

원형관내 나노유체의 강제대류에 관한 수치적 연구

최 훈 기,* 유 근 종

창원대학교 기계공학부

NUMERICAL STUDY OF NANOFLUIDS FORCED CONVECTION IN CIRCULAR TUBES

Hoon Ki Choi* and Geun Jong Yoo

School of Mechanical Engineering, Changwon National University

In this paper, hydraulic & thermal developing and fully developed laminar forced convection flow of a water- Al_2O_3 nanofluid in a circular horizontal tube with uniform heat flux at the wall, are investigated numerically. A single phase model employed with temperature independent properties. The thermal entrance length is presented in this paper. The variations of the convective heat transfer coefficient and shear stress are shown in the entrance region and fully developed region along different nanoparticles concentration and Reynolds numbers. Convective heat transfer coefficient for nanofluids is larger than that of the base fluid. It is shown that heat transfer is enhanced and shear stress is increased as the particle volume concentration increases. The heat transfer improves, as Reynolds number increases.

Key Words : 나노유체(Nanofluids), 열적 완전발달유동(Thermal Fully Developed Flow), 대류열전달계수(Convective Heat Transfer Coefficient), 전단력(Shear Stress), 입자체적농도(Particle Volume Concentration)

1. 서 론

대류열전달은 냉방 또는 난방의 열교환장치에서 매우 중요한 열전달 메카니즘이다. 대류열전달율을 증가시키는 방법으로는 열교환장치의 표면적 확대, 유체유동 속도증가, 경계조건 및 유체의 물성치 변화 등 다양한 방법이 있다. 이들 중 물성치 변화의 한 방법으로 유체의 열전도도를 증가시키는 방법이 있다. 대류열전달의 작동물질로 많이 사용되는 물이나 오일계통의 유체는 고체인 금속 또는 산화금속류에 비하여 열전도도가 현저히 낮다. 이런 액체들의 열전도도를 높이면 열확산능력이 향상되어 열전달 성능이 좋아진다. 이를 위하여 Eastman et al.[1]은 열전도도가 우수한 금속 또는 금속산화물 입자들을 액체에 섞어 유동시키면 열전달 성능이 향상됨을 보였다. 하지만 초기에는 혼합되는 금속산화물 입자들이 밀리미터 또는 마이크로미터의 입자에 한정되어졌다. 이런 단위의 입자들로 인하여 열교환장치에 많은 문제점들이 발생되었다.

하지만 초기에는 혼합되는 금속산화물 입자들이 밀리미터 또는 마이크로미터의 입자에 한정되어졌다. 이런 단위의 입자들로 인하여 열교환장치에 많은 문제점들이 발생되었다. 마이크로 채널의 내부 유동인 경우 입자들이 채널 내부에 침전이 되어 열전달 성능을 현저히 떨어뜨리고, 엉킴이 발생되고 큰 압력강하가 나타나기도 하였다. 나아가 벽면과 입자들의 마찰로 인하여 배관의 벽면 침식이 발생되어 파손으로 이어지기도 하였다[2].

열전달 성능에 미치는 중요한 나노유체의 인자로는 입자의 체적농도, 입자종류, 입자크기, 입자형상 및 기본유체의 종류 등을 들 수 있다. 금속입자들의 크기는 아주 중요하며 최근에는 40 nm 이하의 입자들(나노입자라 불림)을 유체에 섞어 흘리면 압력강하량이 줄어들 뿐만 아니라 배관내부 입자들의 침전이 현저히 줄어들고 미세입자들의 표면 면적이 증가하여 열전달 성능이 크게 향상됨을 볼 수 있었다[3]. Choi and Eastman[4]은 나노입자의 농도가 1% 정도에서 나노유체의 열전도도가 증가함을 보였다. Lee et al.[5]은 35 nm의 4% 농도인 에틸렌크리올에서의 열전도도가 20% 증가함을 보였다. Xuan and Li[6]는 실험을 통하여 층류 및 난류에서의 나노유체에 대한 대류열전달계수 및 마찰계수를 구하였다. Reynolds 수와 입자농도가 증가함에 따라 열전달계수도 증가함을 보였

Received: June 24, 2014, Revised: September 16, 2014,
Accepted: September 16, 2014.

