=NULL and z= l[-1]
do
n:= max(k, trunc(1/z)+1);
k:=k+1;
z:=z-1/n;
l:= l, 1/n;
od;
l:=[l,z];
end:
```

$eq := fibo(3/4, 1);$

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right]$$

아메스(A. Chace, 1979)는 빵의 분배문제를 모두 8개로 다루며 문제 40번에서 오류가설(false supposition) 방법을 사용한다.

[문제 40] 빵 100개를 5명에서 등차수열로 나누어 주고 많은 양을 갖는 3명의 양은 나머지 2명의 양보다 7배가 되도록 분배하여라.

아메스의 풀이를 현대적 기호로 알아보자. 수열 $a+4d, a+3d, a+2d, a+d, a$ 에서 $3a+9d = 7(2a+d)$ 이고 따라서 $d = 5\frac{1}{2}a$이다. 여기서 아메스는 아무런 언급 없이 $a=1$을 시도한다. 따라서 5개 항의 수열 $23, 17\frac{1}{2}, 12, 6\frac{1}{2}, 1$을 얻는데 이들의 합은 60이다. 그런데 주어진 합은 100이고 $100 = 1\frac{2}{3} \times 60$이므로 앞서 구한 수열에 $1\frac{2}{3}$를 곱하면 수열 $38\frac{1}{3}, 29\frac{1}{6}, 20, 10\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}, 1\frac{2}{3}$ 를 얻고 이들 5개 항의 합은 100이다.

한편, 초등수학 5-1(익힘책)은 단위분수의 예로 '호루스의 분수'를 다룬다(교육과학기술부, 2011b). 교과서는 "이 신화에서 세트와의 전쟁에서 조각난 호루스의 왼쪽 눈 조각 크기를 단위분수로 나타내었답니다."로 소개하고 있다.

이는 오해이다. 본 이야기의 출처는 《사자의 서(The Book of the Dead)》의 제17장(12)으로, 그 내용은 "신 토트가 손가락을 이용하여 세트와의 전쟁에서 부상당한 호루스의 눈을 원래 데로 회복시킨다."(Renouf·Naville, 1904, pp.36)이다. <그림 1>을 참고해 보자.

체적의 단위 $hekat$(약 4.8 또는 3.8 리터)은 오직 여섯 개의 단위분수 $1/2,\ 1/4, 1/8,\ 1/16,\ 1/32,\ 1/64$ 과 같이 사용되는데(R. Gillings, 1972) 이들 단위분수는 매의 모습을 한 신 호루스의 눈 부분을 닮은 독특한 모양으로 쓰여 있기 때문에 이를 '호루스 눈(Horus eye)'으로 부르고 있다. 호루스 눈을 아메스는 문제 80, 81번에서 다루고, 문제 81번에서 $hekat$을 단위로 한 호루스 눈을 $h\hat{i}nu$의 단위(여기서 $10h\hat{i}nu$ = $1hekat$)로 바꾸어 단위분수분해로 제시한다. 예를 들어, $5/8 = 1/2 + 1/8$로 (최적화)분해되므로 $1/16\ hekat$은 $1/2\ 1/8\ \ h\hat{i}nu$이다. 교과서에서 말하는 신 토트는 수학의 창조자(originator of mathematics)이며 로빈스와 슈트(Robins Shute, 1987)는 '호루스 눈'을 손가락 계산(finger-counting)과 관련이 있는 것으로 추정한다.

<그림 1> 호루스 눈

결론적으로 초등수학에서 우리는 고대 이집트인이 도입하고 실생활에 활용한 단위분수를 3, 4, 5, 6학년에서 광범위하게 사용하므로 이에 합당한 고대 이집트 수학문화의 소개가 교과서나 교사용 지도서에서 이루어져야 한다. 특히 교사용 지도서는 단위분수의 도입 목적인 개체의 분배와 도형의 분배를 각각 자세히 제시하고 단위분수분해를 알고리즘 입장에서 소개하는 것이 바람직하며 이 시기의 고대 이집트인의 생활양식(Jackson·Stamp, 2006)을 소개하여 교사들이 이를 수업에 활용하게 하는 것도 고려해볼만 하다. 이를 사회 3-2(3단원: 다양한 삶의 모습)에서도 활용할 수 있다.

2. 고대 이집트인의 곱셈법(Doubling Rule)

초등학교 수학 3-1은 ‘이야기 마당: 2배만 할 줄 알아도 곱셈을 할 수 있어요’에서 17×5를 소개한다(교육부, 2014a). 계산의 핵심은 주어진 수 5를 2의 거듭제곱 수의 합 $5 = 4 + 1$로 분해하는 것으로 교과서가 소개한 계산 방법은 《아메스 파피루스》에서 다루고 있는 고대 이집트인의 곱셈법(doubling rule)이다. 교과서는 고대 이집트인을 언급하지 않으며 교사용 지도서도 단순히 ‘옛날 사람들’로 소개하고 있다.

간단한 예를 들어, 아메스가 문제 32번에서 제시한 12×12의 계산을 보자(Chace, 1979). 곱셈 12×12의 본질은 12를 연속하여 11회 더하는 것이다. 이때 횟수를 줄일 수 있는 최적화 알고리즘(greedy algorithm)을 아메스는 다음과 같이 제시한다.

	1	12
	2	24
\	4	48
\	8	96
	합	144

2의 거듭제곱 수열 $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$에서 12보다 작거나 같은 수중에서 제일 큰 수 8을 결정하고 $12 - 8 = 4$는 2의 거듭제곱이므로 $12 = 8 + 4$를 얻는다. 따라서 $12 \times 12 = 96 + 48 = 144$이다. 다른 예로, 아메스(Chace, 1979)는 문제 79번에서 7×2801을 $7 = 4 + 2 + 1$로 분해하여 곱셈을 구한다. 이들을 재해석하면 $12 = 2^3 + 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1100_{(2)}$, 그리고 $7 = 2^2 + 2^1 + 2^0 = 111_{(2)}$로 고대 이집트인들의 곱셈법에서 이진법의 본질을 찾을 수 있다. 즉, 12×12의 경우 12를 연속하여 11회 덧셈을 시행해야 하지만 이를 고대 이집트인들은 2의 거듭제곱수의 합을 이용한 최적화 알고리즘으로 그 횟수를 4회로 줄인 것이다.

우리는 이집트인의 곱셈법의 원리를 자동판매기의 동전분배에서도 찾을 수 있다. 필자가 초등학교 3, 4학년을 대상으로 수업한 내용을 소개하면 다음과 같다.

<관찰하기> 자동판매기에서 지폐로 2,000원을 주입하고 1,300원 짜리 과자를 구입했을 때, 거스름 동전이 어떻게 떨어지는가를 관찰하시오.

<설명하기> 500원 동전이 먼저 떨어지고 조금 후에 100원짜리 동전 2개가 떨어지는 이유를 설명하시오.

이때 500원 동전이 먼저 떨어지고 그리고 나서 조금 후에 100원 동전 2개가 떨어진다. 참여 학생들은 동전의 무게를 언급하는 경우가 대부분인데, 이는 700원을 동전으로 만들 때, 동전의 개수를 제일 적게 하는 방법을 찾는 문제이다. 이집트인의 곱셈법처럼 700원보다 적은 동전 중에서 제일 큰 것은 500원이므로 500원 동전이 먼저 결정되고 $700 - 500 = 200$이므로 그 다음에 100원 동전 2개가 결정된다.

이야기 마당(교육부, 2014a, pp.146-147)에서 2쪽으로 소개하고 있는 곱셈법은 이진법의 본질을 찾을 수 있는 고대 이집트인들이 도입한 최적화 알고리즘으로 교과서는 고대 이집트인을 소개하는 것이 옳으며 교사용 지도서는 곱셈법을 알고리즘 입장에서 자세히 설명해야한다. 특히 이들 내용이 만화로 되어 있어 교사는 수업에서 이집트인의 곱셈법을 간과하고 이를 다루지 않을 수 있다.

3. 원주율

초등학교 수학 6-1(익힘책)은 에세이 '원주율의 역사 알아보기'에서 원주율을 "수학이 발전하기 전에 옛날 사람들은 대략 3으로 사용했다."로 소개하고 조충지의 원주율 355/113를 언급한다(교육과학기술부, 2011d).

