

부정합조건 외란을 갖는 비선형 시스템의 퍼지 외란 관측기 기반 다중 슬라이딩 평면 제어

Fuzzy Disturbance Observer based Multiple Sliding Surface Control of Nonlinear Systems with Mismatched Disturbance

이상윤* · 서형근* · 현창호**† · 박민용*

Sang-Yun Lee, Hyungkeun Seo, Chang-Ho Hyun[†], and Mignon Park

*연세대학교 전기전자공학과, **공주대학교 전기전자제어공학부

^{*}School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University

[†]**Division of Electrical Electronic and Control Engineering, Kongju National University

요 약

본 논문은 부정합조건 외란을 갖는 비선형 시스템을 제어하기 위하여 퍼지 외란 관측기 기반 다중 슬라이딩 평면 제어 기법을 제안한다. 부정합조건에서도 제어 대상이 평형점으로 수렴할 수 있도록 다중 슬라이딩 평면 기법을 사용하여 제어를 설계한다. 더불어, 퍼지 외란 관측기를 도입함으로써 다중 슬라이딩 평면 제어의 문제점인 항의 복잡성 (Explosion of terms)을 해결하고, 기존 슬라이딩 모드 제어 상에서 불연속 신호를 사용해서 일어나는 채터링(Chattering)을 제거한다. 제안된 시스템의 안정성은 리아프노프 안정성 이론을 이용하여 증명한다. 제안한 방법의 성능 우수성을 보이기 위해 모의실험을 통하여 비선형 외란 관측기 기반 슬라이딩 모드 제어기의 성능과 비교 분석한다.

키워드 : 다중 슬라이딩 평면 제어, 퍼지 외란 관측기, 부정합조건 외란, 비선형 제어

Abstract

This paper proposes fuzzy disturbance observer based multiple sliding surface control scheme for nonlinear systems with mismatched disturbance. In order to stabilize nonlinear systems with mismatched disturbance, a controller based on multiple sliding surface control scheme is designed. In addition, a fuzzy disturbance observer is used to estimate the disturbance. Using the fuzzy disturbance observer, "explosion of terms" problem and chattering problem were solved. The stability of the proposed control scheme is analyzed by Lyapunov stability theory. For the verification, we apply the proposed method to numerical examples and compare its result with that of the applied nonlinear disturbance observer based sliding mode control.

Key Words : Multiple sliding surface control, Fuzzy disturbance observer, Mismatched disturbance, Nonlinear control.

1. 서 론

제어 시스템의 목적은 모델 내부의 불확실성이나 외란이 존재하는 경우에도 대상(plant)이 안정하도록 적절한 입력 신호를 만들어 내는 것이다. 실제 시스템의 모델을 얻기 위

해서는 모델 불확실성, 외란, 주변 환경 요소들이 고려되어 야만 한다. 이러한 문제점들을 고려하지 않는다면, 제어기의 성능을 고려하기에 앞서, 시스템의 불안정성을 야기 시키는 심각한 문제가 발생할 수 있다.

슬라이딩 모드 제어는 비선형 시스템에서 외란의 영향에 따른 문제를 해결할 수 있는 강인한 제어 방법으로써 매니플레이터, 모바일 로봇, 서보모터 같은 불확실성을 지니고 있는 산업분야에 적용되어왔다[1-2]. 그러나 슬라이딩 모드 제어기법은 전통적인 문제점인 Chattering 문제를 가지고 있을 뿐만 아니라, 외란과 입력이 같은 채널에 있는, 즉 정합조건(matched condition)을 만족하는 시스템의 경우에만 적용이 가능하다는 단점이 있다[3]. 실제 시스템에서는 외란과 내부 불확실성이 항상 정합조건으로 주어지지 않는 것을 종종 볼 수 있다[4-6]. 그렇기 때문에 이러한 제약 조건을 극복하여 더욱 포괄적인 환경인 부정합조건하에서도 제어가 가능하도록 하기 위한 기법 연구가 필요하였다.

이러한 목적을 달성하기 위해서 다양한 제어기법들이 연

접수일자: 2014년 5월 21일

심사(수정)일자: 2014년 6월 13일

게재확정일자: 2014년 6월 16일

† 교신저자

이 논문은 산업통상자원부 및 한국산업기술진흥원의 재원으로 광역경제권연계 협력사업의 지원을 받아 수행된 연구임. (2013-0565)

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

구되어 왔고, 대표적으로 관측기 기반의 제어기[6-8], 적분 슬라이딩 모드 제어기[9-11], 다중 슬라이딩 평면 제어기[12-14]가 존재한다. 이 제어기들은 모두 부정합조건 외란을 가지는 시스템을 제어할 수 있다. 하지만, 관측기 기반의 제어기는 채터링이 존재하며, 적분 슬라이딩 모드 제어기는 큰 오버슈트를 발생시키고 정착시간도 늦다는 단점이 있다. 그리고 다중 슬라이딩 모드 제어기는 채터링 현상과 항의 복잡함 문제를 가지고 있다.

