

## DSMC 방법을 이용한 로켓 플룸의 해석

전우진<sup>a</sup> · 백승욱<sup>a,\*</sup> · 박재현<sup>b</sup> · 하동성<sup>c</sup>

## Rocket Plume Analysis with DSMC Method

Woojin Jeon<sup>a</sup> · Seungwook Baek<sup>a,\*</sup> · Jaehyun Park<sup>b</sup> · Dongsung Ha<sup>c</sup><sup>a</sup>Department of Aerospace Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea<sup>b</sup>Department of Aerospace and System Engineering, ReCAPT, Gyeongsang National University, Korea<sup>c</sup>Advanced Propulsion Technology Center, Agency for Defense Development, Korea\*Corresponding author. E-mail: [swbaek@kaist.ac.kr](mailto:swbaek@kaist.ac.kr)

## ABSTRACT

In this study, a plume exhausted from rocket nozzle is investigated by using an unstructured 2-dimensional axisymmetric DSMC code at various altitude. The small back-pressure to total-pressure ratio( $P_b/P_o$ ) and large  $P_b/P_o$  represent low and high altitude condition, respectively. At low altitude, the plume shows a typical complicated structure (e.g. Mach disk) of underexpanded jet while the high altitude plume experiences plain expansion. The various features of exhaust plume is discussed including density, translational/rotational temperature, Mach number and Knudsen number. The results shows that even at 20 km altitude where the freestream Knudsen number is small as  $1.5 \times 10^{-5}$ , the transitional and rarefied flow regimes can occur locally within the plume. It confirms the necessity of DSMC computation at low altitude.

## 초 록

본 연구에서는 비정렬격자계를 사용하는 2차원 축대칭 DSMC 법을 사용하여 로켓 노즐에서 사출되는 플룸을 해석하였다. 오리피스에 대한 배압의 비율이 높은 경우와 낮은 경우의 플룸에 대하여 해석을 실시하여 저고도와 고고도를 대표하는 두 가지 조건에서 플룸 유동의 차이를 관찰하였다. 저고도 플룸은 Mach disc 등 복잡한 유동 구조를 보인 반면 고고도 플룸은 단순 팽창만을 보였으며, 유동이 상류 방향으로 심하게 꺾였다. 또한 고도 20 km의 대기 조건에서 소형 로켓 노즐에서 사출되는 플룸에 대한 해석을 수행하여 연속체 해석 결과와 비교하였으며 과소팽창되는 로켓 플룸의 유동 구조가 잘 나타났다. 또한, 플룸 내부에 국지적인 천이 유동이 발생할 수 있음을 확인하였다.

Key Words: Rarefied Flow(희박 유동), Direct Simulation Monte Carlo(직접모사법), High Altitude(고고도), Rocket Plume(로켓 플룸)

Received 11 December 2013 / Revised 28 August 2014 / Accepted 5 July 2014

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

[이 논문은 한국추진공학회 2013년도 추계학술대회(2013. 12. 4-5, 경주 현대호텔) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

## Nomenclature

 $c_r$  : relative speed

$\vec{c}$	: molecular velocity vector
$d$	: molecular diameter
$f$	: normalized velocity distribution function in velocity space
$F_N$	: number of real molecules represented by a single DSMC molecule
$\vec{F}$	: force vector
$Kn$	: Knudsen number
$L$	: characteristic length
$n$	: number density
$\vec{r}$	: position vector
$\lambda$	: mean free path
$\sigma_T$	: total collision cross-section

## 1. 서 론

로켓은 고온의 배기 플룸을 사출함으로써 운동량보존의 원리에 의하여 추진력을 얻는다. 그렇지만, 이러한 플룸의 형상은 일정하지 않고 로켓의 고도가 상승함에 따라 급격하게 팽창한다. 또한 로켓의 추력을 정확하게 해석하기 위해서는 고도에 따른 플룸의 형상 변화를 정확하게 예측해야 한다[1,2]. 또한 플룸이 로켓 저부면에 충돌하는 현상과 플룸으로의 열전달을 파악하기 위하여서도 플룸 형상에 대한 정확한 예측은 필요하다. 이와 더불어, 최근에는 로켓의 피탐지 성능이 강조됨에 따라 플룸에서 방사되는 복사강도의 예측 역시 중요한 설계요소의 하나이기 때문에 고도에 따른 플룸 형상의 정확한 해석의 중요성이 더욱 강조되고 있다.

