

미지 파라미터를 갖는 쿼드로터의 적응 백스테핑 호버링 제어

Adaptive Backstepping Hovering Control for a Quadrotor with Unknown Parameters

이근욱, 박진배*, 최윤호
(Keun Uk Lee¹, Jin Bae Park^{1,*}, and Yoon Ho Choi²)

¹Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University

²Department of Electronic Engineering, Kyonggi University

Abstract: This paper deals with the adaptive backstepping hovering control for a quadrotor with model parameter uncertainties. In this paper, the backstepping based technique is utilized to design a nonlinear adaptive controller which can compensate for the motor thrust factor and the drag coefficient of a quadrotor. First, the quadrotor nonlinear dynamics is derived using Newton-Euler formulation. In particular, we use the $\pi/4$ shifted coordinate for x - and y -axis of a quadrotor. Second, an adaptive backstepping based attitude and altitude tracking control method is presented. The system stability and the convergence of tracking errors are proven using the Lyapunov stability theory. Finally, the simulation results are given to verify the effectiveness of the proposed control method.

Keywords: quadrotor, hovering control, adaptive backstepping control method

I. 서론

최근 무인항공기는 군용 또는 공공 서비스 분야 등 많은 분야에 활발히 응용되고 있다. 특히 기존의 항공기와 동작 구조가 다른 수직 이·착륙 무인항공기는 수직 이·착륙이라는 뚜렷한 특징 때문에 다양한 분야에 응용되고 있고, 이에 따라 최근에 더욱 활발한 연구가 진행되고 있다.

대표적인 수직 이·착륙 무인항공기중 하나인 쿼드로터(quadrotor)는 다른 무인항공기와 달리 제작이 용이하고 기동력 및 적재능력이 우수하다. 또한 수직 이·착륙 및 호버링(hovering)이 가능하다는 장점으로 인해 이·착륙 시 공간적 제약이 적고, 공중에서 보다 자유롭고 안정적으로 임무 수행이 가능한 쿼드로터 시스템은 비선형일 뿐만 아니라 동역학이 복잡하여 제어하는데 큰 어려움이 따른다.

쿼드로터 시스템의 강한 비선형성 때문에 비선형성을 보상하지 못하는 선형 제어기는 좋은 성능을 기대하기 어렵다. [1]에서 PID 제어기법과 LQ(Linear Quadratic) 제어기법이 쿼드로터 시스템에 제안되었지만, 이 방법들은 오직 쿼드로터 시스템의 국부 동작(local behavior)만을 고려하였다.

한편 선형 제어기법의 한계를 극복하고자 슬라이딩 모드 제어기법, 피드백 선형화 제어기법과 같은 비선형 제어기법이 제안되었다[2,3]. 더 나아가 쿼드로터와 같은 부정합(unmatched), 과소작동 시스템(underactuated system)에 적합한 백스테핑 제어(backstepping control) 기법이 제안되었다[4].

한편, 제어기 설계는 정확한 모델을 기반으로 하는데 쿼드로터 모델에 존재하는 질량, 프레임(frame) 길이, 관성 모멘트, 모터 추력 상수, 항력 계수 등과 같은 파라미터들을 도출하기 위해 무게 및 길이를 측정하거나 수학적 방법을 이용한다. 하지만 파라미터들을 측정 및 유도하는 것은 번거로운 작업이며 정확한 측정이 어렵다. 이러한 이유로 쿼드로터 질량과 같이 일부 파라미터를 모르는 상태에서도 제어가 가능하도록 하는 적응 제어 기법들이 연구되었다 [5]. 하지만 실제 쿼드로터 모델 파라미터 중에 모터 추력 상수, 항력 계수는 다른 파라미터들보다 측정 및 유도가 어렵고, 배터리의 상태 또는 여러 상황에 따라 쉽게 변하기 때문에 정확한 값을 얻기가 힘들다. 이러한 이유에서 연구자들의 대부분은 모터 추력 상수, 항력 계수를 일정한 상수로 가정하여 연구를 진행하였다[6,7].

본 논문에서 쿼드로터의 호버링 제어를 위하여 백스테핑 제어기법을 제안한다. 특히 실제 쿼드로터에서 측정 및 유도하기 힘든 추력 상수와 항력 계수를 모르는 상태에서도 안정적인 자세 및 고도 추종 제어가 가능하도록 하는 백스테핑 제어기법 기반의 적응 제어기법을 제안한다. 리아프노브 안정도 해석을 통해 자세 및 고도 상태의 안정함 및 추종 오차가 0으로 수렴함을 증명하고, 최종적으로 모의실험을 통해 본 논문에서 제안한 호버링 제어기의 성능을 검증하고자 한다.