이에 대해, 본 논문에서는 다중 슬라이딩 모드 제어기에 퍼지 외란 관측기(FDO : Fuzzy Disturbance Observer)를 접목하여 다중 슬라이딩 모드 제어기의 Chattering 현상과 항의 복잡함 문제를 해결함과 동시에 부정합조건 외란을 갖는 시스템을 제어할 수 있는 제어기법인 FDO기반의 다중 슬라이딩 모드 제어기법을 제안한다. 제안된 제어기의 안정성을 리아프노브 안정성 이론을 이용하여 증명하고, 몇몇 성능비교 모의실험을 통하여 제안한 방법의 우수성을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 1장의 서론 다음으로, 2장에서는 다중 슬라이딩 평면 제어기법에 대해 간략히 소개한다. 그리고, 제안된 제어기법에 대한 설계법과 안정성 판별을 3장에서 보인다. 4장에서는 슬라이딩 모드제어, 적분 슬라이딩 모드제어, 비선형 외란 관측기 기반 슬라이딩 모드제어의 세 가지 제어기법과 본 논문에서 제안한 방법을 모의실험을 통해 성능을 비교하고 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 사전 연구

2장에서는 본 논문에서 사용된 다중 슬라이딩 평면 제어기법과 퍼지 외란 관측기에 대해서 설명한다.

2.1 다중 슬라이딩 평면 제어

다중 슬라이딩 평면 제어기법은 적분 백스테핑 기법과 동시에 대에 개발되었고 그 설계 과정이 유사하지만 부정합조건 외란을 갖는 시스템을 제어하기 위해 슬라이딩 평면 제어기법으로부터 파생된 Hedrick에 의해 독립적으로 제안된 제어기법이다. n 차 시스템의 다중 슬라이딩 모드 제어기는 각 상태 변수에 대하여 독립적인 슬라이딩 평면을 정의하고 n 개의 슬라이딩 평면을 분리하여 독립적인 제어를 설계한다.

비선형 감쇠를 이용한 다중 슬라이딩 평면 제어 기법을 설명하기 위하여 부정합 조건의 외란을 갖는 2차 비선형 시스템을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) + \Delta f_1(x_1) \\ \dot{x}_2 &= u \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)의 $\Delta f_1(x_1)$ 는 외란을 나타낸다. $\Delta f_1(x_1)$ 는 알려져 있지 않지만 $|\Delta f_1(x_1)| \leq \gamma|x_1|$ 로써 Lipschitz 조건을 만족한다고 가정한다. 여기서 γ 는 양수인 Lipschitz 상수이다. 그리고 $f_1(x_1)$ 는 x_1 으로 구성된 주어진 미분가능한 연속함수이다.

다중 슬라이딩 평면을 시스템에 적용시키기 위해서, 첫 번째 슬라이딩 평면을 다음과 같이 정의한다.

$$S_1 = x_1 - x_{1d} \quad (2)$$

여기서 x_{1d} 는 요구되는 시스템의 궤적이다. 본 논문에서는 시스템의 안정화를 제어 목표로 하여, $x_{1d} = 0$ 이라 한다. 그 다음으로, 두 번째 슬라이딩 평면을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$S_2 = x_2 - x_{2d} \quad (3)$$

식 (3)은 두 번째 슬라이딩 평면으로 S_1 과 같은 방법으로 설정한다. 여기서 비선형 감쇠 항을 추가하여 x_{2d} 를 정의하면 다음과 같다.

$$x_{2d} = -f_1 - K S_1 - \frac{\rho_1^2 S_1}{2\varepsilon_1} \quad (4)$$

ε_1 은 임의의 양수이며, x_{2d} 의 미분식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_{2d} = -\eta_1 \dot{S}_1 = -\eta_1(S_2 + x_{2d} + f_1) - \eta_1 \Delta f_1 \quad (5)$$

여기서,

$$\eta_1 = \frac{\partial f_1}{\partial S_1} + K_1 + \frac{\rho_1^2}{2\varepsilon_1} + \frac{S_1}{\varepsilon_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial S_1} \quad (6)$$

