

〈기술노트〉

액상화 가능 지수를 활용한 확률적 액상화 재해도

정재원* · Rogers, J. David**

Chung, Jae-won*, Rogers, J. David**

Preparation of Probabilistic Liquefaction Hazard Map Using Liquefaction Potential Index

ABSTRACT

Probabilistic liquefaction hazard map is now widely needed for engineering practice. Based on the Liquefaction Potential Index (LPI) calculated from liquefied and non-liquefied cases, we attempted to estimate probabilities of liquefaction induced ground failures using logistic regression. We then applied this approach for the regional area. LPIs were calculated based on 273 Standard Penetration Tests in the floodplains in the St. Louis area, USA and then interpolated using cokriging with the covariable of peak ground acceleration. Our result shows that some areas of $LPI \geq 5$, due to soft soil layers and shallow groundwater table, appear probabilities of ground failure ≥ 0.5 .

Key words : Standard penetration test (SPT), GIS, Seismic hazards, Peak ground acceleration (PGA), Logistic regression analysis

초록

공학적 측면에서 확률론적 액상화 재해 작성법이 점차 요구됨에 따라, 본 연구에서는 실제 액상화 피해 현장의 액상화 가능 지수(Liquefaction Potential Index, LPI)를 이용한 로지스틱 회귀분석으로 액상화 피해 확률을 예측하였다. 또한 이 분석을 바탕으로 광역지역의 액상화 재해도 기법을 제시하였다. 사례 연구로서 미국 세인트루이스 지역 홍수평야의 표준관입시험(273 곳) 결과를 대상으로 LPI를 산정하였고 최대지반가속도를 코크리깅의 이차변수로 적용하여 보간하였다. 연구결과, 일부 구역에서 연약지반과 얇은 지하수위로 인해 LPI 값이 5이상으로 나타나, 액상화로 인한 지반 피해 확률이 0.5 이상으로 예측되었다.

검색어 : 표준관입시험, GIS, 지진재해, 최대지반가속도, 로지스틱 회귀분석

1. 서론

지반의 액상화(liquefaction)는 주로 지진동에 의해 토층이 액체와 같은 상태가 되는 현상으로, 과잉간극수압과 유효응력 감소로 인해 토층이 전단강도를 잃게 될 때 일어난다(Kramer, 1996; Youd et al., 2001). 1964년 일본 Niigata 지진($M_w 7.6$)으로 인한 액상화가 대표적이며, 최근 2011년 Tohoku 지진($M_w 9.0$)과 2011년 뉴질랜드 Christchurch 지진($M_w 6.2$)동안 액상화가 발생하여, 상하수도 시설, 도로 및 건물 등에 피해가 일어났다(Bhattacharya et al., 2011; Cubrinovski et al., 2011). 충격충 및 해안매립지가 액상화에 취약하며 토층의 현장시험 또는 실내시험 결과를 바탕으로 액상화 가능성을 판단한다(JSSMFE, 1993; Yasuda, et al., 2012).

* 정회원 · 교신저자 · 미주리과학기술대학교 지질공학과 연구원

(Corresponding Author · Missouri University of Science & Technology · jc8r4@mst.edu)

** 미주리과학기술대학교 지질공학과 교수 (Missouri University of Science & Technology · rogersda@mst.edu)

Received August 16, 2014/ revised September 11, 2014/ accepted October 8, 2014

각 지층의 액상화 가능성(potential)은 지하수위와 최대지반가속도(Peak Ground Acceleration; PGA)를 이용하여 안전율(Factor of Safety, FS)이 1.0보다 클 경우 ‘안전’, 1.0보다 작을 경우 액상화 ‘가능’으로 평가한다. 하지만, 각 지층의 안전율에 의한 평가법만으로는 지반의 액상화 피해정도를 예측하기 힘들고 광역 지역의 액상화 평가시 축적이외의 피해를 예측하는데 어려움을 겪어 왔다(Holzer, 2008). 최근 연구에서는 Iwasaki et al. (1982)가 제안한 액상화 가능 지수(Liquefaction Potential Index, LPI)를 적용하여 액상화 피해정도를 평가하고 있다. Iwasaki (1986)는 $LPI \leq 5$ 이면 액상화 피해 정도가 낮고, $LPI > 15$ 이면 매우 높다고 보고하였다. Toprak and Holzer (2003)은 1989 Loma Prieta ($M_w 6.9$) 지진으로 lateral spreading 현상을 보인 지반은 $LPI \geq 12$ 의 값을 보이고 sand boil 현상이 있었던 지반은 $LPI \geq 5$ 의 값을 보여, LPI를 바탕으로 액상화 피해형태를 분류할 수 있다고 기술하였다. 뿐만 아니라 LPI 수치를 GIS (Geographic Information System)와 융합하여 광역 액상화 재해도(regional liquefaction hazard map) 제작에 활용하고 있다(Lee et al., 2003; Chung and Rogers, 2011; Maurer et al., 2014).

