

## 금리수준별 금리변동성과 위험기준 자기자본제도

안준용<sup>1</sup> · 이항석<sup>2</sup> · 주효찬<sup>3</sup>

<sup>1</sup>KB생명 · <sup>2</sup>성균관대학교 보험계리학과/수학과 · <sup>3</sup>성균관대학교 수학과

접수 2014년 10월 2일, 수정 2014년 11월 3일, 게재확정 2014년 11월 17일

### 요약

본 연구는 금리변동성이 금리수준과 양의 상관관계가 있음을 밝힘으로써 현행 위험기준 자기자본 제도 하에서 금리리스크의 측정에 사용되는 금리변동계수가 금리수준에 따라 달라질 필요가 있음을 제시한다. 이를 위해 본 연구는 국공채 금리 자료를 이용, 이자율의 역사적 변동성을 측정하여 이자율 수준과 금리변동성 간의 비례관계를 확인한다. 또한 균형이자율 모형 중 지수형 Vasicek 모형과 Cox-Ingersoll-Ross 모형을 통해 금리수준과 금리변동성의 상관관계를 분석한다. 이후 국공채 자료에 기반하여 두 이자율 모형의 모수를 추정하고 이에 따라 금리수준별 금리변동성을 측정한다. 이에 따르면 금리수준이 높을수록 금리변동성 역시 크게 나타난다. 금리가 2.8%일 경우 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형에서는 금리변동계수가 각각 0.9와 1.1로 현 제도 하에서 금리하락 시 적용되는 금리변동계수 1.5보다 작게 나타난다. 이는 금리리스크에 대응하여 보험사가 보유해야 하는 자기자본이 현재 수준의 60%와 73%로 낮춰질 수 있음을 의미한다. 본 연구에서는 이러한 결과를 반영하여 수정 금리변동계수를 이자율 모형에 따라 금리수준별로 제시한다. 금리수준과 금리변동계수를 연동시킴으로써 금리리스크를 보다 합리적으로 측정하고 관리하는 방안을 제시하였다는 점에 본 연구의 의의가 있다.

주요용어: 균형이자율 모형, 금리리스크, 금리변동성, 위험기준 자기자본제도.

### 1. 서론

2014년 8월 현재 3년 만기 국고채의 금리는 2.54%로 서브프라임모기지 사태로 촉발된 2008년 세계 금융위기 이후 지속적인 하락세를 나타내고 있다. 금리하락에 따른 저금리 기조는 보험사의 운용자산 수익률 감소를 초래하고 금리에 대한 손익 민감도를 높이는 등 보험사에게 위협으로 등장하였다. 특히 생명보험사의 경우 과거에 판매된 확정고금리 상품의 이자 부담에 의한 손실이 점차 증가할 것에 대한 우려가 높다. 현행 위험기준 자기자본제도 (risk-based capital; RBC)에서는 이처럼 금리가 불리하게 변동함으로써 발생할 수 있는 손실을 금리리스크로 규정하고 이에 대한 금리위험액을 산출, 다른 리스크에 대한 위험액과 더불어 보험사가 보유하고 있어야 할 총 요구자본량을 결정하고 있다.

현행 RBC 제도에서는 금리위험액의 산출 시 사용되는 금리변동계수가 고정되어 있는 바, 본 연구는 금리변동계수가 금리수준에 따라 조정되어야 할 필요가 있음을 제시한다. 상수인 금리변동계수를 이용할 경우 최근의 저금리 상황의 금리변동성을 둔감하게 반영함으로써 금리위험액이 과도하게 산출될 가능성이 있다. 이 경우 보험사는 자기자본을 증가시키기 위한 발행비용과 투자의 기회비용을 부담하게

<sup>1</sup> (140-712) 서울특별시 용산구 한강로 3가 16-49, KB생명 재무기획팀, 사원.

<sup>2</sup> 교신저자: (110-745) 서울특별시 종로구 명륜동 3가 53, 성균관대학교 보험계리학과/수학과, 부교수.

E-mail: hangsock@skku.edu

<sup>3</sup> (110-745) 서울특별시 종로구 명륜동 3가 53, 성균관대학교 수학과 보험계리전공. 박사과정.

된다. 또한 전체 금융시스템의 측면에서도 자기자본을 과다하게 보유하는 경우 한정된 자원을 효율적으로 배분하는 금융산업 본연의 금융중개기능이 위축될 소지가 있다. 본 연구에서는 국고채 금리 자료를 이용한 실증분석과 이자율 모형의 검토를 통해 금리수준과 금리변동성 간의 양의 비례관계를 확인하고 분석결과를 기반으로 금리위험액 산출에 대한 개선방안을 제시한다.

보험분야에서 금리리스크는 매우 중요한 문제로 다양한 측면에서 이에 대한 논의가 이루어져 왔다. Lee 등 (1997)은 금리리스크를 금리확정형 상품의 예정 이율과 보험사의 자산운용수익률 간의 차이로 정의하고 보험상품별, 보험회사별 금리리스크를 분석하였다. Hwang (1998)과 Choi (2010)는 금리리스크의 관리를 위해 자산부채종합관리 (asset-liability management; ALM) 측면에서 생명보험사의 자산과 부채의 듀레이션 및 볼록성 (convexity)을 일치시키는 방안을 연구하였다. 또한 Lee와 Park (1999)는 손해보험사를 대상으로 자본의 실효 듀레이션 (effective duration)을 바탕으로 이자율 변화에 따른 보험사의 가치 변화를 논의하였다. 금리연동형 보험상품과의 연계 속에서 금리리스크에 대한 연구도 이루어진 바 있다. Lee (2013)는 금리변동형 보험상품의 이자율 보증옵션의 가치를 계산하고 금리격차가 이차의 비율에 미치는 영향을 분석하였다. Kwon과 Lee (2013)는 금리변동형 상품의 금리민감도에 영향을 미치는 요소로 해약률, 금리수준, 잔존만기를 추가로 고려하여 Lee (2013)의 연구를 보다 확장하였다. 이외에도 보험 이외의 분야에서는 금리변동성이 주가수익에 미치는 영향 (Chung, 2003; Rhee와 Kim, 2013) 등 다방면에서 금리변동성에 대한 연구가 진행되고 있다. 그러나 상기의 연구들은 금리리스크를 듀레이션의 관점에서 논하거나 금리변동성이 경제 지표에 미치는 영향에 초점을 두고 있는 반면 본 연구는 금리변동성 자체에 중점을 두고 있다는 점에 차별성을 지닌다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 국고채 수익률 자료를 이용하여 6개월 단위로 금리변동성, 즉 역사적 변동성 (historical volatility)을 구하고 이자율과 변동성 간의 양의 상관관계를 확인한다. 이후 3절에서는 금리변동성에 금리수준에 반영되어 있는 균형이자율 모형을 살펴보고 국고채 자료를 사용하여 이 모형에 따른 금리수준별 금리변동성을 측정한다. 4절에서는 현행 RBC 제도 하에서의 금리위험액 측정 방법과 측정 시 사용되는 금리변동계수의 문제점을 살펴본다. 이후 3절의 결과를 바탕으로 두 이자율 모형의 금리수준별 수정 금리변동계수를 제시한다. 마지막으로 5절에서는 요약과 더불어 본 연구의 시사점 및 향후 개선과제를 제시함으로써 결론을 대신한다.