이러한 로켓 플룸의 형상 변화는 고도 상승에 따른 대기의 급격한 압력과 밀도 하강이 원인이다. 성층권에 해당하는 고도 20 km의 경우에는 대기 밀도가 해수면에서의 약 0.07배, 압력은 약 0.05배로 떨어지고, 고도가 80 km에 이르게 되면, 밀도는 해수면의 약  $1.6 \times 10^{-5}$ 배, 압력은  $1.0 \times 10^{-5}$ 배로 매우 급격하게 감소한다.

지표면 근처에서의 전형적인 플룸 구조와 고고도에서의 플룸 구조의 개략도를 Fig. 1에 나타냈는데, 이와 같이 고도에 따른 플룸의 구조는

매우 심하게 변화한다. 높은 고도에서와 같이 기체의 밀도가 매우 낮은 영역에서는 기체를 연속체라고 가정하여 그 거동을 묘사한 Navier-Stokes 방정식과 같은 전형적인 해석방법이 유효하지 못하게 되어 주로 통계역학적인 방법인 Bird가 개발한 Direct Simulation MonteCarlo(DSMC) 방법을 사용하여 유동을 해석한다. 인공위성의 추력기에서 진공으로 사출되는 배기플룸의 해석에도 DSMC 방법이 주로 이용되고 있다[3,4].

본 연구에서는 DSMC 방법을 사용하여 고고도와 저고도를 대표하는 조건에서의 오리피스플룸을 통해 사출되는 플룸의 유동을 계산하여 비교하였고, 실제 로켓의 노즐 출구의 조건을 적용한 플룸영역의 계산을 실시하였다.

## 2. DSMC 해석

높은 고도에서는 대기의 밀도가 낮기 때문에 특성길이(characteristic length)에 대한 분자의 평균자유행로(mean free path)로 정의되는 Knudsen 수,  $Kn$  (Eq. 1)가 해수면 고도에서보다 상당히 커지게 되어 이 때 대기의 유동은 연속체라고 가정할 수 없고 희박유동(rarefied flow)이 된다.

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (1)$$

Fig. 2에 나타낸 바와 같이 Eq. 2와 같은 Boltzmann 수송 방정식은 큰 Knudsen 수 영역에서도 유동을 묘사할 수 있다[5].

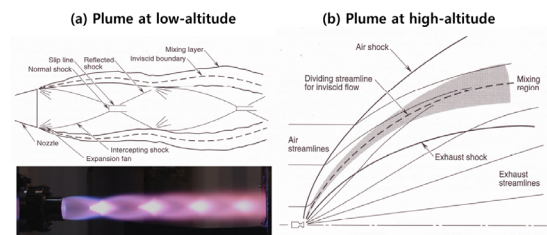


Fig. 1 Detailed plume structures at (a) low- and (b) high-altitude[2].

$$\frac{\partial}{\partial t}(nf) + \vec{c} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(nf) + \vec{F} \cdot \frac{\partial}{\partial c}(nf) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{4\pi} n^2 (f^* f_1^* - f f_1) c_r \sigma d\Omega dc_1 \quad (2)$$

그러지만 방정식의 우변에 있는 충돌항으로 인하여 충돌을 고려하지 않아도 되는 극히 제한적인 경우를 제외하고는 Boltzmann 방정식을 직접적으로 푸는 것은 대단히 어렵다. 따라서 희박 유동장을 계산하는 문제에 있어 유동장 내에 있는 기체의 분자를 직접 모사하는 DSMC 법이 일반적으로 적용되고 있으며 DSMC 법을 사용하여 얻은 해가 Boltzmann 방정식을 풀어서 구한 해와 동일하다는 것이 이미 수학적으로 증명된 바 있다[6,7].