II. 쿼드로터 모델링

본 장에서는 그림 1과 같은 쿼드로터 모델의 동역학식을 유도한다. 뉴턴-오일러 방정식을 이용하여 쿼드로터의 자세에 대한 동역학식을 구한다. 특별히 실제 쿼드로터 운용시 기동성을 높일 수 있는 x, y 축을 $\pi/4$ 회전한 좌표축을 사

* Corresponding Author

Manuscript received March 22, 2014 / revised May 9, 2014 / accepted July 3, 2014

이근욱, 박진배: 연세대학교 전기전자공학과

(lkucj@yonsei.ac.kr/jbpark@yonsei.ac.kr)

최윤호: 경기대학교 전자공학과(yhchoi@kyonggi.ac.kr)

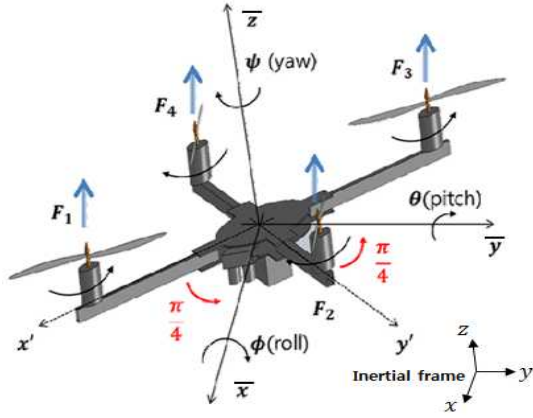


그림 1. x, y 축을 $\pi/4$ 회전한 쿼드로터 몸체 좌표계.
Fig. 1. Body-fixed frame $\pi/4$ shifted from the x, y axis.

용하여 쿼드로터의 자세에 대한 동역학식을 유도한다. 그리고, 실제 기체와 이를 기반으로 솔리드웍스(Solid-Works) 프로그램을 통해 설계한 쿼드로터를 이용하여 쿼드로터의 질량, 프레임의 길이, 관성 모멘트와 같은 파라미터를 구한다.

1. 쿼드로터 동역학식

뉴턴-오일러 방정식을 통해 쿼드로터의 자세에 대한 동역학식이 다음과 같이 구해진다[8,9].

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz})/I_{xx} + \dot{\theta}\dot{\Omega}_r/I_{xx} + u_1 l/I_{xx}, \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_{zz} - I_{xx})/I_{yy} - \dot{\phi}\dot{\Omega}_r/I_{yy} + u_2 l/I_{yy}, \\ \ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi}(I_{xx} - I_{yy})/I_{zz} + u_3 C/I_{zz}. \end{cases} \quad (1)$$

여기서 ϕ, θ, ψ 는 각각 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw) 각을 의미하고, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 는 각 축에 해당하는 전체 관성 모멘트, J 는 프로펠러의 관성 모멘트, Ω_r 은 프로펠러 전체의 각속도, l 은 쿼드로터의 프레임의 길이, C 는 힘과 모멘트 간의 배율 계수를 의미한다.

가정 1: 식 (1)에서 롤, 피치 각은 다음과 같은 부등식을 만족한다고 가정한다[6].

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$$

식 (1)과 같은 시스템에서 롤, 피치, 요 각각에 해당하는 입력 u_1, u_2, u_3 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{cases} u_1 = k_p(\omega_1^2 - \omega_3^2), \\ u_2 = k_p(\omega_2^2 - \omega_4^2), \\ u_3 = k_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2). \end{cases} \quad (2)$$

여기서 k_p 는 추력 상수, k_d 는 항력 계수, ω_i ($i = 1, 2, 3, 4$)는 각 i 번째 모터의 각속도를 의미한다.

실제 쿼드로터 운용시 기동성을 향상시키기 위한 방법으로 그림 1과 같이 x, y 축을 $\pi/4$ 회전한 좌표축을 사용하여 쿼드로터를 설계하면 롤, 피치, 요 각각에 해당하는 입력 u_1, u_2, u_3 가 다음과 같이 변환된다[1,3].

$$\begin{cases} u_1 = k_p(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2), \\ u_2 = k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2), \\ u_3 = k_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2). \end{cases} \quad (3)$$

편의상, 식 (3)과 같이 정의한 입력들을 이용하면 식 (1)과 같은 쿼드로터 자세에 대한 동역학식은 식 (4)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = a_1\dot{\theta}\dot{\psi} + a_2\dot{\theta}\Omega_r + b_1u_1, \\ \ddot{\theta} = a_3\dot{\phi}\dot{\psi} - a_4\dot{\phi}\Omega_r + b_2u_2, \\ \ddot{\psi} = a_5\dot{\theta}\dot{\phi} + b_3u_3. \end{cases} \quad (4)$$

여기서 $a_1 = (I_{yy} - I_{zz})/I_{xx}$, $a_2 = J/I_{xx}$, $a_3 = (I_{zz} - I_{xx})/I_{yy}$, $a_4 = J/I_{yy}$, $a_5 = (I_{xx} - I_{yy})/I_{zz}$, $b_1 = l/I_{xx}$, $b_2 = l/I_{yy}$, $b_3 = C/I_{zz}$ 로 정의된다.

