

도시 철도 차량의 자동주행을 위한 LQ-서보 제어기의 설계

LQ-Servo Design for Automatic Train Control of Urban Rail Vehicle

김 창 현* · 김 용** · 이 주* · 이 형 우*
(Chang-Hyun Kim · Yong Kim · Ju Lee · Hyung-Woo Lee)

Abstract - In this paper, we propose the LQ servo control method for the automatic train control of urban rail vehicle. Structures of the conventional PID control and LQ servo controller are compared in order to demonstrate the simplicity of the proposed controller which doesn't have zeros of the closed loop systems. The energy consumption is dealt with as an object function to be minimized, which consists of the quadratic performance indices for optimal control with the input of the feedback linearization. The effectiveness of the proposed method is shown by the practical example, compared with the conventional PD controller.

Key Words : LQ-Servo, Optimal control, Automatic train control, Urban rail vehicle, PID control

1. 서 론

도시 철도 기술의 발전, 경영의 효율화, 승객의 쾌적한 승차감 등의 다양한 목적을 달성하기 위해 도입된 자동열차운행장치(ATO : Automatic Train Operation)와 자동열차제어(ATC : Automatic Train Control) 기법은 기관사의 수동운전을 대신하여 안정적 열차 운행에 중요한 역할을 하고 있다[1]. 이 자동열차제어 기법으로 가장 많이 사용되는 고전적 제어기법인, PID 제어기법은 기준 입력 값과 궤환 값의 오차에 미분, 적분, 비례 계수를 보상하여 열차에 가해지는 양, 음의 힘을 자동 조절하여 열차의 역간 주행제어를 한다[1-3]. 이는 비교적 간단한 설계 방법 및 단순한 제어기 구조를 가지고 있으나 추진/제동 시 주행에너지 소비가 크다고 알려져 있다[4, 5]. 이는 제어기 설계 시 주행에너지 소비를 고려할 수 없고, 페루프 시스템 영점을 포함하는 구조로 시간영역의 임, 출력을 오프라인에서 예측하기 어렵다는 문제가 있다[1].

이런 PID 고전 제어기의 문제를 해결하기 위해 최적제어 알고리즘을 적용하여 주행 시 소비에너지를 최소화하고자 하는 비교 연구가 진행되었다[1]. 그러나 적용된 최적제어 기법은 소비에너지를 직접 교차 성능 지수로 고려하지 못했으며 추종명령에 추가적 스케일링이 필요한 다소 복잡한 구조로 이뤄져 있다[6]. 본 논문에서는 도시철도 자동주행을

위해 사용되는 고전 제어기인 PID 제어기의 구조를 분석하여 구조적 한계를 보였으며, 명령 추종 성능, 입력 에너지, 소비 에너지를 직접 성능지수로 사용하는 Linear Quadratic (LQ) 서보형 최적 제어기를 제안하고 도시형 철도 시스템의 자동주행에 적용하여 고전제어기의 성능과 비교 분석하였다[7, 8]. 제안된 LQ 서보형 제어기는 페루프 시스템의 영점이 없는 간단한 구조이며, 자동주행 시스템의 비선형 특성을 궤환 선형화 입력을 통해 제거하였다. 또한 궤환 선형화를 위해 사용된 입력과 소비에너지에 관한 상관함수의 충분조건을 유도하여 LQ 서보 제어기 설계에 직접 가격함수로 적용하였다.

제안된 LQ 서보 제어기와 PID 제어기의 성능 분석을 위해 서울시 6호선 1편성을 대상으로 모의실험을 하였다[1, 9]. 실험의 시간 영역의 거리, 속도, 가속도의 응답특성과 승객의 승차감과 밀접한 관계가 있는 저크 한계 특성의 비교로 이뤄졌다. 또한 가격함수의 교차 상관함수로 선정된 소비에너지의 절감 효과를 그림 및 표로 비교 분석하여 제안된 최적제어기의 유용성을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 1장은 도시철도의 전동열차의 수학적 모델링, 2장은 고전 제어기인 PID, PI, PD 제어기의 구조 분석, 3장은 제안된 LQ 서보 제어기의 설계 방법을 보였으며, 4장은 고전 제어기와 LQ 서보제어기의 성능을 모의실험을 통해 비교 분석하였다. 마지막으로 5장에서 최종 결론을 통해 제안된 LQ 서보 제어기의 유용성과 추가적 연구 방향을 제시하였다.

2. 전동열차 모델링

본 논문에서는 점질량을 가정한 열차 시스템을 뉴턴의 운동방정식을 기반으로 시간에 따른 위치, 속도, 힘에 관한 미분방정식 (1)과 같이 수학적으로 모델링 한다[10].

+ Corresponding Author : Dept. of Railway Vehicle System Engineering, Korea National University of Transportation, Korea

E-mail: krhwlee@ut.ac.kr

* Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University, Korea.

** Dept. of Electronic and Electrical Engineering, Dongguk University, Korea.

Received : September 06, 2014; Accepted : October 11, 2014

$$M\ddot{x}(t) = f(t) - W\dot{r}(v(t)) - Mg(x(t)) \quad (1)$$

여기서,

- t : 시간(sec)
- $x(t)$: 열차의 위치(m)
- $v(t)$: 열차의 속도(m/sec)
- $\ddot{x}(t)$: 열차 가속도(m/sec²)
- M : 열차의 질량(kgf · sec²/m)
- W : 열차의 무게(ton)
- $f(t)$: 열차에 가해진 힘(f)
- $r(v(t))$: 열차의 주행저항(kgf/ton)
- $g(x(t))$: 열차의 구배저항(kgf/ton)

본 논문에서 열차는 비경사로를 운행한다고 가정하여 구배저항은 고려하지 않는다.