식 (3)과 (5)를 이용하여, 제어 입력을 다음과 같이 설정한다.

$$u = -\eta_1(S_2 + x_{2d} + f_1) - K_2 S_2 - \frac{\rho_2^2 S_2}{2\varepsilon_2} \quad (7)$$

여기서 ε_2 은 임의의 양수다. 입력을 대입하여 페루프 오차 동역학을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= S_2 - K_1 S_1 + \Delta f_1 - \frac{\rho_1^2 S_1}{2\varepsilon_1} \\ \dot{S}_2 &= -K_2 S_2 - \frac{\rho_2^2 S_2}{2\varepsilon_2} + \eta_1 \Delta f_1 \end{aligned} \quad (8)$$

각각의 슬라이딩 평면이 수렴함을 보이기 위하여 리아프노브 안정성 이론을 사용한다. 리아프노브 함수를 항상 양의 값을 가지는 $V = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2}$ 로 정의하고 이를 미분하면 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S_1 \dot{S}_1 + S_2 \dot{S}_2 \\ &= S_1 \left(S_2 - K_1 S_1 + \Delta f_1 - \frac{\rho_1^2 S_1}{2\varepsilon_1} \right) + S_2 \left(-K_2 S_2 - \frac{\rho_2^2 S_2}{2\varepsilon_2} + \eta_1 \Delta f_1 \right) \\ &= -K_1 S_1^2 - K_2 S_2^2 + S_1 S_2 + S_1 \left(\Delta f_1 - \frac{\rho_1^2 S_1}{2\varepsilon_1} \right) + S_2 \left(\eta_1 \Delta f_1 - \frac{\rho_2^2 S_2}{2\varepsilon_2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Young's 부등식을 이용하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} S_1 \Delta f_1 &\leq |S_1| |\Delta f_1| \leq |S_1| \rho_1 \leq \frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\rho_1^2 S_1^2}{2\varepsilon_1} \\ S_2 \eta_1 \Delta f_1 &\leq |S_2| |\Delta f_1| \leq M \rho_1 |S_1| \leq \frac{\varepsilon_2 M^2}{2} + \frac{\rho_1^2 S_2^2}{2\varepsilon_2} \end{aligned} \quad (10)$$

부등식 (10)을 통해 \dot{V} 에 대한 부등식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{V} \leq -K_1 S_1^2 - K_2 S_2^2 + S_1 S_2 + \frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2 M^2}{2} \quad (11)$$

여기서 $K_1 = K_2 = K + 1/2$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 / M^2$ 로 정하면 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -2KV - \frac{1}{2}(S_1 - S_2)^2 + \varepsilon_1 \\ &\leq -2KV + \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 이득 K 는 $K > 1/2$ 를 만족하도록 선택한다.

이 때 ε_1 을 임의로 작게 할 수 있기 때문에 식 (7)과 같이 설계된 제어 입력은 임의의 작은 오차 반경 안에서 시스템이 슬라이딩 평면을 추종하게 하며 시스템이 원하는 궤적을 추종하게 한다. 하지만 다중 슬라이딩 평면 제어에서는 비선형 함수를 반복해서 미분해야 하기 때문에 "Explosion of terms"이라는 단점이 생긴다. 예를 들면, 식 (7)에서 η_1

과 $\frac{\rho_1^2 S_2^2}{2\varepsilon_2}$ 와 같은 항을 계산하는 부분에서 일어난다[18]. 본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위한 새로운 제어를 다음 장에서 제안한다.

2.2 퍼지 외란 관측기

이 절에서는 본 논문에서 외란을 추정하기 위해 사용한 퍼지 외란 관측기를 설명한다.

일반적으로 m 개의 규칙과 n 개의 입력 변수를 갖고 singleton fuzzifier, product inference engine, center of average defuzzifier를 사용한 퍼지 논리 시스템의 출력은 다음과 같이 표현한다.

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^m y^j \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(x_i) \right)} \quad (13)$$

여기서 $\mu_{A_i}(x_i)$ 는 퍼지 논리 시스템의 입력인 상태 변수 x_i 의 소속함수이고, y^j 는 j 번째 규칙에 대한 defuzzifier의 소속함수의 최대값이다. 퍼지 기저 함수의 개념을 도입하면, 식 (13)은 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (14)$$

여기서 $\theta = (y^1, \dots, y^m)^T$ 는 조정 가능한 파라미터 벡터이고 $\xi(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^m(x))^T$ 는 퍼지 기저 함수 벡터를 나타낸다. 퍼지 기저 함수는 다음과 같다.

$$\xi^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(x_i) \right)}, \quad j=1, 2, \dots, m \quad (15)$$

퍼지 외란 관측기를 설계하기 위해서는 다음과 같은 가정이 필요하다.