이와 유사하게, 쿼드로터 고도에 대한 동역학식은 식 (5)와 같이 표현될 수 있다.

$$\ddot{z} = \cos(\theta)\cos(\phi)\frac{u_4}{m} - g \quad (5)$$

여기서 m 은 쿼드로터의 질량을 의미하고, g 는 중력 가속도를 의미한다. 고도에 대한 입력 u_4 은 식 (6)과 같이 정의된다.

$$u_4 = k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (6)$$

입력 u_1, u_2, u_3, u_4 를 추력 상수와 항력 계수를 분리시켜 u'_1, u'_2, u'_3, u'_4 로 입력을 재정의 하면 식 (7)과 같이 된다.

$$\begin{cases} u_1 = k_p(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) = k_p u'_1, \\ u_2 = k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) = k_p u'_2, \\ u_3 = k_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) = k_d u'_3, \\ u_4 = k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) = k_p u'_4. \end{cases} \quad (7)$$

식 (4)와 (5)의 쿼드로터 자세 및 고도에 대한 동역학식을 아래의 상태들을 이용하여, 식 (8)과 같은 상태 공간 모델로 다시 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_1 &= \phi, & x_3 &= \theta, & x_5 &= \psi, & x_7 &= z \\ x_2 &= \dot{\phi}, & x_4 &= \dot{\theta}, & x_6 &= \dot{\psi}, & x_8 &= \dot{z} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1\dot{\theta}\dot{\psi} + a_2\dot{\theta}\Omega_r + b_1k_p u'_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_3\dot{\phi}\dot{\psi} - a_4\dot{\phi}\Omega_r + b_2k_p u'_2 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_5\dot{\theta}\dot{\phi} + b_3k_d u'_3 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \cos(\theta)\cos(\phi)\frac{k_p u'_4}{m} - g \end{cases} \quad (8)$$

본 논문에서는 식 (8)의 최종 쿼드로터 자세와 고도에 대한 동역학식에서 실제로 측정 및 유도하기 힘든 추력 상수 k_p 와 항력 계수 k_d 를 적응기법을 통하여 추정하는 적응제어를 III 장에서 설계한다.

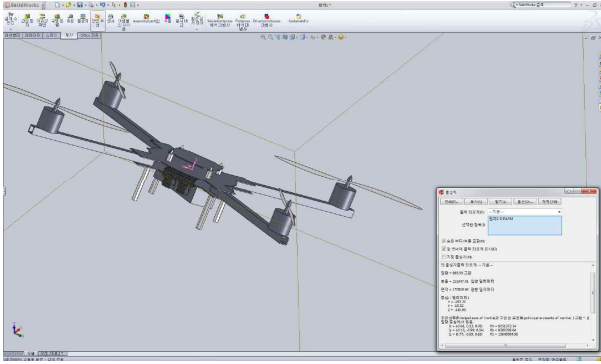


그림 2. 쿼드로터 3D 모델 렌더링.
Fig. 2. 3D rendering image of a quadrotor.

표 1. 쿼드로터 모델 파라미터.
Table 1. Model parameters of a quadrotor.

쿼드로터 모델 파라미터	값
쿼드로터 질량(m)	0.933 [kg]
프레임의 길이(l)	0.58 [m]
x 축 관성 모멘트 I_x	0.081 [Nms ² /rad]
y 축 관성 모멘트 I_y	0.082 [Nms ² /rad]
z 축 관성 모멘트 I_z	0.159 [Nms ² /rad]

2. 쿼드로터 파라미터 유도

쿼드로터의 물리적 파라미터들을 정확하게 분석하기 위하여 3차원 설계 프로그램인 솔리드웍스를 이용한다. 그림 2에서와 같이 솔리드웍스 프로그램을 통하여 실제 쿼드로터를 기반으로 설계한 쿼드로터 기체의 관성 모멘트를 구할 수 있다.

쿼드로터의 관성 모멘트 외에 쿼드로터의 질량과 프레임의 길이는 실제 기체를 기준으로 측정하여 얻을 수 있다. 표 1은 솔리드웍스 프로그램과 실제 측정을 통해 구한 쿼드로터의 모델 파라미터들이다.

III. 제어기 설계

본 장에서는 쿼드로터의 호버링 제어를 위하여 백스테핑 제어 기법 기반의 적응 제어 기법을 이용하여 자세 및 고도 제어를 설계한다. 본 논문에서는 실제 쿼드로터 기체에서 측정 및 유도가 어려운 모터 추력 상수를 미지의 변수로 설정하고, 모터 추력 상수를 모르는 상태에서도 쿼드로터의 자세 및 고도가 원하는 자세 및 고도 값으로 수렴하도록 하는 제어기를 설계한다.