지금까지 이러한 LPI 기반의 액상화 재해도는 대부분 $LPI \leq 5$ 또는 > 5 경우에 대하여 각각 액상화 피해 가능성을 낮거나 높다고 판단하는 기술적(descriptive) 재해도로 제작되어 왔다. 하지만, 기술적 액상화 재해도는 LPI 수치에 따라 액상화 피해도가 크게 달라질 수 있다는 점과 현재 확률적 지진 재해도(probabilistic seismic hazard map) 작성방법이 널리 쓰이고 있다는 점에서 그 정확도와 활용도가 떨어지는 측면이 있다. 이에 따라, LPI 수치에 따른 액상화 피해 예측수치를 제공하고 확률적 지진 재해도에 상응할 수 있는 확률적 액상화 재해도(probabilistic liquefaction hazard map)의 필요성이 대두되고 있다(Holzer, 2008; Petersen et al., 2008).

이 연구의 목적은 로지스틱 회귀분석(logistic regression analysis)으로 LPI 수치에 따른 액상화 피해 확률을 분석하고 GIS를 이용한 확률적 액상화 재해도 작성방법을 제시하는데 있다. 표준관입시험 결과(Standard Penetration Test, SPT)에서 도출한 LPI의 로지스틱 회귀분석은 Papathanassiou (2008)에 의해 제시되었지만, 액상화 피해를 가능하는 LPI 수치가 19로서, Iwasaki et al. (1982)의 LPI 수치(=5)보다 지나치게 높고, 액상화 안전지반의 예측확률이 44%로 낮아 예측불확실성을 내포한다. 본 연구에서는 Iwasaki (1986)의 SPT 원자료를 기반으로 액상화 피해 확률을 도출하였다. 사례 연구지역인 세인트루이스(St. Louis metropolitan area)는 미국 중부에 위치한 도시로, 1811-1812년에 일어난 지진으로 인해 충적층 지대에 액상화 현상이 발생한 바 있어 지진이 재발할 경우 교량과 건축물에 액상화로 인한 피해가 예상되는 지역이다.

2. 액상화 가능지수(LPI)

LPI는 각 토층의 액상화 안전율에 가중치를 부여한 후 지하 20m까지 적분하여 하나의 수치로 표현된다(Eq. (1); Iwasaki et al., 1982).

$$LPI = \int_0^{20} F \cdot w(z) dz \quad (1)$$

여기서, LPI=액상화 가능 지수, z =지층의 깊이(m), $w(z)$ =가중치 함수($=10-0.5z$)이고, $F=1-FS$ (for $FS \leq 1.0$)와 $F=0$ (for $FS > 1.0$)으로 정의한다. 액상화에 대한 안전율(FS)은 Seed and Idriss (1971)와 Seed et al.(1985)의 식으로 결정할 수 있다(Eq. (2)).

$$FS = \left(\frac{CRR_{7.5}}{CSR} \right) MSF \quad (2)$$

여기서, CRR=진동저항응력비(Cyclic Resistance Ratio), CSR=진동전단응력비(Cyclic Stress Ratio), 그리고 MSF=지진규모 보정계수($=10^{2.24}/M_w^{2.56}$)이다. 액상화에 대한 CRR은 Eq. (3)과 같이 SPT 타격회수(SPT-N)를 이용한 경험식(Youd et al., 2001)으로 구할 수 있다.

$$CRR = \frac{1}{34 - (N_1)_{60}} + \frac{(N_1)_{60}}{135} + \frac{50}{[10(N_1)_{60} + 45]^2} - \frac{1}{200} \quad (3)$$