DSMC 방법에서는 다수의 실제 입자를 하나의 모사입자(simulated particle)로 대표하며 하나의 모사입자가 대표하는 실제 입자 수는 경우에 따라 적절하게 조정된다. 먼저 격자계를 구성한 후, 주어진 초기 조건에 따라 유동장 내에 모사입자를 생성한다. 모사입자를 이동시킨 후 입자의 새로운 위치를 계산한다. 이 때 모사입자와 경계영역(boundary) 사이의 상호 작용도 고려한다. 다음으로 분자모델을 적용하여 분자 사이의 충돌과, 충돌 시 입자 사이의 에너지 교환 및 내부에너지 재분포를 계산한다. 이러한 분자의 이동과 충돌의 과정을 충분히 반복하게 한 후에 각 셀 내에 있는 개별 모사 입자가 지닌 미시적인(microscopic) 물성치를 샘플링(sampling)하여 유동장의 거시적인(macrosopic) 물성치를 구한다.

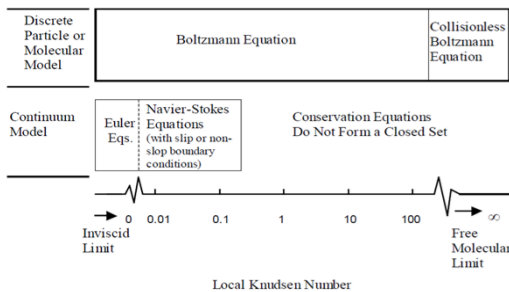


Fig. 2 The Knudsen number limits on the mathematical models[4].

입자간 충돌 모델로는 분자의 직경이 분자의 상대속도의 함수로 주어지는 VHS(variable hard sphere) 모델을 적용하였고[8] 충돌쌍(collision pair)을 샘플링 하는 방법으로는 Bird의 NTC(No Time Counter) 방법[5,9]을 적용하였다.

충돌의 일부만을 비탄성 충돌로 간주하고 나머지는 탄성 충돌로 가정하는 Larsen-Borgnakke 모델[10]을 사용하여 충돌하는 분자의 에너지 교환을 모델링했다. 분자간의 충돌이 비탄성적이면 병진(translational)에너지와 내부(internal)에너지는 평형 분포로부터 샘플링된다.

### 3. DSMC 해석 결과

#### 3.1 코드 검증

본 연구를 수행하기 위하여 비정렬 2차원 축대칭 DSMC 코드를 사용하였으며, 이는 Bird의 정렬 격자계를 사용한 축대칭 DSMC 코드인 DSMC2A[5] 프로그램을 기반으로 작성된 프로그램이다.

플룸을 해석하기에 앞서 본 프로그램을 검증하기 위하여 저 밀도 노즐에 대하여 결과가 공개되어 있는 Rothe[11]의 실험 결과를 사용하였다. Rothe 노즐의 형상은 Fig. 3과 같다. 사용된 기체는 질소이고, 노즐 입구의 경계조건으로 전온도 300 K, 전압력 474 Pa이다. 또한 배압은 1.5 Pa로 이때 노즐목 직경을 기준으로 한  $Kn_{\infty}$ 는 0.023이다. Fig. 4는 노즐 대칭축을 따른 밀도 분포이다. x-축은 노즐목부터 노즐출구까지 노즐목의 반경으로 정규화된 축방향 거리이고, y-축

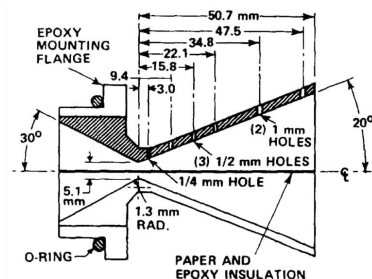


Fig. 3 Rothe's nozzle[10].