1. 적응 백스테핑 제어기 설계

식 (8)에서 롤 각에 대한 시스템은 식 (9)와 같이 더욱 간단하게 표현할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1 + b_1 k_p u'_1 \end{cases} \quad (9)$$

여기서 $f_1 = a_1 \dot{\theta} \dot{\psi} + a_2 \dot{\theta} \Omega_r$ 이다.

우선, 식 (9)에서 x_2 를 위한 제어기를 설계한다. 첫 번째 오차와 그 미분을 식 (10)과 같이 정의한다.

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_{1d} \\ \dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} \end{cases} \quad (10)$$

첫 번째 오차 e_1 을 0으로 수렴하도록 하는 가상 제어기 \dot{x}_2 를 식 (11)과 같이 설계한다.

$$\dot{x}_2 = -k_1 e_1 + \dot{x}_{1d} \quad (11)$$

여기서 k_1 은 양의 상수이다.

다음으로, 두 번째 오차인 가상 제어기 \dot{x}_2 와 실제 값 x_2 사이의 오차를 식 (12)와 같이 정의한다.

$$e_2 = x_2 - \dot{x}_2 \quad (12)$$

두 번째 오차를 미분하고, 이에 식 (9)의 값을 대입하면 식 (13)과 같다.

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \ddot{x}_2 = f_1 + b_1 k_p u'_1 - \ddot{x}_2 \quad (13)$$

윗 식에서, e_2 를 0으로 수렴하게 하는 실제 제어 입력 u'_1 을 식 (14)와 같이 설계할 수 있다.

$$u'_1 = \frac{1}{b_1 k_p} (\ddot{x}_2 - f_1 - k_2 e_2 - \dot{e}_1) \quad (14)$$

여기서 k_2 은 양의 상수이다.

쿼드로터의 롤 각에 대한 시스템과 동일한 방법으로 피치와 요 그리고 고도에 대한 실제 제어 입력 u'_2, u'_3, u'_4 을 식 (15)와 같이 유도한다.

$$\begin{cases} u'_2 = \frac{1}{b_2 k_p} (\ddot{x}_4 - f_2 - k_4 e_4 - \dot{e}_3) \\ u'_3 = \frac{1}{b_3 k_d} (\ddot{x}_6 - f_3 - k_6 e_6 - \dot{e}_5) \\ u'_4 = \frac{m}{\cos(\theta) \cos(\phi)} \frac{1}{k_p} (\ddot{x}_8 + g - k_8 e_8 - \dot{e}_7) \end{cases} \quad (15)$$

여기서 k_4, k_6, k_8 은 양의 상수이며, $f_2 = a_3 \dot{\phi} \dot{\psi} - a_4 \dot{\phi} \Omega_r$, $f_3 = a_5 \dot{\theta} \dot{\phi}$ 이고, x_4, x_6, x_8 을 위한 가상 제어기 $\dot{x}_4, \dot{x}_6, \dot{x}_8$ 는 식 (16)과 같이 설계한다.

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = -k_3 e_3 + \dot{x}_{3d} \\ \dot{x}_6 = -k_5 e_5 + \dot{x}_{5d} \\ \dot{x}_8 = -k_7 e_7 + \dot{x}_{7d} \end{cases} \quad (16)$$

피치, 요 및 고도에 대한 오차 e_{3-8} 와 오차의 미분은 식 (17) ~ (19)와 같이 정의된다.

$$\text{피치 각 : } \begin{cases} e_3 = x_3 - x_{3d} \\ \dot{e}_3 = x_4 - \dot{x}_{3d} \\ e_4 = x_4 - x_4 \\ \dot{e}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_4 = f_2 + b_2 k_p u'_2 - \dot{x}_4 \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{요 각 : } \begin{cases} \dot{e}_5 = \dot{x}_5 - \dot{x}_{5d} \\ \dot{e}_5 = \dot{x}_6 - \dot{x}_{5d} \\ \dot{e}_6 = \dot{x}_6 - \dot{x}_6 \\ \dot{e}_6 = \dot{x}_6 - \dot{x}_6 = f_3 + b_3 k_d u_3' - \dot{x}_6 \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{고도 : } \begin{cases} \dot{e}_7 = \dot{x}_7 - \dot{x}_{7d} \\ \dot{e}_7 = \dot{x}_8 - \dot{x}_{7d} \\ \dot{e}_8 = \dot{x}_8 - \dot{x}_8 \\ \dot{e}_8 = \dot{x}_8 - \dot{x}_8 = \frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} k_p u_4' - g - \dot{x}_8 \end{cases} \quad (19)$$

모터 추력 상수 k_p 와 항력 계수 k_d 의 적응 법칙은 식 (20)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{k}}_p &= \gamma_1 (e_2 b_1 u_1' + e_4 b_2 u_2' + e_8 \frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} u_4') \\ \dot{\hat{k}}_d &= \gamma_2 (e_6 b_3 u_3') \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 γ_1, γ_2 는 양의 상수이다.