도시철도 차량표준 규격에 의한 지하구간 주행저항은 식 (2)와 같다[9].

$$r(v(t)) = a + bV(t) + cV^2(t) \quad (2)$$

여기서,

- $V(t)$: 열차속도(km/h)
- $a=1.867$: 기계부분 저항
- $b=0.0359$: 차륜담면과 레일간의 저항,
- $c=0.000745$: 공기저항과 차량동요저항이다.

본 논문에서는 서울시 6호선 전동차 8량 1편성 열차를 고려하였다. 이는 제안된 제어기의 타당성 검증을 위해 참고 문헌[1]의 차량 재원과 동일한 공차중량 $W=Mg$ 인 272(ton)을 적용한 것으로 도시철도차량의 전동차 표준 규격에 명시된 전동차 최대 중량을 초과하지 않으며 1량당 공차 중량은 34(ton)이다[9]. 수학 모델식 표현에는 공차 중량만 고려되었고 되며 기타 자세한 차량제원은 서울도시철도공사의 자료를 참고할 수 있다[11]. 주행저항 계산을 위한 열차속도의 단위를 km/h에서 m/sec로 환산하면 모델 식 (1)은 다음과 같은 상태방정식 (3)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{M}f(t) - g(a + b \cdot 1000/3600 \cdot x_2(t) + c \cdot (1000/3600)^2 x_2^2(t)) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 g , $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 는 각각 중력가속도 9.8m/sec², 열차의 위치 및 속도이다.

궤환 선형화 기법을 적용해 입력 $f(t)$ 를 다음 식 (4)와 같이 선정할 때 비선형 상태 방정식 (3)은 식 (5)와 같이 선형화 된다[12].

$$f(t) = Mga + Mgc(1000/3600)^2 x_2^2(t) + u(t) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.01g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix} u(t) \quad (5)$$

$$v_{ref}(t) = \begin{cases} 0.8t \text{ (m/sec)} & 0 \leq t < \alpha \\ 0.8\alpha \text{ (m/sec)} & \alpha \leq t < \beta \\ 0.8\alpha - 0.8(t - \beta) \text{ (m/sec)} & \beta \leq t < \beta + \alpha \\ 0 \text{ (m/sec)} & \beta + \alpha \leq t \end{cases} \quad (6)$$

위 속도 추종 입력은 라플라스 변환으로 다음 식 (7)으로 표현된다.

$$V_{ref}(s) = \frac{0.8}{s^2} - \frac{0.8}{s^2}e^{-\alpha s} - \frac{0.8}{s^2}e^{-\beta s} + \frac{0.8}{s^2}e^{-(\beta+\alpha)s} \quad (7)$$

열차의 위치 추종 입력은 추종 속도 식 (7)로부터 적분을 통해 식 (8)과 같이 얻을 수 있다.

$$x_{ref}(s) = \frac{0.8}{s^3} - \frac{0.8}{s^3}e^{-\alpha s} - \frac{0.8}{s^3}e^{-\beta s} + \frac{0.8}{s^3}e^{-(\beta+\alpha)s} \quad (8)$$

$\alpha=25$ sec, $\beta=65$ sec 일 때 위치, 속도, 가속도의 기준 입력은 각각 그림 1, 2와 3과 같다.

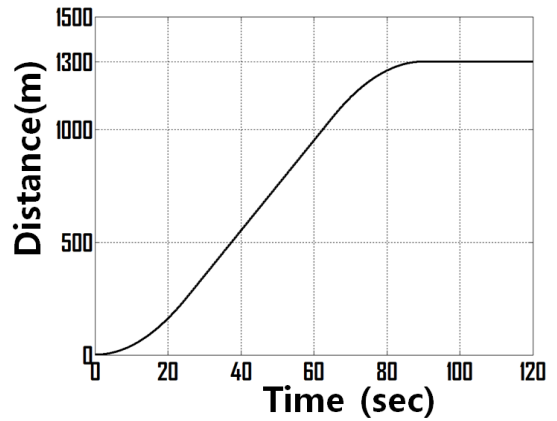


그림 1 거리 기준 입력
Fig. 1 Desired distance reference

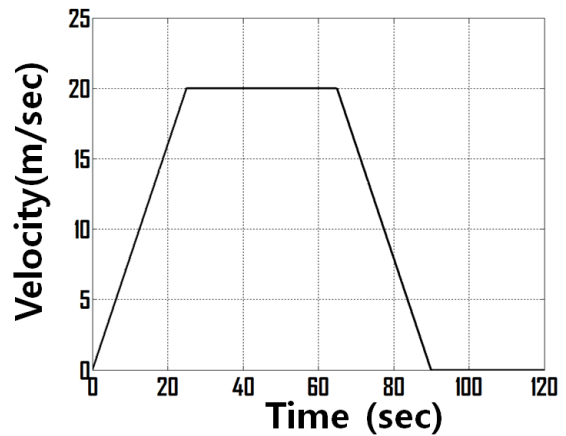


그림 2 속도 기준 입력
Fig. 2 Desired velocity reference

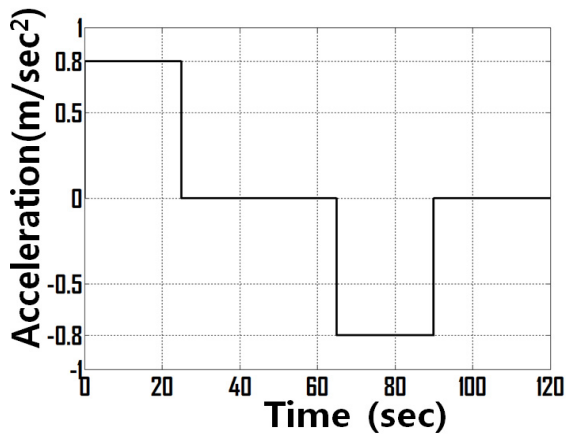


그림 3 가속도 기준 입력
Fig. 3 Desired acceleration reference

3. 고전제어기

선형 시스템을 위한 고전 제어기는 출력 피드백을 이용한 PID 제어기가 구조적 단순함과 출력 성능 때문에 산업계에 가장 많이 사용된다. 일반적인 시스템 및 제어기 구조는 그림 4와 같다[3].