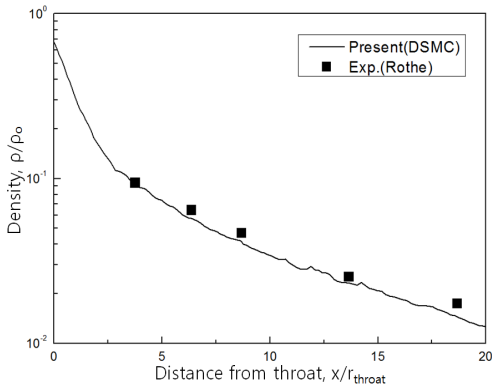


Fig. 4 Density variation along axis.

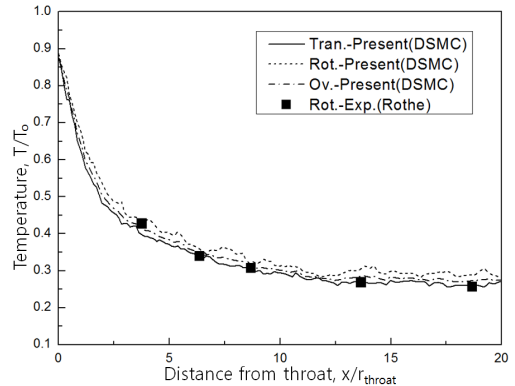


Fig. 5 Temperature variation along the axis.

은  $\rho_0$ 로 정규화된 밀도이다. 계산 결과가 실험 결과와 잘 일치되고 있음을 확인 할 수 있다. Fig. 5는 노즐 중심축을 따른 온도 분포이고  $T_0$ 로 온도값들을 정규화하였다. 계산 결과는 측정 결과와 잘 일치하고 있으며, 급격한 팽창으로 인하여 축을 따라서 회전온도는 병진온도보다 높게 나타난다.

### 3.2 오리피스에서 사출되는 플룸

#### 3.2.1 해석 조건

오리피스를 통한 플룸 사출의 경우에 대하여 2차원 축대칭 DSMC 방법을 사용한 계산을 수행하였다. 저고도와 고고도를 대표하는 두 가지 경우를 가정하고 저고도를 대표하는 경우에는 출구 전압에 대한 배압의 비( $P_b/P_0$ )를 0.1로, 고고도를 대표하는 경우에는 압력비를 0.001로 설정하였다. 연소생성물인  $CO_2$ 와  $H_2O$ 가 질량비 각각 0.55, 0.45로 균일하게 혼합되어있고, 오리피스 출구 전압이 1,000 Pa이며, 온도가 300 K인 기체가 직경 2 cm인 오리피스를 통하여 온도가 300 K, 압력이 100 Pa(저고도), 1 Pa(고고도)인 외부로 사출된다.

경계조건으로는 대칭축에는 모멘텀이 보존되는 정반사 조건을 부여하였으며, 노즐 출구를 포함한 외부의 열린 경계에는 자유류 조건을 부여하였다. 계산에 사용된 격자계는 축방향으로 0.2 m 반경방향으로 0.12 m이고 28,405개의 노드와 56,188개의 셀로 구성되어 있다(Fig. 6).