* Corresponding author, E-mail: hkchoi@changwon.ac.kr
DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2014.19.3.037>

© KSCFE 2014

다. Moraveji et al.[7]은 물과 산화알루미늄이 혼합된 나노유체에 대하여 수치해석을 통하여 완전발달흐름 및 일정열유속 조건에서 대류열전달계수를 구하였다. Reynolds 수와 나노입자 농도가 증가함에 따라 열전달 계수가 증가함을 보였다. Maiga et al.[8]은 수치해석을 통하여 나노입자의 농도 및 Reynolds 수를 변화시키며 열전달 특성을 구하였다. 농도 및 Reynolds 수가 증가하면 대류 열전달계수가 증가함을 보였다.

나노유체에 대한 지금까지 보고된 실험 및 수치해석 대부분의 연구는 유동 및 열적으로 완전발달 유동에 대한 연구들이다. 하지만 발달과정유동은 경계층이 발달되어가는 과정이므로 더 복잡한 유동 및 열전달 특성을 가진다. 특히 열적 발달길이(thermal entrance length)는 Reynolds 수 뿐만 아니라 Prandtl 수에도 큰 영향을 받는다. 나노유체는 나노입자들의 영향으로 점성도 커지지만 열전도도가 나노입자 농도에 따라 상당히 증가하게 되므로 일반유체보다 더 빨리 열적 발달유동에 도달하게 된다. 본 연구에서는 이러한 특성을 규명하고자 나노입자들의 농도 및 Reynolds 수를 변화시켜 발달영역에서의 열전달 특성을 구하였다. 아울러 완전발달이 된 유동에 대하여 Reynolds 수와 나노입자의 농도가 열전달 특성에 미치는 영향도 구하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 지배방정식

나노유체는 일반적으로 입자크기가 대개 100nm이하이므로 나노입자들과 유체사이에 slip이 발생되지 않는 단일상(single phase) 및 입자와 유체사이의 열적인 평형이 이루어진다는 가정을 할 수 있다. 이런 조건하에서 단일상과 동일한 질량보존 방정식, 운동량보존방정식 및 에너지보존방정식을 적용할 수 있다. Reynolds 수가 2000이하이므로 층류유동의 나노유체이며 파이프 내부의 유동현상을 구하기 위하여 다음과 같은 지배방정식을 적용하였다.

$$1) \text{ 질량보존} \\ \nabla(\rho_{nf} V) = 0 \quad (1)$$

$$2) \text{ 운동량보존} \\ \nabla(\rho_{nf} VV) = -\nabla p + \mu_{nf} \nabla^2 V \quad (2)$$

$$3) \text{ 에너지보존} \\ \nabla(\rho_{nf} V(C_p)_{nf} T) = \nabla(k_{nf} \nabla T) \quad (3)$$

여기서, 하기첨자 nf는 나노유체를 의미하며, V, P와 T는 유체속도, 압력 및 온도를 나타낸다.

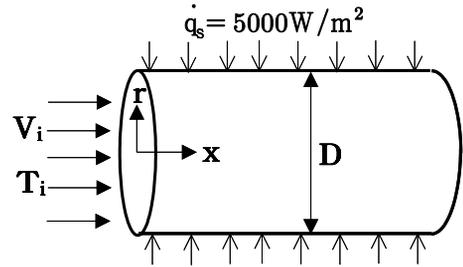


Fig. 1 Definition of numerical domain

2.2 경계조건

지배방정식 (1)-(3)은 비선형 미분방정식으로 해를 구하기 위하여 적합한 경계조건이 필요로 한다. Fig. 1은 본 연구에서 이용된 파이프의 형상과 경계조건을 보여준다. 파이프 입구에서의 나노유체는 온도가 293K인 물과 산화알루미늄(Al_2O_3)이 혼합된 나노유체가 일정한 유속(V_i)으로 유입된다. 파이프 내부 벽면은 no-slip 조건을 이용하였으며, 벽면에서는 일정한 열유속($q_s=5000W/m^2$)이 유체로 공급되고 있다. 수력학적, 열적인 완전 발달흐름을 만들기 위하여 출구는 입구에서부터 충분한 길이($x_L=500D$)를 선정하여 해석영역으로 설정하였다.