## 2. 이자율과 금리변동성의 상관성

이자율 수준과 금리변동성의 상관관계를 분석함에 있어 과거 금리의 변화추세를 살펴보는 것이 선행될 필요가 있다. 본 연구에서는 한국은행 경제통계시스템 (www.ecos.bok.or.kr)에서 제공하는 3년 만기 국고채 (3-year government bond)의 자료를 사용하였다. 이는 통상 3년 만기 국고채가 시장에서 자금의 수급에 의해 결정되는 시장금리로 인식되며 가장 활발히 유통되고 있을 뿐만 아니라 자료 집적기간 역시 제일 길어 금리의 움직임에 대한 전반적 추세를 확인하는데 가장 적합하기 때문이다. Figure 2.1은 1995년 4월부터 2013년 4월까지의 월별 자료를 이용해 3년 만기 국고채의 수익률 (yield)을 나타낸 것이다.

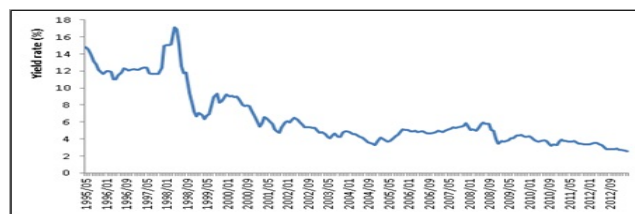


Figure 2.1 Yield of 3-year government bond

Figure 2.1에 따르면 지난 18년 동안 전반적으로 이자율이 하락하여 저금리로 진입하는 추세를 보인다. 특히 금리의 하락 추세 중에도 3년 만기 국고채의 수익률이 급격히 감소하는 3개의 구간을 확인할 수 있다. 1998년의 IMF 국제금융위기. 2000년부터 2001년 기간 동안의 닷컴버블 붕괴와 미국의 9.11 테러 발생 그리고 엔론의 분식회계 파문에 따른 파산, 그리고 2008년의 서브프라임모기지 사태에 따른 금융위기 촉발이 바로 그것이다. 그러나 이 세 기간 동안 이자율 하락의 폭은 점차 감소하고 있음을 확인할 수 있다. 다시 말해 이자율 수준이 낮을수록 금융위기에 따른 이자율 하락폭 역시 작아지고 있는 것이다.

Table 2.1은 1995년 5월부터 2013년 4월까지의 3년 만기 국고채 이자율의 월별자료를 6개월 기간으로 분류하여 각 해당 기간의 이자율의 평균과 월 단위 표준편차, 즉 역사적 변동성을 계산한 것이다. Figure 2.2는 Table 2.1의 결과를 시간의 경과에 따라 나타낸 것으로 금리수준과 금리변동성 간의 관계를 보다 명확히 시각적으로 확인할 수 있다. 18년 동안의 자료를 6개월 단위로 나누어 측정하였기에 총 36개의 관측치를 나타낸다.

**Table 2.1** Average interest rate and volatility (in month)

Period	Average (%)	Volatility (%)
1995/05-1995/10	13.59	1.0717
1995/11-1996/04	11.74	0.3687
1996/05-1996/10	11.82	0.4817
1996/11-1997/04	12.22	0.1184
1997/05-1997/10	11.79	0.3018
1997/11-1998/04	14.93	1.5018
1998/05-1998/10	12.91	2.6509
1998/11-1999/04	7.08	0.6863
1999/05-1999/10	8.01	1.0492
1999/11-2000/04	8.93	0.2723
2000/05-2000/10	8.21	0.4771
2000/11-2001/04	6.33	0.6936
2001/05-2001/10	5.51	0.6852
2001/11-2002/04	6.01	0.3909
2002/05-2002/10	5.68	0.3804
2002/11-2003/04	4.94	0.2911
2003/05-2003/10	4.31	0.1808
2003/11-2004/04	4.75	0.1490
2004/05-2004/10	3.97	0.3668
2004/11-2005/04	3.74	0.3547
2005/05-2005/10	4.21	0.4254
2005/11-2006/04	4.99	0.0866
2006/05-2006/10	4.77	0.1075
2006/11-2007/04	4.86	0.0970
2007/05-2007/10	5.30	0.1174
2007/11-2008/04	5.34	0.3454
2008/05-2008/10	5.60	0.3391
2008/11-2009/04	3.94	0.5352
2009/05-2009/10	4.22	0.2533
2009/11-2010/04	4.13	0.2204
2010/05-2010/10	3.63	0.2308
2010/11-2011/04	3.63	0.2546
2011/05-2011/10	3.60	0.1226
2011/11-2012/04	3.43	0.0766
2012/05-2012/10	3.02	0.2609
2012/11-2013/04	2.71	0.1158