교과서는 고대 이집트나 고 바빌로니아인들의 원주율을 다루지 않고 있다. 교과서가 말하는 원주율 3은 역사적으로 고 바빌로니아 시대(Old Babylonia Period, B.C. 2000~B.C. 1600)에 사용된 원주율이며, 이 시기를 "수학이 발전하기 전"이라고 서술하는 것은 부적절하다. 참고로 조충지의 원주율 355/113는 수서(隨書)에서 알 수 있으며(김용운·김용국, 1996), 조충지의 계산 방법은 전해지지 않으나 유휘(劉徽)의 방법을 참고한 것으로 추정하고 있다(Lay-Yong·Tian-Se, 1986).

우리는 고대 이집트인들이 원주율을 얼마로 사용했는지 《아메스 파피루스》의 50번 문제에서 알 수 있다(A. Chace, 1979).

[문제 50] 지름의 길이가 $9khet$인 원의 넓이는?

지름의 길이의 1/9 만큼, 즉 1을 빼면 8이 남는다. 8곱하기 8을 하면 64이다. 따라서 넓이는 $64setat$[2]이다. 계산과정을 보면:

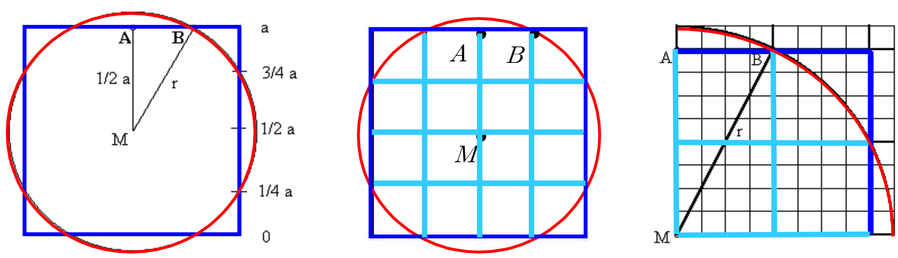
1	9
1/9	1

8이 남고

1	8
2	16
4	32
\8	64

따라서 원의 넓이는 64이다.

길이의 1/9 만큼을 뺀 후 이를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 원의 넓이로 설정하였으며 이로부터 원주율 $\pi_{Egypt}=3.16$을 얻는다. 고대 이집트인이 원을 정사각형으로 접근한 이유를 다음 세 그림으로 유추할 수 있다(H. Engels, 1977).



[단계 1] [단계 2] [단계 3]

<그림 2> Engels의 유추

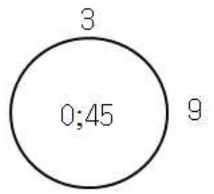
2) $setat$는 A. Chace가 번역한 것으로 $setjat$로 번역되기도 하는데 $khet$의 제곱을 말한다. 1 $khet$는 100 큐빗이다.

[단계 1]에서 원과 넓이가 같아 보이는 정사각형을 설정하고, [단계 2]에서 정사각형의 각 변을 4등분하고, 그리고 마지막 [단계 3]에서 다시 4등분하면 지름은 18등분된다. 이때 정사각형 밖으로 나간 지름의 일부는 지름을 18등분 하였을 때, 양 끝 1개씩 모두 2개에 해당된다. 따라서 1/9만큼을 제외한 것으로 추장할 수 있다.

이집트인들의 방식은 원을 정사각형으로 근사한 것이다. 마찬가지로 고대 이집트인들은 타원의 넓이를 직사각형의 넓이로 접근하고 있다(M. Clagett, 1999). 본 타원을 룩소르 타원(Luxor ellipse)이라 부르는데 룩소르의 사원 벽면 그림(http://www.egyptorigins.org/luxorellipse.htm)을 독자들은 참고해 보자.

이어서 고 바빌로니아인들의 원주율 $\pi=3$에 대하여 알아보자.

고 바빌로니아에서 원의 넓이는 $3r^2$, 원주율 π는 3 또는 25/8를 사용하였다. 점토판 YBC 7302를 보면 위에 3, 그리고 오른쪽에 9, 그리고 원 가운데에 0;45를 기록하고 있다(J. Friberg, 2007). 이를 해석하면 원둘레가 3일 때, 이를 제곱하면 9이고 9에 0;05 ($\fallingdotseq 1/4\pi$)을 곱하면 원의 넓이 0;45를 얻는다. 따라서 원의 넓이는 $3r^2$, 그리고 원주율은 3이다(J. Friberg, 2007). 이와 유사한 문제들이 많이 존재하는데 본 문제에 대하여 엘리아노 랍슨(E. Robson, 2002)은 "원의 넓이를 구하는데 반지름을 사용하지 않고 원둘레를 사용한다"는 것을 지적한다. 만일 원을 중심에서 반지름을 회전하여 얻는 것이 아니라면 삼각함수나 각의 크기에 대한 개념이 존재하지 않는다. 그러나 점토판 BM 15285에서 보듯이 고대 바빌로니아인들은 원의 중심을 사용하였다. 한 변의 길이가 1인 정사각형 내에 접하는 원을 그리고 여러 세분화된 정사각형의 넓이를 구하는 것으로 추정된다(J. Friberg, 2007). 점토판 MS 3051과 TMS I 등에서 컴퍼스를 이용하여 원을 그린 흔적이 뚜렷하다(J. Friberg, 2007).



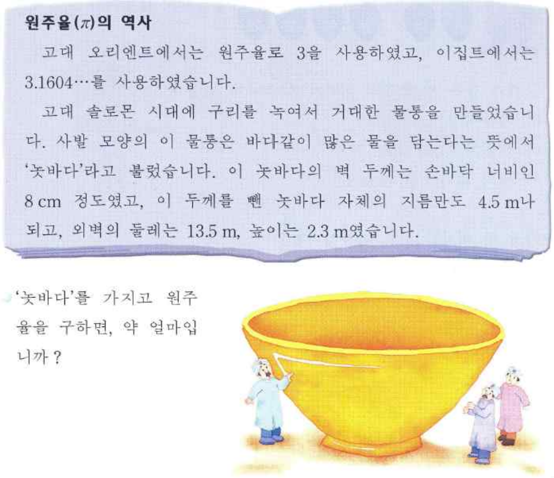
<그림 3> YBC 7302

또한, 1936년 수사(Susa)에서 26개의 텍스트가 발견되었다. 발견된 점토판(MS 19382/2)에서 고 바빌로니아 인들은

(정육각형둘레의 길이) = (0;57,36)×(원 둘레의 길이)

를 사용하였다(H. Eves, 1990). 0;57,36을 십진법으로 바꾸면 $0;57,36=\frac{57}{60}+\frac{36}{60^2}=\frac{24}{25}$ 이고 지름이 d인 정육각형의 둘레의 길이는 $3d$이므로 수사 점토판(MS 19382/2)에서 알 수 있는 또 다른 고 바빌로니아인의 원주율은 $\pi_{Babylon}=3\frac{1}{8}$이다. 한편, 고대에 $\pi_{Bible}=3$을 사용한 자료가 성경이 있다.

> 열왕기 상 7장 23절: 또 바다를 부어 만들었으니 그 직경이 십 큐빗이요 그 모양이 둥글며 그 고는 다섯 큐빗이요 주의는 삼십 큐빗 줄을 두를 만하며 (...)


원주율(π)의 역사

고대 오리엔트에서는 원주율로 3을 사용하였고, 이집트에서는 3.1604…를 사용하였습니다.

고대 솔로몬 시대에 구리를 녹여서 거대한 물통을 만들었습니다. 사발 모양의 이 물통은 바다같이 많은 물을 담는다는 뜻에서 '놋바다'라고 불렀습니다. 이 놋바다의 벽 두께는 손바닥 너비인 8 cm 정도였고, 이 두께를 뺀 놋바다 자체의 지름만도 4.5 m나 되고, 외벽의 둘레는 13.5 m, 높이는 2.3 m였습니다.