2.3 물성치

나노입자는 기본유체에 균일하게 분산되며, 유체는 단일상으로 간주하였으며, 나노입자 및 기본유체(물)와의 혼합된 나노유체의 물성치는 다음의 식들로부터 구하였다.

$$1) \text{ 밀도} \\ \rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (4)$$

$$2) \text{ 비열} \\ (\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (5)$$

$$3) \text{ 점도} \\ \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (6)$$

$$4) \text{ 열전도도} \\ k_{nf} = \frac{k_p + 2k_f + 2\phi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \phi(k_p - k_f)} \quad (7)$$

여기서, 하기첨자 nf는 나노유체를 의미하며 f는 이용되는 기본유체, p는 나노입자를 의미한다. 식 (4)에 표현된 밀도는 Pak and Choi[9]의 고전적인 상관식을, 식 (5)의 비열은 Maiga

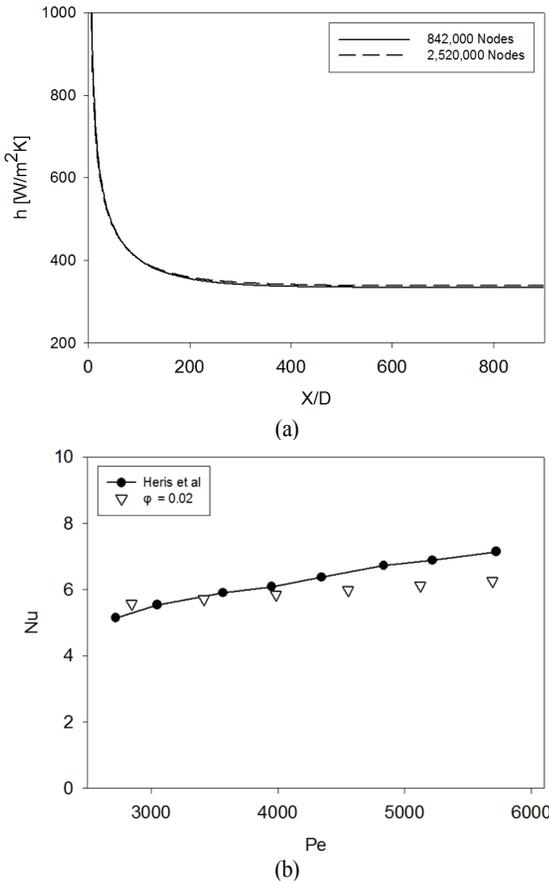


Fig. 2 Validation of present numerical method : (a) effect of grid density, (b) comparison of experimental result

et al.[8]이 제시한 상관식을 적용하였다. 식 (6)의 점성계수는 식 (6)과 같이 Brinkman[10]이 제시한 모델식을 적용하였으며, 열전도도는 식 (7)과 같이 Maxwell[11]이 제시한 모델식을 적용하였다. 기본유체는 물이며 물성치는 상온(20°C)상태를 기준으로 $\rho_f=997\text{kg/m}^3$, $C_{p_f}=4179\text{J/kgK}$, $k_f=0.613\text{W/mK}$, $\mu_f=8.949 \times 10^{-4}\text{kg/ms}$ 이며, 나노입자는 Al_2O_3 로 $\rho_p=3970\text{kg/m}^3$, $C_{p_p}=765\text{J/kgK}$, $k_p=40\text{W/mK}$ 로 일정한 값으로 한정하였다. 나노입자 Al_2O_3 가 혼합된 나노유체는 일반적으로 온도에 의존적이다. 하지만 점성계수나 열전도도에 대하여 나노입자 체적농도가 1% 및 4% 등의 일부 제한적인 온도 상관관계식이 알려져 있지만 그 이외의 체적농도에서는 검증이 되지 않고 있는 실정이므로 본 연구에서는 온도와는 무관하다는 조건을 적용하였다.

2.4 무차원수

파이프 내부에서의 대류열전달 특성을 표현하는데 적용할

수 있는 대표적인 무차원수는 Reynolds 수, $Re=\rho_{nf}V_fD/\mu_{nf}$, Prandtl 수, $Pr=C_{p_f}\mu_{nf}/k_{nf}$ 등이 있다.

