

에너지 등고선을 이용한 고주파 가진 조건들에 따른 선형 시스템의 피로 손상도 분석

Analysis of Spectral Fatigue Damage of Linear Elastic Systems with Different High Cyclic Loading Cases using Energy Isocline

신 성 영* · 김 찬 중†

Sung-Young Shin and Chan-Jung Kim

(Received August 4, 2014 ; Revised September 30, 2014 ; Accepted October 22, 2014)

Key Words : Energy Isocline(에너지 등고선), Sine on Random(조화성분이 섞인 랜덤신호), Fatigue Damage(피로 손상도), Input Condition(입력 조건), Linear Elastic System(선형 시스템)

ABSTRACT

Vibration profiles consist of two kinds of pattern, random and harmonic, at general engineering problems and the detailed vibration test mode of a target system is decided by the spectral condition that is exposed under operation. In moving mobility, random responses come generally from road source; whereas the harmonic responses are triggered from rotating machinery parts, such as combustion engine or drive shaft. Different spectral input may accumulate different damage in frequency domain since the accumulated fatigue damage dependent on the pattern of input spectrum in high cyclic loading condition. To evaluate the sensitivity of spectral damage according to different loading conditions, a linear elastic system is introduced to conduct a uniaxial vibration testing. Measured data, acceleration and strain, is analyzed using energy isocline function and then, the calculated fatigue damage is compared by different loading cases, random and harmonic.

1. 서 론

진동 가진과 관련된 프로파일 설정은 과거 가진 시험기의 물리적인 한계에 의해 제한을 많이 받았던 반면, 근래에는 시험기 성능의 비약적인 증가와 함께 일반적인 진동 시험 조건에 대해 물리적인 한계를 거의 느끼지 못한다^(1,2). 이와 반대로 시험하고자 하는 대상의 물리적 거동이나 보장해야 하는 진동내

구 측면의 보장한도를 가진 프로파일 형태로 표현하는데 있어서 대상에 따라 상이한 조건이 요구되고 있기 때문에 일반적인 방법론을 적용하기가 쉽지 않다. 예를 들어 자동차 부품의 단축 가진 방법을 규정한 KS R 1034⁽³⁾은 실차 주행상태를 반영하지 못하기 때문에 활용도가 낮다.

최근의 가진 프로파일은 해당 제품에서 측정된 데이터를 활용하여 랜덤 혹은 조화가진 형태로 설계를 하며, 수학적 표현으로 PSD(power spectral density)와

† Corresponding Author ; Member, Noise and Vibration R&D Center, Daegu-Gyeongbuk Regional Division, Korea Automotive Technology Institute

E-mail : cjkim@katech.re.kr

Tel : +82-53-592-8971, Fax : +82-53-592-3169

* Noise and Vibration R&D Center, Daegu-Gyeongbuk Division, Korea Automotive Technology Institute

‡ Recommended by Editor SungSoo Na

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

FFT(fast Fourier transform) 함수로 표현한다⁽⁴⁾. 이와 관련된 대표적인 국제 규격은 ISO 16750-3로서 시험하고자 하는 대상 부품의 위치에 따라 대표적인 가진 프로파일을 제안하고 있다⁽⁵⁾. 또한 앞서 언급된 대표적인 함수들을 섞어서 실제와 가장 유사한 진동 조건을 표현할 수 있는 SOR(sine on random) 조건⁽⁶⁾을 미국 국방규격 MIL-810G⁽⁷⁾ 등에서 규격으로 제정하고 있다. SOR 시험의 경우 자동차 분야에서도 진동시험 시간을 줄이고 실제 진동환경과 유사한 진동시험 환경을 제공하기 위해 타당성 검토 중이며, 일부 외국 선진업체에서는 개별 규격으로 시험을 요구하고 있다.

고주파 진동 가진과 관련된 피로 손상도 분석 방법론은 재료 특성에 따라 스트레인 변화율(strain rate)이 높은 주파수에서 어떤 민감도를 보이는지를 실험적으로 고찰한 연구가 구조적 충돌 등을 예측하는데 적용되었다⁽⁸⁾. 또한 다양한 재료에 대해 고주파 사이클 피로(high cyclic fatigue) 특성을 분석한 연구도 다수 진행되었다⁽⁹⁾. 기존의 저주파 경우와 달리 고주파의 진동 환경에서 피로 손상도에 영향을 미치는 인자는 다수 존재하며 가진 주파수의 차이도 주요한 원인을 제공한다.

