

철도 최적 노선설계 모형의 해석과 적용

김정현* · 신영호**

Kim, Jeong Hyun*, Shin, Youngho**

Formulation and Evaluation of Railway Optimal Alignment Design Model

ABSTRACT

Railway operators have given a lot of efforts to determine the railway route of the minimum cost. In order to determine the optimal alignment, the alignment should be allocated satisfying the design criteria on various geographical condition with the minimum earth works. The determination of the optimal railway alignment is a kind of combination optimization because that must consider various design elements. This study developed a numerical model to determine the optimal railway alignment with the minimum construction cost. The problem was analyzed by the genetic algorithm, and the concept of the optimal alignment was established with the results from the analyses. The methodology was applied to a fictitious rail construction section and the result was evaluated. This methodology is meaningful considering the fact that the cost for energy is greater than that of the construction.

Key words : Railway route, Railway alignment, Route optimization, Genetic algorithm

초 록

철도 운영측면에서 비용을 최소화하는 최적노선을 설계하기 위해서는 다양한 지형 위에 설계기준에 맞는 노선을 배치하여야 하며, 절토량과 성토량을 최소화 하거나 이 둘의 합을 균형화 하여 공사비용을 최소화하고 있다. 열차의 효율적인 운영을 가능하게 하는 노선의 설계는 다양한 변수의 해 공간을 모두 고려하여야하기 때문에 조합최적화의 문제라고 할 수 있다. 본 연구에서는, 공사비를 최소화 하는 최적 철도 노선을 설정하기 위한 수리적 모형을 개발하였으며, Genetic Algorithm을 사용한 문제의 해석을 하였고, Algorithm과 결과를 활용한 철도 최적 노선 설계 개념을 정립하였다. 그리고 가상의 구간에 대한 사례적용을 통하여 본 연구에서 제시하고 있는 방법론에 대하여 평가하여 성토량과 절토량을 균형화 할 수 있음을 확인하였다. 이러한 결과는 실제적으로 수명 동안의 에너지 비용이 공사비보다 높은 현실에서 철도노선설계의 최적화 과정에서 중요하게 활용될 수 있을 것이다.

검색어 : 철도노선, 철도선형, 노선설계 최적화, 유전자 알고리즘

1. 서론

철도노선의 계획은 수많은 변수를 고려하는 복잡한 과정을 거친다. 이러한 노력들은 대부분 최적 지형선정을 통한 공사비 절감, 최대 승객수요를 고려한 역사위치의 선정, 최소 이동시간, 연계교통수단에 의한 접근성향상, 안전 등을 목표로 두고 이를 만족하는 노선을 찾기 위한 것이다. 우리나라에서도 이러한 목표를 달성하기 위한 노력으로 UIC 국제표준을 따르기 위한 철도계획 선진화 정책을 펴고 있다. 이는 사업 비용절감차원에서 매우 중요한 요소이다.

* 정회원 · 교신저자 · 한국철도기술연구원 책임연구원 (Corresponding Author · Korea Railroad Research Institute · kimjh@krrri.re.kr)

** 한국철도기술연구원 선임연구원 (Korea Railroad Research Institute · yshshine@krrri.re.kr)

Received June 30, 2014/ revised July 11, 2014/ accepted October 14, 2014

반면 이러한 다양한 표준을 다각적으로 동시에 고려하여 설계하는 데에는, 고려되는 요소만큼의 소요시간과 최적치 평가 과정이 필요하다.

본 연구는 이러한 최적노선설계의 가장 핵심인 선형을 최적화하는 과정 중 절도량과 성도량을 최적화 할 수 있는 알고리즘을 개발하고, 대안을 수치화 하며, 모형에 적용 및 평가를 통해 철도 노선의 선형설계를 효율적으로 수행하기 위한 것으로 최적화를 위한 수치화 과정, 알고리즘의 소개 및 적용 등으로 구성되어있다.

