Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 19, No. 10, October 2014

www.ksci.re.kr
http://dx.doi.org/10.9708/jksci.2014.19.10.169

바지선 적재 문제의 최대이득 물품 우선 적재 알고리즘

이 상 운*

Maximum Profit Priority Goods First Loading Algorithm for Barge Loading Problem

Sang-Un Lee *

요 약

최적 해를 다항시간으로 얻을 수 있는 알고리즘이 알려져 있지 않은 NP-완전인 상자포장 문제의 일종인 바지선 적재 문제에 대해, Guéret et al.은 $O(m^4)$ 수행 복잡도의 선형계획법으로 해를 얻고자 하였다. 반면에, 본 논문에서는 이득 우선순위로 적재하는 규칙인 $O(m\log m)$복잡도의 알고리즘을 제안하였다. 제안된 방법은 첫 번째로 이득 우선순위를 결정하였다. 다음으로, 이득 우선순위 물품들을 바지선에 적재하는 방법으로 초기 적재 결과를 얻었다. 마지막으로, 바지선 적재 용량을 미달하는 경우, 이전에 적재된 물품과 미선적된 물품을 상호 교환하여 바지선 적재 용량을 충족시켰다. 실험 결과, 제안된 알고리즘은 NP-완전 문제인 바지선 적재 문제에 대해 선형계획법의 $O(m^4)$를 $O(m\log m)$으로 단축시켰다.

▸ Keywords : 적재량, 상자 포장, 최적화, 최대 이득, 이득 우선순위

Abstract

Nobody has yet been able to determine the optimal solution conclusively whether NP-complete problems are in fact solvable in polynomial time. Guéret et al. tries to obtain the optimal solution using linear programming with $O(m^4)$ time complexity for barge loading problem a kind of bin packing problem that is classified as nondeterministic polynomial time (NP)-complete problem. On the other hand, this paper suggests the loading rule of profit priority rank algorithm with $O(m\log m)$ time complexity. This paper decides the profit priority rank firstly. Then, we obtain the initial loading result using the rule of loading the good has profit priority order. Finally, we balance the loading and capability of barge swap the goods of unloading in previously loading in case of under loading. As a result of experiments, this algorithm reduces the $O(m^4)$ of linear programming to $O(m\log m)$time complexity for NP-complete barge loading

•제1저자 : 이상운
•투 고 일 : 2014. 07. 15, 심사일 : 2014. 07. 28, 게재확정일 : 2014. 08. 24.
* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

problem.

▸ Keywords : Loading quantity, Bin packing, Optimization, Maximum profit, Profit priority rank

I. 서 론

적재용량 T(㎥)를 가진 한 척의 바지선에 m명의 고객 $C_i, i=1,2,\cdots,m$이 요청한 로트 크기 s_i(㎥)의 로트 수 q_i 물량들을 적재하여 1회만 운송하고자 한다. 이 경우 $\sum_{i=1}^{m} s_i q_i > T$로 모든 고객이 요청한 물량 전체를 운송하지 못한다. 여기서, 바지선 운항사는 운송료 t_i와 운항비용 c_i에 대해 이득 p_i를 계산하여 총 이득이 최대가 되도록 적재 물량을 결정해야 한다. 이 문제를 바지선 적재 문제 (barge loading problem, BLP)라 한다[1].

BLP는 상자 포장 문제 (bin packing problem, BPP)[2]의 특별한 경우로 볼 수 있다. BPP는 T 용량을 가진 $n>1$개 상자에 m개의 물품을 용량 제약조건만을 고려하여 적재하는 문제인데 반에, BLP는 $n=1$인 경우이며, 용량과 이득 제약조건을 충족해야 한다. BPP는 정확한 해를 찾는 다항시간 알고리즘이 알려져 있지 않아 NP-완전 (NP-complete)으로 분류되고 있다[3]. 상자포장 문제는 단순히 크기 (size)만 주어지며, 상자의 용량 (C)에 맞도록 최대한으로 포장하는 방법인데 반해, BLP는 동일 로트당 운송료인 비용 (cost)을 최소화 시키도록 하는 방법으로 차이점이 있다. 상자포장 문제에 대해서는 Lee[4]의 연구 결과가 있으며, 위와 같은 차이점으로 인해 이 연구 결과를 BLP에 직접 적용할 수는 없다.