이 연구에서는 입력 가진 주파수 패턴 변화에 따라 시스템의 피로 손상도가 어떤 변화를 보이는지를 고찰하였다. 시스템 내부의 비선형 특성의 영향도를 배제하기 위해 노치가 있는 선형적인 단순 시편을 사용하였으며, 입력 가진 프로파일은 대표적인 주파수 형태인 랜덤과 조화 함수를 대조군으로 사용하였다. 단일 입력 가진 에너지에 따른 대상 시편의 피로도를 비교하기 위해 Kim 등이 제안한 에너지 등고선 함수(energy isocline function)를 활용하였다⁽¹⁰⁾. 에너지 등고선은 서로 다른 입력 프로파일의 가진 에너지를 주파수별로 정규화기 때문에 실제로 서로 다른 가진 프로파일에 대한 진동시험 결과에 대해서도 동일한 입력 크기조건으로 조정시킨다. 따라서 동일한 가진 크기 조건에서 스펙트럼의 패턴의 차이에 의한 시편시험 결과를 비교 분석하기에 적합한 함수이다.

2. 에너지 등고선 함수

2.1 에너지 등고선 함수 정의

대상 시편의 가진 입력 부분 혹은 임의의 참조점(i)에서 측정된 단일 주파수 가진 성분이 평균값

이 0인 이상적인 진동성분의 형태를 가진다고 가정하면 식 (1)과 같이 표현된다.

$$a_i(t) = \bar{a}_i \cos(\omega_i t + \phi) \quad (1)$$

여기서, \bar{a}_i 와 ω_i 는 진폭 및 주파수를 각각 나타내며, ϕ 는 시간 지연이다. 식 (1)의 가진 상황에서 대상 시스템 취약 부위에 해당하는 위치에서 발생하는 응력을 $\sigma_i(\omega_i)$ 라고 가정하면 식 (2)와 같이 응력 응답과 입력 가진 사이에 식 (2)의 관계가 성립한다. 물론 이와 같은 관계는 대상 시스템이 충분히 선형성을 가져 응력과 가진 사이에 선형성이 여전히 보장된다는 가정이 필요하다.

$$\bar{\sigma}_i(\omega_i) = \|H_{m,i}(\omega_i)\| \bar{a}_i(\omega_i) \quad (2)$$

여기서, $\bar{\sigma}_i(\omega_i)$ 는 해당 응력의 크기 값을 나타낸다. 응력(σ_i)에 의해 대상 시스템은 Miner 법칙⁽¹¹⁾에 의해 재료 특성에 근거한 피로 손상도가 발생하게 되며, 해당 재료의 S-N 선도에 대한 기술기와 절점 응력이 각각 b 와 S_0 라고 가정하면 식 (3)으로 표현이 가능하다.

$$D_i(T_i) = \frac{\omega_i T_i}{\pi(S_0)^{-\left(\frac{1}{b}\right)} \frac{\bar{\sigma}_i(\omega_i)^{-\left(\frac{1}{b}\right)}}{\bar{\sigma}_i(\omega_i)^{-\left(\frac{1}{b}\right)}} \quad (3)$$

여기서, T_i 는 식 (1)의 가속도가 시스템에 인가된 총 가진 시간을 나타낸다. 식 (3)에 식 (2)의 관계를 대입하면 피로 손상도는 가속도만의 함수인 식 (4)로 표현이 가능하다.

$$D_i(T_i) = \frac{\omega_i T_i}{\pi(S_0)^{-\left(\frac{1}{b}\right)} \|H_{m,i}(\omega_i)\|^{-\left(\frac{1}{b}\right)} \bar{a}_i(\omega_i)^{-\left(\frac{1}{b}\right)}} \quad (4)$$

이와 달리, 가진 입력 식 (1)의 진동 에너지는 PSD 함수의 에너지 특성⁽⁴⁾을 활용하여 식 (5)로 표현할 수 있다.

$$E_i(\omega_i) = \left(\overline{a_i(\omega_i)}\xi_i\right)^2 \quad (5)$$

$$\xi_i^2 = \int_0^{T_i} |\cos(\omega_i t + \phi)|^2 dt = \frac{\omega_i T_i}{2}$$

만약, 취약 부위에서의 하중과 입력 부위에서의 에너지가 선형적인 관계가 있다고 가정하면 선형 이득(κ)은 피로 손상도(식 (4))와 가속도 에너지(식 (5))의 관계로부터 식 (6)~(7)로 표현된다⁽¹⁰⁾.