여기서, $(N_1)_{60}$ =SPT-N 보정치이므로, 세립질 함량(Fine Content, FC)이 높아짐에 따라 CRR이 높아지므로, FC에 따라 $(N_1)_{60}$ 수치를 $(N_1)_{60cs}$ 로 보정하여 CRR을 구할 수 있다(Youd et al., 2001). CSR은 Eq. (4)와 같이 구할 수 있다.

$$CSR = 0.65 \left(\frac{a_{max}}{g} \right) \left(\frac{\sigma_{vo}}{\sigma'_{vo}} \right) r_d \quad (4)$$

여기서, a_{max} =최대지반가속도, g =중력가속도, σ_{vo} =수직응력, σ'_{vo} =유효수직응력, r_d =응력감소계수로서, $z \leq 9.15$ 이면 $r_d = 1.0 - 0.00765z$ 로 $9.15 < z \leq 23m$ 이면 $r_d = 1.174 - 0.0267z$ 로 정의한다.

3. 로지스틱 회귀분석

로지스틱 회귀분석은 특정 사건이 발생할 확률을 구하는 통계분석 방법으로서 발생 확률식은 Eq. (5)와 같다.

Table 1. Data Set for Logistic Regression Analysis

LPI	Liquefied-induced ground failure	
	Yes	No
0 to 5	7	17
5 to 10	10	2
10 to 15	13	1
15 to 20	8	3
20 to 25	14	0
25 to 30	7	0
30 to 35	1	0
35 to 40	3	0
40 to 45	1	0
Total	64	23

Table 2. Classification Summary of Logistic Regression Analysis

Observed		Predicted		
		No(0)	Yes(1)	Percentage correct
Liquefaction-induced failure	No(0)	16	7	69.6
	Yes(1)	6	58	90.6
Overall percentage			85.1	

$$\text{Prob}(Y) = [1/(1+e^{-(B_0+B_1 \cdot X)})] \tag{5}$$

여기서, Y=중속변수(액상화 피해확률), X=독립변수(LPI), 그리고 $B_0=B_1$ =회귀계수이다. 본 연구에서는 Iwasaki (1986)의 액상화 피해 사례(Table 1)의 LPI를 대상으로 로지스틱 회귀분석을 수행하였다. 통계 패키지 SPSS 20를 이용하여 분석한 결과, 추정된 B_0 와 B_1 는 각각, -0.806, 0.194로서 로지스틱 회귀분석을 이용한 액상화 피해 가능성은 Eq. (5)로부터 예측할 수 있다. LPI ≥ 5 일 경우, 액상화 피해 확률은 50%이상으로 나타나, 본 연구에서는 LPI 값 5를 기준으로 액상화 피해 유무를 예측하였다.

액상화 피해가 일어나지 않은 곳은 분석결과 69.6%의 정확도를 보였고, 액상화 피해가 일어난 곳은 90.6%의 정확도를 보였다 (Table 2). 전체 85.1%의 정확도를 보여 대체로 높음을 알 수 있다. 또한, Cox and Snell R^2 와 Nagelkerke R^2 가 각각 0.310, 0.453로서, LPI로 액상화로 인한 지반 피해 예측이 가능함을 알 수 있다.