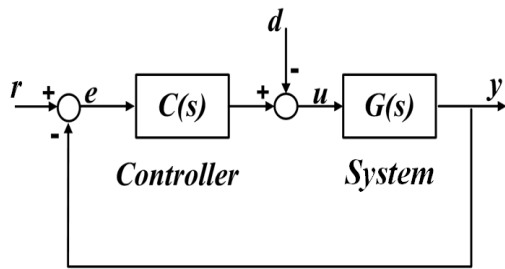


그림 4 폐환제어 시스템의 구조
Fig. 4 Structure of feedback control systems

여기서 r, y, d는 각각 입력 기준 값, 왜란, 출력 값이다. C(s)는 제어기로 PID 제어기의 경우 식 (9)와 같이 표현된다.

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (9)$$

전치필터 및 왜란의 영향을 고려하지 않고 PID 제어기가 적용된 열차 자동주행 시스템의 입출력 간 전달함수는 상태 방정식 (5)과 PID 제어기 식 (9)로부터 식 (10)와 같이 나타난다.

$$PID \text{ control: } \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K_D}{M}s^2 + \frac{K_P}{M}s + \frac{K_I}{M}}{s^3 + \left(0.01g + \frac{K_D}{M}\right)s^2 + \frac{K_P}{M}s + \frac{K_I}{M}} \quad (10)$$

PI 및 PD 제어기가 적용된 경우의 전달함수는 각각 식 (11)과 (12)이다.

$$PI \text{ control: } \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K_P}{M}s + \frac{K_I}{M}}{s^3 + 0.01gs^2 + \frac{K_P}{M}s + \frac{K_I}{M}} \quad (11)$$

$$PD \text{ control: } \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K_D}{M}s + \frac{K_P}{M}}{s^2 + \left(0.01g + \frac{K_D}{M}\right)s + \frac{K_P}{M}} \quad (12)$$

고전 제어 방식에서 가장 많이 사용되는 PID, PI, PD 제어기의 경우 페루프 시스템의 극점을 원하는 곳으로 위치시킬 수 있는 극점배치법을 적용할 수 있는 제어기는 PID, PD 제어기이다. PI 제어기의 경우 식 (11)에서 보는 것과 같이 세 극점 α, β, γ 은 다음 식 (13)의 관계를 가진다.

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -0.01g \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -\frac{K_P}{M} \\ \alpha\beta\gamma = -\frac{K_I}{M} \end{cases} \quad (13)$$

PI제어기를 적용할 경우 가장 작은 우세 극점은 -0.0327로 이 보다 작게 설정할 수는 없다. 이 우세극점은 비교적 원점에 가까워 시스템이 안정하기는 하나 차륜담면과 레일 간의 저항을 무시할 경우 명령 추종의 큰 오버슈트를 발생시킨다.[2, 3] 또한 PID 제어기에 의한 페루프 시스템은 2차의 영점을 갖는 시스템으로 고주파 잡음의 영향이 크며 2개의 우세극점에 의한 제어기 설계 시 PD 제어기와 유사한 시간 영역 응답을 보이기 때문에 자동 주행 시스템의 고전 제어기로는 PD 제어기의 사용이 주요하게 검토될 수 있다 [2]. 또한 전동열차의 수학적 모델식 (5)에서 보는 바와 같이 시스템 자체가 적분요소를 포함하고 있기 때문에 적분제어기 없이도 단위 계단 입력에 대한 정상상태오차를 발생시키지 않는다. 그러므로 본 논문에서는 LQ서보 제어기와 PD 고전 제어기의 성능 비교를 통해 제안된 제어기의 효용성을 검토하겠다[8].

4. LQ-서보 제어기

출력 폐환을 이용한 LQ 서보 제어기는 LQR 제어기에서 출력 폐환과 상태 폐환을 분리 하여 제어하는 구조로 그림 5에 나타내 있다[7].

여기서 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.01g \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix}, C_y = [10], C_x = [01], K = [K_y \ K_x]$$

입력 u(t)는 식 (14)로 표현된다.

$$u(t) = -Kx(t) + K_y r(t) \quad (14)$$

최적제어게인 K 는 다음 성능 지수식 (15)을 최소화 하는 입력으로 정해진다.

$$\int_{t_0}^{t_f} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) + 2x(t)^T N u(t)] dt \quad (15)$$

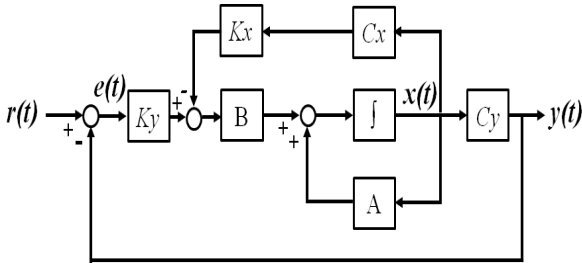


그림 5 LQ-서보 제어 시스템의 구조
Fig. 5 Structure of LQ-servo control system

이 때 Q, R 은 각각 양의 반한정 대칭의 상태 가중치 행렬 및 한정 대칭의 입력 가중치 행렬이다. N 은 상태와 입력의 교차 영향을 고려하는 가중치 행렬이 된다.