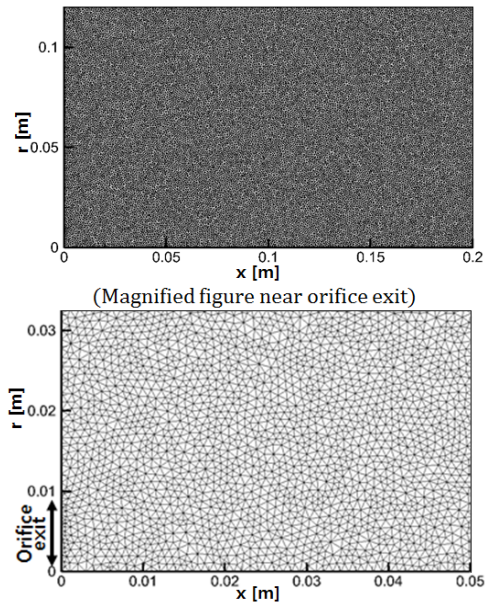


Fig. 6 Grid system for orifice plume flow.

#### 3.2.2 결과

정상상태에서의 모사입자 수는 압력비가 0.1인 경우에는 89,000여 개, 0.001인 경우에는 6,300여 개다. 압력비에 따른 밀도 분포를 Fig. 7에 비교하여 나타내었다. 배압이 출구 전압의 0.1인 경우(저고도)에는 Mach disc 등의 불연속성 같은 복잡한 유동구조를 포함한 과소팽창(under-expanded)한 플룸이 관찰되었고 Fig. 8 (a)에서 나타난 바와 같이 주로 축 방향의 방향성을 가지고 플룸이 이동하였다. 배압이 출구 전압의

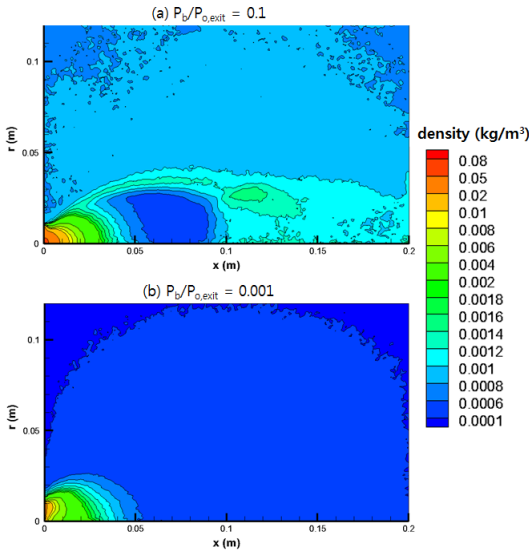


Fig. 7 Density profile : (a)  $P_b/P_{o,exit}=0.1$ ; (b)  $P_b/P_{o,exit}=0.001$ .

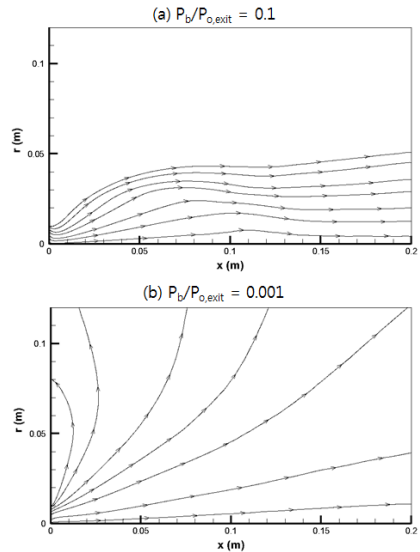


Fig. 8 Stream line : (a)  $P_b/P_{o,exit}=0.1$ ; (b)  $P_b/P_{o,exit}=0.01$ .

0.001인 경우에는 특별한 유동구조를 보이지 않고 단순하게 팽창하였으며, Fig. 8 (b)와 같은 유선을 보였다. 이 경우 오리피스에서 사출된 플룸은 Fig. 8 (a)에 비하여 플룸이 거의 모든 방향으로 팽창하며, 일부는 90도 이상으로 꺾여 역류하기도 한다. 이와 같은 유동 경향은 Fig. 1 (b)에서 간략하게 도시된 고고도에서의 플룸팽창에 대한 경향과 일치하고 있다.