가정 1 [19]: x 가 compact set M_x 에 속한다고 하고, $\Omega(x, u)$ 와 $\hat{\Omega}(x, u | \hat{\theta})$ 를 각각 관측하고자 하는 외란과 외란의 추정치라고 했을 때, 최적의 파라미터 벡터 θ^* 는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in M_\theta} \left[\sup_{x \in M_x} \left| \Omega(x, u) - \hat{\Omega}(x, u | \hat{\theta}) \right| \right] \quad (16)$$

그리고, 최적의 파라미터 벡터 θ^* 는 다음과 같은 convex region 안에 있다고 가정한다.

$$M_\theta = \{ \theta \mid \|\theta\| \leq m_\theta \} \quad (17)$$

여기서 M_θ 는 설계 변수이다.

가정 1과 퍼지 시스템의 범용 근사 능력에 의해 미지의 외란 $\Omega(x, u)$ 은 다음과 같이 표현될 수 있다[25].

$$\begin{aligned} \Omega(x, u) &= \hat{\Omega}(x, u | \theta^*) + \varepsilon(x, u) \\ |\varepsilon(x, u)| &\leq \bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 외란 추정 오차의 상한 $\bar{\varepsilon}$ 은 퍼지 규칙을 증가시킴으로써 임의로 줄일 수 있다. 하지만 최적의 파라미터 벡터 θ^* 를 알 수 없기 때문에 다음 식과 같은 적응 규칙을 통해 파라미터 벡터를 조정한다.

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \zeta \bar{\varepsilon}(x) \quad (19)$$

여기서 γ 는 설계 변수, ζ 는 외란 관측기 내부 오차이다. $\hat{\theta}$ 가 유계하다는 가정하에, 식 (19)에 의해 조정되는 파라미터 벡터를 갖는 퍼지 외란 관측기의 외란 추정 오차는 균일하고 궁극적으로 유계하다(UUB : Uniformly Ultimately Bounded)는 것이 증명되어 있다[25].

앞으로는 편의상 외란 $\Omega(x, u)$ 를 d 로, $\hat{\Omega}(x, u | \hat{\theta})$ 를 \hat{d} 로 표기한다.

3. 퍼지 외란 관측기 기반 다중 슬라이딩 평면 제어

본 논문에서 제안한 퍼지 외란 관측기 기반 다중 슬라이딩 평면 제어(FDO-MSS)를 소개한다. 제안된 제어기의 구성은 그림 1과 같다.

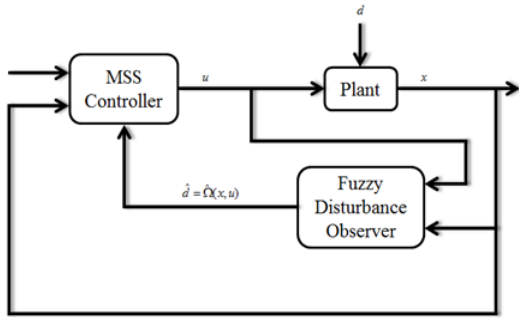


그림 1. 제안된 제어기의 구성
Fig. 1. Structure of the proposed controller

3.1 제어기 설계

퍼지 외란 관측기 기반 다중 슬라이딩 평면 제어기를 설계하기 위하여 부정합조건을 가진 시스템을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) + d \\ \dot{x}_2 &= a(x) + b(x)u \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 d 는 외란, x_1 과 x_2 은 상태 변수, u 는 제어 입력이다. 또한 퍼지 외란 관측기는 외란 d 를 추정하기 위해 사용되며, 그 추정 값을 \hat{d} 이라고 한다.

제어기를 설계하기 위해서 다중 슬라이딩 평면과 제어 입력을 아래의 식과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} S_1 &= x_1 \\ S_2 &= x_2 - x_{2d} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} u &= -b(x)^{-1} [a(x) - \dot{x}_{2d} + K_2 S_2] \\ &= -b(x)^{-1} [a(x) + \dot{f}_1 + K_1 \dot{S}_1 + K_2 S_2] \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 \dot{x}_{2d} 는 안정성 판별을 할 때 다루도록 한다.

3.2 안정성 판별

리아프노브 함수를 이용하여 전체적인 제어기의 안전성을 판별한다. 안전성을 판별하기에 앞서 다음과 같이 몇 가지를 가정한다.