<그림 4> 대형 청동 대야

바다를 부어(melton sea)는 오역인데 위 글을 다시 쓰면 "솔로몬 왕이 대형 청동대야(melton sea)를 만들었는데 지름의 길이가 10(큐빗)이고,

높이는 5(큐빗), 그리고 둘레의 길이는 30(큐빗) (...)"이다. 여기서 1큐빗(cubit)의 크기는 대략 $45.4 \sim 55.5\,cm$ 정도이며 열왕기에 따르면 원주율은 $\pi_{Bible} = 3$이다(A. Simoson, 2009; 박제남·남호영, 2004, pp.46-48). 솔로몬은 기원전 1천년 경에 살았고 열왕기 상이 쓰인 시기는 기원전 440년경으로 볼 수 있다. 따라서 솔로몬 시대의 사람들은 그보다 대략 1000년 전인 고대 이집트인들이 사용한 원주율보다 오히려 더 부정확한 것을 사용한 셈이다. 열왕기 상 7장 26(대형 청동대야의 두께는 한 손 폭의 길이만하다)을 고려하여 당시 사용된 원주율을 보다 정확하게 추정하기도 하지만 수학사에서는 이를 인정하지 않고 있다. <그림 4>에서 보듯이 교과서 6-나(익힘책)는 외벽과 내벽의 수치를 혼동하도록 했으며 '놋바다' 같은 용어의 사용은 부적절하다(교육과학기술부, 2010, pp.78). 초 중·고 교과서에서 언급할 원주율의 역사는 다음과 같다(Arndt Haenel, 2000).

<표 5> 원주율의 역사

주체	시기	값
바빌로니아	B.C. 2000년경	$3(1/8)$
이집트	B.C. 2000년경	$4 \bullet (8/9)^2$
성경(열왕기 상)	B.C. 440년경	3
아르키메데스	B.C. 250	$3(10/11) < \pi < 3(1/7)$
유휘	A.D. 263	$3.1410 < \pi < 3.1427$
조충지	A.D. 480	355/113

우리가 알아본 이집트와 메소포타미아의 원주율은 현존하는 인류 최초의 기록으로 역사적 가치가 매우 크며 초등학교 6학년에서 교수·학습 자료로 활용이 가능하기 때문에 교과서에서 이들을 다루고 교사용 지도서에는 해당 파피루스나 점토판의 사진을 제공하는 것도 고려해볼만 하다. 또한 이와 함께 고대 이집트와 고 바빌로니아의 문화를 소개하여 학교수학에서 학생들이 아시아·아프리카의 가치를 접하도록 하는 것도 바람직하다고 본다.

4. 직각삼각형

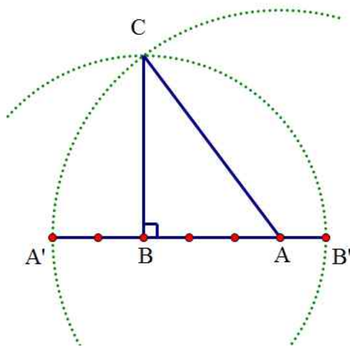
초등학교 수학 4-2에서 말하는 구고현의 정리(교육부, 2014d)는《주비산경》의 '구고현의 법'이다(김용운·김용국, 1996, pp.128). 수학 4-2는 에세이 '끈으로 직각을 만드는 사람들'에서 '피타고라스 정리'를 언급하고 불국사 백운교 계단의 측면을 피타고라스 짝(Pythagorean triple) $(3, 4, 5)$로 제시하고 있다. 그리고 교사용 지도서에서는 고대 이집트인들이 $3, 4, 5$로 직각을 만들었다고 쓰고 있다(교육부, 2014d).

이는 모두 오해이다. 직각에 관한 잘못된 내용의 출처는 김용운 김용국(1991, pp.15)으로 추정된다. 백운교 계단에 피타고라스 짝 $(3, 4, 5)$가 쓰였다는 증거는 아직 없으며, 이집트인들이 교과서가 그림으로 제시한 12개의 매듭을 사용했다는 증거도 없다.

보다 설득력 있는 두 가설은 원을 사용한 기하학이다. 첫 번째로 카훈(Kahun)에서 발견된 제12왕조(B.C. 1979~B.C. 1800) 때 쓰인 파피루스에서 다루고 있는 주어진 넓이를 정사각형의 넓이로 분배하는 연립이차방정식 문제를 알아보자(F. Cajori, 1991; L. Karpinski, 1915). 현대 기호로 바꾸면 $x^2 + y^2 = 100$ 이고 $x : y = 1 : 3/4$일 때, x, y를 구하는 문제이다. 풀잇법은 아메스가 《아메스 파피루스》에서 사용한 오류 가설 방법인데, 이는 디오판토스의 《산술서(Arithmetica)》나 중국의 《구장산술》의 일차방정식 풀이에서도 나타난다(T. Heath, 1981b; D. Burton, 2007). 먼저, $x = 1, y = 3/4$을 시도하면 $x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 그리고 $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$ 이

다. $\sqrt{100}=10$이고 $10 \div \frac{5}{4}=8$. 그러므로 $x=8\times 1, y=8\times \frac{3}{4}=6$. 구하고자하는 해는 $6^2+8^2=10^2$. 이는 $3^2+4^2=5^2$의 기본 피타고라스 짝(primitive Pythagorean triple)으로 단순화 된다. 칼핀스키(L. Karpinski, 1915, pp.2)는 이에 대하여 다음과 같이 주장한다.

> 비록 고대이집트인들은 논리적 증명을 가지고 있지 않았지만 이에 대한 친숙함은 잘 정착되어 있었으며 Platon의 시대나 그 후 수세기 이후에도 이집트인들은 측량사로서 명성을 높이 사고 있었다. 단위 길이가 표시된 긴 끈으로 직각을 구현한 것으로 추측된다. 점 B 에서 수직을 만들려면 나무못을 B, A 에 설치하고 A 에서 단위길이가 5인 원을 그리고 B 에서 단위길이가 4인 원을 그리 만난 점 C 를 A, B 와 연결하면 직각삼각형이 완성된다.



<그림 6> 직각삼각형 작도

또 다른 추측은 노끈으로 원을 겹쳐 그려 두 수직인 직선을 구현하는 것이다. 그러나 여러 추정에도 불구하고 명확한 가설이 불가능하므로 잭슨·스탬프(Jackson·Stamp, 2006)는 “현재로서 이와 같은 질문에 답하는 쉬운 방법은 그들이 기하학에 능통했다.”로 말하고 있다. 피라미드 건설에서 직각의 구현 이외에도 진북의 정확한 설정, 바닥의 수평작업, 석재의 채석·절단·이동·설치 등의 문제를 가설로 다룰 수 있다(Jackson·Stamp, 2006). 이집트인들은 피라미드 건설에서 직각삼각형의 크기 $(21, 20, 29)$, $(3, 4, 5)$, $(15, 8, 17)$, $(5, 12, 13)$, $(7, 24, 25)$ 등을 사용한 것으로 보고 있다(Rossi, 2003).

한편, 초등학교 수학 4-2는 불국사 백운교 계단의 측면을 직각삼각형 $3, 4, 5$로 제시하는데(교육부, 2014d) 기록이나 또는 실측자료를 근거로 해야 한다. 허용오차를 얼마로 했는지 등은 매우 중요하다. 이와 같은 제시 없이 교과서가 불국사 백운교 계단을 피타고라스 짝 $(3, 4, 5)$로 말하는 것은 근거를 무시한 서술이며 이는 제고되어야 한다. 한편, 피타고라스보다 대략 1500년 전에 이미 사용한 성질을 교과서처럼 ‘피타고라스 정리’로 표현하는 것은 문제가 있다고 본다. 실제로 고 바빌로니아 수학의 전문가들은 우리가 흔히 사용하는 ‘피타고라스 정리’ 대신 ‘직각삼각형의 성질’ 또는 ‘대각선 규칙’ 등의 용어를 사용하기도 한다(J. Friberg, 2007; J. Høyrup, 2002).