LQ 서보 시스템에 의한 입출력 전달함수는 식 (16)와 같다.

$$\frac{y(s)}{r(s)} = C_y (sI - (A - BK))^{-1} K_y \quad (16)$$

시스템 행렬을 적용하면 다음 식 (16)는 식 (17)로 표현된다.

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K_y}{M}}{s^2 + (0.01g + \frac{K_x}{M})s + \frac{K_y}{M}} \quad (17)$$

제안된 출력 궤환을 이용한 LQ 서보 시스템은 PID 고전 제어기와 다르게 시스템 영점을 포함하고 있지 않기 때문에 영점에 의한 진동 및 주파수역 영향을 고려할 필요 없이 간단한 구조를 이루고 있으며 또한 시스템의 극점을 모구 원하는 곳에 배치할 수 있는 극점배치 기법을 적용할 수 있는 이점을 가지고 있다.

열차의 주행에 따른 전체 소비 에너지는 열차에 가해지는 힘 $f(t)$ 과 열차의 속도 $x_2(t)$ 의 곱에 적분을 취해 식 (18)으로 구할 수 있다.

$$\int_{t_0}^{t_f} f(t)x_2(t)dt \quad (18)$$

위 식 (18)은 식 (4)로부터 다음 식 (19)과 같이 표현된다.

$$\int_{t_0}^{t_f} [Mgax_2(t) + Mgc(1000/3600)^2 x_2^3(t) + u(t)x_2(t)] dt \quad (19)$$

적분식 내부의 $x_2(t)$ 에 관한 3차 다항식 (20)은 3차 이상

의 고차 함수를 무시한 테일러 급수 식 (21)에 의해 식 (22)으로 근사화 할 수 있다.

$$gax_2(t) + Mgc(1000/3600)^2 x_2^3(t) \quad (20)$$

$$f(x_2(t)) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x_2(t) - x_0) + 0.5f''(x_0)(x_2(t) - x_0)^2 \quad (21)$$

$$Mgax_0 + Mgc(1000/3600)^2 x_0^3 + (Mga + 3Mgc(1000/3600)^2 x_0^2)(x_2(t) - x_0) + 0.5(6Mgc(1000/3600)^2 x_0)(x_2(t) - x_0)^2 \quad (22)$$

가격함수 내의 상수 부분은 최적 입력 게인 산정에 영향을 주지 않기 때문에 무시할 수 있고 $x_2(t)$ 의 1차 함수 식 (23)은 부등식 정리에 의해 부등식 (24)이 성립한다.

$$(Mga - 3Mgc(1000/3600)^2 x_0^2)x_2(t) \quad (23)$$

$$(Mga - 3Mgc(1000/3600)^2 x_0^2)x_2(t) \leq \frac{(Mga - 3Mgc(1000/3600)^2 x_0^2)^2 + x_2^2(t)}{2} \quad (24)$$

부등식의 좌변은 우변 보다 항상 작거나 같기 때문에 성능 지수 내의 식 (23)이 적용되어 얻어진 최적 가격함수 값은 식 (24)의 우변으로 인한 최적 가격함수 보다 작거나 같은 값을 보장하는 충분 조건이 된다. 또한 상수 부분은 가격함수의 인자가 아니므로 가격함수에 선정 시 무시할 수 있다. 최종적으로 LQ 서보 제어기 선정을 위한 성능 지수 함수는 식 (25)으로 선정할 수 있다.

$$\int_{t_0}^{t_f} [q_1 x_1^2(t) + q_2 \epsilon x_2^2(t) + ru^2(t) + 2nu(t)x_2(t)] dt \quad (25)$$

여기서 $\epsilon = 3Mgc(1000/3600)^2 x_0 + \frac{1}{2}$ 이고 q_1, q_2, r, n 은 각각 상태, 입력, 전체 소비에너지에 대한 가중치로 제어기 설계 시 고려될 수 있는 설계 인수가 된다. 제어기 설계 시 각 부분에 대한 중요도 및 크기 스케일링에 따라 선정되어야 한다.

제어기 게인 K 는 정상상태 시불변 대수 Riccati 식 (26)의 양의 한정 해 P 로부터 식 (27)로 얻어진다[13].

$$(A - BR^{-1}M^T)^T P + P(A - BR^{-1}M^T) - PBR^{-1}P - MR^{-1}M^T + Q = 0 \quad (26)$$

$$K = -R^{-1}(M^T + B^T P) \quad (27)$$

여기서 $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \epsilon \end{bmatrix}, R = r, M = \begin{bmatrix} 0 \\ n \end{bmatrix}$ 이다.

LQ 서보 최적제어기는 고전 PID 제어기 적용 시 고려할 수 없었던 각 상태, 입력, 소비 에너지에 대한 성능을 고려할 수 있기 때문에 각 상태 가중치 선정은 설계자가 고려하고자 하는 설계 사양에 따라 결정되어야 한다.

5. LQ-서보 제어기와 고전제어기 성능 분석

철도 차량 시스템은 선형화된 식 (5)로 얻어지고 각 시스

템 행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.098 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 10^{-4} * 0.360 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0]$$

본 논문에서 비교 분석을 위한 고전 제어기는 위에서 설명한대로 PD 제어기를 적용하였고 제어 계인은 $K_p = 30000, K_I = 0, K_D = 21000$ 이다[1]. PD 제어기의 계인은 동일한 열차 제원에 대한 시뮬레이션 결과를 바탕으로 참고 문헌[1]에서 제시한 수치로 본 연구에서도 동일하게 고려되는 최종 주행 소비에너지를 최소화하는 PID 계인을 선정한 것으로 본 논문에서 제시하는 최적화를 위한 가격함수와 일관성을 가지고 있으므로 다른 PID 제어 기법[14-16]에 비해 비교, 분석의 타당성이 비교적 합리적이라 판단되어 선정하였다.