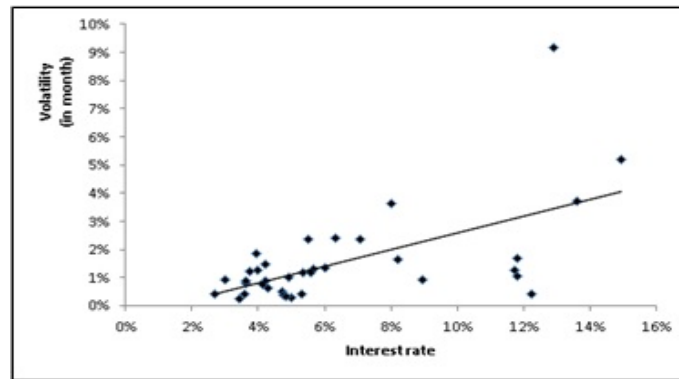


Figure 2.2 Scatter plot of interest rate and volatility

Figure 2.2의 산점도 (scatter plot) 형태만으로도 이자율 수준과 금리변동성의 크기는 양의 비례관계에 있다는 것이 예측 가능하나 이자율의 수준에 따른 변동성의 크기를 파악하기 위해 간단한 선형회귀분석 (simple linear regression)을 시행하였다. 결과에 따르면 금리수준과 변동성 간의 상관계수는 0.5996으로 양의 상관관계를 나타낸다. 상관계수의 유의성 검정 결과 통계량은 4.368로 자유도 34에서의 유의확률은 0.0025보다 작은 것으로 나타난다. 회귀분석에 따른 추정치 및 이와 관련한 통계량은 Table 2.2에 제시되어 있다. 이에 따르면 기울기가 통계적으로 유의함을 알 수 있다. 이자율이 1% 증가함에 따라 월 단위 표준편차가 0.0853만큼 증가함을 의미한다.

Table 2.2 Parameter estimates of simple linear regression

	estimate	standard error	t-statistic	p-value
intercept	-0.1082	0.1430	-0.7561	0.4548
slope	0.0853	0.0195	4.3687	0.0001

Table 2.3은 회귀분석 결과를 이용하여 이자율에 따른 월 단위 표준편차의 추정치를 나타낸 것이다. 이자율이 1%일 경우 월 표준편차의 추정치는 음수로 나타나 표에서는 제시하지 않았다.

Table 2.3 Estimated volatility by simple linear regression

interest rate	volatility
2%	0.0624
3%	0.1477
4%	0.2330
5%	0.3183
6%	0.4036
7%	0.4889
8%	0.5742
9%	0.6595

Figure 2.3은 동일한 자료를 사용, 이자율에 제곱근을 취한 후 (square root-transformed) 회귀분석을 실시한 결과를 나타낸 것이다. 변수 변환된 이자율과 금리변동성의 상관계수는 0.5864로 양의 상관관계를 보인다. 상관계수의 유의성 검정 결과 통계량은 4.22로 자유도 34에서의 유의확률은 0.0025보다 작은 것으로 나타난다.

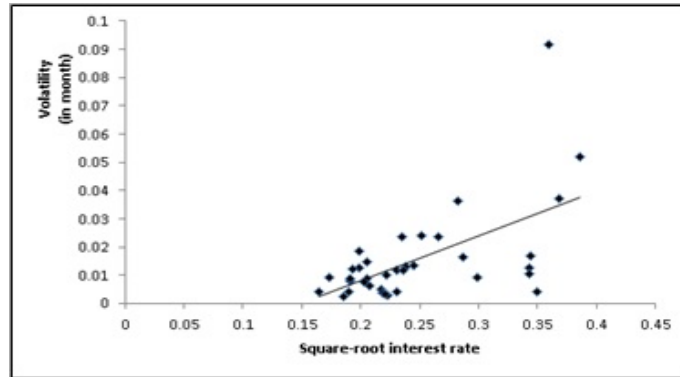


Figure 2.3 Square root-transformed linear regression

Table 2.4는 제공근 변수변환 후의 선형회귀 모형의 분석결과를 나타낸 것이다. 이에 따르면 이자율의 제공근의 크기는 금리변동성에 통계적으로 유의한 영향을 미치고 있다는 것을 알 수 있다.

Table 2.4 Parameter estimates of square root-transformed linear regression

	estimate	standard error	t-statistic	p-value
intercept	-0.00691	0.00277	-2.4898	0.0178
slope	0.04598	0.01089	4.2211	0.0002]

Table 2.5는 Table 2.4의 결과를 바탕으로 이자율 수준에 따른 월 단위 표준편차의 추정치를 제시한 것이다. Table 2.2와 유사하게 이자율이 1%와 2%일 경우 월 표준편차의 추정치는 음수가 나오므로 이는 제외하였다. Table 2.3과 비교해 볼 때 이자율 수준이 높은 경우 금리변동성이 상대적으로 더 크게 나타나는 것이 특징이다.

Table 2.5 Estimated volatility by square-root-transformed linear regression

interest rate	volatility
3%	0.1053
4%	0.2285
5%	0.3370
6%	0.4351
7%	0.5254
8%	0.6094
9%	0.6883

본 절에서는 과거 이자율의 자료를 바탕으로 금리수준과 역사적 변동성 간 양의 상관관계가 존재한다는 것을 확인하였다. 또한 회귀분석을 통해 금리변동성은 이자율 그리고 이자율의 제공근과 비례관계에 있음을 살펴보았다. 한 가지 유의할 점은 본 절의 회귀분석이 금리수준과 금리변동성 간의 관계를 나타내는 적합한 모형은 아니라는 것이다. 3절에서는 금리변동성이 이자율에 비례하는 지수형 Vasicek 모형 그리고 변동성이 이자율의 제공근에 비례하는 Cox-Ingersol-Ross (CIR) 모형이 금리수준과 금리변동성 간의 관계를 나타내는 보다 현실적인 모형으로 제시된다. 본 절의 회귀분석은 금리수준과 금리변동성 사이에 존재하는 양의 상관관계를 직관적이며 용이하게 살펴보기 위해 제시된 것임을 명확히 할 필요가 있다.

다음 절에서는 금리변동성이 금리수준에 영향을 받는 균형이자율 모형을 살펴보고자 한다. 이자율 수준과 금리변동성의 상관관계를 실증적, 이론적으로 분석함으로써 현재 RBC 제도 하에서 금리리스크를 측정하기 위해 사용되는 금리변동계수가 고정되어 있을 경우의 문제점을 확인하고 이를 개선할 수 있는 방안을 고려해 볼 수 있다.

### 3. 균형이자율모형을 통한 변동성 분석

#### 3.1. 균형이자율모형

균형이자율 모형은 확산과정의 한 형태로 표현된다. 확산과정 (diffusion process)이란 조건부 평균 및 조건부 분산의 변화율을 나타내는 추세함수 (drift function) 및 확산함수 (diffusion function)로 규정되는 확률미분방정식 (stochastic differential equation, SDE)의 해로 주어지는 확률과정 (stochastic process)을 말한다. 균형이자율모형은 과거의 자료를 통해 모수를 추정하기 용이하고 금리기간구조의 변화를 잘 설명하는 것으로 알려져 있다. 대표적인 균형이자율 모형에는 Vasicek 모형, 지수형 Vasicek 모형, CIR 모형이 있다. 이하에서는 상기의 균형이자율 모형을 간략히 살펴본다. 이를 통해 금리수준과 금리변동성 간의 양의 상관관계를 나타내는 이자율 모형의 특성을 파악하도록 한다. 이를 위해 본 연구에서는 Brigo와 Mercurio (2001), Zeytun과 Gupta (2007), 그리고 Shreve (2004)를 참고하였다.