가정 2 : 시스템 (20)의 외란은 유계하고, 다음과 같이 정의된다.

$$d^* = \sup_{t>0} |d(t)| \quad (23)$$

가정 3 : 시스템 (20)의 외란의 미분값은 유계하고, 다음 식 (21)을 만족한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{d}(t) = 0 \quad (24)$$

시스템 (20)에 대하여 가정 2와 가정 3을 만족한다고 했을 때, 식 (19)에 의해 조정되는 퍼지 파라미터 벡터를 갖는 퍼지 외란 관측기의 UUB 성질에 의해 외란 추정 오차에 대해서 다음과 같이 가정할 수 있다.

가정 4 : 외란 추정 오차 $e_d(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ 는 유계하고, 다음과 같이 정의된다.

$$e_d^* = \sup_{t>0} |e_d(t)| \quad (25)$$

이제, 안전성을 판별하기 위한 첫 번째 단계로써 다중 슬라이딩 평면 제어에서 필요한 x_{2d} 를 다음과 같이 정의한다.

$$x_{2d} = -f_1 - K_1 S_1 - \hat{d} \quad (26)$$

식 (26)은 퍼지 외란 관측기를 도입함으로써 식 (4)를 변경하여 만든 식이다. 식 (19)에 의해 조정되는 파라미터 벡터의 수렴성에 의해 퍼지 외란 관측기의 출력의 미분값 또한 0으로 수렴한다. 이를 이용하여 식 (26)을 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2d} &= -\dot{f}_1 - K_1 \dot{S}_1 - \dot{\hat{d}} \\ &= -\dot{f}_1 - K_1 \dot{S}_1 \end{aligned} \quad (27)$$

식 (21)을 미분하고 식 (27)을 대입함으로써 슬라이딩 평면에 대한 동역학을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \dot{x}_1 = S_2 + x_{2d} + f_1 + d \\ \dot{S}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = a(x) + b(x)u + \dot{f}_1 + K_1 \dot{S}_1 \end{aligned} \quad (28)$$

식 (28)에 제어 입력 (22)을 대입하여 페루프 오차 동역학을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= S_2 - K_1 S_1 + d - \hat{d} \\ \dot{S}_2 &= -K_2 S_2 \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 $d - \hat{d}$ 은 외란 추정 오차 e_d 와 같으므로, 식 (29)을 다음과 같이 바꾸어 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= S_2 - K_1 S_1 + e_d \\ \dot{S}_2 &= -K_2 S_2 \end{aligned} \quad (30)$$

리아프노브 함수를 $V = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2}$ 와 같이 정의한 후, 리아프노브 함수 V 의 미분 값을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= S_1\dot{S}_1 + S_2\dot{S}_2 \\ &= S_1(S_2 - K_1S_1 + e_d) + S_2(-K_2S_2) \\ &= -K_1S_1^2 - K_2S_2^2 + S_1S_2 + S_1e_d\end{aligned}\quad (31)$$

여기서, S_1e_d 항을 제곱의 형태로 변형해 주기 위해서 Young's 부등식과 가정 4를 이용한다.

$$S_1e_d \leq |S_1||e_d| \leq |S_1|e_d^* \leq \frac{\varepsilon}{2} + \frac{e_d^{*2}S_1^2}{2\varepsilon}\quad (32)$$

부등식 (32)을 식 (31)에 대입하면 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -K_1S_1^2 - K_2S_2^2 + S_1S_2 + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{e_d^{*2}S_1^2}{2\varepsilon} \\ &\leq -\left(K_1 - \frac{e_d^{*2}}{2\varepsilon}\right)S_1^2 - K_2S_2^2 + S_1S_2 + \frac{\varepsilon}{2}\end{aligned}\quad (33)$$

여기서, 이득을 다음과 같이 정의한다.

$$K_1 - \frac{e_d^{*2}}{2\varepsilon} = K_2 = K = \frac{1}{2}\quad (34)$$

여기서 $K > 1/2$ 를 만족하도록 이득 K 를 선택한다. 결과적으로, 식 (33)는 다음과 같이 전개된다.

$$\dot{V} \leq -2KV + \frac{\varepsilon}{2}\quad (35)$$

따라서 제안된 제어기의 안정성은 균일하고 궁극적으로 유계하게 된다. ε 은 임의의 양수이기 때문에 오차 반경은 충분히 작도록 설계될 수 있다.