제안된 LQ서보 제어기의 설계를 위한 2차 성능 지수는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 350 & 0 \\ 0 & 380 \end{bmatrix}, R = 10^{-6}, M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

대수 Riccati 식 (26)와 최적 제어 계인 식 (27)에 의해 얻어진 LQ 서보 제어기 계인 값은 $K = 10^4 [1.87 \ 3.85]$ 이며 입력 $u(t)$ 은 식 (14)에 의해 $u(t) = -10^4 * (1.87 * e(t) - 3.85 * x_2(t))$ 이 된다.

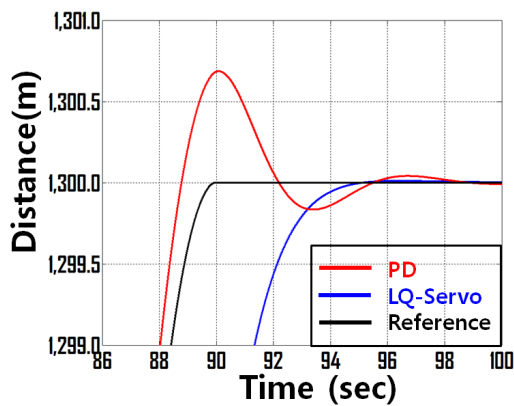


그림 6 LQ-서보와 PD 제어기의 거리응답 비교
Fig. 6 Comparison of distance response with PD and LQ-servo controllers

그림 6은 PD와 LQ서보 제어기에 의한 거리 응답을 비교한 것이다. 두 응답 모두 시스템이 적분요소를 포함하고 있기 때문에 정상상태 오차를 갖지 않음을 알 수 있다. 응답 시간은 PD 제어의 경우 다소 빠르지만 이로 인해 발생하는 오버슈트값은 0.68m 이상이 된다. 이는 약 0.05%의 오버슈트로 일반적 제어 관점에서 높은 수치는 아닐 수 있으나 철도차량 주행 시스템의 특성 상 오버슈트가 발생한다는 것은 전동차가 정해진 플랫폼 라인에 안착하는 정상상태로 접근하기 위해 주행 진동이 있다는 의미이다. 이는 실제 주행 시 전, 후진을 반복해야 하는 자동주행 경로를 나타내게 된다. 이는 실제 허용되지 않는 경로이므로 실제 적용 시 정

상상태 접근 전에 수동 전환 후 속도 제어가 반드시 필요하다는 것을 의미한다. 그러나 제안된 LQ서보 제어기의 경우 오버슈트 없이 정상상태에 도달하기 때문에 수동 전환 없이 자동주행으로 경로 도달이 가능함을 보여준다. 또한 정상상태 정착 시간이 진동하는 PD 제어기보다 LQ서보 제어기가 짧기 때문에 좀 더 긴 승강장 정착 시간을 확보할 수 있다.

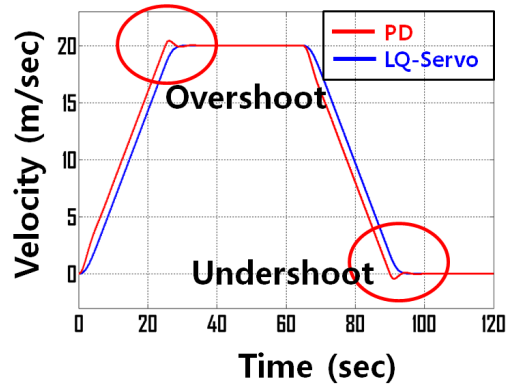


그림 7 LQ-서보와 PD 제어기의 속도응답 비교
Fig. 7 Comparison of velocity response with PD and LQ-servo controllers

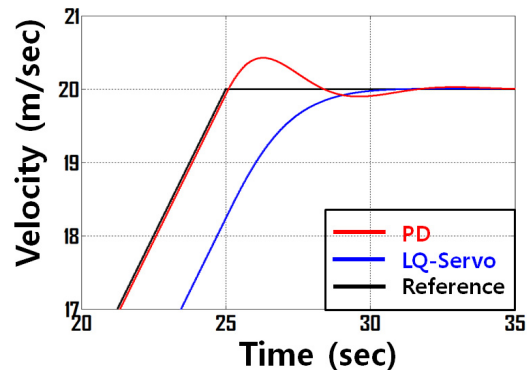


그림 8 LQ-서보와 PD 제어기의 속도응답의 오버슈트 비교
Fig. 8 Overshoot of velocity response with PD and LQ-servo controllers

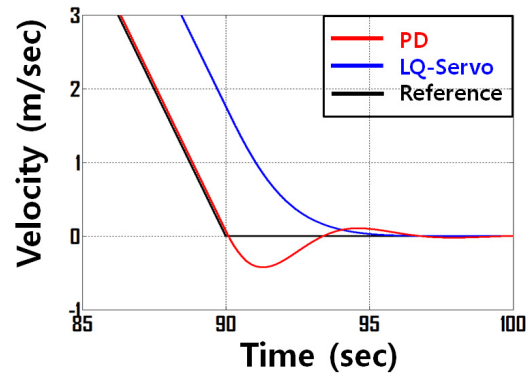


그림 9 LQ-서보와 PD 제어기의 속도응답의 언더슈트 비교
Fig. 9 Undershoot of velocity response with PD and LQ-servo controllers