##### 3.1.1. Vasicek 모형

Vasicek 모형을 나타내는 확률미분방정식 (SDE)은 다음과 같다.

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t \quad (3.1)$$

식 (3.1)에서  $r_t$ 는  $t$  시점의 이자율을,  $W_t$ 는 표준 브라운운동 (standard Brownian motion)을 나타낸다. 식 (3.1)은 Ornstein-Uhlenbeck 과정으로 잘 알려져 있다. 이 과정의 큰 특징 중 하나는 평균회귀성질 (mean reversion)을 반영한다는 점이다. 식 (3.1)에서  $a$ 는 회귀속도를 의미하는데 이 값의 크기에 따라 장기평균으로 회귀하는 속도에 차이를 나타낸다.  $b$ 와  $\sigma$ 는 각각 장기평균과 변동성 (volatility)을 의미한다. 식 (3.1)을 만족하는 시점의 이자율은

$$r_T = e^{-a(T-t)}r_t + b(1 - e^{-a(T-t)}) + \int_t^T \sigma e^{-a(T-s)} dW_s \quad (3.2)$$

로 다음과 같은 정규분포를 따른다.

$$r_T \sim N\left(e^{-a(T-t)}r_t + b(1 - e^{-a(T-t)}), \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a(T-t)})\right) \quad (3.3)$$

식 (3.3)에서 알 수 있듯  $T$  시점의 이자율의 평균은  $t$  시점의 이자율  $r_t$ 와 장기평균인  $b$ 와의 가중평균으로 결정된다. 가중치는 회귀속도인  $a$ 와  $(T-t)$ 의 크기에 따라 결정된다. 만약  $a$ 가 큰 값이라면  $T$  시점의 이자율의 평균은 장기평균인  $b$ 에 가까워진다. 또한  $(T-t)$ 가 클수록 장기평균인  $b$ 에 가까워지는 것을 알 수 있다. 또한 식 (3.3)에 따르면 이자율의 분산은  $a$ ,  $\sigma$  그리고  $(T-t)$ 에 의해 결정된다. 본 연구에서 금리변동성은 향후 1년간의 변동성을 의미하므로  $(T-t)$ 는 1이다. 나머지 모수  $a$ 와  $\sigma$ 는 실제 자료로부터 추정해야 한다. 결과적으로 Vasicek 모형에서 금리변동성은 이자율 수준과는 관계없이 상수로 산출된다. 따라서 이자율의 크기에 따른 변동성의 비례관계를 반영하지 못한다. 뿐만 아니라 Vasicek 모형으로 이자율을 생성하면 특정시점의 이자율이 음수가 나올 수 있다는 단점이 있다. 그러나 Vasicek 모형은 다음에 소개될 지수형 Vasicek 모형의 이해에 큰 도움을 제공한다.

### 3.1.2. 지수형 Vasicek 모형

지수형 Vasicek 모형은 다음의 확률미분방정식 (SDE)으로부터 유도된다.

$$\begin{aligned} dg_t &= a(b - g_t)dt + \sigma dW_t, \\ r_t &= e^{gt} \end{aligned} \quad (3.4)$$

식 (3.4)는 이자율  $r_t$ 에 자연로그를 취한  $g_t$ 가 앞서 살펴본 Ornstein-Uhlenbeck 과정을 따른다고 가정하는 것이다. 식 (3.4)에 Ito 보조정리 (Ito lemma)를 적용하여 이자율에 대한 확률미분방정식을 이끌어내면 다음과 같다.

$$dr_t = r_t \left( a(b - \ln r_t) + \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt + \sigma r_t dW_t \quad (3.5)$$

식 (3.5)에 의하면 단위 변동성은  $\sigma r_t$ 로 이자율 수준과 정비례함을 알 수 있다. 식 (3.5)를 만족하는  $T$  시점의 이자율  $r_T$ 는 다음의 모수를 취하는 로그노말 분포를 따른다.

$$r_T \sim LN \left( e^{-a(T-t)} \ln r_t + b(1 - e^{-a(T-t)}), \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a(T-t)}) \right) \quad (3.6)$$

따라서  $T$  시점의 이자율의 평균과 분산은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[r_T] &= e^{e^{-a(T-t)} \ln r_t + \frac{\sigma^2}{4a}(1 - e^{-2a(T-t)})}, \\ Var[r_T] &= e^{2e^{-a(T-t)} \ln r_t + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a(T-t)})} \left( e^{\frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a(T-t)})} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

이로부터 Vasicek 모형의 경우 이자율의 변동성은 상수로 나타나는 것에 반해 지수형 Vasicek 모형에서는 이자율의 변동성이  $t$ 시점의 이자율과 연동되어 있음을 알 수 있다. 또한 지수형 Vasicek 모형에서는 Vasicek 모형과는 달리 음수인 이자율이 나타나지 않는다.

### 3.1.3. Cox-Ingersoll-Ross 모형

CIR 모형을 나타내는 확률미분방정식 (SDE)는 다음과 같다.

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t \quad (3.8)$$

식 (3.8)에서 알 수 있듯 CIR 모형 역시 Vasicek 모형과 마찬가지로 평균회귀 속성을 나타낸다. CIR 모형도  $a$ 는 평균회귀속도,  $b$ 는 장기평균을 의미한다. 그러나 Vasicek 모형에서는 변동성이 상수인  $\sigma$ 로 나타나는 것과 다르게 CIR 모형에서는 변동성이 이자율의 제곱근에 비례하여 측정된다. 이자율의 수준이 변동성에 영향을 미친다는 점에서는 지수형 Vasicek 모형과 동일하나 지수형 Vasicek 모형의 경우는 이자율에 비례하는 반면 CIR 모형에서는 이자율의 제곱근에 비례한다는 차이가 있다.