2. 문헌고찰

철도 최적노선설계는 도로와는 달리 많은 연구가 이루어지지 않았다. 이는 도로에 비하여 고려해야하는 선형의 변화가 많지 않기 때문이다. 이는 철도의 종단구배의 경사도를 천분율로 표현하는 것에서도 쉽게 알 수 있다. 도로에서는 종단경사를 백분율로 표현하고, 구배의 변화가 상대적으로 많이 나타난다. 따라서 선형최적선형을 위한 평면 곡선 및 종단곡선을 조합하여 가장 적은 공사비 또는 토공량을 줄 수 있는 선형을 찾는 노력이 이미 지속되어 왔다.

최근 철도에서도 공사비뿐만 아니라 운행비 및 유지보수비를 최소화 하는 노선의 설계를 위한 수리모형들이 작성이 되고 연구결과가 보고가 되고 있다.

2.1 선행연구

철도선형설계를 위한 선형최적화에 대한 연구는 그리 많지 않다. 이는 철도노선의 선형은 변화폭이 적고 대부분의 종단 선형을 수평으로 설계하는 경우가 일반화 되어 있기 때문이다. 해외사례의 경우, M. Kim and Schonfeld (2012)는 철도의 최적노선설계를 다루기 위하여 역간 일반구간의 기하구조를 볼록하게(convex) 할 것인가 아니면 오목하게(concave) 둘 것인가에 대하여 열차의 에너지 소모량을 평가하는 방법으로 평가하였다.

열차저항식 모형은 Davis 모형의 수정식을 사용하였고 운행속도(cruising speed)가 최적화된 속도를 사용하여 비용최소화 모형을 풀었다.

문제의 풀이는 MATLAB의 fminbnd function을 사용하였으며, 함수자체가 Global Optimization이 아닌 Local Minimum의 값을 구하게 된다.

결과는 오목할 경우 107.5km/h가 최적 속도로 나타났고 볼록할 경우 123.6km/h로 나타나, 종단 구배가 Dip구조 즉 볼록한 선형(convex hump)에서 더 나은 결과 값을 보였다.

Kim (2011)은 기 건설된 열차노선의 에너지비용을 최적화시키는 연구를 수행하였으며, 에너지 비용과 공사비를 최소화 하는

모형을 사용하였다.

최적화 방법은 Simulated Annealing기법을 사용하였고 E(V)를 S.A.의 temperature로 사용하였다. 또한 온도강하를 coasting, boiling은 가속, 종료 조건 $S = S_{\neq station}$ 일 때로 하였다.

대상구간은 New York의 Woodlawn에서 Connecticut의 New Haven 구간을 적용하였으며 실험은, 실제적인 노반선형과 속도제한, 통행시간, 통행시간 조건(limit)를 고려하여 정해진 Coasting 계획(속도: 하행, 상행)에 따라 실험하여 결과 도출하였다.

이 때 가정된 변수는, 독립변수로는 차량무게, coasting speed, coasting position을 두고 종속변수로는 동력 소비량을 설정하였고, 도시철도를 대상으로 속도제한을 120km/h로 하였다.

2.2 선행연구에 대한 시사점

국내의 철도선형에 대한 연구는 운영단계에서 열차의 운행최적화에 집중되어 있는데, 선형은 계획단계에서 결정되는 것이며, 이는 공사비의 결정에 중요한 역할을 하게 된다. 그러나 이러한 운행비만을 고려한 선형은 공사비와는 상충되는 결과를 나올 수 있다. 상대적으로 공사비만을 고려한 선형은 운행비측면에서 최적화된 선형은 아니다. 본 연구는 이러한 관점에서 먼저 공사비의 최적화된 선형을 찾고자 한다. 이는 우선 계획단계에서 결정된 선형이 운행조건에도 영향을 주게 되므로, 이를 모형화 한다면 향후 연구에 도움이 될 수 있을 것이다. 따라서, 계획단계에서의 철도선형설계 모형이 중요하다고 할 수 있다.

3. 최적 노선설계를 위한 수치화

일반적인 설계방식에서는 지형의 수치지도위에 노선을 그리는 방식으로 설계가 가능하다. 반면, 최적노선설계에서는 최적의 선형을 찾기 위하여 알고리즘을 만들고 이를 프로그래밍 하여 반복하는 과정을 거치게 된다. 이러한 반복과정을 위하여 설계노선이 수치적으로 정의되어야하며, 절도 및 성도량의 계산을 위하여서는 지형도 수치적으로 표현되어야 한다. 또한 노선을 찾아기는 과정에서 지형을 광범위 하게 탐색하는 과정을 거치므로 지형데이터도 수치화 되어 있어야 한다.