2. 안정도 해석

리아프노브 안정도 해석을 이용하여 쿼드로터 시스템의 자세 및 고도 제어기의 안정도를 해석한다.

식 (10), (12), (13), (17)-(19)에서 주어진 롤, 피치, 요 그리고 고도에 대한 오차 e_{1-8} 와 오차의 미분 식, 그리고 식 (11)과 (16)처럼 설계된 가상 제어기들을 결합하여 식 (21)과 같은 오차에 대한 동역학식을 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 = f_1 + b_1 k_p u_1' - \dot{x}_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + \dot{x}_4 - \dot{x}_{3d} \\ \dot{e}_4 = f_2 + b_2 k_p u_2' - \dot{x}_4 \\ \dot{e}_5 = e_6 + \dot{x}_6 - \dot{x}_{5d} \\ \dot{e}_6 = f_3 + b_3 k_d u_3' - \dot{x}_6 \\ \dot{e}_7 = e_8 + \dot{x}_8 - \dot{x}_{7d} \\ \dot{e}_8 = \frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} k_p u_4' - g - \dot{x}_8 \end{cases} \quad (21)$$

정리 1: 식 (8)과 같은 시스템에 대해 식 (20)과 같은 파라미터 추정 법칙과 식 (11) 및 (16)와 같은 가상 제어 입력 그리고 식 (14) 및 (15)와 같은 실제 제어 입력에 대하여 시간이 무한대 일 때 쿼드로터 자세 및 고도 시스템의 상태 x_1, x_3, x_5, x_7 가 원하는 값으로 수렴하도록 한다.

증명: 리아프노브 안정도 해석 방법을 이용하여 각 상태들의 오차와 모터 추력 상수 및 항력 계수의 추정 오차가 포함된 식 (22)와 같은 리아프노브 함수를 고려하자.

$$V = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^8 (e_j^2) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_p^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_d^2 \right) \quad (22)$$

여기서 $\tilde{k}_p = k_p - \hat{k}_p, \tilde{k}_d = k_d - \hat{k}_d$ 이다.

식 (22)를 미분하여 식 (21)을 대입하면, 식 (23)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{j=1}^8 (e_j \dot{e}_j) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_p \dot{\tilde{k}}_p + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_d \dot{\tilde{k}}_d \\ &= e_1 (e_2 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{1d}) + e_2 (f_1 + b_1 k_p u_1' - \dot{x}_2) \\ &\quad + e_3 (e_4 + \dot{x}_4 - \dot{x}_{3d}) + e_4 (f_2 + b_2 k_p u_2' - \dot{x}_4) \\ &\quad + e_5 (e_6 + \dot{x}_6 - \dot{x}_{5d}) + e_6 (f_3 + b_3 k_d u_3' - \dot{x}_6) \\ &\quad + e_7 (e_8 + \dot{x}_8 - \dot{x}_{7d}) + e_8 \left(\frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} k_p u_4' \right. \\ &\quad \left. - g - \dot{x}_8 \right) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_p \dot{\tilde{k}}_p - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_d \dot{\tilde{k}}_d \end{aligned} \quad (23)$$

모터 추력 상수와 항력 계수의 추정 오차 개념을 이용하여 식을 분리하면 식 (23)은 식 (24)와 같이 다시 표현된다.

$$\begin{aligned} &= e_1 (e_2 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{1d}) + e_2 (f_1 + b_1 \hat{k}_p u_1' - \dot{x}_2) + e_2 b_1 \tilde{k}_p u_1' \\ &\quad + e_3 (e_4 + \dot{x}_4 - \dot{x}_{3d}) + e_4 (f_2 + b_2 \hat{k}_p u_2' - \dot{x}_4) + e_4 b_2 \tilde{k}_p u_2' \\ &\quad + e_5 (e_6 + \dot{x}_6 - \dot{x}_{5d}) + e_6 (f_3 + b_3 \hat{k}_d u_3' - \dot{x}_6) + e_6 b_3 \tilde{k}_d u_3' \\ &\quad + e_7 (e_8 + \dot{x}_8 - \dot{x}_{7d}) + e_8 \left(\frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} \hat{k}_p u_4' - g - \dot{x}_8 \right) \\ &\quad + e_8 \frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} \tilde{k}_p u_4' - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_p \dot{\tilde{k}}_p - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_d \dot{\tilde{k}}_d \\ &= e_1 (e_2 + \dot{x}_2 - \dot{x}_{1d}) + e_2 (f_1 + b_1 \hat{k}_p u_1' - \dot{x}_2) \\ &\quad + e_3 (e_4 + \dot{x}_4 - \dot{x}_{3d}) + e_4 (f_2 + b_2 \hat{k}_p u_2' - \dot{x}_4) \\ &\quad + e_5 (e_6 + \dot{x}_6 - \dot{x}_{5d}) + e_6 (f_3 + b_3 \hat{k}_d u_3' - \dot{x}_6) \\ &\quad + e_7 (e_8 + \dot{x}_8 - \dot{x}_{7d}) + e_8 \left(\frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} \hat{k}_p u_4' - g - \dot{x}_8 \right) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_p (\dot{\tilde{k}}_p - \gamma_1 (e_2 b_1 u_1' + e_4 b_2 u_2' \\ &\quad + e_8 \frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} u_4')) - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_d (\dot{\tilde{k}}_d - \gamma_2 (e_6 b_3 u_3')) \end{aligned} \quad (24)$$