CIR 모형은 Ornstein-Uhlenbeck 과정을 제공한 것의 합으로 정의되기도 하는데 이 경우 이자율의 확률밀도함수는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} p_{r_{t_i}}(x) &= c \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda/2}(\lambda/2)^i}{i!} \frac{(1/2)^{i+v/2}}{\Gamma(i+v/2)} (cx)^{i-1+v/2} e^{-cx/2} \\ &\left( c = \frac{4\sigma}{\sigma^2(1 - e^{-a(t_i - t_{i-1})})}, v = \frac{4ab}{\sigma^2}, \lambda = cr_{t_{i-1}}e^{-a(t_i - t_{i-1})} \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

식 (3.9)는 카이제곱 분포에 포아송 분포로 가중치를 주어 더한 형태로 이는 비중심 카이제곱 (non-central chi-squared) 분포를 따른다. 카이제곱 분포는 항상 양수인 값을 가지므로 음수인 이자율이 발생할 수 없다. 이것이 정규분포를 따르는 Vasicek 모형에서 음수인 이자율이 나올 수 있는 것과 비교되는 점이다. 식 (3.9)에 따르면 확률미분방정식을 나타내는 식 (3.8)의 모수인  $a$ ,  $b$  그리고  $\sigma$ 와 이전 시점의 이자율인  $r_{t_{i-1}}$ 을 알면 현재 시점의 이자율인  $r_{t_i}$ 의 분포를 정확히 알 수 있다.

이상에서 대표적인 균형이자율 모형 중 금리변동성이 금리수준에 따라 달라지게 되는 모형으로는 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형이 있음을 살펴보았다. 다음 소절에서는 실제 국고채 자료를 이용하여 이 두 이자율 모형에 따른 금리변동성을 측정하고 그 특징을 살펴보도록 한다.

### 3.2. 지수형 Vasicek 모형에서의 변동성 분석

지수형 Vasicek 모형에서 회귀분석을 통한 모수의 추정은 다음과 같다. 식 (3.4)를 이용해 로그이자율인  $g_{t_i}$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g_{t_i} = e^{-a(t_i-t_{i-1})}g_{t_{i-1}} + b(1 - e^{-a(t_i-t_{i-1})}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \sigma e^{-a(t_i-s)}dW_s \quad (3.10)$$

시점 간의 간격  $t_i - t_{i-1}$ 이 매우 짧다면 식 (3.10)은 다음과 같은 근사값으로 표현할 수 있다.

$$g_{t_i} \approx (1 - a\Delta t)g_{t_{i-1}} + ab\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z \quad (3.11)$$

식 (3.11)에서  $\Delta t$ 는 시점 간의 간격을, 그리고  $Z$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 표준정규분포를 따르는 확률변수를 의미한다. 식 (3.11)을 적당히 치환하여 단순회귀식으로 정리한 후 최소제곱법을 이용하여 절편  $\beta_0$ 와 기울기  $\beta_1$ 를 구하면 모수인  $a$ ,  $b$  그리고  $\sigma$ 를 추정하는 것이 가능하다. 다음의 식은 이를 제시한 것이다.

$$g_{t_i} = \beta_0 + \beta_1 g_{t_{i-1}} + \epsilon_i \quad (\beta_1 = 1 - a\Delta t, \beta_0 = ab\Delta t, \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2 \Delta t)) \quad (3.12)$$

모수의 추정을 위해 본 연구에서는 3년 만기 국고채와 10년 만기 국고채의 자료를 이용하였다. 이는 현행 RBC 제도 하에서의 금리변동성 계산에 3년 만기 국고채와 10년 만기 국고채가 사용되기 때문이다. 모수의 추정에 사용된 자료의 집적기간에 따라 추정치가 다르게 나타난다. 본 연구에서는 긴 기간의 자료를 사용할 경우 최근의 저금리 추세가 미약하게 반영될 수 있는 반면 짧은 기간의 자료는 장기적인 금리의 움직임을 나타내기 어렵다는 판단 하에 자료집적 기간의 평균인 과거 10년 동안의 자료를 이용하였다.

Table 3.1은 추정된 모수를 바탕으로 만기별 금리변동성과 두 만기별 금리변동성의 평균을 연 단위로 나타낸 것이다. 이를 통해 지수형 Vasicek 모형에서는 금리변동성이 이자율 수준에 정비례하고 있음을 알 수 있다. 또한 Table 3.1로부터 10년 만기 국고채의 금리변동성이 3년 만기 국고채에 비해 상대적으로 금리변동성이 작음을 알 수 있다.

**Table 3.1** Estimated volatility of exponential Vasicek model

	3-year bond (A)	10-year bond (B)	Average of (A) and (B)
Volatility	$0.2104 \times r_t$	$0.1692 \times r_t$	$0.1898 \times r_t$

Table 3.2는 Table 3.1의 평균 금리변동성 계수를 이용하여 금리수준별로 이자율의 표준편차를 제시한 것이다. 이자율이 1퍼센트 포인트 상승할 때마다 금리변동성은 0.1998씩 증가하게 된다. 금리위험액 산출방법의 개선을 논의하는 다음 절에서는 Table 3.2의 결과를 이용한다.



**Table 3.2** Interest rate and estimated volatility: Exponential Vasicek model

Interest rate	Volatility
1%	0.1898
2%	0.3796
3%	0.5694
4%	0.7592
5%	0.9490
6%	1.1388
7%	1.3286
8%	1.5184
9%	1.7082

**3.3. CIR 모형에서의 변동성 분석**

변동성 분석을 위해 먼저 CIR 모형에서의 모수를 추정해야 한다. 먼저 CIR 모형을 나타내는 확률미분방정식 식 (3.8)을 다음과 같이 이산형 함수로 근사시킨다.

$$\frac{r_{t_i} - r_{t_{i-1}}}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} = a \left( \frac{b}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} - \sqrt{r_{t_{i-1}}} \right) \Delta t + \sigma \Delta t Z \tag{3.13}$$

식 (3.11)에서와 마찬가지로  $\Delta t$ 는 시점 간의 간격을, 그리고  $Z$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 표준정규 분포를 따르는 확률변수이다. 지수형 Vasicek 모형의 경우와 유사하게 식 (3.11)을 다음과 같이 단순화 귀식으로 나타내면 모수인  $a, b$  그리고  $\sigma$ 를 추정하는 것이 가능하다. 모수추정에 대한 보다 자세한 사항은 Brigo (2001), 그리고 Kwon과 Lee (2013)을 참고하라.

$$y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \epsilon_i$$

$$\left( y_i = \frac{r_{t_i} - r_{t_{i-1}}}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}}, x_{1i} = \frac{1}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}}, x_{2i} = \sqrt{r_{t_{i-1}}}, \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2 \Delta t) \right) \tag{3.14}$$

Table 3.3은 추정된 모수를 바탕으로 만기별 금리변동성과 두 만기별 금리변동성의 평균을 연 단위로 나타낸 것이다. 이를 통해 CIR 모형에서는 금리변동성이 이자율의 제공근에 정비례하고 있음을 알 수 있다. 지수형 Vasicek 모형에서와 마찬가지로 10년 만기 국고채의 금리변동성이 3년 만기 국고채의 금리변동성보다 작음을 알 수 있다.