그림 7은 속도 응답의 비교를 나타내며 PD 제어기의 경우 일정 속도 구간으로 진입하기 전과 승강장 진입 전에 각각 오버슈트와 언더슈트 응답 특성을 보임을 알 수 있다. 그림 8과 9에서 오버슈트와 언더슈트 구간을 확대하여 PD 제어기와 LQ-서보 제어기의 차이를 보였다. PD 제어기의 경우 속도 프로파일이 좀더 근접한 응답을 보이고 있어 상승시간이 짧아짐을 알 수 있으나 그림 8과 9에서 보는 바와 같이 오버슈트와 언더슈트가 발생하기 때문에 25sec 전의 오버슈트는 다음 그림 10의 가속도 응답에서 보이는 급격한 가속도 변화의 원인이 되며 이로 인한 승차 안정감 감소가 예상된다. 또 90 sec 근방의 언더슈트는 그림 6에서 보인 승강장 진입 전 오버슈트의 원인이 된다. 제안된 LQ 서보 제어기의 경우 이런 오버슈트와 언더슈트가 없는 응답을 보여 시스템 안정성 및 승차감 향상이 예상된다. 이는 그림 9의 저크 응답 곡선을 통해 정량적으로 고려되었다.

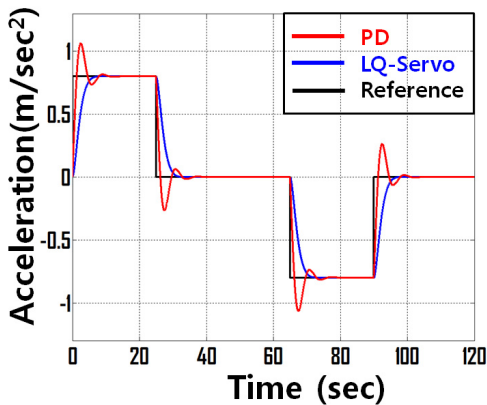


그림 10 LQ-서보와 PD 제어기의 가속도응답 비교
 Fig. 10 Comparison of acceleration response with PD and LQ-servo controllers

열차의 가속도를 미분하면 저크 $J_k(m/sec^3)$ 가 식 (28)과 같다.

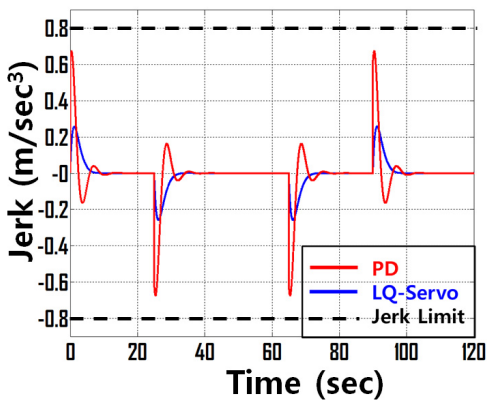


그림 11 LQ-서보와 PD 제어기의 저크응답 비교
 Fig. 11 Comparison of jerk response with PD and LQ-servo controllers

$$J_k(m/sec^3) = \frac{d^2x_2(t)}{dt^2} \tag{28}$$

전동열차의 운행 시 승객의 승차감을 위한 저크 한계는 $0.8m/sec^3$ 로 도시철도차량표준규격에서 정하고 있다[9]. PD, LQ 서보 제어기 각각 $0.674m/sec^3$ 와 $0.258m/sec^3$ 로 저크 한계는 모두 만족하고 있지만 제안된 LQ 서보 제어기가 현저하게 작은 저크 값을 보이고 있다. LQ 서보 제어에 의해 62%이상 저감된 저크 한계를 보일 뿐 아니라 PD 제어에 비해 완만한 저크 값 변화를 보이고 있으므로 승객 승차감 향상을 보인다고 할 수 있다.

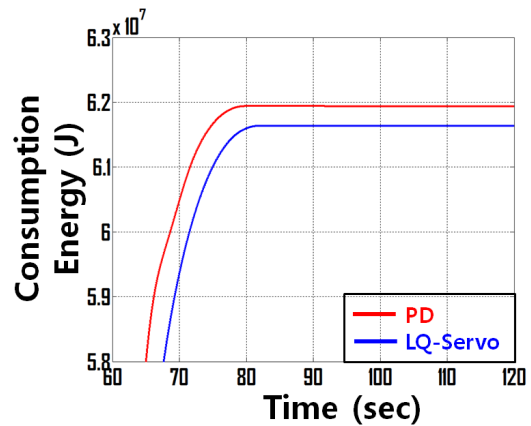


그림 12 LQ-서보와 PD 제어기의 소비에너지 비교
 Fig. 12 Comparison of energy consumption with PD and LQ-servo controllers

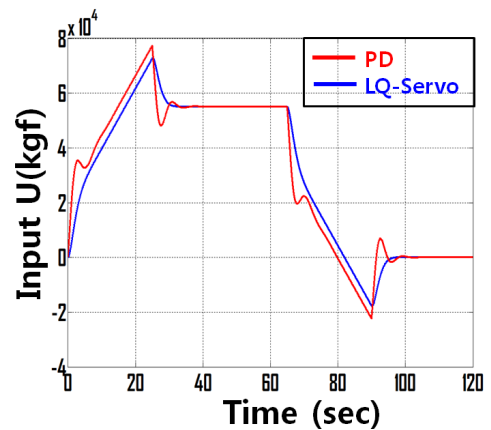


그림 13 LQ-서보와 PD 제어기의 입력 힘 비교
 Fig. 13 Comparison of input force with PD and LQ-servo controllers

열차 주행에 따른 전체 소비에너지 $J_e(J)$ 는 양(+)의 방향 힘 $F_+(t)$ 에 의해 열차 가속을 통해 소비되는 에너지와 과 열차 제동을 위한 음(-)의 방향 힘 $F_-(t)$ 에 의해 소비되는 에너지로 구분할 수 있다. 일반적으로 제동 시 소비되는 음의 방향 $F_-(t)$ 힘은 회생제동력으로 다시 전차선으로 회생되므로 전체 소비에너지에서 제외되어 식 (29)과 같이 된다[10].