식 (11), (16)과 같이 설계된 가상 제어 입력을 식 (24)에 대입하면 식 (24)는 식 (25)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} &= e_1 (e_2 - k_1 e_1) + e_2 (f_1 + b_1 \hat{k}_p u_1' - \dot{x}_2) \\ &\quad + e_3 (e_4 - k_3 e_3) + e_4 (f_2 + b_2 \hat{k}_p u_2' - \dot{x}_4) \\ &\quad + e_5 (e_6 - k_5 e_5) + e_6 (f_3 + b_3 \hat{k}_d u_3' - \dot{x}_6) \\ &\quad + e_7 (e_8 - k_7 e_7) + e_8 \left(\frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} \hat{k}_p u_4' - g - \dot{x}_8 \right) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_p (\dot{\tilde{k}}_p - \gamma_1 (e_2 b_1 u_1' + e_4 b_2 u_2' \\ &\quad + e_8 \frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m} u_4')) - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_d (\dot{\tilde{k}}_d - \gamma_2 (e_6 b_3 u_3')) \end{aligned} \quad (25)$$

실제 제어 입력 u_1', u_2', u_3', u_4' 를 식 (15)와 같이 설계하고, 식 (20)과 같이 적응 법칙을 설계하면, 식 (25)는 식 (26)과 같이 표현된다.

$$\dot{V} = - \sum_{j=1}^8 k_j e_j^2 \leq 0 \quad (26)$$

따라서, 식 (26)과 리아프노브 안정도 판별법 의해서 시스템 (21)은 안정하고, e_j, \dot{e}_j 가 유계하므로 $\ddot{V}(e_j, \tilde{k}_p, \tilde{k}_d, t)$ 또한 유계함을 쉽게 보일 수 있으며 $\dot{V}(e_j, \tilde{k}_p, \tilde{k}_d, t)$ 는 상시

연속하다. 따라서 Barbalat의 정리에 의해 상태들의 오차 $e_j(j=1, 2, \dots, 8)$ 는 0으로 수렴하게 된다. ■

IV. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 III 장에서 제안한 제어기를 매트랩(Matlab) 프로그램을 이용하여 시뮬레이션 하였다. 본 논문에서 제안한 제어기의 제어 목적은 쿼드콥터의 모터 추력 상수와 항력 계수의 불확실성이 존재하여도 자세 각과 고도가 원하는 자세각과 고도를 추종하도록 하는 것이다. 시뮬레이션을 위해, II 장에서 다룬 쿼드콥터의 모델을 이용하고, 각종 파라미터들은 표 1을 참고하였다.

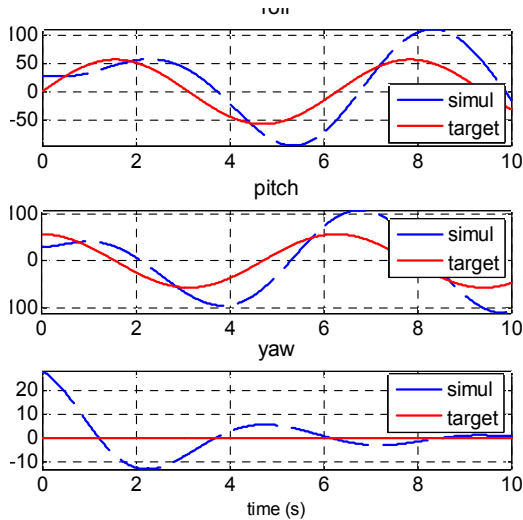


그림 3. 적응 법칙을 적용하지 않은 자세 제어.
Fig. 3. Attitude controller without adaptive law.