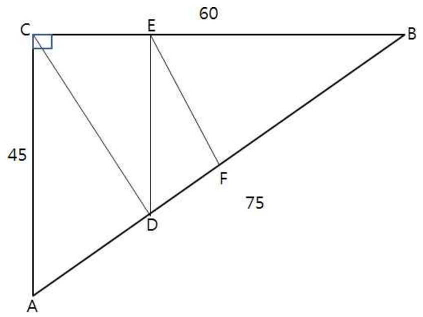
5. 탈레스(Thales, B.C. 625?~547?)

삼각형의 닮은비는 초등학교 수학 6-1(익힘책)에서 다룬다. 초등수학 교과서는 탈레스가 비례의 식을 최초로 발견했고, ‘비례의 신’이라는 별명이 생겼다고 소개하고 있다(교육과학기술부, 2011d, pp.123). 피라미드의 자료는 헤로도토스(Herodotos, 2012)가 언급한 쿠푸왕의 대 피라미드이며 풀이 방법에서는 그림자 길이의 잘못된 표시로 옳지 않은 비례식을 제공하고 있다.

탈레스(Thales, 대략 B.C. 625~547)가 비례의 식을 최초로 발견했다는 것은 오해인데 본 잘못된 내용의 출처는 김용운(1975, pp.37)과 김용운 김용국(1985, pp.45)으로 추정된다. 기록에 의하여 삼각형의 닮은비의 사용은 기원전 1800년경으로 올라간다(V. Katz, 2007; J. Høyrup, 2002).

점토판 IM 55357은 기원전 1800년경에 만들어진 것으로 추정하며 계산은 16단계로 나누어진다. 다음 <그림 7>에서 $\triangle ABC$ 는 직각 삼각형이고 내부에서 만들어진 것들도 직각삼각형으로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle ABC$ 그리고

$\triangle CDE$ 와 나머지 $\triangle CDB$ 등에서 닮은 삼각형의 성질을 쓰고 있다(J. Høyrup, 2002, pp.231-232). 점토판에서 제시한 길이는 AD＝0;27, CD＝0;36, BD＝0;48, 그리고 두 번째 삼각형의 높이는 CE ＝0;21 36 등이다.



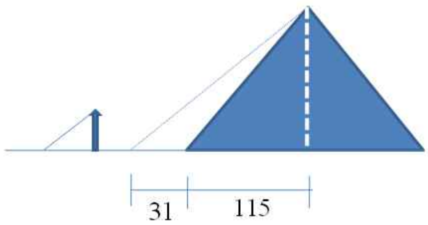
<그림 7> IM 55357

나일 강 근처에는 지금도 거대한 피라미드가 35개나 남아 있으며 기자(Giza)에는 3개의 대 피라미드(The Great pyramid)가 있다. 탈레스가 여러 피라미드의 높이를 쟀다는 전설(legend)은 두 가지가 있는데 교과서는 플루타르크 영웅전의 작가인 로마 역사가 플루타르코스(Plutarchos, A.D. 47~120)가 기록한 "탈레스는 막대기를 세우고 닮은비를 이용하여 피라미드의 높이를 재었다."를 사용하고 있다(J. Suzuki, 2002; H. Eves, 1983).

탈레스가 비례의 식을 최초로 발견했다는 초등학교 교과서의 언급은 오해이며 전해 내려오는 전설이 사실이라면 탈레스는 고대 이집트나 바빌론에서 배운 닮음의 성질을 피라미드의 높이 측정에 응용한 것으로 보는 것이 타당하다.

참고로 탈레스보다 대략 1200여 년 전에 고대 이집트인들이 실존 피라미드들의 높이나 기울기를 다룬 방법을 알아보자.

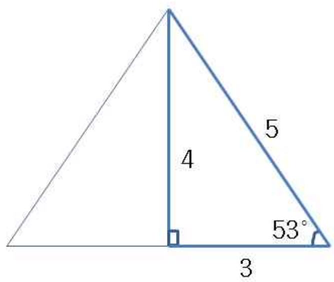
고대 이집트인은 'seked'로 정의된 코탄젠트(cotangent)를 기울기로 사용하며(A. Chace, 1979; Robins·Shute, 1987) 아메스는 'seked' 관련 문제를 문제 56-60번에서 다룬다(A. Chace, 1979). 문제 57-59번이 언급하는 피라미드는 기자에 건설된 카프라(Khafra)의 대 피라미드이다.



<그림 8> 탈레스의 높이 측정의 추정

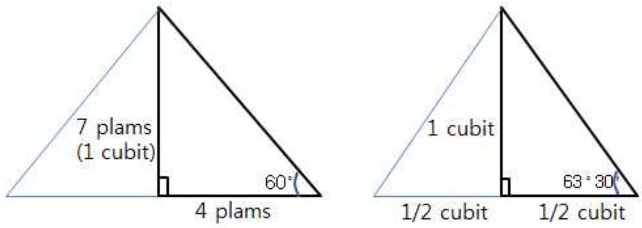
[문제 57] 피라미드의 'seked'가 큐빗 당 5 plams 1 finger 이고 밑면의 길이가 140 cubits 일 때, 높이를 구하여라.

현대 기호를 사용하면, $\cot\theta = \dfrac{(1/2)(140)}{(\text{높이})} = \dfrac{1}{7}\left(5\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{3}{4}$ (여기서 1 cubit = 7 plams, 1 plam = 4 fingers). 따라서 피라미드의 높이는 $\dfrac{280}{3} = 93\dfrac{1}{3}$ (cubit)이다. 한편, $\cot\theta = 3/4; \theta \fallingdotseq 53^\circ$ 는 $3, 4, 5$로 만들어 지는 직각삼각형으로 고왕국 4~6왕조(B.C. 3000~B.C. 2450)[3] 시기에 5개의 피라미드가 이 비율로 건설되었다(C. Rossi, 2003, pp.203). 5 plams + 1 finger와 같은 수치는 모두 14개가 사용되었는데 특히 정삼각형과 밑면과 높이가 같은 이등변 삼각형은 각각 8 plams 와 1 cubit이다(C. Rossi, 2003, pp.213-214).



<그림 9> 3, 4, 5 직각삼각형

3) 마틴 버넬(M. Bernal, 2012)의 이집트 연표를 따랐다.



<그림 10> 피라미드에서 사용한 삼각형의 예

1800년대 피라미드 높이 측정에 대하여 로베르 솔레(R. Solé, 2013, pp.351-363)를 참고해 보자.

우리나라 초등수학 교과서가 이와 같은 상황에서 탈레스를 '비례의 신'으로 부르는 것은 기축시대의 영향에 따른 표현이며 이는 왜곡된 역사로 제고되어야 한다.

한편, 아메스가 서문에서 사용한 복제(copy)라는 용어에 근거하여 유럽은 아메스를 수학자에서 제외한다. 물론 수학자로 인정한다면 탈레스는 이집트에서 수학한 그리스 인으로서 최초의 수학자이다. 고대 이집트 시대 서기는 상형문자 3000여자를 능숙하게 조합하며 산술, 부기, 측량을 배우고 신화를 읽고 외우는 교육에서 선발된 강력한 권위를 가진 사회계층이다(손주영 송경근, 2011). 현존하는 산술서 《아메스 파피루스》를 통하여 최소한 아메스는 기원전 1607년경에 당대 최고의 산술과 기하학을 이해하고 이를 기록한 수학자로 보는 것이 합당하다고 본다.

6. 각도

초등수학 4-1 '이야기 마당'에서 각도의 역사를 다룬다(교육부, 2014c, pp.112-113). 내용을 살펴보자. 먼저, 교과서는 "360일이 지나면 태양이 같은 자리에 떠 태양처럼 생긴 원을 그리고 원을 똑같이 360으로 나눈다."고 언급한다. 다시 한 학생은 1년이 360일 이니까 원은 360도가 되고 따라서 1도가 생겨났다는 것을 확인한다. 한편, 교사용 지도서는 기원전 2000년경에 각도에 대한 연구가 활발했으며 태양이 1년(365일) 마다 같은 자리에서 뜨는 것을 보고 태양을 본뜬 원이 360도라고 생각했다는 내용을 교사들에게 전하고 있다. 교과서와 지도서의 내용을 종합하면 1년(365일) 마다 같은 자리에서 뜨는 태양을 본뜬 원을 360등분하여 1도를 약속한 것이다.