표 1 LQ-서보와 PD 제어기의 응답 특성 비교

Table 1 Comparison of performances with PD and LQ-servo controllers

| 제어기 | Distance | | | Velocity Overshoot (m/sec ²) | Acceleration Overshoot (m/sec ²) | Jerk (m/sec ³) | Energy Consumption (J) |
|----------|---------------|---------------------|-----------------|--|--|----------------------------|------------------------|
| | Overshoot (m) | Settling Time (sec) | Rise Time (sec) | | | | |
| PD | 0.68 | 94.5 | 88.0 | 0.4 | 0.26 | 0.674 | 6.19*10 ⁷ |
| LQ-Servo | 0 | 93.6 | 91.3 | 0 | 0 | 0.258 | 6.16*10 ⁷ |

$$J_e(Joule) = \int_{t_0}^{t_f} u_+(t)x_2(t)dt \quad (29)$$

그림 12에 나타난 바와 같이 소비에너지는 PD, LQ 서보 제어기의 경우 각각 6.19*10⁷(J)과 6.16*10⁷(J)이다. 제안된 최적 LQ 서보 제어기의 사용 시 0.5%의 에너지 절감 효과가 있으며 이는 1개 역간 주행 소비에너지에 해당하는 절감 효과로 모든 역에 적용될 경우 에너지절감 비용은 증가할 것으로 예상된다. 그림 13은 제어 입력 곡선을 비교한 그림으로 제시한 LQ 서보 제어기보다 PD 제어기가 급격한 입력 신호의 변화를 보임을 알 수 있고 이로 인해 속도 추종 성능은 PD 제어기가 뛰어나나 가속도 및 저크 응답 특성이 제안된 LQ 서보 응답보다 다소 급격해 안정도 및 승차감 문제를 일으킬 수 있을 것으로 보인다.

각 제어기의 전체 성능 비교를 표 1에 나타내었다. 거리의 정착시간 및 상승시간은 각각 ±0.1m, 1m 내에 들어오는 시간을 정착 및 상승 시간으로 정의하였다. 일반적인 제어 시스템에서 정착 시간은 최종 응답의 1%~2% 내에 들어오는 시간으로 정의되나 본 시스템은 열차 주행의 특성 상 정확한 정착 범위 선정을 위해 0.008%로 선정되었다.

제안된 LQ서보 제어기의 성능은 PD 고전제어기에 비해 상승시간은 다소 느리지만 그 이외 성능이 우수하여 각 응답에 대한 오버슈트가 없어 자동주행 시 안정적인 승강장 정착뿐 아니라 에너지 절감 효과가 있다. 그러나 상승시간이 빠른 PD 제어기의 장점을 유지하면서 오버슈트와 언더슈트를 제거할 수 있는 개인 선정 알고리즘이 추가적으로 적용된다면 충분히 향상된 응답 특성을 보일 것으로 예상된다.

6. 결 론

본 논문은 도시철도 차량의 자동주행을 위한 LQ 서보형 최적제어기 설계에 관한 연구로 고전 제어기인 PD 제어기와 그 성능을 비교 분석하여 제안된 방법의 우수성을 보였다. 도시철도 차량의 수학적 모델링을 통해 고전제어기인 PI, PD, PID 제어기 적용 시의 페루프 전달함수를 유도하였다. 제안된 LQ 서보제어기 적용 시 고전 제어기와 달리 페루프 시스템 영점이 존재하지 않아 시간영역 응답 설계 시 영점의 영향을 고려할 필요가 없는 단순한 구조를 이루는 장점이 있다. 또한 LQ 서보 제어기는 최적 설계 기법으로 주어진 2차 성능 지수를 최소화하는 제어기 계인을 대수적 Riccati식에 의해 구한다. 성능 지수가 되는 가격함수는 상태, 입력에 대한 2차 상관 가중

치 뿐 아니라 전체소비에너지에 대한 가중치를 포함할 수 있다. 전체소비에너지에 관한 함수는 속도 상태와 입력 간의 교차 가중치의 적분으로 가격함수에 적용되는데 이는 교차 가중치가 없는 가격함수를 위한 개선된 Riccati 식의 해로부터 최소화 된다. 제안된 LQ 서보형 최적 제어기법과 고전 제어기법인 PD 제어기의 성능 비교를 위해 서울시 6호선 차량의 수학적 모델을 적절한 가정 하에 적용하여 모의 실험하였다. 실험 결과 최적 제어기를 도시철도 차량 자동 주행 제어에 적용할 경우 안정적 승강장 진입 및 정차 시간 확보할 수 있음을 보였다. 또한 차량 주행 중의 저크 값 감소로 승객의 안정감 향상 및 주행 소비에너지 최소화가 가능한 제어 성능을 확보할 수 있었다. 추후 최적제어 알고리즘을 바탕으로 다양한 가격 함수를 최소화 하는 제어기 설계가 가능할 것으로 기대 된다. 비교된 PD 제어기법은 저크 값 및 주행 소비에너지 측면에서 다소 미흡했지만 시간영역 응답의 상승시간이 빨라 승강장 도달 시간이 최적제어 알고리즘에 비해 단축될 수 있음을 보였다. 이를 통해 고전 제어 기법에서는 PID 고정계인 사용법보다 PID 계인 스케줄링 방법 등 다양한 운행 환경에 따른 비선형성, 불확실성에도 안정도 및 추종 성능을 보장하는 강인 최적 제어기에 대한 연구가 추가적으로 수행될 필요가 있음을 보여준다.