3.1 지형의 표시

지형을 표시하기 위해서는 지형조건을 B-Spline Curve (Walton, 1987)를 이용하여 나타내었으며 설정할 노선도 한국의 철도건설규칙의 각종 선형조건에 맞추어 종단 Profile의 경우 직선-원곡선-직선의 조합으로 나타내어진다.

Fig. 1은 종단선형의 예이다. 이러한 지형을 사용하여 특정 선형조건에 상응하는 공사비는 다음 절에서와 같이 정리된다.

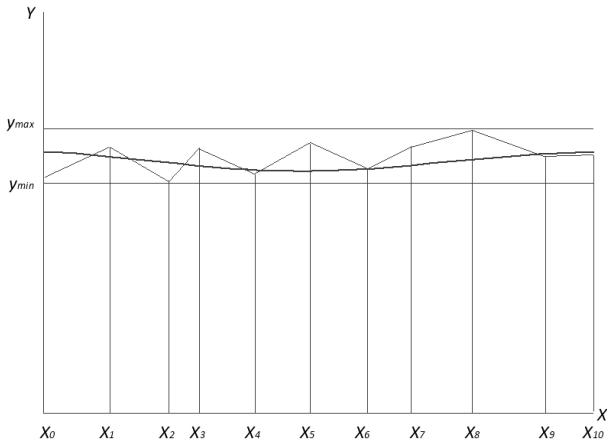


Fig. 1. Vertical Alignment and Route Curve

Cubic 스플라인 함수의 일반식은 다음과 같다.

$$f_i = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \quad (1)$$

점이 4개 일 때, 다음의 매트릭스 폼으로 바꿀 수 있다. n개일 때는 n차의 매트릭스로 확장 할 수 있다. 네 개의 점을 사용하여 스플라인 함수를 구하기 위한 매트릭스 폼은 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & c_1 \\ h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & & c_2 \\ & h_2 & 2(h_2+h_3) & h_3 & c_3 \\ & & & 1 & c_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 3(f[x_3,x_2] - f[x_2,x_1]) \\ 3(f[x_4,x_3] - f[x_3,x_2]) \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2 공사비용의 계산

공사비용을 산정하기 위한 토공량 계산은 다음 식을 사용한다.

$$A_c(i) = A_{mc}(i) + A_{mf}(i) \quad (3)$$

$$A_{mc}(i) = \frac{(H_i^2(i) \times W)}{(2 \times (H_l(i) \times H_r(i)))} + \frac{(H_l^2(i))}{(2 \times S_c)} \quad (4)$$

$$A_{mf}(i) = \frac{(H_i^2(i) \times W)}{(2 \times (H_l(i) \times H_r(i)))} + \frac{(H_r^2(i))}{(2 \times S_f)} \quad (5)$$

여기서, $A_c(i)$ 는 단위구간 i 의 전체 토공면적, $A_{mc}(i)$ 는 절토면적, $A_{mf}(i)$ 는 성토면적 이다.

성토 시에 모자라는 양은 절토구간에서 빌려 사용할 수 있으므로 위 식의 개념을 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$W_n = s \times w_c - w_f \quad (6)$$

여기서, w_n 은 총 토공량으로서, 절토량 w_c 과 성토량 w_f 로 정의되며, 이때 s 는 earth shrink factor이다. 만일 w_n 이 음의 값인 경우 부족분은 여유분 또는 외부유입으로 채워야 한다 (Jong, 2000). Eq. (6)은 다음과 같이 계산되어질 수 있다.

$$W_T = a_c w_c + a_f w_f + a_l \times \max[w_n, 0] - \min[w_n, 0] \quad (7)$$

여기서, a_c 와 a_f 는 세제곱 미터당 단위공사비용이고 a_l 과 a_b 는 세제곱미터당 운송하는 비용과 여유분을 빌려 채우는 비용이며, W_c 와 W_f 는 전체 절토 및 성토량이다.