$$\kappa(\omega_i) = \frac{D_i(\omega_i)}{E_i(\omega_i)^{\frac{-1}{2b}}} \tag{6}$$

$$\kappa(\omega_i) = \frac{2^{\frac{-1}{2b}}}{\pi} \omega_i^{\left(1+\frac{1}{2b}\right)} T_i^{\left(1+\frac{1}{2b}\right)} S_0^{\frac{1}{b}} \| H_{m,i}(\omega_i) \|^{-\frac{1}{b}} \tag{7}$$

선형이득은 식 (7)에서와 같이 가속도와 변형률 사이의 주파수응답함수, 가진 주파수, 가진 시간에 의해 결정된다. 즉, 해당 선형이득은 입력 가진 에너지의 단위 크기에 대한 대상 시스템의 피로 손상도를 나타낸 것이라고 말할 수 있다. 따라서 선형이득의 값은 모든 주파수 대역에서 단위 입력 에너지에 대한 피로 손상도 값이기 때문에 입력 에너지 관점에서의 에너지 등고선(energy isocline)이라고 볼 수 있다. 따라서 선형이득을 에너지 등고선이라고 명명하고, 물리적으로는 단위 입력 에너지에 대한 시스템의 피로 손상도의 값을 나타낸다. 여기서 에너지 등고선의 단위입력 값은 식 (6)으로부터 $1G^{-1/b}$ ($G=9.8 \text{ m/sec}^2$)임을 알 수 있으며, 백색잡음과 같이 크기는 동일하면서 모든 주파수 대역을 입력 가진 조건으로 하고 있다.

2.2 에너지 등고선 함수 활용

에너지 등고선 함수는 앞서 언급한 바와 같이 단위 에너지 입력에 대한 대상 시스템의 피로 손상도를 나타낸다. 따라서 서로 다른 주파수 입력 패턴(조화함수 및 랜덤 함수)에 따른 피로 손상도의 변화를 객관적으로 비교할 수 있는 효율적인 분석 도구가 된다. 단위 입력 에너지에 대한 대상 시스템의 피로 손상도 누적 값을 D_{unit} 이라고 정의할 때 식 (8)로 표현된다. 아래 피로 손상도는 물리적으로 피로 파손이 일어나는 조건을 ‘1’로 두고 상대적으로 현재 가진 상태에서 어느 정도의 피로 손상도가 누적되었는지를 수치로 나타낸 값이다. 따라서 시편의 경우 피로 파손이 일어나는 시점까지 시험할 필요는 없으며 취약부위에 해당하는 재료의 내구 물성치

(S-N 선도)에 따라 주어진 가진 조건에 해당하는 피로 손상도를 계산할 수 있다.

$$D_{unit} = \sum_{i=1}^N \kappa(\omega_i) \tag{8}$$

여기서, N 은 이산화된 주파수 영역의 성분들의 합 의 숫자이다. 따라서 향후 진동가진 입력 주파수에 따른 피로 손상도의 비교 평가는 식 (8)을 이용하여 수행할 것이다.

3. 단순 시편에 대한 단축가진 시험 및 분석

3.1 단축 가진 시험용 시편 준비

입력 가진의 주파수 패턴에 따른 피로 손상도를 비교하기 위해 단축 가진 시험 환경을 구축하였다. 시편은 노치가 있는 단순 시편으로 제작하였으며, 재료는 S45C(S-N선도 : 기율기 -0.0806, 응력 절편 664.5 MPa)를 사용하였다⁽⁶⁾. 이와 관련된 시편의 형상은 Fig. 1과 같으며, 1차 공진점인 1162.7 Hz에서 감쇠 값이 0.55 %인 동적 특성을 가지고 선형성이 보장된다고 가정하였다. 이와 같은 관계에서 입력 진동 데이터와 취약 부위의 응력 사이의 관계식인 식 (2)가 성립한다. 물리량을 측정하기 위하여 Fig. 2와 같이 고정지그 근방(#1A)에 가속도 센서를 부착하였고, 취약 부위인 노치 중앙(#1S)에 스트레인게이지를 부착하였다⁽⁶⁾. 단축 가진 시험은 Z축 방향으로 진행할 수 있도록 지그를 제작하였다.