이는 오해이고 논리에도 맞지 않는다. 교사용 지도서는 사실을 반영한 각도의 역사를 다뤄야 한다. 이집트의 고왕국 시대(B.C. 3000~B.C. 2450)에 이미 1년을 12개월(1개월은 30일)에 5일을 더한 365일로 사용하고 있으며(R. Gillings, 1972; O. Neugebauer, 1969). 노이게바우어(O. Neugebauer, 1969)는 이집트력(Egyptian calendar 또는 civil calendar(상용력))을 인간 역사 이래로 가장 지적인 것이라고 말하고 있다. 태양을 본뜬 원이 아니라 황도이다. 그리고 기원전 2000년에 각도를 연구했다는 것은 오해인데 그 당시에는 각도의 개념이 없었다. 더욱이 본 내용을 도입한 문명에 대한 소개가 누락되어 있다. 바빌론이다.

노이게바우어(O. Neugebauer, 1969)에 따르면 기원전 8세기 이후에 바빌론인들의 체계적인 천문 관측 자료가 발견되며 기원전 5세기 초에 바빌론인들은 황도 길목에 있는 12개의 별자리 황도 12궁을 발견한다. 12궁을 같은 크기로 하고 이를 30 $u\check{s}$(길이의 뜻임)로 나누었다. 따라서 황도를 360단위로 나누었고 현재 이를 각도라 부른다(Van Brummelen, 2009, pp.15-17). 30등분으로 한 이유는 그들이 사용한 60진법에서 60의 절반을 택한 것으로 추측하고 있다.

현재 사용하고 있는 각(degree)을 사용한 것은 기원전 5세기 초이다. 물론 기원전 1800년대에 이집트인이 사용한 각의 개념은 코탄젠트이며(Chace, 1979) 고 바빌로니아 시대의 각의 개념은 '라르사 점토판(Plimpton 322)[4]'에서 보듯이 $\sec^2\theta\,(=1+\tan^2\theta)$ (E. Robson, 2002)이다. 실제 이집트와 갈데아에서 수학과 천문학을 수학한, 생몰연대가 대략 B.C. 625~B.C. 547인, 탈레스는 각의 크기를 어떻게 이해하고 있었을까? 토마스 히트(T. Heath, 1981a)는 "이집트인들이 피라미드 면의 기울기나 닮음을 결정하기 위하여 사용한 기울기(cotangent)와 같은 어떤 꼴의 형태로 탈레스는 각을 이해하고 있었다."고 주장한다.

태양을 본뜬 원과 1년을 360일로 소개하여 1도를 설명하는 것은 김용운·김용국(1985, pp.33-34)의 잘못된 내용을 참고한 것으로 재고되어야한다. 황도는 중학교 3학년 과학(이상인 외, 2012)에서 충분히 다루고 있으므로 교사용 지도서는 각의 기원을 기원전 5세기 초 바빌로니아인의 황도 12궁의 발견과 60진법을 주요 내용으로 다루고, 교사는 이를 바탕으로 바빌론인들의 천문학의 우수성을 학생들에게 소개하는 것이 바람직하다고 본다.

7. 디오판토스(Diophantus)

초등수학 6-2(익힘책)는 에세이 '디오판토스의 묘비명'에서 '묘비에 새겨놓은 글'을 다루고 있으며 '디오판토스의 방정식'을 언급하고 디오판토스를 '근대 대수학, 근대 정수론의 아버지'로 서술한다(교육과학기술부, 2011e).

이는 오해이다. 디오판토스의 묘비명은 그의 묘비에 새겨놓은 글이 아닌 기원후 600년경에 나온 퍼즐문제이며 디오판토스를 '근대 대수학, 근대 정수론의 아버지다운 모습'이라고 책에서 표현하고 있는데 이 또한 교과서 집필진들의 오해이다.

먼저, 디오판토스를 '디오판토스 방정식'에 대한 연구로 유명한 수학자라고 소개하는데 $ax+by+cz=d$, $x^2-2y^2=1$, 그리고 $x^3+y^3=1729$ 등과 같이 대수방정식에서 유리해를 구하는 문제를 디오판토스 방정식(Diophantine equation)이라 부르며 실제 현대적 의미로는 정수해로 제한하는 것을 말한다(H. Eves, 1990). 디오판토스가 방정식 $x^2-Ay^2=1$을 다루었다는 주장은 1880년 태너리(Tannery)가 디오판토스의 《산술서(Arithmetica)》 중에서 유실된 어느 부분에서 다루었다는 주장에 근거한 것이다(T. Heath, 1910, pp.279). 스위프트(J. Swift, 1956)는 "디오판토스는 정수해의 방정식과 관련이 없다."고 단정적으로 말한다. 기하학과 마찬가지로 디오판토스의 《산술서》의 기초는 이집트로부터 왔다. 이에 대한 근거를 히스(T. Heath, 1981b, pp.440)는 플라톤(Platon), 헤론(Heron) 등의 자료나 인용을 통하여 제시한다. 라쉬드(R. Rashed, 1989)는 "《산술서》는 대수학의 업적은 아니며 산학에 관한 보고서"로 설명하고 있고 히스(T. Heath, 1981b, pp.440)는 디오판토스는 대수학을 창안(invent)한 것이 아니라고 지적한다.

풀이 과정에서 디오판토스는 수의 치환(substitution), 소거(elimination), 그리고 이동(transfer)을 적용하였다. 디오판토스가 제시한 '문제 29'(T. Heath, 1910, Book I, #29)의 해를 현대적 기호로 일반화하여 표현하면 $x-y=2z$로 할 때, $x=\dfrac{a}{2}+z$, $y=\dfrac{a}{2}-z$이다. 한편, $\left(\frac{a}{2}+z\right)\left(\frac{a}{2}-z\right)=b$ 또는 $(a/2)^2-z^2=b$이다. 따라서 $z^2=(a/2)^2-b$이고 $z=\sqrt{(a/2)^2-b}$. 그러므로 $x=\dfrac{a}{2}+\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2-b}$, $y=\dfrac{a}{2}-\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2-b}$이다. 솔로몬 갠즈(S. Gandz, 1937)는 "이 방법은 바빌로니아의 유산으로 기원전 2250년경으로 올라간다."고 설명하고 있다. 수학에서 이름이 붙었다고 해서 항상 업적과 직접적인 관련이 있는 것은 아니므로 우리나라 초등학교 교과서에서 굳이 '디오판토스 방정식'을 언급할 이유는 없다고 본다.

디오판토스는 그 출생시기와 장소가 분명하지 않고 그의 사생활이 알려진 것은 거의 없기 때문에 스틸웰(J.

4) 필자는 'Plimpton 322'를 발견된 장소 라르사(Larsa)를 사용하여 '라르사 점토판'으로 병기하고 있다.

Stillwell, 2010)은 그의 생몰연대를 150년에서 350년 사이로, 그리고 히스(T. Heath, 1910)는 B.C. 150~A.C. 350으로 길게 잡고 있으며, 아나톨리우스(Anatolius)와 동시대로 보아, A.D. 250년 경(or not much later)에 학문을 꽃피운 것으로 보고 있다.

교과서는 참고서나 청소년 대중서와 다르다. 사실에 기반을 두어야한다. 교과서가 말하는 '디오판토스 묘비문제'는 600년경에 만들어진 《그리스 명시선집(The Greek anthology)》(Book XIV, 126번)에 나오는 수수께끼 문제이다(W. Paton, 1979; I. Thomas, 1993; T. Heath, 1981b).