4. 최적 노선설계를 위한 알고리즘

4.1 최적화 알고리즘의 선정 배경

본 연구에서 최적화 알고리즘으로는 Genetic Algorithm (GA)을 사용하였다.

본 연구에서 사용된 최적화 알고리즘은 Genetic Algorithm (GA)을 사용하였다. GA알고리즘은 절대적인 알고리즘은 아니지만 기본적으로 현재의 우수안 대안을 토대로 보다 나은 대안을 찾아 가는 Greedy Search 형태를 지니고 있으며, 해공간을 탐색할 때, GA의 기본개념과 더불어 임의적인 확률적 선택으로 특정 해공간만을 탐색하지 않는 특징이 있다.

GA는 초기해 생성과정을 일반적으로 랜덤하게 생성하게되는데, 이는 최적화 하고자 하는 문제에 따라 GA의 최적해 수렴을 어렵게 하는 문제가 있다. 또한, 초기 가능해가 최적해 영역에 접근하였다고 하더라도 Reproduction 과정에서의 Crossover 및 Mutation의 확률값이 너무 크게 되면 해공간을 벗어나, 수렴시간을 길게 하는 문제가 있다. 이러한 문제점이 있음에도 불구하고 GA가 최적화 문제에 자주 사용되는 이유는, 여 타 논문의 다양한 적용 사례에도 나타나듯이 Heuristic 알고리즘 중에서 전체 해공간을 효율적으로 탐색하여 Exact Solution이 아닌 Optimal Solution을 찾아나가는 Heuristic 해법 중 비교적 우수한 성능을 내기 때문이다.

4.2 GA Population의 생성

본 연구에서의 해공간은 2차원 좌표 값으로 나타낸다. 이때 종축과 횡축에 대한 각각의 해공간을 생성하게 되는데 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다.

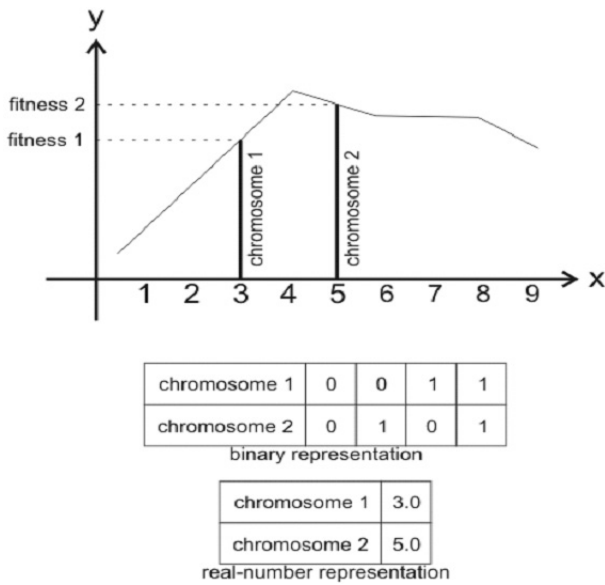


Fig. 2. GA Population Generation

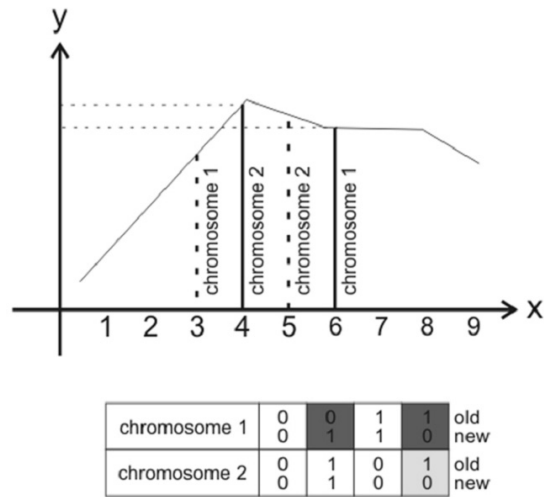


Fig. 4. GA Mutation Process

4.3 GA Crossover

Fig. 3은 GA의 crossover process를 설명하고 있다. crossover란, 확률적으로 선택되어진 두 개의 chromosome을 사용하여 새로운 해를 만들어내는 과정을 말한다.