4. 연구지역

미국 세인트루이스 지역은 미시시피(Mississippi)강을 경계로 미주리주와 일리노이주에 걸쳐 있다. 이 지역의 제 4기 지표면

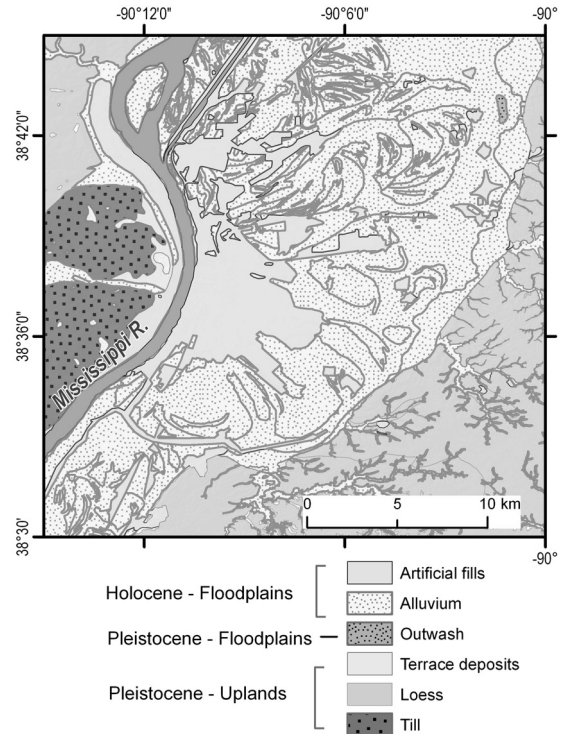


Fig. 1. Simplified Quaternary(Surficial) Geologic Map of the Study Area

지질은 성토층(artificial fills), 충적층(alluvium), 하안단구층(terrace deposits), 퇴스(loess)/빙토(till) 층으로 이루어져 있다(Fig. 1 (Grimley and Phillips, 2006)). 이 지역의 지진대로는 약 200km 떨어진 미주리주 남동부의 뉴마드리드 지진대(New Madrid Seismic Zone)를 들 수 있다. 이 지진대에서는 1811-1812년 세 차례에 걸쳐 M_w 7.0-8.1의 지진이 일어난 바 있으며(Petersen et al., 2008). Tuttle (2005)는 지진대 주변과 인근 지역의 액상화 현상과 퇴적된 지층의 연대 분석을 근거로 이 지진대의 M_w 7.6+ 지진주기를 500년으로 추정하였다.

5. 연구방법

Obermeier (1989)는 홍적세(Pleistocene)층은 고결작용으로 액상화 저항성이 크다고 보고하였고, Hitchcock et al. (1999)는 포화된 토층의 깊이가 12m 이상일 경우 액상화가 발생하지 않는다고 보고하였다. 연구지역 구릉지(upland)의 퇴스와 빙토층은 홍적 세층이고, 지하수 깊이 또한 12m이상으로 보고되어 액상화 발생 가능성이 극히 낮을 것으로 판단된다. 따라서, 본 연구에서는 PGA와 LPI 산정시 이들 지질단위를 제외하였다. 확률적 액상화 재해도 작성을 위한 각 단계별 분석과정은 다음과 같다.

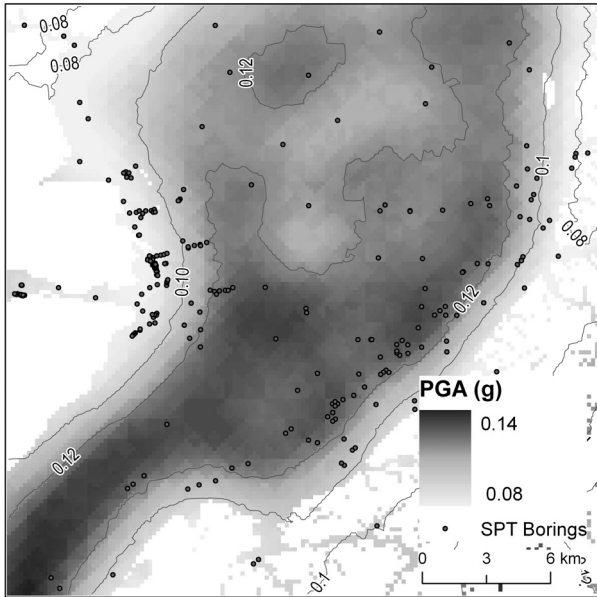


Fig. 2. Map Showing the Distribution of Estimated PGA (Holocene Floodplains Only)

5.1 PGA 예측

PGA는 미국 중부지역의 실제 지진자료와 시물레이션을 기초로 Atkinson and Boore (2006)가 제시한 감쇠식을 이용하여 예측하였다(Eq. (6)).