2.5 코드검증

해석 대상영역인 Fig. 1의 수치해석을 위한 격자수는 본 연구에서는 84만개로 구성하였다. Fig. 2(a)는 84만개의 격자와 250만개의 격자인 경우에 대하여 대류열전달계수의 크기를 비교한 그래프이다. 본 연구에서 적용한 적은 격자수에 대한 대류열전달계수의 크기가 3배정도 많은 격자수의 대류열전달계수와 동일하게 나타남을 볼 수 있듯이 적용한 격자수는 타당함을 보여주고 있다. 또한, 상용프로그램인 ANSYS FLUENT[12]를 이용하였으며, 적용된 차분법은 층류유동이므로 멱승도식(power law scheme)을 사용했다. 나노유체에 대한 수치해석 모델의 타당성을 검증하기 위하여 Heris et al.[13]이 수행한 실험의 Nusselt 수와 비교하여 Fig. 2(b)에 나타내었다. 크기와 경향이 비교적 잘 일치하여 적용한 수치적 모델은 그 타당성이 입증됨을 볼 수 있다.

3. 결과 및 고찰

지금까지 연구되어진 나노유체의 농도는 특별히 한정된 체적농도의 값은 없으며 Al_2O_3 의 경우 열전도도 및 점성계수가 온도의 함수로 표현한 실험결과가 있는 1%와 4%에 대하여 많은 연구가 수행되어 왔다. 본 연구에서 사용한 나노입자의 체적농도(ϕ)는 0%(기본유체), 2%, 4% 및 6%이며, Reynolds 수의 영향을 규명하기 위하여 나노유체의 Reynolds 수가 $Re=100, 500, 1000, 1500$ 및 2000 인 층류유동에 대하여 전산해석을 수행하였다. Fig. 1에 제시된 바와 같이 파이프의 입구에서 일정한 유속 및 온도인 유체를 유입하게 되면 입구에서부터 유체는 수력학적/열적으로 점진적으로 발달하게 되고 적절한 거리의 후류부에서 완전발달을 하게 된다. 본 연구에서는 열적으로 발달하는 과정뿐만 아니라 완전발달이 일어난 상태에서의 열전달 특성도 구하였다.

입자의 체적농도가 바뀌면 나노유체의 밀도, 열전도도, 비열 및 점성계수가 바뀌어 열적 경계층을 형성하는데 지배적인 역할을 하는 Reynolds 수뿐만 아니라 Prandtl 수가 변화하게 된다. Fig. 3는 체적농도가 변화함에 따른 Prandtl 수의 변화정도를 나타낸 그림이다. 체적농도가 증가할수록 Prandtl 수는 감소하는 경향을 보인다. 이는 기본유체보다 나노유체의 점성계수도 증가하지만 열확산계수가 상대적으로 더 커져 열적인 경계층의 확산정도가 더욱 빨라지게 됨을 의미한다.

3.1 발달과정 유동

입구에서 일정한 온도의 유체가 파이프로 유입되면 벽면으

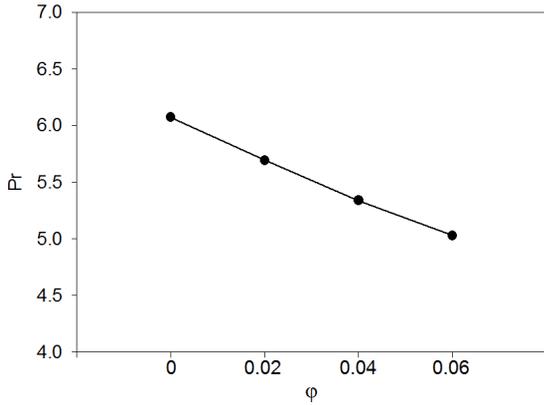


Fig. 3 Variation of Prandtl number as the volume fraction

로부터 일정한 열유속을 받게 되어 벽면근처에서부터 열경계층이 형성되기 시작한다. 점진적으로 열경계층이 증가하여 임의의 길이에서 열적인 발달유동을 하게 된다. 온도경계층이 형성되기 시작하는 파이프의 입구근처에서는 온도경계층이 얇아 대류열전달계수가 큰 값을 가지게 되고 점진적으로 온도경계층이 두꺼워지므로 대류열전달계수는 줄어들게 된다. 대류열전달 계수(h)는 아래의 식으로 구해진다.

$$h = \frac{\dot{q}_s}{(T_s - T_m)} \quad (8)$$

여기서, T_s 는 파이프의 벽면온도, T_m 은 나노유체의 평균온도를 의미한다.