NP-완전인 m개 물품에 대한 $n=1$ BLP에 대해 Guéret et al.[1]은 최적화 문제 (optimization problem, OP)로 취급하여, $O(m^4)$ 수행 복잡도의 선형계획법 (linear programming, LP) 최적화 패키지를, Edvall[5]은 MATLAB으로 프로그램을 작성하여 적용하였다.

본 논문에서는 BLP를 단순한 결정문제 (decision problem, DP)로 취급하여 $O(m \log m)$ 수행 복잡도로 적재하는 규칙을 제시한 휴리스틱 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 Guéret et al.[1]이 제시한 BLP 사례를 고찰해 본다. 3장에서는 BLP에 대해 $O(m \log m)$복잡도로 최적 해를 구할 수 있는 규칙을 제시한 휴리스틱 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 실제 데이터에 적용하여 알고리즘 적합성을 평가해 본다.

II. 바지선 적재 문제

표 1은 라인강에서 운행되는 1,500㎥의 적재능력을 가진 바지선 한 척이 1회 운항하는 경우, 밀 (wheel)을 운송하는 문제이다[1]. 이 바지선은 7명의 단골고객 (regular customer)이 요청한 밀을 동일 출발지에서 적재하고 다른 목적지들에서 하역하는 단순한 경우이다. 바지선 해운사는 다년간의 경험에 의해 밀의 운송 단가와 이득에 대한 정보를 갖고 있으며, 운송단가는 거리와 양에 따라 차이가 있다. 총 운송 대상 밀의 양은 2,583㎥으로 바지선의 적재용량 1,500㎥을 초과하는 관계로 해운사는 최대의 이득을 얻을 수 있도록 최대 1,500㎥을 적재하고 밀을 운송하고자 한다.

표 1. 바지선 적재 문제
Table 1. Barge loading problem

Barge Capacity: **1,500 m^3**				
Client	Available quantity (No. of lots)	Lot size (m^3)	Price per lot (€)	Transport cost (€/m^3)
C1	12	10	1000	80
C2	31	8	600	70
C3	20	6	600	85
C4	25	9	800	80
C5	50	15	1200	73
C6	40	10	800	70
C7	60	12	1100	80

이 문제는 다음과 같이 정의된다.

- 고객 (customer) : $C_i, i=1,2,\cdots,m$
- T : 바지선 적재능력 (capacity)
- Available quantity (number of lots) : 운송할 로트 수, q_i
- Lot size (m^3) : 로트 크기, s_i
- Price per lot : 로트당 운송료, t_i
- Transport cost (expenses): 바지선 운항비용 (선비), c_i
- Profit/m^3: 선주 이득 단가 = [운송료 - 비용 (운항비용)]/로트 부피, $p_i = [t_i - (c_i \times s_i)]/s_i$

- l_i : i번째 고객의 화물 적재량
- L: 적재 총량
- r_i : p_i 내림차순 우선순위 (priority rank)

$$maximize \sum_{i \in C} p_i \times l_i \quad (1)$$
$$\text{where} \quad \sum_{i \in C} s_i \times l_i \le T$$
$$\forall_i \in C: l_i \ge 0$$

여기서, 다음 문제들이 제기되었다.

Q1. 운송할 밀의 양에 제한이 없다고 가정한 경우, 최대 이득을 얻기 위해 해운사는 어느 고객의 밀을 운송해야 하는가?

Q2. 고객으로부터 요청받은 밀의 로트 (lots, 묶음)를 분할할 수 있다면, 최대 이득을 얻기 위해 해운사는 어느 고객의 밀을 운송해야 하는가?

Q3. 밀의 로트를 분할할 수 없다면, 최대 이득을 얻기 위해 해운사는 어느 고객의 밀을 운송해야 하는가?

BLP에 대한 연구 결과는 Guéret et al.[1]과 Edvall[5]이 유일하게 존재한다. 따라서, 본 장에서는 이들 연구 결과를 고찰해 본다.

Guéret et al.[1]은 표 1의 문제에 대해 선형계획법 패키지를 활용하여 표 2의 결과를 제시하였다. Edvall[5]은 동일한 문제에 대해 CPLEX를 MATLAB 프로그램으로 작성하여 해를 얻었다.