4.4 GA Mutation

Mutation process는 기존의 해공간의 범위를 확장하여 임의 탐색을 하는 개념으로서, chromosome 자체의 gene의 값을 switch하는 개념이다. 목적함수의 개선이 되지 않는 chromosome은 버려지므로 검색될 수 없는 영역이 생길 수 있다. mutation은 이를 보완할 수 있는 개념이기도 하다. Mutation 역시 확률적으로 이루어지며, 새로이 생성된 chromosome은 crossover 과정을 거치면서 새로운 가능해 공간을 탐색하게 된다.

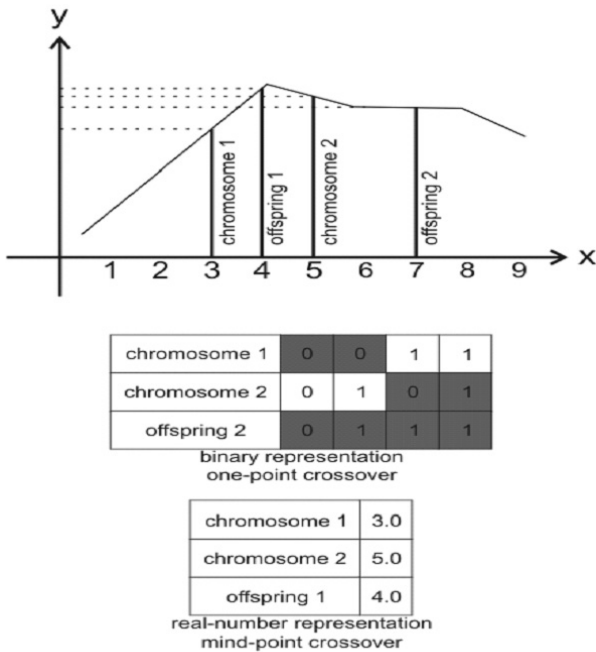


Diagram - Crossover operation examples

Fig. 3. GA Crossover Process

생성된 초기 해는 2진수로 코딩되어진다. 이때, 해공간을 좁히기 위한 초기해 선정조건을 사용한다. 초기해 조건은 Fig. 5에서와 같이 철도 종단선형이 설계기준을 넘지 않도록 하여, 이를 넘어서는 population은 사용하지 않는다. 마찬가지로 reproduction 과정에서도 이러한 해는 배제된다.

5. 수행 알고리즘 개발

5.1 목적함수

본 연구에서 최적화에 사용되는 목적함수는 이전 장에서 설명된 것을 토대로 다음과 같이 작성되었으며, 이는 알고리즘 수행에 순차적으로 설명하고 있다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \text{Earthwork Cost} = E \cdot (c_u) \\
 & \text{s.t.} \quad E = \sum \Delta C_t \cdot \delta, \quad \text{if } \Delta C_t < 0 \text{ then } \delta = -1, \\
 & \quad \quad \quad \Delta C_t \geq 0 \text{ then } \delta = 1, \\
 & \alpha < \beta, \quad (\text{begin point} < \text{end point}) \\
 & \alpha > 0, \beta > 0
 \end{aligned}$$

목적함수의 비용 최소화를 위하여 절토량과 성토량의 적분값을 계산하고, 이후 알고리즘을 적용하여 최적값을 찾아내게 된다.

5.2 최적화 알고리즘

최적화를 위한 알고리즘은 다음의 단계를 통하여 수행 된다.