Fig. 4는 $Re=1000$ 인 경우 나노입자의 농도가 다른 경우 대류열전달계수의 크기를 나타낸 그림이다. 파이프입구에서는 온도경계층이 매우 얇아 대류열전달계수가 매우 큰 값을 가지나, 후류로 흐르면서 점점 작아진 후 일정한 값을 가진다. 아울러 나노입자의 농도가 증가하게 되면 유체와 벽면사이의 대류열전달계수가 증가함을 볼 수 있다.

일정한 열유속(\dot{q}_s) 조건식 (9)과 열적으로 완전발달유동 (식 (10))을 하게 되면 다음과 같은 식이 각각 성립한다.

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) = constant \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right) = 0 \quad (10)$$

식 (9)과 식 (10)를 이용하면 열적으로 완전발달 유체의 대류열전달계수(h)는 축방향으로 항상 일정한 값을 가진다. 또한 열적으로 완전발달이 되면 벽면온도와 평균온도는 식 (11)

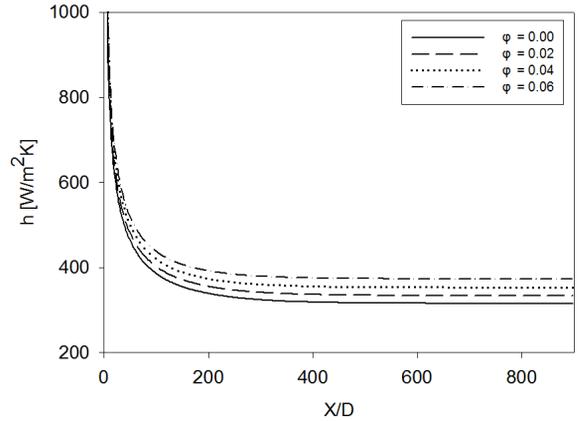


Fig. 4 Heat transfer coefficient distribution along the heated pipe as the nanoparticle volume fraction at $Re=1000$

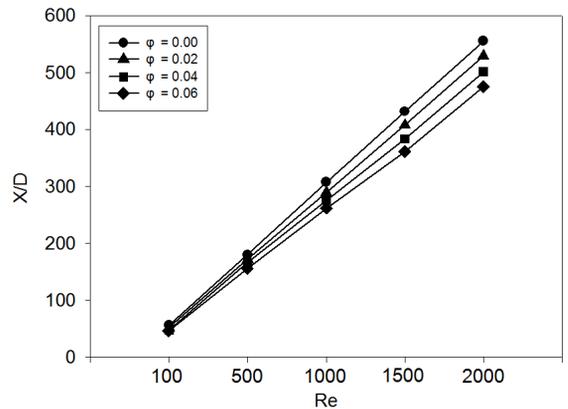


Fig. 5 Plots of the thermal entrance length for laminar developing flow

과 같이 파이프 길이방향으로 선형적으로 증가하게 되며 같은 기울기(\dot{q}_s/h)를 가지게 된다.

$$\frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = constant \quad (11)$$

Fig. 5는 파이프 입구로부터 열적으로 완전발달 길이를 나타낸 그림이다. 열적으로 완전발달이된 길이를 설정하는 식은 일반적으로 식 (10)으로 정의되지만 본 연구에서는 식 (9) 또는 식 (11)을 이용하여 구하였다. 열적 경계층의 완전발달길이(thermal entrance length)는 Reynolds 수와 Prandtl 수에 비례하는 함수관계로 나타남이 알려져 있다. 나노유체에 대한 열적 완전발달길이는 기본유체와 같이 Reynolds 수가 증가하는 비에 따라 선형적으로 증가함을 볼 수 있다. 나노입자의 체적