### 3.3 로켓 노즐 플룸

#### 3.3.1 해석 조건

연소실 출구 전압이 172 MPa, 전온도가 2,700 K이고, CO<sub>2</sub>와 H<sub>2</sub>O가 질량비 각각 0.55, 0.45로 균일하게 혼합되어있는 기체가 출구 직경 6.14 cm의 노즐을 통해서 사출되는 로켓의 배기플룸에 대하여 2차원 비정렬 축대칭 DSMC 해석을 수행하였다. 이 때 노즐 외부는 고도 20 km인 대기 조건으로 압력은 5.5 kPa, 온도는 217 K이고 전압에 대한 배압의 압력비는 약  $3.2 \times 10^{-4}$ 이다. 이 때 대기의 밀도는  $0.089 \text{ kg/m}^3$ 으로 해수면에서의 밀도보다 0.07배만큼 작다. 노즐 내부는 기체의 압력과 밀도가 높아 명백한 연속체로 볼 수 있으므로 노즐 내부 유동은 연속체 전산유체

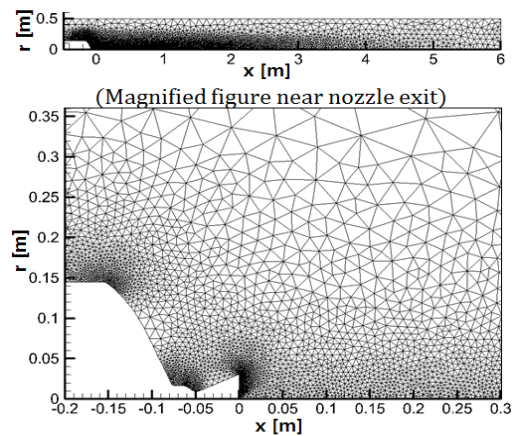


Fig. 9 Grid system for rocket plume flow.

역학을 사용하여 노즐의 출구 조건을 계산하였고, 이렇게 계산한 노즐 출구 단면의 밀도, 속도, 온도 분포 값을 DSMC 해석을 위한 배기플룸의 입구조건으로 사용하였다. 노즐 출구에서의 조건은 압력이 평균 약 220 kPa, 밀도가 평균 약  $0.5 \text{ kg/m}^3$ , 온도가 평균 약 1,400 K이다.

계산 영역은 반경 방향으로 0.5 m 축 방향으로 6 m로 잡았으며, 사용된 노드는 7,911개, 셀은 15,090개다(Fig. 9). 경계조건은 축과 로켓 동체