$$\begin{aligned} \text{LogPGA} = & 0.907 + 0.983M - 0.066M^2 + (-2.7 + 1.59M)f_1 \\ & + (-2.8 + 0.212M)f_2 + (-0.301 - 0.0653M)f_0 - 0.000448R_{cd} + S \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, PGA=최대지반가속도(5% 감쇠 적용), M=모멘트 규모, $f_0 = \max(\log(10/R_{cd}), 0)$, $f_1 = \min(\log R_{cd}, \log 70)$, $f_2 = \max(\log(R_{cd}/140), 0)$, R_{cd} =단층과의 거리(km), 그리고 S=부지증폭계수이다. 지반의 Vs30(지하 30m 까지의 평균 전단파속도(Shear Wave Velocity, Vs)) 수치를 이용한 부지증폭계수 유도식과 계수는 Atkinson and Boore (2006)의 논문내 Eqs. (7) and (8)에 각각 제시되어있다. 연구지역의 지반의 Vs30는 Wald and Allen (2007)가 제시한 대로 500m 해상도의 수치표고모델을 기반으로 획득하였다. 시나리오 지진으로, 뉴마드리드 지진대에서 Mw7.5 지진이 개발할 경우를 가정하였다. PGA는 부지증폭계수와 지진 시나리오 및 단층과의 거리(180-240km)를 Eq. (6)에 대입하여 산정하였다(Fig. 2).

5.2 SPT 자료획득과 LPI 분석

연구지역의 LPI 계산을 위해 주립 지질조사국 및 민간 건설사에서 조사한 총 273 곳의 SPT 자료를 수집하여 분석하였다(Fig. 2). 지질단위별 SPT 자료의 숫자는 다음과 같다: 성토층(66), 충적

Depth (m)	Lithology (USCS)	GWT	SPT-N60	Fines < 5 mm	PGA=0.15 g	
					FS	LPI
- 0	Silty clay (CL-ML)	3.5 m	2	≥ 15 %	Non-liquefiable	5.9
- 1			4			
- 2			4			
- 3			5			
- 4			4			
- 5	4					
- 6			2			
- 7	Silt (ML)		5		0.9	
- 8		6		1		
- 9		4		0.8		
- 10	Poorly graded silty sand (SP-SM)		3		0.5	
- 11		9		0.7		
- 12		7		0.6		
- 13		24		1.7		
- 14		19		1.3		
- 15	20		1.4			
- 16			23	< 15 %	1.6	
- 17	Well-graded sand (SW)		>34		N	
- 18		28		1.8		
- 19						
- 20						

Fig. 3. An Example of SPT Profile Showing the LPI Analysis; USCS=United Soil Classification System; GWT=Groundwater Table: Non-liquefiable Soil(N) for $(M_1)_{60} \geq 30$

층(182), 하안단구(25). 지하수 깊이는 SPT 현장시험 당시 관측된 값을 취하였다. 본 연구에서는 Seed and Idriss (1982)의 방법에 따라 각 지층의 액상화를 선별(screening)한 후 Eqs. (1)-(4)를 이용하여 각 SPT에 대한 FS와 LPI를 산정하였다(Fig. 3).

5.3 확률적 액상화 재해도

연구지역의 LPI 측정간의 LPI는 코크리깅(cokriging)을 이용하여 보간(interpolation)하였다. 코크리깅은 주변수와 이차변수가 상관관계를 보일 경우 정확한 예측값을 보이는 것으로 알려져 있다(Isaaks and Srivastava, 1989). PGA 값이 클수록 LPI가 커지는 상관관계를 가지므로, PGA를 이차변수(500m grid)로 적용하였으며 각 지질단위에 대한 LPI의 코크리깅 수치를 구한 뒤 하나의 LPI 지도로 제작하였다(Fig. 4). LPI 값을 로지스틱 회귀분석에 적용한 확률적 액상화 재해도는 Fig. 4와 같다. 연구결과, Mw7.5 지진이 이 지역의 북동부와 남동부 구역은 LPI가 5이상 값을 보여 액상화로 인한 지반 피해 확률은 50% 이상으로, 그 이외의 구역은 50% 이하로 예상되었다. 확률 50% 이상을 보이는 구역은 미시시피강 지류에 위치한 곳으로 다른 구역에 비해 사질토가 두껍게 퇴적되어 있고 지하수 깊이가 비교적 얇은 (<2m) 곳이다