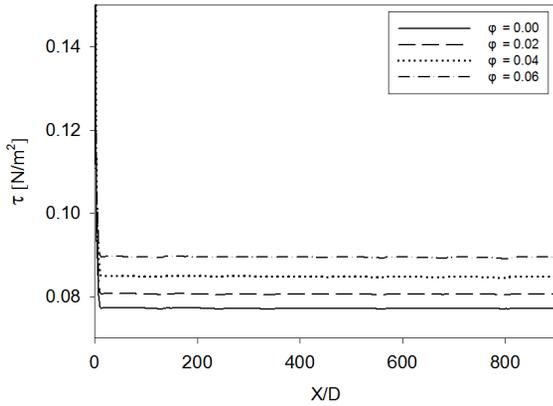


Fig. 6 Plots of the shear stress distribution along the pipe wall for different particle concentration at Re=1000

농도가 증가하면 Fig. 3의 결과에서 본 바와 같이 Prandtl 수가 감소하여 열적인 완전발달길이 상대적으로 짧아짐을 확인할 수 있다.

Fig. 6는 Re=1000인 조건에서 다양한 나노입자의 체적농도 (φ)에 대하여 벽면에서의 전단응력을 파이프의 길이방향으로 발달되어가는 과정을 나타낸 그림이다. 나노입자의 농도가 증가하면 열전도도도 증가하지만 나노유체의 점성계수도 증가하게 된다. 따라서 나노입자의 농도가 증가하면 전단력도 증가함을 볼 수 있다. 파이프의 입구에서 후방부로 유동이 흐름에 따라 형성되는 속도경계층은 Reynolds 수에만 영향을 받게 되어 나노유체인 경우는 Prandtl 수가 1보다 훨씬 크므로 수력학적 발달길이 열적인 발달길이보다 훨씬 짧아지게 된다. 수력학적으로 완전발달이 이루어지면 벽면에서의 전단력은 일정한 값을 유지하게 된다.

3.2 완전발달 유동

지금까지는 나노유체에 대하여 수력학적 그리고 열적 발달 과정 유동에 대하여 유동 및 열전달 특성을 살펴보았다.

수력학적으로 발달되면 Fig. 6와 같이 전단력이, 열적으로 발달되면 Fig. 4에서 본 바와 같이 파이프의 대류열전달계수가 축방향으로 일정한 값을 가지게 된다. Fig. 7(a)는 열적으로 발달된 경우 Reynolds 수와 나노입자의 체적농도의 변화에 따른 대류열전달 크기를 나타낸 그림이다. Reynolds 수가 증가하면 열경계층이 얇아져 대류열전달계수가 증가함을 볼 수 있다. 아울러 나노입자의 체적농도가 증가하면 유체의 열전도도가 증가하므로 동일한 Reynolds 수에 대하여 대류열전달계수가 증가함을 알 수 있다. 증가한 정도를 표현하기 위하여 기본유체(h_f)에 대한 나노유체(h_{nf})의 대류열전달계수비(h_r)를 다음과 같이 정의한다.

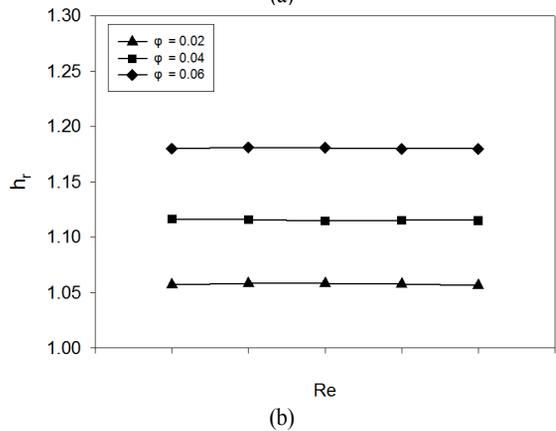
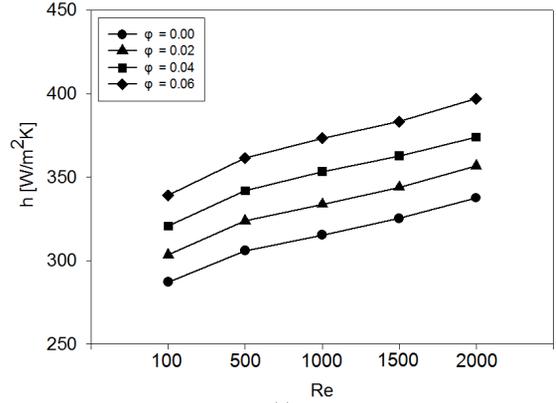