**Table 3.3** Estimated volatility of CIR model

	3-year bond (A)	10-year bond (B)	Average of (A) and (B)
Volatility	$0.04268 \times \sqrt{r(t)}$	$0.03683 \times \sqrt{r(t)}$	$0.03976 \times \sqrt{r(t)}$

Table 3.4는 Table 3.3의 시장금리의 평균 변동성을 이용하여 금리수준별로 이자율의 표준편차를 제시한 것이다. 금리위험액의 계산에 사용되는 금리변동계수의 개선안을 제시하는 다음 절에서는 Table 3.4의 결과를 이용하게 된다.

**Table 3.4** Interest rate and estimated volatility: CIR model

Interest rate	Volatility
1%	0.3976
2%	0.5623
3%	0.6887
4%	0.7952
5%	0.8891
6%	0.9739
7%	1.0520
8%	1.1246
9%	1.1928

Figure 3.1은 Table 3.2와 Table 3.4의 결과를 나타냄으로써 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형의 금리변동성을 비교해 놓은 것이다. 지수형 Vasicek 모형이나 CIR 모형 모두 금리가 높을수록 변동성도 크게 나타나지만 금리의 증가에 따른 변동성의 증가 정도는 이자율의 수준에 따라 다름을 알 수 있다. 4.4%를 기준으로 이자율이 그보다 작은 경우 CIR 모형에서의 변동성이 더 크고 이자율이 그보다 큰 경우에는 CIR 모형에서의 변동성이 더 작게 나타난다. 이처럼 어떠한 이자율 모형을 가정하는지에 따라 금리수준과 금리변동성 간의 관계는 다르게 나타날 수 있으나 금리변동성은 이자율에 따라 큰 영향을 받는다는 것에는 차이가 없다. 그럼에도 불구하고 예상치 못한 손실에 대해 보험회사의 지급능력을 유지하기 위한 현행 RBC 제도 하에서는 금리위험액의 측정에 있어 사용되는 금리변동계수가 단순하게 제시되어 있다. 다음 절에서는 지금까지의 논의를 바탕으로 이에 대한 개선방안을 고려해 보도록 한다.

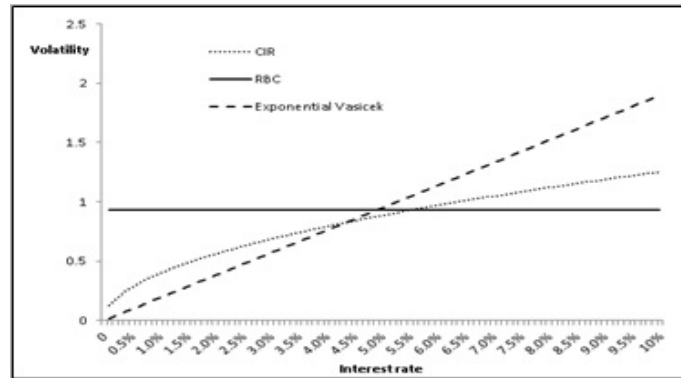


Figure 3.1 Interest rate and volatility

#### 4. RBC 제도와 금리위험액의 추정

예상치 못한 위험에 대비하여 보험사의 지급능력을 유지하기 위해 도입된 RBC 제도는 보험사가 처한 위험을 보험리스크, 금리리스크, 시장리스크, 신용리스크 그리고 운용리스크로 구분하여 이에 상응하는 자기자본을 보유하도록 요구하고 있다. 이 중 금리리스크는 향후 1년 동안 금리의 변동에 따른 순자산가치의 하락을 의미하는 것으로 현행 RBC 제도에서는 자산과 부채의 듀레이션에 기반하여 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \text{금리위험액} &= |\text{금리부자산 금리민감액} - \text{보험부채 금리민감액}| \times \text{금리변동계수} \\ \text{금리부자산 금리민감액} &= \sum_{\text{금리부자산}} (\text{금리부자산 익스포져} \times \text{금리민감도}) \\ \text{보험부채 금리민감액} &= \sum_{\text{보험부채}} (\text{보험부채 익스포져} \times \text{금리민감도}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

식 (4.1)에서 금리변동계수 (interest rate volatility coefficient; IRVC)는 현재 금리에 대한 향후 금리의 상승 또는 하락 가능폭을 나타내는 것으로 VaR (value at risk) 95%로 측정된다. Table 4.1은 현행 RBC 제도에서는 적용되고 있는 금리변동계수를 나타낸다. 이에 따르면 RBC 제도는 금리상승 시 (upward trend)와 금리하락 시 (downward trend) 두 가지 경우로 나누어 시장금리의 변동성을 이원화한 특징을 나타내고 있다.

**Table 4.1** IRVC under RBC

	3-yr bond (A)	10-yr bond (B)	Average of (A) and (B)
Upward trend	1.67	1.39	1.53
Downward trend	2.35	1.81	2.08

Table 4.2는 Table 4.1에 제시되어 있는 금리변동계수의 값을 금리하락 시와 금리상승 시의 연 단위 표준편차를 역산출한 값을 나타낸다. 현행 제도 하에서 금리변동계수는 VaR 95%를 나타내기 위해 표준정규분포의 95백분위수에 해당하는 1.645에 이자율의 표준편차를 곱한 수치를 사용하므로 Table 4.1의 금리변동계수를 1.645로 나누어주면 Table 4.2를 얻을 수 있다.