위 유도 과정을 통해 제안된 제어기는 기존의 다중 슬라이딩 평면 제어에서 나타나는 단점인 "Explosion of terms" 문제를 해결할 수 있음을 설계과정에서 알 수 있다. 다음 장에서는 모의실험을 통한 성능 검증을 보인다.

4. 모의 실험 및 평가

4.1 시스템 설명

식 (36)과 같은 수학적 모델을 대상으로 모의 실험을 진행하였다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + d(t) \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - x_2 + e^{x_1} + u \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (36)$$

초기 상태 $x(0) = [1, -1]^T$ 와 다음 식과 같은 외란을 전제로 하여 모의 실험을 진행하였다.

$$\begin{aligned}d(t) &= 0 \quad \dots \quad t < 6 \\ &= 0.5 \quad \dots \quad t \geq 6\end{aligned}\quad (37)$$

4.2 비교 대상의 제어 기법

제안된 제어기의 성능을 검증하기 위해서 다른 세 가지의 제어기와 비교한다. 기존 슬라이딩 모드 제어(SMC), 적분 슬라이딩 모드 제어(I-SMC), 비선형 외란 관측기 기반 슬라이딩 모드 제어(NDOB-SMC)를 사용하였고, 앞의 두 제어기의 슬라이딩 평면과 제어 입력은 각각 다음과 같다[16].

$$S = x_2 + cx_1\quad (38)$$

$$u = -b^{-1}(x)[a(x) + cx_2 + k \operatorname{sgn}(S)]$$

$$S = x_2 + c_1x_1 + c_2 \int x_1\quad (39)$$

$$u = -b^{-1}(x)[a(x) + c_1x_2 + c_2x_1 + k \operatorname{sgn}(S)]$$

마지막으로 비교하게 될 NDOB-SMC의 슬라이딩 평면과 제어 입력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}S &= x_2 + cx_1 + \hat{d} \\ u &= -b^{-1}(x)[a(x) + c(x_2 + \hat{d}) + k \operatorname{sgn}(S)]\end{aligned}\quad (40)$$

NDOB-SMC에서 관측기의 구조[13]는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{p} &= -lg_2 p - l[g_2lx + f(x) + g_1(x)u] \\ \hat{d} &= p + lx\end{aligned}\quad (41)$$

표 1. 설계 변수

Table 1. Design parameters

Controller	Parameters
SMC	$c = 5, k = 3$
I-SMC	$c_1 = 5, c_2 = 6, k = 3$
NDOB-SMC	$c = 5, k = 3, l = [6, 0]$
FOD-MSS	$k = 3, \sigma = 10, \gamma = 400$

위에서 설명한 세 가지 제어기를 통해서 제안된 제어기의 성능을 비교, 확인한다. 사용된 설계변수는 표1에 나타나 있으며, σ 와 γ 는 퍼지 외란 관측기의 설계 변수이다.

또한, 제안된 제어기의 퍼지 외란 관측기를 설계하기 위해 소속도 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 \mu_{A_1}(x_j) &= 1 / \{1 + \exp(5(x_j + 0.6))\} \\
 \mu_{A_2}(x_j) &= \exp(-5(x_j + 0.5)^2) \\
 \mu_{A_3}(x_j) &= \exp(-5(x_j)^2) \\
 \mu_{A_4}(x_j) &= \exp(-5(x_j - 0.5)^2) \\
 \mu_{A_5}(x_j) &= 1 / \{1 + \exp(-5(x_j - 0.6))\}
 \end{aligned} \tag{42}$$

4.4 실험 결과

그림 2는 SMC, I-SMC, FDO-MSS의 출력을 통해 FDO-MSS의 성능 우수성을 보여주고 있다. 2장에서 부정합 조건 비선형 시스템에서는 기존의 SMC를 적용 할 수 없다고 한 바 있다. 이에 대해 외란이 적용된 6초 이후, SMC는 평형점으로 수렴하지 않는 것을 확인 할 수 있다. I-SMC의 경우, 0으로 수렴하지만, 오버슈트 (Overshoot)와 정착시간이 FDO-MSS에 비해 크고, 오래 걸리는 것을 확인할 수 있다.