Fig. 7 Convective heat transfer coefficient for different particle concentration and Reynolds number : (a) heat transfer coefficient, (b) relative heat transfer coefficient

$$h_r = \frac{h_{nf}}{h_f} \tag{12}$$

Fig. 7(b)는 열적으로 발달된 경우 Reynolds 수와 나노입자의 체적농도의 변화에 따른 기본유체에 대한 나노유체에서의 대류열전달비(h_r)를 나타낸 그림이다. 열적으로 완전발달된 상태이므로 나노유체의 농도가 일정하면 Reynolds 수가 증가하더라도 기본유체에 대한 나노유체의 대류열전달계수비는 일정한 값을 유지함을 볼 수 있다. 하지만 나노입자 체적농도가 증가하면 기본유체에 대한 나노유체의 대류열전달계수가 증가함을 보여주고 있다. Maiga et al.[8]은 나노입자농도가 5% 정도이면 열전달계수가 40% 증가함을 보였다. 그들은 파이프 입구에서 길이 X/D=100 영역내에서 대류열전달 분포를 구하여 완전발달유동에 대한 대류열전달계수로 표현하였다. Fig. 4에 의하면 이 해석 영역에서는 아직 열적으로 완전발달이 형성되지 않고 대류열전달계수가 점진적으로 줄어들고 있는

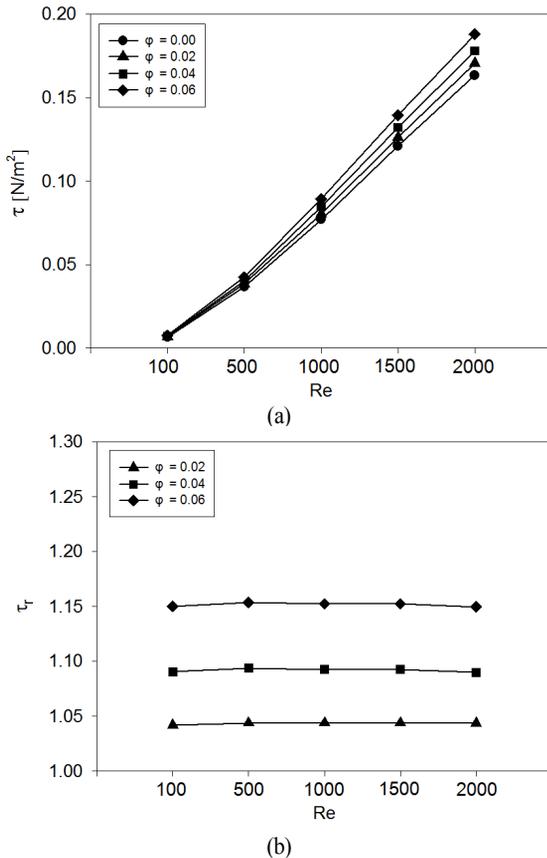


Fig. 8 Shear stress on the pipe wall for different particle concentration and Reynolds number: (a) shear stress, (b) relative shear stress

영역이므로 그들이 제시한 대류열전달계수의 크기는 제시한 값보다는 작아질 것이다. 본 연구에서는 나노입자 농도가 $\phi = 2\%$, 4% , 6% 에서 각각 6% , 12% , 18% 정도 대류열전달계수의 증가율을 보이고 있다. 이는 Hwang et al.[14]이 완전 발달된 상태에서의 나노유체가 동일 Reynolds 수에서 $\phi=3\%$ 일 때 대류열전달 계수가 8% 정도 향상되며, Reynolds 수의 변화와 관계없이 대류열전달 계수는 일정하다는 경향과 비슷한 결과를 보인다.