《그리스 명시선집》에는 아메스가 《아메스 파피루스》에서 다룬 일차방정식의 예를 다루고 있다. 대부분의 문제는 A.D. 491~527년경에 살았던 메트로도루스(Metrodorus)의 이름으로 나오는데(T. Heath, 1910) 사과나 견과를 몇 몇 사람에게 나누는 문제가 대부분이다. 예를 들어, 6명에게 사과를 나눌 때, 4명에게 차례로 $1/3, 1/8, 1/4. 1/5$만큼 주고 5번째 사람에게 10개 그리고 마지막 사람에게는 1개의 사과를 준다. 이는 방정식 $\frac{1}{3}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x+10+4=x$의 문제이다(T. Heath, 1910). 대부분의 교과서가 다루고 있는 디오판토스 나이문제는 이와 유사한 방정식 $\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$이다. 이는 《아메스 파피루스》에서 다루는 방정식 형태인데, 예를 들어, 《아메스 파피루스》 33번 문제는 $\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{7}x+x=33$이다(A. Chace, 1979). 《그리스 명시선집》은 디오판토스의 나이문제를 포함하여 23개의 일차방정식을 다루고 12개의 미지수 2개의 연립방정식 등을 다루고 있다(T. Heath, 1910).

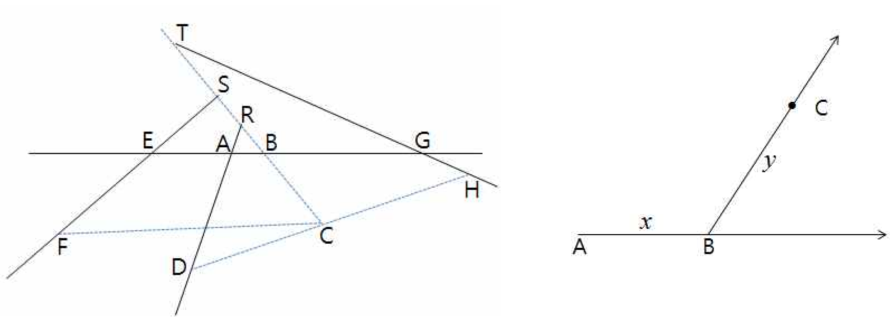
본 수수께끼가 사실인지도 확인할 수 없다. 즉, 《그리스 명시선집》에 나오는 퍼즐이고 디오판토스의 생애에 관해 아는 것이 거의 없기에 주목을 받는 문제이다. 교과서는 퍼즐을 출처와 함께 소개하고 "이 퍼즐이 역사적으로 정확한 것이라면 그는 84세까지 살았다." 정도로 언급하는 것이 올바르며 교과서에서 이를 "디오판토스가 자신의 묘비에 나이를 알 수 있도록 묘비에 기록해 두었다."로 자의적으로 언급하는 것은 역사왜곡이다. 또한 교과서가 디오판토스의 일화를 다루는 이유는 방정식 때문인데 수학의 발전에서 산술만큼이나 중요한 것은 인류가 대수학을 체계적으로 다루었다는 것이다. 유럽은 대수학을 디오판토스의 저서를 통하여 접한 것이 아니라 바그다드의 지혜의 전당(The House of Wisdom)에서 활동한 알콰리즈미(Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi, A.D. 780?~850?)의 저서를 통하여 접하게 된다. 헤론(Heron)은 이차방정식을 해석적으로 유클리드는 기하적으로 다루었지만 알콰리즈미는 이차방정식을 해석적 그리고 기하적으로 다루었다(L. Karpinski, 1915). 알콰리즈미의 업적은 유클리드의 영향을 받은 것으로 추측되며, 디오판토스의 《산술서》가 아라비아어로 변역하게 되는 동기가 되었다(D. Gutas, 2013). 우리나라 수학 교과서는 디오판토스 보다는 알콰리즈미의 업적에 대한 소개가 필요하며 이는 고대 그리스에서 바그다드로 그리고 유럽으로의 수학문화의 전이를 보여주는 한 예라 하겠다. 학생들이 200년 동안 번역운동을 한 압바스 왕조나 이슬람 수학과 천문학의 위대함을 접하게 되는 좋은 기회라고 판단한다.

8. 데카르트(R. Descartes, 1596~1650)

초등학교 교과서 6-2(익힘책, 2011)는 '좌표의 탄생'을 파리의 위치를 간단하고 쉽게 나타내려고 궁리하다가 '좌표'를 생각해 냈다고 소개하고 있다(교육과학기술부, 2011e).

이는 오해이다. 데카르트는 자취문제를 다루는데 있어 우리나라 수학 교과서가 천장에 파리와 함께 제공하는 직교하는 두 축이나 좌표를 사용하지 않았다(R. Descartes, 1952, pp.51; Van der Waerden, 1985, pp.74-75; J. Grabiner, 1995). 직교하는 y축을 사용하지도 않았으며 특히, x와 y의 양의 값만 다루었는데 그는 저서에서 좌

표(coordinate)라는 용어를 사용하지 않았다. 시인이자 수학자인 우마르 알 하이얌(Omar al-Khayyam, 1050-1123)이 삼차방정식 $x^3+mx=n$의 기하적 해법에서 시도한 방법이 오히려 직교좌표계에 더 가깝다(J. Berggren, 1986, pp.121-122). 데카르트의 자취문제를 그의 저서를 통하여 살펴보자.



<그림 10> Apollonius-Descartes의 자취 문제

아폴로니우스(Apollonius, 대략 B.C. 262~B.C. 190)는 그의 세 번째 책에서 ‘3개 또는 4개 선의 자취 문제’를 언급하며 유클리드와 본인 자신 또한 이 문제를 풀지 못했다고 기록하고 있다(Merzbach·Boyer, 2011). <그림 10>에서 4개의 점선 AB, AD, EF, GH가 주어지고 상수 α에 대하여 $CB\cdot CD=\alpha CF\cdot CH$를 만족하는 점 C의 자취를 구하는 문제이다. 데카르트는 원점을 A로 하고 직선 AB를 가로축으로 하고 세로축은 설정하지 않았다. 즉, 데카르트는 ABC를 직각삼각형으로 가정하지 않았다. 선분 AB와 BC의 길이를 각각 x, y로 불렀으며 따라서 점 C는 x와 y에 의하여 결정된다. 예를 들면, $EA=3$, $AG=5$, $AB=BR$, $BS=1/2\ BE$, $GB=BT$, $CD=3/2CR$, $CF=2CS$, $CH=2/3\ CT$, $\angle ARB=60^\circ$, 그리고 $CB\cdot CF=CD\cdot CH$ 에서 이차곡선 $y^2=2y-xy+5x-x^2$을 얻는다(R. Descartes, 1952, Book II, pp.76).

그렇다면 왜 파리와 같은 내용이 교과서에 등장하는가? 그 이유는 국내외 대중서에서 찾을 수 있다. 먼저, 김용운·김용국(1991, pp.114-115; 1985, pp.174)은 파리의 이야기를 천장에 직교좌표계의 그림을 시용하여 사실인 것처럼 소개하고 있는데 이와 같은 청소년 대중서를 근거로 파리와 직교좌표계를 언급하는 것은 바람직하지 못하다. 또한, 케이스 데블린(K. Devlin, 2011, pp.247-248)은 다음을 흥미롭게 독자들에게 제공한다.

> 전설일 수도 있고 아닐 수도 있지만, 흔히 예기되는 전설로, 데카르트가 파리를 보고 혁명적으로 새로운 기하학 방법을 개발하는 영감을 얻었다는 얘기가 있다. 그 전설에 따르면, 병약한 데카르트가 어느 날 침대에 누워 있다가, 천장에 기어 다니는 파리를 보게 되었다고 한다. 움직이는 파리를 보고 있다가 그는, 어느 순간이든 파리의 위치를 두 벽으로부터 떨어진 거리를 통해 기술할 수 있음을 깨달았다. 데카르트는 한 거리를 다른 거리를 통해 나타내는 방정식을 적음으로써 날아가는 파리의 경로를 대수학적으로 나타낼 수 있었다.

데블린은 인기 있는 수학저술가이다. 흥미를 끌 수 있는 이야기를 독자들에게 제공하는 것은 당연하다. 물론 그는 이와 같은 이야기를 진실인양 말하지 않고 먼저 “전설일 수도 있고 아닐 수도 있지만, 흔히 예기되는 전설로...”로 시작하여 흥미 그 자체로 끝내기를 바라는 것이다. 그런데 이를 모두 빼고 흥미를 위한 이야기가 사실

인양 교과서에 언급하는 것은 문제가 있다. 참고로 데블린은 직교좌표계는 언급하지 않는다. 검증되지 않은 수학사 관련 일부 국내외 청소년 대중서를 참고하는 것은 바람직하지 못하며 수학사는 대학 교재 이상의 전문서적이나 국내외 공인 논문을 참고하고 그 출처를 지도서에 밝혀야한다.