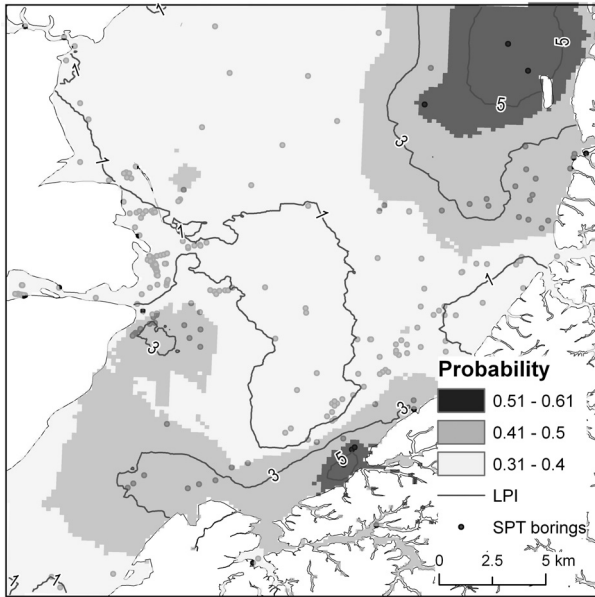


Fig. 4. Map of LPI-Based Probabilistic Liquefaction Hazards

(Grimley and Philips, 2006). 이로 인해 높은 LPI 수치를 보여 확률 50% 이상으로 평가되었다. 현재 이들 구역은 농지로 사용 중이나, 향후 개발이 이루어질 경우, 지진시 액상화로 인한 지반파괴 가능성이 있으므로 보다 면밀한 현장 조사가 요구된다.

6. 토의 및 결론

최근 우리나라에 크고 작은 지진들이 잇따라 발생하면서, 지진 발생시 연약지반에 액상화 발생 가능성을 배제할 수 없게 되었다. 본 연구에서는 LPI 기반의 로지스틱 회귀분석으로 액상화 피해 확률을 예측하고 이를 바탕으로 광역지역의 액상화 재해도 작성기법을 제시하였다. 미국 세인트루이스 지역의 LPI는 SPT 결과로부터 산정하였고 공간적 LPI는 PGA를 이차변수로 적용한 코크리깅으로 보간하였다. 연구결과, 뉴마드리드 지진대에서 $M_w 7.5$ 지진이 발생할 경우, 북동부와 남동부 구역에서 액상화 피해 확률이 50% 이상($LPI \geq 5$)으로 예상되었다. 최근 뉴질랜드 Christchurch 지역의 사례 연구(Mauere et al., 2014)에서는 액상화로 인한 피해를 입은 현장에서 높은 LPI 수치를 보이지만, 피해가 없었던 일부 현장에서도 LPI가 4-8로 높게 나오는 경우가 있다고 보고하였다. 이는 점토질과 교호된 토층의 안전율이 과소평가(액상화에 취약)된 것으로 파악되고, 점토질 층이 다른 토층의 저항력에도 영향을 미쳐 액상화 피해를 줄인 것으로 보여진다(Obermeier, 1989; Mauere et al., 2014). 따라서, 향후 연구에서는 액상화 피해 지반뿐 아니라, 액상화 안전 지반의 사례를 바탕으로 점토질 층의 두께와

깊이를 수치화 하여 LPI의 보조적 수단으로 이용한다면, 보다 정확한 지진 액상화 피해 예측이 가능할 것으로 사료된다.