[step 1] 지형에 대한 given point 정의 :

$$(x_i^{land}, y_i^{land}), y_i^{land} = f_i^{land}(x_i^{land})$$

[step 2] 지형에 대한 Spline 함수 정의 :

$$y_i^{land} = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

[step 3] 지형에 대한 Spline 함수 최소값, 최대값 산출 :

$$\min[f_i^{land}(x_i^{land})], \max[f_i^{land}(x_i^{land})]$$

[step 4] 단위구간 토공에 대한 GA population 생성 :

$x_a^{rail}, x_b^{rail}, x_c^{rail}, x_d^{rail}$ 의 population 생성, $f^{rail}(x_a^{rail}), f^{rail}(x_b^{rail}), f^{rail}(x_c^{rail}), f^{rail}(x_d^{rail})$ 의 population 생성, select parent, crossover, mutation : GA work

[step 5] 선택된 population에 의한 노선 Spline 함수 정의 P:

$$y_i^{rail} = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

[step 6] 함수의 적분 검사(Cut, Fill, 교점 확인) :

구간 : $\begin{cases} \alpha = x, & \alpha = 0: start\ point \\ \beta = x + \Delta x, & \beta \leq end\ point \end{cases}$ 에서의 적분 값 검사

$$\Delta C_i = \int_{\alpha}^{\beta} (y_{land} - y_{rail}) dx$$

If $\Delta C_i > 0$ then (Cut Amount Save) else

If $\Delta C_i \cong 0$ then (Switch Point Save) else

If $\Delta C_i < 0$ then (Fill Amount Save)

[step 7] GA Fitness Test :

$$\begin{cases} case1: \Delta Earthwork = \left| \int (fill) \right| + \int (cut) \\ case2: \Delta Earthwork = \int (fill) + \int (cut) \end{cases}$$

If case 1, then stop condition : max iteration end;

If case 2, then stop condition : $\Delta Earthwork \cong 0$; Save

Genome

$$f^{rail}(x_a^{rail}), f^{rail}(x_b^{rail}), f^{rail}(x_c^{rail}), f^{rail}(x_d^{rail}), x_a^{rail}, x_b^{rail}, x_c^{rail}, x_d^{rail}$$

[step 8] Loop 조건 Test :

If (only earthwork) then begin

if (stop condition) then [step End] else [step 4];

else if (only EOTPS) or (Mutually EOTPS, earthwork) then [step 9]

6. 사례연구

사례연구의 지역은 임의모형에 의한 가상의 지형이며, 제안된 algorithm을 사용함과 동시에 최적치 대안에 대한 과정을 수학적으로 명시하였고, 프로그램에 의한 계산과 일치하였다. 사례연구의 내용은 다음과 같다.

실험구간은 시작점에서 종점까지 4,500m 길이의 구간에 대하여 중단선형을 설정하였다. 형태는 Fig. 5와 같다. 최고 높이는 437m, 최저 높이는 320m이다.

지형의 좌표는 Table 1과 같다.

이때 Spline함수는 다음과 같이 구해진다.

$s_i(x) = f_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$ 으로 표시되는 일반식에서

$$f_1 = 437, f_2 = 320, f_3 = 437, f_4 = 320,$$

$$h_1 = 1575 - 0 = 1575, h_2 = 2700 - 1575 = 1125,$$

$$h_3 = 4500 - 2700 = 1800$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1575 & 5400 & 1125 & 0 \\ 0 & 1125 & 5850 & 1800 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.535 \\ -0.507 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.220 \times 10^{-4} \\ -1.1013 \times 10^{-4} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \frac{f_2 - f_1}{h_1} - \frac{h_1}{3}(2c_1 + c_2) = -0.138,$$

$$b_2 = \frac{f_3 - f_2}{h_2} - \frac{h_2}{3}(2c_2 + c_3) = 0.054,$$

$$b_3 = \frac{f_4 - f_3}{h_3} - \frac{h_3}{3}(2c_3 + c_4) = 0.067$$

$$d_1 = (c_2 + c_1)/(3h_1) = 6.98 \times 10^{-4},$$

$$d_2 = (c_3 + c_2)/(3h_2) = 9.77 \times 10^{-4}$$

$$d_3 = (c_4 + c_3)/(3h_3) = -2.04 \times 10^{-8}$$

$$s_1(x) = 437 - 0.138x + 6.98 \times 10^{-4}x^3$$

$$s_2(x) = 320 + 0.054(x - 1575)$$

$$+ 1.220 \times 10^{-4}(x - 1575)^2$$

$$+ 9.77 \times 10^{-4}(x - 1575)^3$$

$$s_3(x) = 437 + 0.067(x - 2700) - 1.1013 \times 10^{-4}(x - 2700)^2 - 2.04 \times 10^{-8}(x - 2700)^3$$

구해진 스플라인 함수는 수치화된 모형으로 알고리즘상의 절토량과 성토량을 계산하기 위한 중요한 수단이다.