표 2. LP와 CPLEX의 최적 배정
Table 2. Optimal assignment of LP and CPLEX

LP							
문제	Customer						
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Q1	150	0	0	0	0	0	0
Q2	12	0	20	15.5556	0	40	60
Q3	12	0	20	15	1	39	60

CPLEX							
문제	Customer						
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Q3	12	0	20	15	1	39	60

Guéret et al.[1]이 적용한 선형계획법은 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 갖는 최적화 방법으로 최대 이득을 얻기 위해 7명의 고객이 요청한 밀의 총량 중에서 T만을 바지선에 적재하여야 한다. 또한, LP와 CPLEX는 소프트웨어 패키지를 활용하지 않고는 해를 얻기가 쉽지 않은 단점을 갖고 있다. 3장에서는 선형계획법은 $O(m^4)$을 $O(m\log m)$복잡도의 적재 규칙을 제시한 휴리스틱 알고리즘을 제안한다.

III. 최대 이득 물품 우선 적재 알고리즘

본 장에서는 $L \le T$를 만족할 때까지 선주 이득 단가 p_i가 최대인 밀을 우선하여 최대로 선적하는 단순한 규칙을 적용한다. 이는 BLP를 최적화 문제로 보지 않고 단순한 결정문제 [6,7]로 취급하였다. 만약, r_i로 $i-1$번째 고객의 밀 전체 q_{i-1}까지 선적하였을 경우 $L<T$이고, i번째 고객의 밎 전체 q_i를 선적하였을 경우 $L>T$이면 $L \le T$을 만족하도록 l_i를 "-1"씩 감소시키면서 조절하고, 식 (2)를 적용한다.

```
if    ∃k, Ck(k > i) : sk ≤ T − L then          (2)
      lk = 1 적재
else li−1 = li−1 − 1
      if ∃k, Ck(k > i−1) : sk ≤ T − L then
         lk = lk + 1 적재
      end
end
```

제안된 알고리즘을 이득 우선순위 적재 알고리즘 (profit rank loading algorithm, PRLA)라 하며, 다음과 같이 수행된다.

Step 1. 이득 p_i를 구하여 p_i 내림차순으로 우선순위 r_i를 부여한다.

```
for    i = 1 to m
       pi = [ti − (ci × si)]/si
end
ri 부여
```

Step 2. $L>T$가 될 때까지 r_i 순서로 q_i 전체를 적재한다. i번째 고객에 대해, $L \le T$을 만족하도록 l_i를 "-1"씩 감소시키면서 조절한다.

Step 3. 만약, $L<T$이면

```
if     ∃k, Ck(k > i) : sk ≤ T − L then
       lk = 1 적재
else   li−1 = li−1 − 1
       if    ∃k, Ck(k > i−1) : sk ≤ T − L then
             lk = lk + 1 적재
       end
end
```

제안된 알고리즘은 이득을 계산하는데 $O(m)$, 이득 우선순위를 결정하는데 있어 $O(m\log m)$이 소요되며, $L>T$의 i번째 적재 대상을 결정하고, $L \le T$로 조절하는데 $O(m)$,

$T-L>0$을 최소화하는데 $O(1)$이 소요되어 알고리즘 수행 복잡도는 $O(m\log m)$이다.

Guéret et al.[1]은 이를 최적화 문제로 보아 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 갖는 선형계획법 소프트웨어 패키지를 활용하여 최적화 문제를 풀고자 한 반면 제안된 알고리즘은 결정 문제로 보고 $O(m\log m)$복잡도로 보단 단순화 시킬 수 있었으며, Excel을 활용하여 해를 쉽게 구할 수 있다.

IV. 실험 및 결과 분석

본 장에서는 Guéret et al.[1]이 제시한 표 1의 문제에 대해 PRLA를 적용하여 본다. 표 1의 문제에 대해 PRLA를 적용한 결과는 표 3과 같다. 이득 단가 p_i에 대한 내림차순 우선순위는 1-7-2-5-6-4-3으로 C1,C3,C7,C6,C4,C5,C2 순서를 얻었다.

Q1은 r_1인 C1의 q_i 제약사항이 없으므로 최대로 적재하면 $q_1=150$, $q_1 s_1 = L = 1{,}500$으로 총 이득은 €30,000.00을 얻을 수 있다.