3.2 단축가진 시험을 통한 계측 및 분석

단축 가진 시험기(MODAL 110 Exciter/MB dynamics)를 활용하여 위 시편에 대해 조화가진 및 랜덤가진 조건으로 진동시험을 수행하였다. 이 시험을

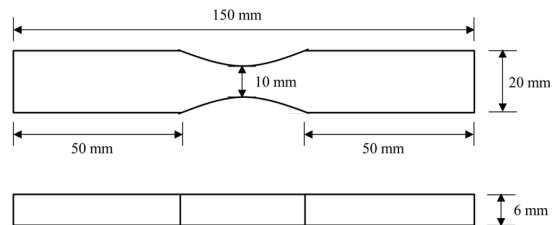


Fig. 1 Simple notched beam for uniaxial vibration test

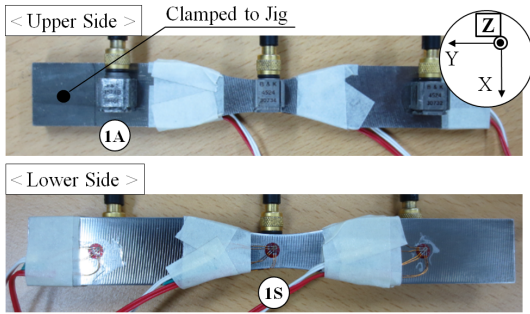


Fig. 2 Sensor location of simple specimen

Table 1 Vibration profile for random testing

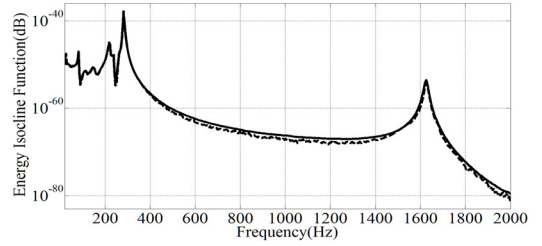
No.	Frequency(Hz)	Magnitude(G^2/Hz)
1	20	0.005
2	100	0.005
3	4,000	0.001
Duration(s)		424

Table 2 Vibration profile for sinusoidal testing

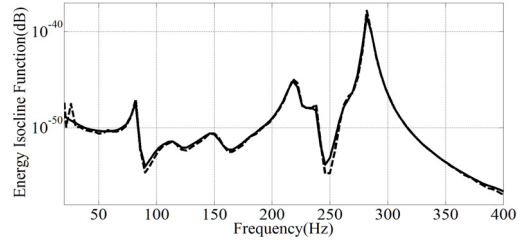
No.	Frequency(Hz)	Magnitude(G)
1	20	0.5
2	100	1.0
3	4,000	1.0
Duration(s)/Sweep(Oct/min)		424/1

위해 ISO-16750-3의 가진 프로파일들을 비교하여 Table 1과 Table 2는 이 시험에서 적용된 가진 프로파일 정보이다. 2가지 프로파일은 모두 20 Hz에서 4,000 Hz까지 모든 성분을 가진하는 조건이며, 아래와 같이 표현된 몇 가지 주요 주파수 성분은 프로파일의 형태를 표현하기 위해 대표 크기 값을 표시한 것이다.

2가지(조화, 랜덤) 가진 프로파일에 따라 단축 진동시험을 수행하였으며, 가속도 및 변형률 값을 획득하였다. 획득된 데이터를 사용하여 가속도와 변형률 사이의 주파수응력함수(식 (2))를 계산하였으며, 이 결과를 바탕으로 식 (7)로 표현되는 에너지 등고선 함수를 획득하였다. 각 주파수 입력에 대해 측정된 3번의 데이터를 평균하여 에너지 등고선 함수의 값을 획득하는데 사용하였다. 그래프는 2개의 주파수 패턴에 따른 에너지 등고선 결과를 보여준다. 시편이 S45C를 사용하였기 때문에 식 (7)에 사용된 피로



(a) Overall range(20 Hz~2,000 Hz)



(b) Primary range(20 Hz~400 Hz)

Fig. 3 Energy Isocline function for different spectral loading cases: **—** random, **- - -** sinusoidal

관점의 상수는 $b=-0.0806$, $S_0=664.5(MPa)$ 값을 사용하였다.

1,600 Hz 근방에서 나타나는 피크점은 시편의 1차 공진점에 의해 발생하는 것으로 높은 주파수 범위임에도 불구하고 공진의 영향력이 크다는 것을 볼 수 있다. 피로 손상도가 주로 발생하는 저주파 대역 (~400 Hz)의 경우에는 시편의 강체 모드가 지그의 구속에 의해 주파수가 이동하였기 때문이다. 피로 손상도의 분포는 랜덤가진 대비 조화함수의 경우가 모든 주파수 대역에서 대부분 낮게 나타났으며, 주요 주파수 범위(Fig. 3(b))에서도 비슷한 유형을 보여준다.