노반 폭을 7m로 하였을 때의 절토 및 성토량은 Table 2와 같다.

B-Spline을 사용하여 지형의 선형을 함수화 하는 과정에서 초기 포인트가 충분하지 않으면 선형을 표현하지 못하는 결과를 나타내었다. 이는 계산과정의 복잡함으로 인해 포인트를 적게 두게 된 것에 기인한다.

이러한 문제를 해결하기 위해서는 지형 및 노선을 나타내는 함수를 보다 간결하게 할 필요가 있다. 이러한 과정을 거친다면 보다 효율적으로 알고리즘을 수행할 수 있을 것으로 기대된다.

본 연구에서 적용된 방법론을 통하여 철도노선계획을 보다 비용 효율적으로 수행할 수 있을 것으로 기대되며, 현재 연구가 진행 중인 철도노선 최적화 프로그램 개발등에 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

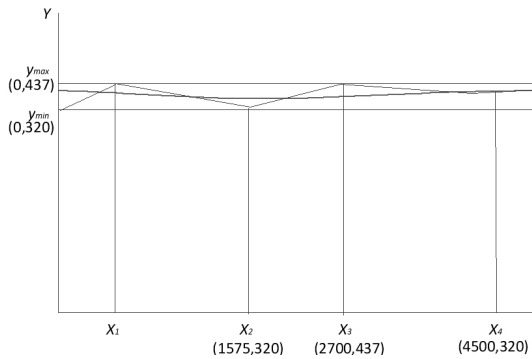


Fig. 5. Vertical Alignment of Study Section

Table 1. Coordinates

i	x_i	f_i
1	0	437
2	1575	320
3	2700	437
4	4500	320

Table 2. Quantities of Land Cutting and Filling (unit: m³)

	$[x_1, x_2]$	$[x_2, x_3]$	$[x_3, x_4]$	total
Cut	125608	82010	9800	207,618
Fill	-120250	-75000	-7560	-195,250
total	0	0	0	0

7. 결론 및 향후 연구방향

본 연구를 통해 계획단계에서 사용할 수 있는 선형설계 모형을 개발하였고 이는 비용측면에서 서로 상충될 수 있는 운행비용과 공사비를 최적화하기위한 기초 모형으로 활용될 수 있을 것이다.

시뮬레이션 과정은 모든 실제 상황을 정확하게 표현하기 어려운 한계를 가지고 있으나, 연구의 과정을 통하여 보다 현실에 가까워지려는 노력을 하고 있다고 할 수 있다. 본 연구에서 개발 되어진 모형을 통해, 보다 정밀한 선형설계 모형 및 운행모형으로의 접근이 가능하리라 기대된다.

그러나 철도의 최적노선은 토공량의 균형화, 또는 공사비의 최소화만으로 결정되는 것이 아니며, 이에 추가하여 동력비등 철도 운영비용 및 환경, 사회경제적 요인 등의 요소 또한 고려되어야 한다. 본 연구는 최적철도노선을 도출할 수 있는 하나의 요소를 수리적으로 분석하는 방법론을 개발하는 것으로서, 이와 더불어 앞에서 언급된 타 결정요소들에 대한 연구도 지속되어야 할 것이다.

References

Jha, M. K. (2000). *A geographic information systems-based model for highway design optimization*, Ph.D. Dissertation, University of Maryland, College Park, M.D.

Kim, K. and Chien, S. I. J. (2011). "Optimal train operation for minimum energy consumption considering track alignment, Speed limit, and Schedule Adherence." *J. of Transportation Engineering*, ASCE, Vol. 137, No. 9, pp. 665-674.

Kim, M., Schonfeld, P. and Kim, E. (2012). "Comparison of vertical alignments for rail transit." *J. of Transportation Engineering*, ASCE, Vol. 139, No. 2, pp. 230-238.

Walton, D. J. (1987). "B-spline terrain modeling on personal computer." *J. of Computing in Civil Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 162-174.