References

- Atkinson, G. M. and Boore, D. M. (2006). "Earthquake ground-motion prediction equations for Eastern North America." *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 96, No. 6, pp. 2181-2205.
- Bhattacharya, S., Hyodo, M., Goda, K., Tazoh, T. and Taylor, C. A. (2011). "Liquefaction of soil in the Tokyo Bay area from the 2011 Tohoku (Japan) earthquake." *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, Vol. 31, pp. 1618-1628.
- Chung, J. W. and Rogers, J. D. (2011). "Simplified method for spatial evaluation of liquefaction potential in the St. Louis area." *J. of Geotech. Geoenviron. Eng.*, Vol. 137, No. 5, pp. 505-515.
- Cubrinovski, M., et al. (2011). "Soil liquefaction effects in the central business district during the February 2011 Christchurch earthquake." *Seismol. Res. Lett.*, Vol. 82, No. 6, pp. 893-904.
- Grimley, D. A. and Phillips, A. C. (2006). *Surficial geology of Madison county, Illinois*, Illinois state geological survey, Champaign, IL.
- Hitchcock, C. S., Loyd, R.C. and Haydon, W. D. (1999). "Mapping liquefaction hazards in Simi Valley, Ventura County, California." *Environ. Eng. Geosci.*, Vol. 5, No. 4, pp. 441-458.
- Holzer, T. L. (2008). "Probabilistic liquefaction hazard mapping." *Proc., 4th Conf. on Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, ASCE, Sacramento, CA., pp. 1-32.
- Isaaks, E. H. and Srivastava, R. M. (1989). *Applied geostatistics*, Oxford University Press, New York.
- Iwasaki, T. (1986). "Soil liquefaction studies in Japan: State of the Art." *Soil Dyn Earthq Eng.*, Vol. 5, No. 1, pp. 2-68.
- Iwasaki, T., Tokida, K., Tatsuoka, F., Watanabe, S., Yasuda, S. and Sato, H. (1982). "Microzonation for soil liquefaction potential using simplified methods." *Proc., 3rd Int. Conf. on Microzonation*, Seattle, WA. pp. 1319-1330.
- JSSMEF. (1993). *Manual for zonation on seismic geotechnical hazards*, Japanese Society for Soil Mechanics and Foundations Engineering, Tokyo.
- Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical earthquake engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Lee, D. H., Ku C. S. and Yuan, H. (2003). "A study of the liquefaction risk potential at Yuanlin, Taiwan." *Eng. Geol.*, Vol. 71, pp. 97-117.
- Mauer, B. W., Green, R. A., Cubrinovski, M. and Bradley, B. A. (2014). "Evaluation of the liquefaction potential index for assessing liquefaction hazard in Christchurch, New Zealand." *J. of Geotech. Geoenviron. Eng.*, Vol. 140, No. 7, p. 04014032.
- Obermeier, S. F. (1989). *The New Madrid earthquakes: An Engineering-Geologic Interpretation of Relict Liquefaction Features*, U.S. Geological Survey Professional, p. 1336-B.
- Papathanassiou, G. (2008). "LPI-Based approach for calibrating the severity of liquefaction-Induced failures for assessing the probability

- of liquefaction surface evidence.” *Eng. Geol.*, Vol. 96, pp. 94-104.
- Petersen, M. D., et al. (2008). *Documentation for the update of the United States national seismic hazard maps*, U.S. Geological Survey Open-File Report -1128.
- Seed, H. B. and Idriss, I. M. (1982). *Ground motions and soil liquefaction during earthquake*, Earthquake Engineering Research Institute Monograph, Oakland, CA.
- Seed, H. B. and Idriss, I. M. (1971). “Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential.” *J. Soil Mech. Found. Div.*, Vol. 97, pp. 1249-1273.
- Seed, H. B., Tokimatsu L. F., Harder, L. F. and Chung, R. M. (1985). “Influence of SPT procedures in soil liquefaction resistance evaluations.” *J. of Geotech. Eng.*, Vol. 111, No. 12, pp. 1425-1445.
- Toprak, S. and Holzer, T. L. (2003). “Liquefaction potential index: Field Assessment.” *J. of Geotech. Geoenv. Eng.*, Vol. 129, No. 4, pp. 315-322.
- Tuttle, M. P. (2005). *Paleoseismological study in the St. Louis region*, Final Technical Report to U.S. Geological Survey.
- Wald, D. J. and Allen, T. I. (2007). “Topographic slope as a proxy for seismic site conditions and amplification.” *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 97. No. 5, pp. 1379-1395.
- Yasuda, S., Harada, K., Ishikawa, K. and Kanemura, Y. (2012). “Characteristics of liquefaction in Tokyo Bay area by the 2011 Great East Japan Earthquake.” *Soils Found.*, Vol. 52, No. 5, pp. 793-810.
- Youd, T. L., et al. (2001). “Liquefaction resistance of soils: Summary Report from the 1996 NCEER and 1998 NCEER/NSF Workshops on Evaluation of Liquefaction Resistance of Soils.” *J. of Geotech. Geoenv. Eng.*, Vol. 127, No. 10, pp. 817-833.