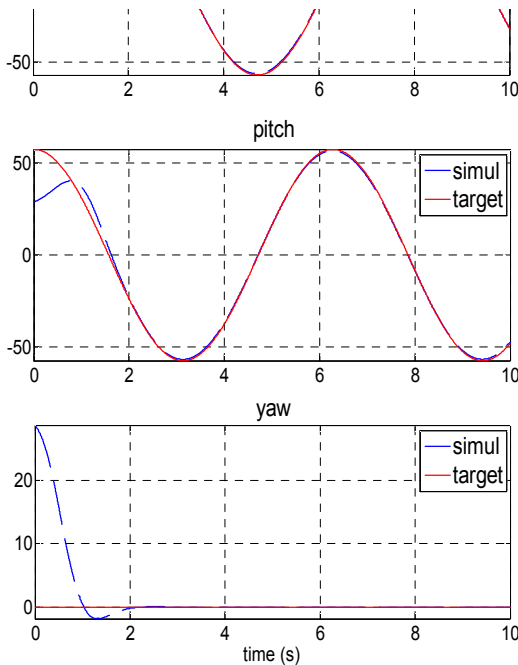


그림 4. 제안한 제어기를 이용한 자세 제어.
Fig. 4. Attitude control for the proposed controller.

그림 3과 5는 쿼드콥터의 모터 추력 상수와 항력 계수를 모른다고 가정하고 실제 모터 추력 상수와 항력 계수의 값의 약 10배정도 큰 값으로 초기값을 임의로 설정하여 설계한 호버링 제어기의 시뮬레이션 결과이다.

그림 3에서와 같이 적응 법칙을 적용하지 않은 일반적인 백스테핑 제어기의 경우, 자세 각 중 요 각을 제외한 롤, 피치 각은 원하는 각도 값을 추종하지 못하는 것을 확인할 수 있으며, 요 각 또한 수렴 속도가 매우 느린 것을 확인할 수 있다. 그림 5의 고도 제어 또한 원하는 고도 값에 수렴하지 않고 발산 하는 것을 볼 수 있다. 시뮬레이션에서 설정한 롤, 피치, 요 각의 원하는 값은 각각 $x_{1d} = \sin(t)$, $x_{3d} = \cos(t)$, $x_{5d} = 0$ 이고, 원하는 고도 값은 $x_{7d} = 0.15 \times \tanh(t-1.2) + 0.3$ 이다.

반면 그림 4와 6은 적응 백스테핑 제어 기법을 이용한 자세 및 고도의 추종제어에 대한 시뮬레이션 결과이다. 그림 3과 5의 시뮬레이션과 동일한 조건으로 모터 추력 상수와 항력 계수의 초기값을 설정하였고, 대신 식 (20)과 같은 적응 법칙을 통해 모터 추력 상수와 항력 계수를 실시간으로 추정하며 그 추정된 값을 이용하여 제어기를 구성하였다. 롤, 피치, 요 각의 초기 값은 모두 0.5[rad]이며, 고도의 초기 값은 0.05[m] 이다. 자세 각과 원하는 고도의 값은 앞의 시뮬레이션과 동일하게 설정하였다.

그림 4에서와 같이 롤, 피치, 요 각이 각각의 원하는 값에 2초 이내에 수렴하는 것을 확인할 수 있으며, 그림 6의 고도 제어 시뮬레이션 결과에서 볼 수 있듯이 쿼드콥터의 고도 값이 원하는 고도 값에 2초 이내에 수렴하고, 그 후 일정 고도를 안정적으로 유지하는 것을 확인할 수 있다. 그림 7은 실제 쿼드콥터의 모터 추력 상수, 항력 계수의 값과 식 (20)과 같은 적응 법칙을 통해 실시간으로 추정되고 있는 모터 추력 상수와 항력 계수의 값을 확인할 수 있다.

시뮬레이션 결과에서도 볼 수 있듯이, 모터 추력 상수와 항력 계수의 불확실성이 존재하는 쿼드콥터 시스템에서 적응 백스테핑 제어 기법을 이용하여 자세 및 고도의 추종 제어가 성공적으로 이루어졌음을 확인할 수 있다.

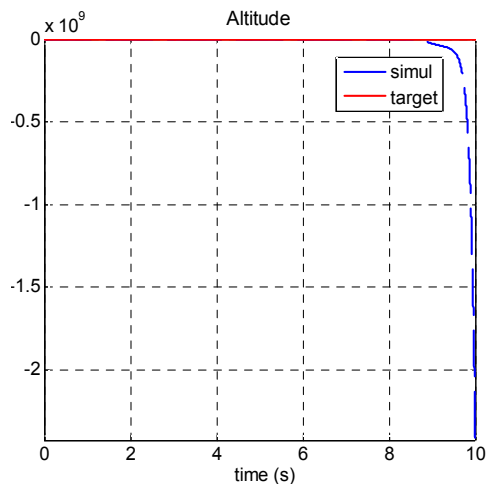


그림 5. 적응 법칙을 적용하지 않은 고도 제어.
Fig. 5. Altitude controller without adaptive law.

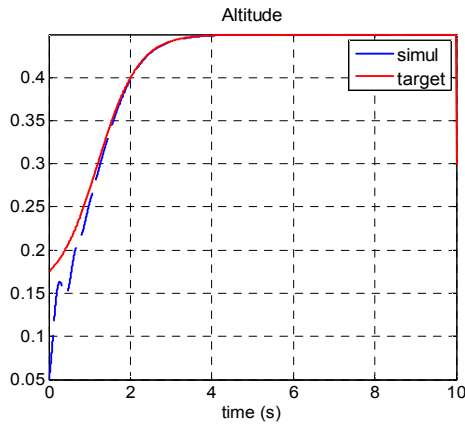


그림 6. 제안한 제어기를 이용한 고도 제어.