Fig. 8(a)는 수력학적으로 발달된 경우 Reynolds 수와 나노입자의 체적농도의 변화에 따른 벽면에서의 전단력 크기를 나타낸 그림이다. Reynolds 수가 증가하면 속도 경계층이 얇아져 전단력이 증가함을 볼 수 있다. 또한 나노입자의 체적농도가 증가하면 유체의 점성계수가 증가하므로 동일한 Reynolds 수에 대하여 전단력이 증가함을 알 수 있다. Fig. 8(b)는 체적농도의 변화에 따른 기본유체에 대한 나노유체에 서의 전단력비(τ_r)를 나타낸 그림이다. 수력학적으로 완전발달

된 상태이므로 Reynolds 수가 증가하더라도 기본유체에 대한 나노유체의 전단력비는 일정한 값을 유지함을 볼 수 있다. 다만 나노입자 체적농도가 증가하면 기본유체에 대한 나노유체의 전단력의 크기가 증가함을 보여주고 있다.

4. 결 론

원형관에서 나노유체의 열전달 및 유동특성에 대한 수치해석을 수행하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 나노유체의 농도가 증가함에 따라 주어진 Reynolds 수에 대하여 유체의 Prandtl 수가 감소하여 열적완전발달길이 짧아진다.
- (2) Reynolds 수 및 나노유체의 농도가 증가함에 따라 대류열 전달계수는 증가하는 경향을 보인다.
- (3) Reynolds 수 및 나노유체의 농도가 증가함에 따라 벽면에서의 전단력은 증가하게 된다.

후 기

본 연구는 “창원대학교 2013-2014년 연구비 지원사업”에 의하여 수행되었으며 이에 감사드립니다.

References

- [1] 2001, Eastman, J.A., Choi, S.U.S., Li, S., Yu, W. and Thompson, L.J., "Anomalous Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles," *Appl Phys. Lett.*, Vol.78, No.6, pp.718-720.
- [2] 2003, Khanafer, K., Vafai, K. and Lightstone, M., "Buoyancy-driven Heat Transfer Enhancement in a Two-dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids," *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol.46, No.19, pp.3639-3653.
- [3] 2007, ZeinaliHeris, S., Nasr Esfahany, M. and Etemad, S.G., "Experimental Investigation of Convective Heat Transfer of Al₂O₃/Water Nanofluid in Circular Tube," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.28, pp.203-210.
- [4] 1995, Choi, S.U.S. and Eastman, J.A., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluid with Nanoparticles," *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exhibition*, San Francisco, CA.
- [5] 1999, Lee, S., Choi, S.U.S., Li, S. and Eastman, J.A., "Measuring Thermal Conductivity of Fluids Containing

- Oxide Nanoparticles," *Journal of Heat Transfer*, Vol.121, pp.280-289.
- [6] 2003, Xuan, Y.M. and Li, Q., "Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids," *Journal of Heat Transfer*, Vol.125, pp.151-155.
- [7] 2011, Moraveji, M.K., Darabi, M., Hossein Haddad, S.M. and Davarnejad, R., "Modeling of Convective Heat Transfer of a Nanofluid in the Developing Region of Tube Flow with Computational Fluid Dynamics," *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Vol.38, pp.1291-1295.
- [8] 2005, Maiga, S.E.B., Palm, S.J., Nguyen, C.T., Roy, G. and Galanis, N., "Heat Transfer Enhancement by Using Nanofluids in Forced Convection Flows," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.26, No.4, pp.530-546.
- [9] 1998, Pak, B.C. and Choi, Y.I., "Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles," *Exp. Heat Transf.* Vol.1, pp.151-170.
- [10] 1952, Brinkman, H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions," *J. Chem. Phys.*, Vol.20, pp.571-581.
- [11] 1904, Maxwell, J., "A Treatise on Electricity and Magnetism," 2nd Ed., *Oxford University Press*, Cambridge, UK.
- [12] 2014, Fluent 14.5 User Manual, Fluent Incorporated.
- [13] 2007, Heris, S.Z., Esfahany, M.N. and Etemad, S.G., "Experimental Investigation of Convective Heat Transfer of Al₂O₃/Water Nanofluid in Circular Tube," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.28, No.2 pp.203-210.
- [14] 2009, Hwang, K.S., Jang, S.P. and Choi, S.U.S., "Flow and Convective Heat Transfer Characteristics of Water-Based Al₂O₃ Nanofluids in Fully Developed Laminar Flow Regime," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.52, pp.193-199.