표 3. PRLA의 최적 배정
Table 3. Optimal assignment of PRLA

Barge Capacity: $T=1{,}500$ ㎥							
C_i	q_i	s_i(㎥)	$q_i s_i$(㎥)	t_i(€)	c_i(€/㎥)	p_i(€/㎥)	r_i
C1	12	10	120	1000	80	20.0000	1
C2	31	8	248	600	70	5.0000	7
C3	20	6	120	600	85	15.0000	2
C4	25	9	225	800	80	8.8889	5
C5	50	15	750	1200	73	7.0000	6
C6	40	10	400	800	70	10.0000	4
C7	60	12	720	1100	80	11.6667	3
계			2583				

Q1									
C_i	q_i	l_i	s_i(㎥)	$q_i s_i$(㎥)	t_i(€)	c_i(€/㎥)	p_i(€/㎥)	총이득	r_i
C1	∞	150	10	1500	1000	80	20.0000	30000	1
C3	∞	0	6	0	600	85	15.0000	0	2
C7	∞	0	12	0	1100	80	11.6667	0	3
C6	∞	0	10	0	800	70	10.0000	0	4
C4	∞	0	9	0	800	80	8.8889	0	5
C5	∞	0	15	0	1200	73	7.0000	0	6
C2	∞	0	8	0	600	70	5.0000	0	7
Barge Capacity			1500	1500					

Q2									
C_i	q_i	l_i	s_i(㎥)	$q_i s_i$(㎥)	t_i(€)	c_i(€/㎥)	p_i(€/㎥)	총이득	r_i
C1	12	12	10	120	1000	80	20.0000	2400	1
C3	20	20	6	120	600	85	15.0000	1800	2
C7	60	60	12	720	1100	80	11.6667	8400	3
C6	40	40	10	400	800	70	10.0000	4000	4
C4	25	15.5556	9	140.0004	800	80	8.8889	1244.448	5
C5	50	0	15	0	1200	73	7.0000	0	6
C2	31	0	8	0	600	70	5.0000	0	7
Barge Capacity			1500	1500.00				17844.4480	

Q3									
C_i	q_i	l_i	s_i(㎥)	$q_i s_i$(㎥)	t_i(€)	c_i(€/㎥)	p_i(€/㎥)	총이득	r_i
C1	12	12	10	120	1000	80	20.0000	2400	1
C3	20	20	6	120	600	85	15.0000	1800	2
C7	60	60	12	720	1100	80	11.6667	8400	3
C6	40	40	10	400	800	70	10.0000	4000	4
C4	25	15	9	135	800	80	8.8889	1200	5
C5	50	0	15	0	1200	73	7.0000	0	6
C2	31	0	8	0	600	70	5.0000	0	7
Barge Capacity			1500	1495.00	-5			17800.00	

C_i	q_i	l_i	s_i(㎥)	$q_i s_i$(㎥)	t_i(€)	c_i(€/㎥)	p_i(€/㎥)	총이득	r_i
C1	12	12	10	120	1000	80	20.0000	2400	1
C3	20	20	6	120	600	85	15.0000	1800	2
C7	60	60	12	720	1100	80	11.6667	8400	3
C6	40	40	10	400	800	70	10.0000	4000	4
C4	25	15	9	135	800	80	8.8889	1200	5
C5	50	1	15	15	1200	73	7.0000	105	6
C2	31	0	8	0	600	70	5.0000	0	7
Barge Capacity			1500	1510.00	+10			17905.00	

C_i	q_i	l_i	s_i(㎥)	$q_i s_i$(㎥)	t_i(€)	c_i(€/㎥)	p_i(€/㎥)	총이득	r_i
C1	12	12	10	120	1000	80	20.0000	2400	1
C3	20	20	6	120	600	85	15.0000	1800	2
C7	60	60	12	720	1100	80	11.6667	8400	3
C6	40	39	10	390	800	70	10.0000	3900	4
C4	25	15	9	135	800	80	8.8889	1200	5
C5	50	1	15	15	1200	73	7.0000	105	6
C2	31	0	8	0	600	70	5.0000	0	7
Barge Capacity			1500	1500.00	0			17805.00	

Q2는 C1,C3,C7,C6,C4 순으로 5순위까지 q_i를 적재하면 $L=1{,}585$로 $T=1{,}500$을 초과하게 된다. 따라서, 5순위인 C4에 대해 $l_5=16, L=1504$, $l_5=15, L=1495$를 얻어 $15<l_5<16$에 대해 $l_5=15.5556$으로 조절한 결과 $L=T=1{,}500$을 얻었다. 이 경우 총 이득은 €17,844.4480을 얻는다.