Fig. 6. Altitude control for the proposed controller.

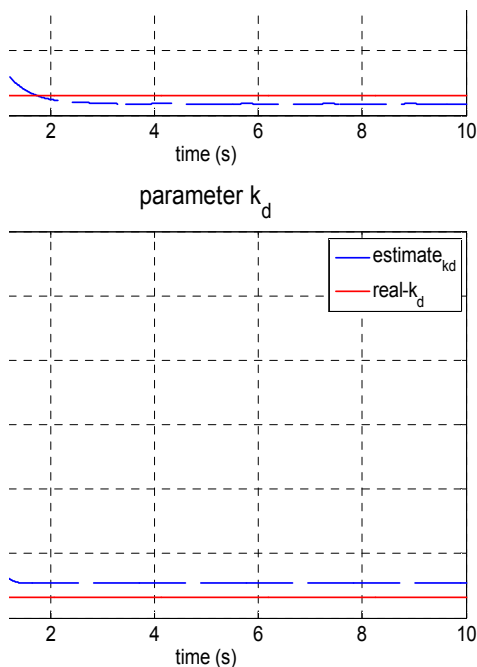


그림 7. 적응 법칙을 통한 모델 파라미터 추정.

Fig. 7. Estimation of model parameters using adaptive law.

V. 결론

본 논문은 실제 쿼드콥터에서 측정 및 유도가 어려운 추력 상수와 항력 계수를 모르는 상태에서도 안정적인 호버링 제어가 가능한 백스테핑 제어기법 기반의 적응제어 기법을 제안하였다. 우선, 뉴턴-오일러 방정식을 이용하여 쿼드콥터의 자세 및 고도에 대한 동역학식을 유도하였다. 특히, 실제 쿼드콥터 운용시 기동성을 높일 수 있는 x, y 축을 $\pi/4$ 회전한 좌표축을 사용하여 쿼드콥터의 동역학식을 유도하였다. 다음으로, 쿼드콥터의 호버링 제어를 위하여 쿼드콥터의 자세와 원하는 고도 값으로 자세 및 고도 값이 수렴하도록 하는 백스테핑 제어기법 기반의 적응제어를 설계하였다. 마지막으로, 모의실험으로 쿼드콥터의 자세 및

원하는 고도 값에 안정적으로 수렴하는 것을 확인하는 것을 통해 본 논문에서 제안한 제어기의 성능을 검증하였다.

REFERENCES

- [1] A. Salih, M. Moghavvemi, H. Mohamed, and K. Gaeid, "Modeling and PID controller design for a quadrotor UAV," *Proc. of IEEE Automation Quality and Testing Robotics*, pp. 1-5, 2010.
- [2] R. Xu and U. Ozguner, "Sliding mode control of a quadrotor helicopter," *Proc. of the IEEE. 45th Conference on Decision & Control*, pp. 4957-4962, 2006.
- [3] E. Altug, J. P. Ostrowski, and R. Mahony, "Control of a quadrotor helicopter using visual feedback," *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 72-77, 2002.
- [4] T. Madani and A. Benallegue, "Backstepping control for a quadrotor helicopter," *Proc. of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3255-3260, 2006.
- [5] Z. T. Dydek, A. M. Annaswamy, and E. Lavretsky, "Adaptive control of quadrotor UAVs in the presence of actuator uncertainties," *AIAA Infotech@ Aerospace 20-22*, 2010.
- [6] M. Huang, B. Xian, C. Diao, K. Yang, and Y. Feng, "Adaptive tracking control of underactuated quadrotor unmanned aerial vehicles via backstepping," *Proc. of American Control Conference*, pp. 2076-2081, 2010.
- [7] I. Palunko and R. Fierro, "Adaptive control of a quadrotor with dynamic changes in the center of gravity," *Proc. of the 18th IFAC World Congress*, pp. 2626-2631, 2011.
- [8] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart, "PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor," *Proc. of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2451-2456, 2004.
- [9] K. Alexis, G. Nikolakopoulos, and A. Tzes, "Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies," *IET Control Theory and Applications*, vol. 6, no. 12, pp. 1812-1827, 2012.

이근욱



2010년 연세대학교 전기전자공학과(공학사). 2010년~현재 연세대학교 전기전자공학과 통합과정. 관심분야는 비선형 제어, 적응제어, 최적제어, 로봇 제어, 쿼드콥터 무인 비행체 응용 연구.

박진배

제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지 제 20권 제 3호 참고.

최윤호

제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지 제 20권 제 5호 참고.