**Table 4.2** Volatility inversed from IRVC

	3-yr bond (A)	10-yr bond (B)	Average of (A) and (B)
Upward trend	1.015	0.845	0.93
Downward trend	1.428	1.1	1.264

현행 제도 하에서는 Table 4.1에서 확인하였듯 금리상승 시와 금리하락 시의 변동성을 구분함으로써 이자율이 동일하다고 할지라도 금리가 상승기조에 있는지 또는 하락추세에 있는지에 따라 적용해야 할 금리변동계수가 달라지게 된다. 이 경우 이자율의 변화가 일시적인 경기흐름에 따라 단기적인 추세를 나타내는 것인지 아니면 장기적인 추세를 반영하고 있는 것인지 구분하기 어려울 수 있다. 또한 금리상승 또는 하락 추세가 명확하다 할지라도 고정된 하나의 금리변동계수를 사용할 경우 금리수준에 적합한 금리변동성을 반영한 것으로 생각하기 힘들다. 이에 따라 본 연구에서는 금리변동계수를 측정할 때 금리상승 시와 금리하락 시를 구분하지 않고 이자율의 수준에 따른 금리변동계수를 제시한다.

Table 4.3은 앞서 살펴본 균형이자율 모형 중 금리수준과 금리변동성 간의 양의 상관관계를 나타내는 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형별로 금리수준과 이에 따른 금리변동계수를 정리해 놓은 것이다. 금리변동계수는 현행 RBC 제도 하에서와 마찬가지로 이자율의 표준편차에 표준정규분포의 95백분위수에 해당하는 1.645를 곱함으로써 산출하였다. 현행 제도 하에서 금리하락 시에 적용되는 금리변동계수는 1.53으로 이는 지수형 Vasicek 모형의 경우 이자율이 4.8%에 해당한다. CIR 모형의 경우 이에 해당하는 이자율은 5.4%이다. Table 4.3에 따르면 2013년 6월 현재 3년 만기 국고채의 이자율은 2.8%로 지수형 Vasicek 모형에서는 금리변동계수가 0.9로 측정된다. 또한 CIR 모형을 적용할 경우 이에 해당하는 금리변동계수는 1.1이다. 현행 RBC제도와 비교할 경우 각각 0.6과 0.4가 작게 나타난다.

**Table 4.3** Interest rate and modified IRVC

Interest rate	Exponential Vasicek	CIR
1%	0.3122	0.6541
2%	0.6244	0.925
3%	0.9367	1.1329
4%	1.2489	1.3081
5%	1.5611	1.4625
6%	1.8733	1.6021
7%	2.1855	1.7305
8%	2.4978	1.8499
9%	2.8100	1.9622

Figure 4.1은 금리수준에 따른 금리변동계수를 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형 그리고 현행 RBC 제도별로 나타낸 것이다. Figure 4.1에 따르면 이자율이 약 4.6%일 때 세 모형의 금리변동계수는 큰 차이를 나타내지 않는다. 그러나 최근의 저금리 기조를 감안할 때 RBC 제도가 제시하고 있는 금리변동계수를 이용할 경우 금리위험액은 지수형 Vasicek 모형 및 CIR 모형에 근거하여 산출한 금리변동계

수를 이용할 때보다 큰 금액으로 계산된다. 보험사 지급여력의 강화라는 측면에서는 금리리스크에 대한 요구자본량을 보수적으로 측정하는 것이 바람직할 수 있겠으나 이것이 보험사에게는 큰 부담으로 작용할 가능성이 있다. Figure 4.1은 금리가 추가적으로 하락할 경우 이러한 부담이 더욱 증가하게 됨을 제시한다. 반대로 금리가 상승한 경우를 가정한다면 현행 제도의 금리변동계수보다 높은 금리변동계수를 사용해야 95% 경우 금리리스크를 감당할 수 있는 자기자본이 확보된다. 예를 들어 금리가 6%로 상승했다고 가정하면 Table 4.3으로부터 지수형 Vasicek 모형의 경우는 1.8733을, CIR 모형의 경우에는 1.6021을 적용할 필요가 있다.

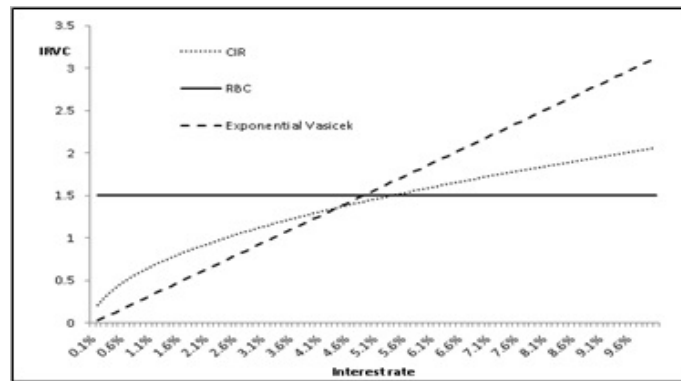


Figure 4.1 Interest rate and IRVC

금리위험액의 계산에 금리수준에 따라 금리변동계수를 다르게 적용해야 할 필요성과 더불어 금리위험액의 정확한 개념 정립이 요구된다. 현행 RBC 제도에서는 금리민감액에 금리변동성을 의미하는 금리변동계수를 곱하여 금리위험액을 산출하고 있다. 그러나 실제 금리위험액의 계산에서는 금리변동계수가 직접 사용되지 않고 이에 0.01이 곱해지게 된다. 예를 들어 금리하락 시의 금리변동계수인 1.5는 실제 금리위험액 계산에서는 0.015로 사용되는 것이다. 그러나 현행 RBC 제도 하에서 금리리스크는 금리변동에 따른 순자산 가치의 하락을 의미한다. 금리위험액이 이자율이 1% 변할 때 금리민감액에 해당하는 익스포져 (exposure)의 가치변화로 정의된다면 금리변동계수가 아닌 금리민감액에 0.01이 곱해져야 한다. 이 경우 금리민감액이라는 개념이 보다 정확하게 규정된다. 이와 같이 금리민감액을 산출하게 된다면 실제 금리위험액의 계산시 금리변동계수에 0.01을 곱할 필요 없이 그대로 사용할 수 있다. 다음의 식 (4.2)는 이를 요약해 놓은 것이다.

$$\begin{aligned} \text{금리위험액} &= |\text{금리부자산 금리민감액} - \text{보험부채 금리민감액}| \times \text{수정금리변동계수} \\ \text{금리부자산 금리민감액} &= \sum_{\text{금리부자산}} (\text{금리부자산 익스포져} \times \text{금리민감도} \times 0.01) \\ \text{보험부채 금리민감액} &= \sum_{\text{보험부채}} (\text{보험부채 익스포져} \times \text{금리민감도}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

## 5. 결론

지금까지 본 연구는 국공채 자료의 실증분석을 통해 금리수준에 따라 금리변동성에 차이가 있음을 논의하였다. 먼저 자료를 이용하여 이자율의 역사적 변동성을 계산한 후 회귀분석을 통해 금리수준과 금리변동성의 비례관계를 확인하였다. 다음으로 균형이자율 모형의 모수추정을 통하여 금리 수준에 따른 금리변동성의 변화를 확인하였다. 그리고 분석결과를 이용해 이자율 모형에 따라 금리수준별로 수정된

금리변동계수를 제시하였다. 이에 따르면 금리가 2.8% 수준일 경우 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형에 기반한 금리변동계수는 각각 0.9와 1.1로 현행 RBC 제도에서 금리하락 시 적용되는 금리변동계수인 1.5보다 작은 값이 산출된다. 이 경우 금리변동계수로 1.5가 여전히 적용된다면 VaR 95%를 초과하는 자본량이 요구되는 결과가 나타난다.