Q3에 대해서는 $l_5=15$로 설정한 경우 $L=1495, T-L=5$이며, C5,C2 중에서 $s_i \le 5$가 존재하지 않아 r_4인 C6의 $l_6=40 \to 39$로 조절되고, $T-L=15$를 얻어 이를 만족하는 $s_i=15$를 가진 r_6, C5에 대해 $l_5=0 \to 1$로 조절되어 $L=T=1{,}500$, 총 이득은 €17,805.00을 얻었다.

제안된 PRLA와 LP, CPLEX의 성능을 요약하여 표 4에 제시하였다. 제안된 PRLA는 LP의 $O(m^4)$ 복잡도를 이득 우선순위로 화물을 적재하는 $O(m\log m)$복잡도로 단순화 시키면서도 동일한 최적 해를 얻을 수 있었다.

표 4. 알고리즘 성능 비교
Table 4. Compare with algorithm performance

문제	알고리즘		
	LP[1]	CPLEX[5]	PRLA
Q1	€30,000.0000	-	€30,000.0000
Q2	€17,844.4480	-	€17,844.4480
Q3	€17,805.0000	€17,805.0000	€17,805.0000

V. 결론

NP-완전으로 분류된 BPP의 일종인 바지선 적재 문제에 대해, Guéret et al.[1]은 $O(m^4)$ 복잡도의 선형계획법최적화 기법으로 해를 얻고자 하였다. 반면에, 본 논문에서는 이 문제에 대해 $O(m\log m)$복잡도의 결정기법으로 최적 해를 얻을 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다.

제안된 방법은 물품을 적재할 경우 얻을 수 있는 이득이 최대인 이득 우선순위를 부여하고, 바지선의 허용 용량을 채울 때까지 이득 우선순위 물품을 적재하는 단순한 규칙을 적용하였다.

실험 결과, 제안된 알고리즘은 NP-완전 문제인 BLP에 대해 선형계획법의 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 $O(m\log m)$으로 단축시키면서도 동일한 최적 해를 얻을 수 있음을 보였다.

결론적으로, 제안된 알고리즘은 간단히 해를 구할 수 있는 관계로 바지선의 운항 이득을 최대로 할 수 있는 물품 적재계획을 수립하는데 실제로 큰 도움을 줄 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] C. Guéret, X. Prins, and M. Sevaux, "Applications of Optimization with Xpress-MP: 9.2 Barge Loading," Dash Optimization Ltd., pp. 125-128, Feb. 2005.

[2] E. Falkenauer, "A Hybrid Grouping Genetic Algorithm for Bin Packing," Journal of Heuristics, Vol. 2, No. 1, pp 5-30, Aug 1996.

[3] A. Lodi, S. Martello, and D. Vigo, "Recent Advances on Two-Dimensional Bin Packing Problems," Discrete Applied Mathematics, Vol. 123, No. 1-3, pp. 379-396, Nov. 2002.

[4] S. U. Lee, "A Polynomial Time Optimal Algorithm for Linear Bin Packing Problem," Journal of Korean Institute of Information Technology, Vol. 11, No. 8, pp. 9-16, Aug. 2013.

[5] M. Edvall, "Barge Loading," Tomlab Optimization Inc, http://tomsym.com/examples/tomsym_barge loading.html Apr. 2009.

[6] J. J. Hopfield, and D. W. Tank, "Neural Computation of Decisions in Optimization Problems," Biological Cybernetics, Vol. 52, No. 3, pp. 141-152, Jul. 1985.

[7] P. Wright, "Consumer Choice Strategies: Simplifying vs. Optimizing," Journal of Marketing Research, Vol. 12, No. 1, pp. 60-67, Feb. 1975.

저 자 소 개

이 상 운(Sang-Un, Lee)

1983년 ~ 1987년 :한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)

1995년 ~ 1997년 :경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)

1998년 ~ 2001년 :경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)

2003.3 ~ 현 재 :강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수

관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 소프트웨어 개발 방법론, 소프트웨어 신뢰성, 그래프 알고리즘

e-mail : sulee@gwnu.ac.kr