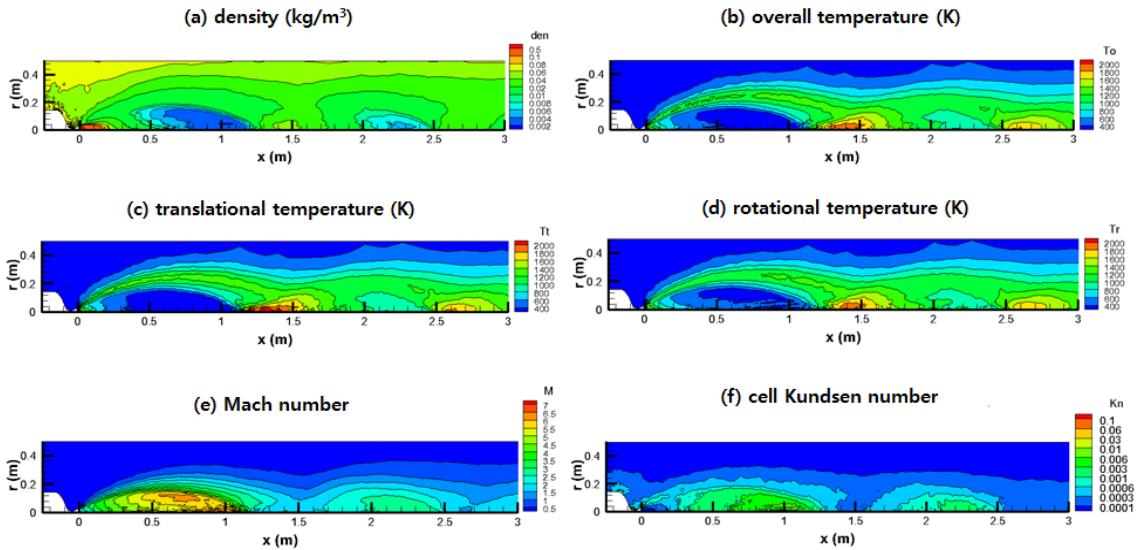


Fig. 10 DSMC solution of rocket plume at altitude 20 km : (a) density; (b) overall temperature; (c) translational temperature; (d) rotational temperature; (e) Mach number; (f) cell Knudsen number.

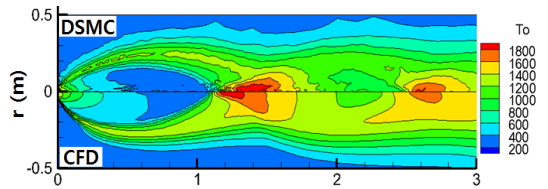


Fig. 11 Temperature contour comparison: (top) DSMC; (bottom) CFD.

표면을 제외한 모든 경계를 자유류 조건으로 설정하였으며, 매 시간 단계에 노즐 출구에서는 노즐 유동 해석에 의해 얻은 결과에 해당하는 모사입자의 숫자 분포가 출구 단면을 따라 투입되고 나머지 자유류 경계에서는 고도 20 km에서의 밀도에 해당하는 수의 모사 입자가 입사된다. 대칭축에는 정반사 조건을 적용하였고, 로켓 동체 표면에서의 경계조건은 난반사(diffusive reflection) 모델을 적용하였다. 또한 로켓 표면의 온도는 대기 온도와 동일하게 부여하였다.

3.3.2 결과

정상상태에서의 모사입자 수는 10만 2천여 개다. 노즐 출구에서의 압력이 약 220 kPa로 대기의 5.5 kPa보다 훨씬 크기 때문에 과소팽창

(under-expanded)된 플룸이 생성되었다. Fig. 10에 밀도, 온도, 회전온도 병진온도, 마하수, 셀 Knudsen 수 분포를 축 방향으로 3 m까지만 확대하여 해석 결과를 나타냈다. 국소 Knudsen 수는 분자의 평균자유행로( $\lambda$ )를 해당 셀 면적의 제곱근으로 나누어 구하였는데, 평균 자유행로는 Eq. 3에 의하여 계산되었다.

$$\lambda = (2^{1/2} \sigma_T n)^{-1} = (2^{1/2} \pi d^2 n)^{-1} [5] \quad (3)$$

플룸의 직경은 약 0.5 m까지 노즐 출구 직경의 8배 이상 팽창하였으며 축을 따라 6 m 이상 진행하였다. 또한, Mach disc나 barrel shock 등의 불연속적인 유동 패턴이 반복적으로 나타나는 것이 관찰된다. 고도 20 km의 대기는 연속체 영역에 포함되기 때문에 동일 고도에서 동일한 조건으로 연속체 해석을 수행하여 DSMC 결과와 비교하였다. Fig. 11에 플룸의 온도분포 나타내었으며 축 상단이 DSMC 결과 하단이 연속체 CFD 결과이다. 경계 조건을 부여하는 방식이나 기체의 물성치를 적용하는 방식이 상이하여 Mach disc의 위치에 다소 차이가 있으나 플룸이 팽창한 크기나 내부의 구조, 온도분포 경향이 매