이 시험결과는 시편에 대해 변형률 크기 변화와 가진 주파수 패턴 사이의 민감도 차이에서 기인한 것이다. 물론 주파수 패턴에 따른 변형률의 변화의 주요 원인은 비선형 인자를 포함한 재료의 고유한 성질에 의해 발생할 가능성이 가장 크다. 입력 가진의 크기 등에 대한 영향도는 피로 손상도 값이 식 (8)에서 단위 에너지 입력에 대한 결과로 정규화시킨 것이므로 가능성이 낮다. 따라서 어떤 입력 가진 주파수 패턴이 피로 손상도 측면에서 유리한지 여부는 재료 고유의 특성에 종속적일 것으로 판단된다.

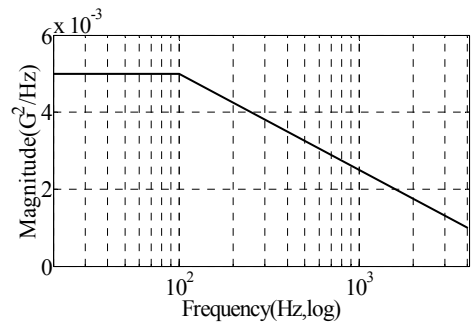
측정된 에너지 등고선 결과를 바탕으로 식 (8)을 이용하여 피로 손상도 값을 계산할 수 있다. Fig. 3의 그래프 비교해볼 때 피로 손상도의 차이가 크게 나지 않을 가능성이 크기 때문에 피로 손상도 부분에서는 동일 시험모드에서 3번 시험한 모든 데이터에 대해 분석을 각각 수행하였다. Table 3은 2개의 시험 모드에 대해 피로 손상도를 계산한 결과이다. 평균값을 기준으로 조화가진의 경우에 발생하는 피로 손상도가 랜덤의 경우와 비교할 때 4.8배 수준으로 도출되었다.

피로 손상도를 비교한 결과 조화함수 가진 모드와 랜덤가진 모드의 경우가 명확하게 차이가 발생함을 알 수 있다.

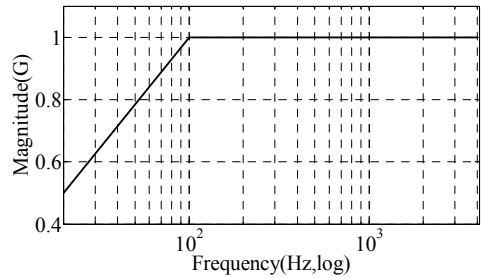
4. 가진 프로파일 제안

단축가진 시험을 통해 얻어진 가속도와 변형률 간의 관계를 이용하여 노치가 있는 단순 시편에 대해 계산을 해본 결과 동일한 입력 에너지에 대해 피로 손상도가 차이가 났다. 이 결과를 통해 입력 가진의 주파수 패턴에 따라 대상 시편의 피로 손상도가 민감함을 확인할 수 있었으며 입력 에너지가 동일하다고 하더라도 주파수 패턴에 따라 손상도에 차이가 발생할 수 있음을 확인한 것이다.

이를 통해 최근 발표된 SOR(sine on random) 관련 논문(참고문헌 (7))에서 주장되었던 개별 시험(조화가진, 랜덤가진)을 동시에 수행하는 것이 실제 피로 손상도를 정확하게 반영할 수 있는 내용을 보완할 수 있는 성과가 도출되었다. 즉, 개별 시험을 동시에 수행하는 것이 맞지만 어떤 조합으로 가진 프로파일이 설계되어야만 하는지에 대한 가이드라인은 기존 연구에서 제시할 수 없었다. 이 연구를 통해 가진 주파수의 형태에 따라 도출된 가진 프로파일은 다른 주파수 스펙트럼으로 직접적으로 변경될 수 없음을 알 수 있었다. 따라서 기존 조화함수나 랜덤 함수로 가진을 수행하였던 경우 이를 SOR 방법으로 대체할 경우 동일한 가진 프로파일을 동시에 수행하는 것이 바람직하다. Table 1과 Table 2의 가진 프로파일을 그래프로 표현한 것이며 이것이 해당 시편에 대한 SOR 시험의 가진 프로파일 제안 내용으로서 동시에 2개의 가진을 수행함으로써 실제 복합가진 조건을 충족시키면서 시험 시간은 줄일 수 있다.