9. 소수(prime number), 소수(fraction)

앞에서 알아본 수학사 이외에 초등학교 교과서는 소수(prime number), 소수(fraction)의 역사를 언급하고 있다.

초등학교 수학 5-1(익힘책)에서 소수(prime number)에 관심을 갖고 이를 연구한 사람들을 고대 그리스 수학자로 설명한다(교육과학기술부, 2011b, pp.17). 피타고라스학파, 유클리드, 에라토스테네스 등을 고대 그리스인의 예로 들 수 있지만 고 바빌로니아 시기에 만들어진 '라르사 점토판(Plimpton 322)'의 제작 원리를 보면 고 바빌로니아인들은 소수와 순환소수의 개념을 가지고 있었다(E. Robson, 2002; O. Neugebauer, 1969, pp.40).

또한 초등학교 수학 5-2(익힘책)에서 스테빈(S. Stevin, 1548-1620)이 소수(fraction)를 처음 사용했고 또한 처음 발견했다고 소개하고 있다(교육과학기술부, 2011c, pp.81).

이는 오해이다. 스테빈이 처음 소수를 발견한 것이 아니다. 고 바빌로니아 시대에 이미 60진법의 소수를 표현했으며, 예를 들어, $\sqrt{2}$를 60진법 소수표현을 $1;24\ 51\ 10$으로 하였다(Fowler·Robson, 1998). 또한, 바그다드에서 활동한 알유크리디시(al-Uqlidisi, 952-953)가 계산에 사용한 소수를 변형하면 다음과 같다(J. Berggren, 1986).

$$148.5 \cdot (1+\frac{1}{10}) = \frac{(148.5 \cdot 11)}{10} = 148 \cdot (\frac{11}{10}) + 0.5 \cdot (\frac{11}{10}) = 162.8 + 0.55 = 163.35$$

또한, 고대 중국이나 비에트(Viète, 1540~1603)가 활동한 르네상스 시대에도 소수 표현이 있었다(Merabach·Boyer, 2011, pp.283). 물론 교과서가 제시한 4①9②1③ 등의 기호를 처음 사용한 수학자는 스테빈이다. 그렇다면 둥그런 원으로 소수를 표현한 것을, 교과서의 에세이 제목에서 말하는, '소수의 탄생'으로 보는 것은 수학사의 왜곡이다. 이와 같이 최초의 수학자를 언급할 때, 수학사에 관한 전문서적을 충분히 참고하여 교과서에서 소개해야 하며 이 과정에서 고대 그리스와 유럽 중심으로 기술하는 것은 기축시대의 영향으로 보아야한다.

III. 결론

앞에서 우리는 10가지 주제를 통하여 초등학교 수학 교과서가 가지고 있는 문제점과 그 대안을 살펴보았다.

산술과 기하 중심의 초등학교 수학은 고대 이집트와 고 바빌로니아 수학의 범주 내에 있다. 특히, 6학년에서 다루는 방정식의 풀잇법도 대략 기원전 2000년에 사용한 고대 이집트인 또는 고 바빌로니아인의 방법이다. 그러나 교과서는 아프리카·아시아적 가치에 관심을 두지 않고 그리스 수학자의 우월성을 짧은 언어를 사용하여 소개하고 있다. 결과적으로 기축시대의 영향으로 탈레스를 '비례의 신'으로, 직각삼각형의 성질을 '피타고라스 정리'로 그리고 디오판토스를 '근대 대수학, 근대 정수론의 아버지'로 표현하고 있다. 한편, 초등수학에서 다루는 각도, 시간(12시간 60분 60초), 원주율, 방정식은 고 바빌로니아와 이슬람 수학 천문학이 그 출처이지만 이를 교과서나 교사용 지도서에서 언급하고 있지 않다.

수학사 연구를 통한 우리나라 수학교육의 발전을 위하여 구체적이고 현실적인 노력은 다음 네 가지 방향으로 이루어져야 된다고 본다.

첫째, 기축시대를 극복하기 위한 고대 이집트나 고 바빌로니아 수학사 연구가 활발하게 진행되고 이를 초등학교 수학 교과서와 교사용 지도서에 반영해야 한다.

현재 우리나라 수학 교과서는 산술과 방정식에서 고대 이집트, 고 바빌로니아 시대의 수학문화를 배제하고 있다. 우리는 아메스를 수학자로 보는 것이 타당하다고 보며 고대 이집트와 고 바빌로니아의 직각삼각형을 논할 때, '피타고라스의 정리' 대신 '직각삼각형의 성질'이나 '대각선 규칙' 등의 용어도 도입할 만하다.

둘째, 수학 교과서는 고대 이집트, 고 바빌로니아에서 고대 그리스, 로마로, 그리고 바그다드에서 유럽으로의 수학문화의 전이를 반영하여 학생들이 수학문화를 통한 타문화의 이해를 접하게 해야 한다.

방정식이나 대수학 입장에서 그리스 수학자 디오판토스를 언급하기보다는 바그다드 지혜의 전당에서 활동한 수학자 알콰리즈미를 소개하는 것이 올바르다.

셋째, 권위 있는 수학사 서적이나 논문을 참고하여 교과서와 교사용 지도서에 반영하고 그 출처를 교사용 지도서에서 기록하여야 한다.

초등수학과 관련된 아메스, 탈레스, 유클리드, 아르키메데스, 디오판토스, 데카르트, 알콰리즈미, 피보나치의 업적은 대중서나 인터넷을 참고하지 말고 해당 수학자의 저서를 직접 참고하고, 더 나아가 철학자나 역사학자의 저술을 사용하여 폭넓은 수학문화와 그 전이를 소개해야 한다. 플라톤의 대화록 《파이드로스》, 헤로도토스의 《역사》, 마틴 버낼의 《블랙 아테나, I, II》 등을 들 수 있다. 우리는 대중서가 추구하는 흥미로운 이야기를 역사적 사실로 서술하는 형태에서 벗어나 권위 있는 대학교재 이상의 수학사 서적이나 논문을 참고하여 교과서에 반영하고 출처를 교사용 지도서에서 밝혀야한다. 예를 들어, 초등 교과서가 왜곡하여 기술하고 있는 수학사 중에서 이집트인의 직각 삼각형 구현, 탈레스의 비례식의 최초 발견, 360도의 도입, 데카르트의 파리와 직교좌표계는 대중서(김용운, 1975; 김용운·김용국, 1985; 1991)를 참고한 것으로 추정되는데 이는 모두 잘못된 내용으로 재고되어야 한다. 또한, 부득이 웹사이트를 사용할 때는 권위를 고려하고 주소와 마지막 접속 날짜를 밝히는 것이 옳다고 본다.

끝으로, 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 교과서 개발방향의 가장 큰 특징은 '창의 및 인성의 강조'를 들 수 있다. 이를 새 교과서는 '이야기 마당' 등에서 잘 반영하고 있다. 수학사에 대한 고찰은 수학뿐만이 아니라 현대사회가 요구하는 타국의 문화적 배경에 대한 교육에도 일조할 수 있으므로 초등수학 교과서 개발에서 '타문화의 이해'가 하나의 특징이 되는 것도 좋다고 본다. 초등학교 수학 교과서가 고대 이집트, 고 바빌로니아 그리고 이슬람 수학문화를 객관적으로 반영하게 되면 학생들은 초등학교 때부터 아시아 아프리카적 가치를 접할 수 있다고 본다.

참 고 문 헌

교육부 (2014a). 초등학교 수학 3-1(3~4학년군 수학①). 서울: ㈜천재교육.
교육부 (2014b). 초등학교 수학 3-2(3~4학년군 수학②). 서울: ㈜천재교육.
교육부 (2014c). 초등학교 수학 4-1(3~4학년군 수학③). 서울: ㈜천재교육.
교육부 (2014d). 초등학교 수학 4-2(3~4학년군 수학④). 서울: ㈜천재교육.
교육과학기술부 (2011a). 수학 5-1. 서울: 두산동아(주).