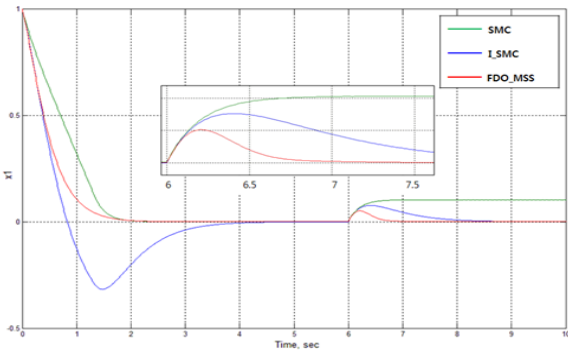


그림 2. 상태 변수 x_1 (SMC & I-SMC & FDO-MSS)
Fig. 2. State x_1 (SMC & I-SMC & FDO-MSS)

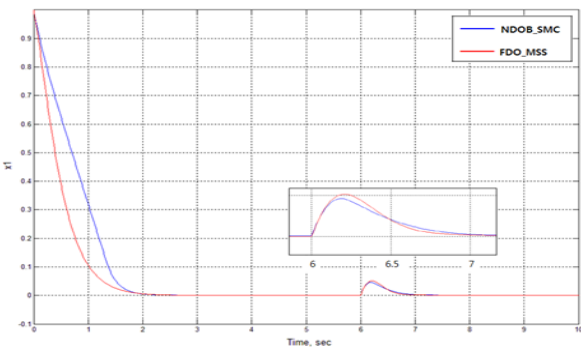


그림 3. 상태 변수 x_1 (NDOB-SMC & FDO-MSS)
Fig. 3. State x_1 (NDOB-SMC & FDO-MSS)

다음 실험에서는 최근에 연구된 관측기 기반 슬라이딩 모드 제어 중 부정합조건 비선형 시스템에 적용이 가능한 제어기인 NDOB-SMC를 가지고 동일한 모의 실험을 진행 하였다.

그림 3은 제안한 방법과 NDOB_SMC의 출력을 보여주고 있다. NDOB-SMC는 최근에 연구된 부정합조건 비선형 시스템을 위한 관측기 기반 슬라이딩 모드 제어 기법이다.

그림 3에서 볼 수 있듯이 NDOB-SMC와 FDO-MSS의 성능은 거의 비슷하기 때문에 성능의 우열을 판단하기 어렵다. 그러나, 그림 4에서 보여주고 있는 비교실험한 제어기들의 제어입력을 관찰해 보면, 제안한 제어기의 장점 중에 하나인 Chattering 문제가 다른 제어기법들에 비해 확연하게 해결된 것을 알 수 있다.

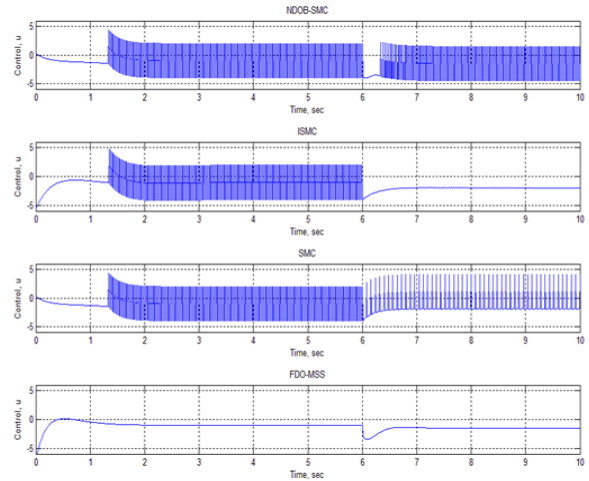


그림 4. 제어 입력 u
Fig. 4. Control Input u

5. 결론

본 논문에서는 퍼지 외란 관측기 기반 다중 슬라이딩 평면 제어 기법을 제안하였다. 부정합 조건을 가진 비선형 시스템을 제어하기 위한 제어 기법인 다중 슬라이딩 평면 제어 기법에 퍼지 외란 관측기를 적용하여 다중 슬라이딩 평면 제어 기법이 갖고 있는 단점인 “Explosion of terms” 문제를 해결함과 동시에 부정합 조건 외란을 효과적으로 제거할 수 있는 제어기를 설계하였다. 또한 제안된 방법은 채터링을 유발하는 signum 함수를 사용하지 않음으로써 입력의 채터링을 제거하였다. 제안된 제어기의 안정성은 리아프노브 안정성 이론을 이용하여 증명하였고, 제안된 제어기의 성능을 SMC, I-SMC, NDOB-SMC와 비교한 결과, 제안된 제어기가 다른 세 제어기에 비해 시스템 응답과 제어 입력 면에서 좋은 성능을 보임을 확인하였다.