예상치 못한 여러 리스크로부터 보험회사의 지급여력을 일정 정도 유지하도록 요구하는 제도적 장치가 필요하다는 것에는 이견이 있을 수 없다. 이를 통해 보험계약자를 보호함과 동시에 보험회사의 리스크 관리능력을 제고하는 효과를 기대할 수 있기 때문이다. 그러나 보험회사가 유지해야 하는 자본량이 과도하게 요구될 때 보험사는 자기자본 확충을 위한 비용을 감당해야 할 뿐만 아니라 보험업 전체의 금융증개기능이 축소될 부작용이 발생할 수 있다. 이러한 점에서 본 연구는 금리수준에 따라 금리변동계수를 달리 적용하여 보다 합리적인 금리리스크 관리에 기여하고자 하였다. 그러나 본 연구는 금리수준에 따라 실제 적용될 금리변동계수의 결정, 그리고 금리수준에 따른 금리변동계수 재설정 주기의 결정 등 제도 개선과 관련한 구체적 대안은 제시할 수 없는 바 이와 관련한 후속 연구와 논의가 이루어질 기 대한다.

본 연구에서는 금리와 금리변동성의 관계를 밝히기 위해 이자율의 역사적 변동성에 초점을 맞추었으나 이자율과 금리변동성의 관계를 보이는 다양한 모형에서의 접근이 필요하다. 시계열 모형인 GARCH 모형은 그 대표적 예라 할 수 있다. 또한 본 연구에서는 이자율의 움직임을 균형이자율 모형 중 지수형 Vasicek 모형과 CIR 모형으로 나타내었으나 무위험차익거래 (no-arbitrage) 이자율 모형에서의 접근도 요구된다. 뿐만 아니라 만기에 따른 금리변동성 차이 역시 진행되어야 할 주요 주제이다. 금리변동성과 관련한 다양한 후속연구에 활발히 이루어질 때 금리리스크에 대한 보다 합리적 관리방안을 기대할 수 있다.

## References

- Brigo, D and Mercurio, F. (2001). *Interest rate models: Theory and practice*, Springer, New York.
- Choi, J. (2010). A study on ALM tools suitable for life insurance liabilities. *Journal of Actuarial Science*, **2**, 51-79.
- Chung, S. (2003). Sensitivity of the stock returns distribution to changes in the level and volatility of interest rates. *Korean Journal of Money and Finance*, **8**, 95-134.
- Cox, J. C., Ingersoll, Jr., J. E. and Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, **53**, 385-407.
- Financial Supervisory Service. (2012). *Manual for risk-based capital*, available from www.fss.or.kr.
- Kwon, O. and Lee, H. (2013). Interest sensitivity of floating rate product. *Korean Insurance Journal*, **95**, 61-85.
- Lee, B. and Park, D. (1999). A study on interest rate risk and firm value of property and liability insurers. *The Journal of Risk Management*, **12**, 43-74.
- Lee, H. (2013). Profit analysis of life insurance products with interest rate options. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **24**, 737-753.
- Lee, W., Noh, B. and Jang, K. (1997). *Analysis in the risk of interest rate volatility to insurers*, Working paper, Korea Insurance Development Institute, Seoul.
- Rhee, B. and Kim, J. (2013). Bank stock returns, interest rates and volatilities. *Journal of Korean National Economy*, **31**, 63-84.
- Shreve, S. (2004). *Stochastic calculus for finance II: Continuous-time models*, Springer, New York.
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, **5**, 177-188.
- Whang, I. (1998). Asset allocation and ALM of life insurance companies. *Korean Journal of Business Administration*, **19**, 189-207.
- Zeytun S. and Gupta, A. (2007). *A comparative study of the Vasicek and the CIR model of the short rate*, Working paper, Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, Germany.

## Volatility by the level of interest rate and RBC

Junyong An<sup>1</sup> · Hangsuck Lee<sup>2</sup> · Hyo Chan Ju<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Financial Planning Team, KB Life Insurance

<sup>2</sup>Department of Actuarial Science/Mathematics, Sungkyunkwan University

<sup>3</sup>Department of Mathematics, Sungkyunkwan University

Received 2 October 2014, revised 3 November 2014, accepted 17 November 2014

### Abstract

In this paper, we show that there is a positive correlation between the level and the volatility of interest rate and thus suggest that a proper interest rate volatility coefficient (IRVC), a factor used in evaluating the interest rate risk that insurers are exposed to, should be chosen in accordance with the level of interest rate. To this end, we calculate the historical volatility of interest rate using data on government bond yields and show a proportionate relationship between interest rate and historical volatility. The review of exponential Vasicek (EV) and Cox-Ingersoll-Ross (CIR) models for interest rate also confirms the positive correlation between them. The estimation of IRVC by EV and CIR models are 0.9 and 1.1, respectively, which are much smaller than the one under the current risk-based capital (RBC) requirement. We provide modified IRVCs reflecting the level of interest by the two interest rate models. Using modified IRVCs can be a more reasonable method to evaluate the interest rate risk that insurers face.

*Keywords:* Interest rate risk, risk-based capital, short-rate models, volatility.

---

<sup>1</sup> Staff member, Financial Planning Team, KB Life Insurance, Seoul 140-712, Korea.

<sup>2</sup> Corresponding author: Associate professor, Department of Actuarial Science/Mathematics, Sungkyunkwan University, Seoul 110-745, Korea. E-mail: hangsuck@skku.edu

<sup>3</sup> Graduate student, Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Seoul 110-745, Korea.