우 유사하였으며, 이 프로그램을 사용하여 계산한 결과가 타당함을 보여준다. 특이한 점은 본 고도에서 대기의 국소 Kn는  $1.5 \times 10^{-5}$  정도로 연속체 유동의 영역에 해당하지만 급격한 팽창으로 인하여 0.5 m 지점 이후에서는 0.001 이상의 연속체와 천이영역 경계정도에 해당하는 Kn가 나타나기도 하였는데, 이는 연속체 해석에 영향을 줄 가능성이 있으므로 추후 이 부분에 대한 확인이 필요할 것으로 사료된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 비정렬 격자계를 사용한 2차원 축대칭 DSMC 방법으로 저고도와 고고도로 대표되는 높은 배압과 낮은 배압으로의 오리피스 플룸의 유동과 고도 20 km 조건에서의 로켓 플룸 유동을 해석하였다.

1.  $P_b/P_o=0.1$ 인 오리피스 플룸의 경우 Mach disc 등이 포함된 복잡한 유동 구조를 형성하였지만  $P_b/P_o=0.001$ 인 경우에는 단순 팽창하는 유동만을 보였다.
2.  $P_b/P_o=0.1$ 일 때, 주로 축 방향의 유동을 보였으나,  $P_b/P_o=0.001$ 인일 때에는 유동의 반경 방향 성분이 크게 증가하였으며 일부는 90도 이상으로 심하게 꺾이기도 하였다.
3. 고도 20 km에서의 로켓 플룸은 플룸 내에 형성되는 barrel shock과 Mach disc에 의한 반복적인 패턴이 나타나는 복잡한 유동 구조가 잘 나타났다.
4. 고도 20 km에서 대기는 Kn이 작은 연속체 영역에 해당하지만 조건에 따라서 팽창으로 인한 국부적인 천이영역이 플룸 내부에 형성될 수 있음을 확인하였다.

#### 후 기

본 연구는 국방과학연구소 국방 개별기초연구사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 깊이 감사드립니다.

#### References

1. Sutton, G.P. and Biblarz, O., *Rocket Propulsion Elements*, 7th ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, N.Y., U.S.A., 2001.
2. Simmons, F.S., *Rocket Exhaust Plume Phenomenology*, The Aerospace Press, El Segundo, CA., U.S.A., 2000.
3. Park, J.H., Kang, S.J., Kim, J.S., Baek, S.W. and Yu, M.J., "DSMC Analysis of Satellite Thruster Plume," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 29, No. 8, pp. 111-118, 2001.
4. Lee, K.H., Lee, S.N., Yu, M.J., Kim, S.K. and Baek, S.W., "Combined Analysis of Thruster Plume Behavior in Rarefied Region by Preconditioned Navier-Stokes and DSMC Methods," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 52, No. 177, pp. 135-143, 2009.
5. Bird, G.A., *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*, Carleton Press, Oxford, Oxfordshire, U.K., 1994.
6. Bird, G.A., "Direct Simulation and the Boltzmann Equation," *Physics of Fluids*, Vol. 13, No. 11, pp. 2676-2681, 1970.
7. Wagner, W., "A Convergence Proof for Bird's Direct Simulation Monte Carlo Method for the Boltzmann Equation," *J. Statistical Physics*, Vol. 66, Nos. 3/4, pp. 1011-1044, 1992.
8. Bird, G.A., "Monte Carlo Simulation in an Engineering Context," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 74, pp. 239-255, 1981.
9. Bird, G.A., "Perception of Numerical Methods in Rarefied Gas Dynamics," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 118, pp. 211-226, 1989.
10. Borgnakke, C. and Larsen, P.S., "Statistical

Collision Model for Monte Carlo Simulation of Polyatomic Gas Mixture," *J. Comput. Phys.*, Vol. 18, Issue 4, pp. 405-420, 1975.

11. Rothe, D.E., "Electron-Beam Studies of Viscous Flow in a Supersonic Nozzle," *AIAA J.*, Vol. 9, No. 5, pp. 804-810, 1971.