(a) Random profile



(b) Sinusoidal profile

Fig. 4 Vibration profile for SOR testing

5. 결론

선형 시스템의 피로 손상도가 가진 진동의 주파수 패턴에 따라 영향도를 분석하기 위해 노치가 있는 단순 시편을 사용하여 단축가진 시험을 수행하면서 가속도와 변형률 정보를 획득하였다. 입력 에너지 값을 정규화한 조건에서 피로 손상도를 비교 평가하기 위해 에너지 등고선 함수를 적용하였으며, 주파수 패턴은 일반적으로 사용되고 있는 조화가진 및 랜덤가진으로 선정하였다. 평가 결과 조화가진의 피로 손상도가 랜덤가진 대비 4.8배의 값을 도출하였으며, 이를 통해 가진 주파수 패턴에 따라 대상 시스템의 피로 손상도의 수치가 차이가 발생함을 확인하였다. 따라서 향후 가진 프로파일을 설계함에 있어서 대상 시스템의 가진 환경과 동일한 주파수 패턴을 그대로 사용하는 것이 시스템의 진동내구 특성 평가에 중요한 인자가 될 것이다. 즉, 조화가진과 랜덤가진을 동시에 수행하여 실제 진동환경과 가장 유사한 진동시험 방법인 SOR 방법을 활용해야 하는 근거가 된다. 다만, 가진 주파수 패턴에 따른

대상 시스템의 피로 손상도 민감도는 재료 고유의 특성에 기인할 가능성이 크기 때문에 타 재료의 경우에 대해서는 향후 추가연구가 필요하다.

후 기

이 연구는 산업통산자원부에서 지원하는 연구개발 과제(과제번호 : R0001444)의 성과물로서 관계자분들에게 감사드립니다.

References

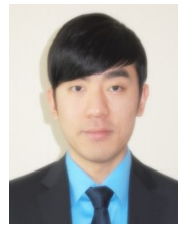
- (1) Nowack, H., 1981, Fatigue Test machines. Fatigue test methodology, AGARD Lecture Series No. 118, North Atlantic Treaty Organization, 3-1-3-23.
- (2) George, T. J., Seidt, J., Shen, M. H. H., Nicholas, T. and Cross, C. J., 2004, Development of a Novel Vibration-based Fatigue Testing Methodology, International Journal of Fatigue, No. 26, pp. 477~486.
- (3) KS R 1034(2006v), Korean Standard, 2006.
- (4) Bendat, J. S. and Piersol, A. G., 2000, Random Data Analysis and Measurement Procedures, New York, Wiley Interscience.
- (5) ISO 16750-3:2007(E), International Standard, 2007.
- (6) Heo, Y. S. and Kim, C. J., 2014, Comparison of Fatigue Damage of Linear Elastic System with Respect to Vibration Input Conditions, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 6, pp. 437~443.
- (7) MIL-STD-810G, Department of Defense Test Method Standard for Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests, 2008.
- (8) Smerd, R., Winkler, S., Salisbury, C., Worswick, M., Lloyd, D. and Finn, M., 2005, High Strain Rate

Tensile Testing of Automotive Aluminum Alloy Sheet, International Journal of Impact Engineering, Vol. 32, pp. 541~560.

(9) Nonaka, I., Setowaki, S. and Ichikawa, Y., 2014, Effect of Load Frequency on High Cycle Fatigue Strength of Bullet Train Axle Steel, International Journal of Fatigue, Vol. 60, pp. 43~47.

(10) Kim, C. J., Kang, Y. J. and Lee, B. H., 2011, Experimental Spectral Damage Prediction of a Linear Elastic System Using Acceleration Response, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 25, pp. 2538~2548.

(11) Ralph, I. S., Ali, F., Robert, R. S. and Henry, O. F., 2001, Metal Fatigue in Engineering, Wiley Interscience, New York.



Sung-Young Shin received a B.S. and M.S. in Hanyang University, Mechanical Eng., 2010 and 2014. He is currently a researcher of Noise and Vibration R&D Center at Korea Automotive Technology Institute in Deagu, Korea. His research interests are in the area of the vibration fatigue in automotive systems.



Chan-Jung Kim received Ph.D. degree from Seoul National University in 2011. Dr. Kim is currently a director of Noise and Vibration R&D Center at Korea Automotive Technology Institute in Deagu, Korea. Dr. Kim's research interests are in the area of the vibration fatigue, noise and vibration issue of automotive systems.