교육과학기술부 (2011b). 수학 5-1, 익힘책. 서울: 두산동아(주).
교육과학기술부 (2011c). 수학 5-2, 익힘책. 서울: 두산동아(주).
교육과학기술부 (2011d). 수학 6-1, 익힘책. 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2011e). 수학 6-2, 익힘책. 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2010). 수학 6-나. 서울: 두산동아(주).

김민경 (2005). 초등수학 교육과정에서 수학사 관련 내용 분석 및 그 적용. 한국수학사학회지, 18(2), 43-54.

김용운 (1975). 수학의 흐름. 서울: 배영사신서.

김용운・김용국 (1985). 수학의 흐름. 학생 수학 시리즈 4, 서울: 전파과학사.

김용운・김용국 (1991). 재미있는 수학여행 3. 서울: 김영사.

김용운・김용국 (1996). 중국수학사. 서울; 민음사.

박제남 (2014). 황금비와 수학교육 담론. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 28(2), 281-302.

박제남·남호영 (2004). π-4천년 역사의 흔적. 서울: 교우사.

손주영・송경근 (2011). 이집트역사. 서울: 가람기획.

이상인 외 (2012). 중학교 과학③. 서울: ㈜지학사.

정해남 (2012). 예비수학교사를 위한 수학사 활용 방안. 한국수사학학회지, 25(3), 141-157.

한경혜 (2006). 수학과 교수·학습에서 수학사 활용의 교육적 함의: 수월성 교육을 중심으로 한 미적분 지도의 예. 한국수학사학회지, 19(4), 31-62.

한길준・정승진 (2001). 고대 이집트 분수의 교육학적 의미. 한국수사학학회지, 14(2), 101-114.

허도하・오영열 (2011). 의사소통 중심의 수학사 기반 수업이 초등학생의 수학적 의사소통과 태도에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 15(2), 463-485.

Arndt, J. and Haenel, C. (2000). *π unleashed.* New York: Springer-Verlag.

Berggren, J. L. (1986). *Episodes in the mathematics of medieval Islam.* New York: Springer-Verlag.

Bonnard, A. (2011). 그리스인 이야기(양영란 옮김)2. 서울: 책과함께.

Bernal, M. (2012). 블랙 아테나(오흥식 옮김). 제2권, 서울: 소나무.

Burton, D. (2007). *The history of mathematics, 6th ed*, New York: McGraw-Hill.

Cajori, F. (1991). *A history of mathematics, 5th ed.* Rhode Island: AMS.

Chace, A. (1979). *The Rhind mathematical Papyrus*, Virginia: NCTM.

Clagett, M. (1999). *Ancient Egyptian science: A source book*, Vol. Three: Ancient Egyptian mathematics, Philadelphia: Amer. Phil. Soc.

Descartes, R. (1952). *The Geometry of René Descartes with a facsimile of the first edition*(Translated from the French and Latin by D. Smith and M. Latham), Illinois: The Open Court Publishing Company.

Devlin, K. (2011). 수학의 언어(전대호 옮김). 서울: 해나무.

Engels, H. (1977). Quadrature of the circle in ancient Egypt, *Historia Mathematica* 4, 137-140.

Eves, H. (1983). *Great moments in mathematics before 1650*, Washington: MAA.

Eves, H. (1990). *An introduction to the history of mathematics, 6th. ed.* New York: The Saunders Series.

Friberg, J. (2007). *A remarkable collection of Babylonian mathematical texts*, New York: Springer-Verlag.

Fowler, D. and Robson, E. (1998). Square root approximations in Old Babylonian mathematics: YBC 7289 in context, *Historia Mathematica* 25, 366-378.

Gandz, S. (1937). The origin and development of the quadratic equations in Babylonian, Greek, and early Arabic algebra, *Osiris* 3, 405-557.

Gillings, R. (1972). *Mathematics in the time of the pharaohs*, New York: Dover.

Grabiner, J. (1995). Descartes and problem-solving, *Math. Mag.* 68, 83-97.

Gutas, D. (2013). 그리스 사상과 아랍문명(정영목 옮김). 경기도: 글항아리

Herodotos (2012). 역사(천병희 옮김). 경기도: 도서출판 숲.
Heath, T. (1910). *Diophantus of Alexandria, 2nd ed.* Cambridge: Cambridge Univ. Press.
Heath, T. (1981a). *A history of Greek mathematics*, I, New York: Dover.
Heath, T. (1981b). *A history of Greek mathematics*, II, New York: Dover.
Høyrup, J. (2002). *Lengths, widths, surfaces, A portrait of Old Babylonian algebra and its kin*, New York: Springer-Verlag.
Jackson, K. and Stamp, J. (2006). 피라미드, 상상 그 너머의 세계(정주현 옮김). 서울: 샘터.
Karpinski, L. (1915). *Robert of Chester's Latine translation of the algebra of Al-Khowarizmi*, London: The MacMillan Company.
Katz, V(Editor). (2007). *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam.* A source book, New Jersey: Princeton Univ. Press.
Lay-Yong, L and Tian-Se, A. (1986). Circle measurements in ancient China, *Historia Mathematica* 13, 325-340.
Leonardo of Pisa. (2002). *Fibonacci's Liber Abaci*(Translator: L. E. Sigler), New York: Springer-Verlag.
Merzbach, U. and Boyer, C. (2011). *A history of mathematics, 3rd ed.* New Jersey: Wiley.
Neugebauer, O. (1969). *The exact sciences in antiquity, 2nd ed.* New York: Dover.
Paton, W. R(Translator). (1979). *The Greek anthology V*(Books XIII-XVI), Massachusetts: Harvard Univ. Press.
Plato (2005). *Phaedrus*(Translated with an introduction and notes by C. Rowe), New York: Penguin Books.
Rashed, R. (1989). Problems of the transmission of Greek scientific thought into Arabic: Examples from mathematics and optics, *His. Sci.* 27, 199-209.
Renouf, P. and Naville, E. (1904). *The Egyptian book of the dead.* London: The Society of Biblical Archaeology.
Robins, G. and Shute, C. (1987). *The Rhind mathematical papyrus*, New York: Dover.
Robson, E. (2002). Words and pictures: New light on Plimpton 322, *Amer. Math. Monthly* 109, 105-120
Rossi, C. (2003). *Architecture and mathematics in ancient Egypt*, New York: Cambridge Univ. Press.
Simoson, A. (2009). Solomon's sea and π. *College Math. J.* 40(1), 22-32.
Solé, R. (2013). 나폴레옹의 이집트 원정기(이상빈 옮김). 경기도: 아테네.
Stillwell, J. (2010). *Mathematics and history, 3rd ed.* New York: Springer-Verlag.
Suzuki, J. (2002). *A history of mathematics*, New Jersey: Prentice Hall
Swift, J. (1956). Diophantus of Alexandria, *Amer. Math. Monthly* 63, 163-170.
Thomas, I. (1993). *Greek mathematical works II*, Massachusetts: Harvard Univ. Press.
Van Brummelen, Glen. (2009). *The mathematics of the heavens and the earth: The early history of trigonometry*, Princeton: Princeton Univ. Press
Van der Waerden, Bartel L. (1985). *A history of algebra*, New York: Springer-Verlag.
Veljan, D. (2000). The 2500-year-old Pythagorean theorem, *Math. Mag.* 73(4), 259-272.
http://www.egyptorigins.org/luxorellipse.htm. Last time accessed 26 August 2014.

A Direction of a Complement of the Elementary School Mathematics History Described in the Texts – Focusing on Mathematical Transculture.

Park, Jeanam
Department of Mathematics Education, Inha Universoty
E-mail: jnpark@inha.ac.kr

In this paper, we study the major mathematical history appeared in the elementary school mathematics textbooks. School mathematical history described in the texts reflects the axial age, and deals with mathematical transculture from the ancient Greek into Europe without the Islamic mathematics. We discuss about them through out the elementary school textbooks and give some directions for the problems.

* ZDM Classification : A32, A33
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97-01, 97-03
* Key Words : History of Mathematics, Axial Age, Mathematical Transculture.