References

[1] X. Yu and O. Kaynak, “Sliding-mode control with soft computing: A survey,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 9, pp. 3275 - 3285, Sep. 2009.
 [2] X. Yu, B. Wang, and X. Li, “Computer-controlled variable structure systems: The state of the art,” *IEEE Trans. Ind. Informat.*, DOI: 10.1109 / TII.2011.2178249.
 [3] H. H. Choi, “LMI-based sliding surface design for integral sliding model control of mismatched uncertain systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*,

- vol. 52, no. 4, pp. 736 - 742, Apr. 2007.
- [4] J. Yang, A. Zolotas, W.-H. Chen, K. Michail, and S. Li, "Robust control of nonlinear MAGLEV suspension system with mismatched uncertainties via DOBC approach," *ISA Trans.*, vol. 50, no. 3, pp. 389 - 396, Jul. 2011.
- [5] W.-H. Chen, "Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles," *J. Guid. Control Dyn.*, vol. 26, no. 1, pp. 161 - 166, Jan./Feb. 2003.
- [6] Yang, Jun, W-H. Chen, and Shihua Li. "Non-linear disturbance observer-based robust control for systems with mismatched disturbances/uncertainties." *IET control theory & applications* 5.18 (2011): 2053-2062.
- [7] Yang, Jun, et al. "Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances." *Automatica* 49.7 (2013): 2287-2291.
- [8] Yang, Jun, Shihua Li, and Xinghuo Yu. "Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer." *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 60.1 (2013): 160-169.
- [9] Q. Hu, "Robust integral variable structure controller and pulse-width pulse-frequency modulated input shaper design for flexible spacecraft with mismatched uncertainty/disturbance," *ISA Trans.*, vol. 46, no. 4, pp. 505 - 518, Oct. 2007.
- [10] Q. Hu, L. Xie, Y. Wang, and C. Du, "Robust tracking-following control of hard disk drives using improved integral sliding mode combined with phase lead peak filter," *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, vol. 22, no. 4, pp. 413 - 430, May 2008.
- [11] W.-J. Cao and J.-X. Xu, "Nonlinear integral-type sliding surface for both matched and unmatched uncertain systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 49, no. 8, pp. 1355 - 1360, Aug. 2004.
- [12] Won, Mooncheol, and J. Karl Hedrick. "Multiple-surface sliding control of a class of uncertain nonlinear systems." *International Journal of Control* 64.4 (1996): 693-706.
- [13] Hedrick, J. K., and P. P. Yip. "Multiple sliding surface control: theory and application." *Journal of dynamic systems, measurement, and control* 122.4 (2000): 586-593.
- [14] Tsai, Yi-Chang, and An-Chyau Huang. "Multiple-surface sliding controller design for pneumatic servo systems." *Mechatronics* 18.9 (2008): 506-512.
- [15] Bongsob Song, J. Karl Hedrick, *Dynamic Surface control of uncertain nonlinear system*, Springer, 2011.
- [16] E. Kim, "A Fuzzy Disturbance Observer and Its Application to Control," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 77-84, Feb 2002.

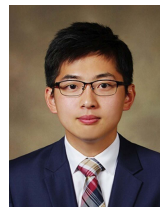
저 자 소 개



이상윤(Sang-Yun Lee)

2011년 : 연세대학교 전기전자공학부 공학사
2011년~현재 : 연세대학교 대학원
전기전자공학과 통합과정

관심분야 : 지능제어, 비선형제어, 로봇제어, 로봇공학
Phone : +82-2-2123-2868
E-mail : hello072@yonsei.ac.kr



서형근(Hyungkeun Seo)

2012년 : 숭실대학교 정보통신전자공학부 공학사
2012년~현재 : 연세대학교 대학원
전기전자공학과 석사과정

관심분야 : 지능제어, 비선형제어, 로봇제어, 로봇공학
Phone : +82-2-2123-2868
E-mail : gudrms66@naver.com



현창호(Chang-Ho Hyun)

1999년 : 광운대학교 제어계측공학과 공학사
2002년 : 연세대학교 전기전자공학과 공학석사
2008년 : 동대학원 공학박사
2008년~2009년 : 삼성전자 책임연구원
2009년~현재 : 국립공주대학교 전기전자 제어공학부 부교수

관심분야 : 지능제어, 비선형제어, 로봇제어, 로봇공학
Phone : +82-41-521-9168
E-mail : hyunch@kongju.ac.kr



박민용(Mignon Park)

1973년 : 연세대학교 전자공학과 공학사
1977년 : 연세대학교 전자공학과 공학석사
1982년 : 일본 동경대학교 공학박사
1982년~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 정교수

관심분야 : 퍼지제어, 로봇틱스, 바이오시스템
Phone : +82-2-2123-2868
E-mail : mignpark@yonsei.ac.kr