감사의 글

This work was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korea government (MSIP) (No.2013R1A1A1061048)

References

- [1] K. H. Tak, D. H. Kim, and C. T. Kim, "A Study on the Automatic Operation Performance Control of Urban Rail Vehicle Using an Optimal Control", Transactions of KSAW, vol. 15, No. 1, pp. 29-37, 2007.
- [2] R. C. Dorf and R. H. Bishop, Modern Control System, Prentice Hall, New Jersey, 11th Edition, 2011.
- [3] K. Ogata, Modern Control Engineering, Prentice hall, New Jersey, 5th Edition, 2009.
- [4] C. T. Kim, D. H. Kim, Y. I. Park, and S. H. Han, "Optimal Driving Mode Analysis for Reducing Energy Consumption in Electric Multiple Unit", Transactions of KSAE, vol. 13, No. 1, pp. 174-183, 2005.

- [5] J. Y. Kim, "A Study on ATO Pattern for Minimizing Energy Consumption under Urban Rail System", Seoul National University of Technology, pp. 59-84, 2003.
- [6] D. E. Kirk, Optimal Control Theory : An Introduction, Dover Pubns., 2004.
- [7] J. S. Kim, Linear Control System Engineering, Cheong Moon Gak, Korea, 2011, in Korean.
- [8] M. Athans and F. Peter, Optimal Controls. McGraw-Hill, New York, 1966.
- [9] Korea Railroad Research Institute, Urban Railway Vehicle Standard, Urban Railway Vehicle (ch 1. Vehicle), Oct. 2013, in Korean.
- [10] P. G. Howlett and P. J. Pudney, Energy-Efficient Train Control, Springer, New York, 1995.
- [11] Seoul Metropolitan Rapid Transit Corporation, Operation Systems, <http://www.smrt.co.kr/main/publish/view.jsp?menuID=001007003009003002>.
- [12] S. Sastry, Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control, Springer, 1999.
- [13] R. E. Kalman, "When Is a Linear Control System Optimal?", Journal of Basic Engineering, vol. 86, pp. 51-60, 1964.
- [14] A. S. Mohammad and S. Babak, "Improvement of Automatic Train Operation Using Enhanced Predictive Fuzzy Control Method", Reliability and Safety in Railway, pp. 118-140, 2012.
- [15] S. K. Oh, S. H. Cho, and S. J. Lee, "Analysis of Dynamic Model and Design of Optimized Fuzzy PID Controller for Constant Pressure Control. Transactions of KIEE, vol. 61, No. 2, 2012.
- [16] S. Yasunobu, S. Miyamoto and H. Ihar, "A Fuzzy Control for Train Automatic Stop Control", Trans. of the Society of Instrument and Control Engineer, vol. 2, pp. 1-9, 2002.

저 자 소 개



김 창 현(Chang-Hyun Kim)

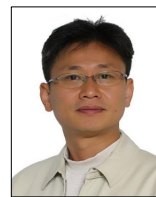
He received his B. S. and M. S degrees from Kangnam University, Gyeonggi-do, Korea and Hanyang University, Seoul, Korea, in 2003 and 2006, respectively, He is currently a Ph. D. candidate in electrical engineering, Hanyang University. His research interests include Maglev System Control, Robust Adaptive Control, Optimal Control, and Time-Delay System Control.

E-mail : chang1005@hanyang.ac.kr



김 용(Yong Kim)

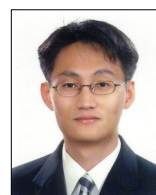
He was born in Korea in 1957. He received his Ph.D. degree from Dongguk University in 1994. His research interests include the areas of power electronics, electric machines, high efficiency switch mode power supplies, power factor converter design, soft switching technique, and power conversion systems. He is currently a Professor in the Department of Electrical Engineering, Dongguk University.
E-mail : kyee@dongguk.edu



이 주(Ju Lee)

He received his M.S. degree from Hanyang University, Seoul, South Korea, in 1988, and his Ph. D. from Kyusyu University, Japan in 1997, both in electrical engineering, He joined Hanyang University in September, 1997 and is currently a professor of the division of electrical and biomedical engineering. His main research interests include electric machinery and its drives, electromagnetic field analysis, new transformation systems such as hybrid electric vehicles (HEV), and high-speed electric trains and standardization. He is a member of the IEEE Industry Applications Society, Magnetics Society, and Power Electronics Society.

E-mail : julee@hanyang.ac.kr



이 형 우(Hyung-Woo Lee)

He received the B.S. and M.S. degrees from Hanyang University, Seoul, Korea, in 1998 and 2000, respectively, and the Ph.D. degree from Texas A&M University, College Station, TX, in 2003, all in electrical engineering. In 2004, he was a Post-doctoral Research Assistant in the Department of Theoretical and Applied Mechanics, Cornell University, Ithaca, NY. In 2005, he was a contract Professor at the BK division of Hanyang University, Seoul, Korea. From 2006 to 2012, he worked as a senior researcher at the Korea Railroad Research Institute, Uiwang, Korea. He joined Korea National University of Transportation as professor of the department of Railway Vehicle System Engineering in March 2013. His research interests include design, analysis and control of motor/generator, power conversion systems, and applications of motor drives such as Maglev trains, conventional railway propulsion systems, and modern renewable energy systems.

E-mail : krhwlee@ut.ac.kr