

# 상향링크 SIMO 시스템에서 공간 및 주파수 다이버시티 이득에 따른 SC-FDMA의 BER 성능 분석

이진희\*, 최권휴<sup>o</sup>

## Analysis of BER According to Spatial and Frequency Diversity Gain in Uplink SC-FDMA with SIMO Systems

Jin-Hui Lee\*, Kwonhue Choi<sup>o</sup>

### 요약

상향링크 SIMO(Single Input Multiple Output) 시스템의 SC-FDMA 기법에서 공간 및 주파수 다이버시티 이득에 따른 BER(Bit Error Ratio) 성능 변화를 분석한다. 본 논문에서 분석한 주요내용은 다음과 같다. 첫째, 공간 다이버시티 컴바이닝과 주파수 다이버시티 컴바이닝을 동시에 수행할 수 있는 통합된 시스템과 공간 다이버시티 컴바이닝과 주파수 다이버시티 컴바이닝을 순서대로 수행하는 단계별 시스템이 동등한 성능을 가지는 것을 확인한다. 단계별 시스템의 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법과 통합된 시스템의 다이버시티 컴바이닝 기법이 동일할 때, 단계별 시스템에서 주파수 다이버시티 컴바이닝보다 공간 다이버시티 컴바이닝을 선행하면서 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC(Maximal Ratio Combining)로 하면 두 시스템의 성능이 동일함을 신호 모형화 결과를 통해 증명한다. 둘째, 신호 모형화 결과와 BER 실험 결과를 통해 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득이 각각 성능에 어떤 영향을 미치는지 분석한다. 부반송파 개수가 증가함에 따라 주파수 다이버시티 이득이 증가함을 알 수 있고 이는 주파수 다이버시티 기법이 ZF(Zero Forcing)일 때의 성능과 MMSE(Minimum Mean Square Error)일 때의 성능 차이는 유지하면서 높은 SNR(Signal to Noise Ratio) 영역의 성능 향상에 영향을 미치는 것을 보인다. 그리고 수신안테나 개수의 증가는 공간 다이버시티 이득을 증가시키며 공간 다이버시티 이득의 증가는 모든 SNR 영역의 성능을 향상시키면서 주파수 다이버시티 컴바이닝이 ZF일 때와 MMSE일 때의 성능 차이를 줄이는데 영향을 미침을 보여준다. 마지막으로, 공간 다이버시티 이득이 신호 모형화 유도과정에서 어떤 영향을 미치는지 분석하여 수신안테나 개수가 6개 이상이면 주파수 다이버시티 컴바이닝을 ZF으로 했을 때의 성능이 MMSE로 했을 때의 성능을 대체할 수 있음을 확인할 수 있다.

**Key Words** : SIMO, SC-FDMA, frequency diversity gain, spatial diversity gain, MMSE, ZF

### ABSTRACT

We investigate BER (Bit Error Ratio) performance according to the gain of spatial and frequency diversities in uplink SC-FDMA of SIMO (Single Input Multiple Output) systems. The main results of the analysis in this paper are as follows. First, we prove that performance of integrated system for considering spatial and frequency

\* 본 연구는 2014년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행되었습니다. (2012R1A1A4A01015628)

o 본 논문은 교육부 및 한국연구재단의 BK21 플러스 사업 (ICT기반 스마트기기 창의인재양성 사업팀)의 지원을 받아 수행되었습니다. (22A20130012814)

• First Author : Yeungnam University Dept. of Information Communications Engineering, jinh37@ynu.ac.kr, 학생회원

o Corresponding Author : Yeungnam University Dept. of Information Communications Engineering, gonew@ynu.ac.kr, 중신회원

논문번호 : KICS2014-06-237, Received June 13, 2014; Revised August 4, 2014; Accepted August 27, 2014

diversity combining in parallel is equivalent with the performance of sequential system for performing diversity combining in sequence. By signal modeling, it is demonstrated that the performances of both systems are the same when the frequency diversity combining technique of the sequential system is equal to diversity combining technique of the integrated system, and spatial diversity combining technique of the sequential system is performed as MRC in advance of frequency diversity combining. Secondly, it is found that effect on the BER performance is different according to the gain of spatial and frequency diversities, respectively. The frequency diversity gain increases by increasing the number of subcarrier. It might affect the performance improvement of high SNR(Signal to Noise Ratio) while it maintains gap between performances of ZF(Zero Forcing) and MMSE(Minimum Mean Square Error) in frequency diversity combining schemes. Also, spatial diversity gain increases as the number of receiving antennas increases. It means that it can reduce performance gap between ZF and MMSE in frequency diversity combining schemes by increasing the number of receiving antennas. In addition, it might affect the performance improvement of the whole SNR. Finally, through the analysis of performance according to the spatial diversity gain, the performance of ZF in frequency diversity combining is equal to the MMSE if the number of receiving antennas is 6 or more.

## I. 서 론

SC-FDMA(Single Carrier Frequency Division Multiplexing Access) 기법은 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)의 단점인 높은 PAPR(Peak to Average Power Ratio)을 극복하기 위해 송신기와 수신기에 DFT(Discrete Fourier Transform)와 IDFT(Inverse Discrete Fourier Transform) 연산이 각각 추가되어 있다는 특징이 있다<sup>[1-4]</sup>. 따라서, SC-FDMA는 추가된 DFT와 IDFT 연산에 의해 주파수 다이버시티 이득을 가진다. 또한, 수신신호의 성능을 향상시키고자 SC-FDMA 기법이 다중 수신안테나 시스템에 적용된다면 이 시스템은 수신안테나에 의한 공간 다이버시티 이득도 얻을 수 있다. 한편, SC-FDMA 기법은 상향링크에서 높은 PAPR을 극복하기 위해 LTE(Long Term Evolution)에 도입된 바 있다<sup>[1]</sup>. LTE에서는 송신안테나 다이버시티를 활용한 CDD(Cyclic Delay Diversity) 방식을 고려하여 신호의 성능을 향상시킬 수 있다<sup>[5-7]</sup>.

MIMO(Multiple Input Multiple Output) 환경에서 주파수 다이버시티를 활용한 연구가 있었으며<sup>[8-12]</sup>, 더욱이 신호의 성능을 향상시키기 위해 두 개 이상의 다이버시티 이득을 동시에 활용한 연구들이 진행되어 왔다<sup>[8-9]</sup>. 앞서 인용한 연구들은 다이버시티 컴바이닝 기법에 따라 BER(Bit Error Ratio) 성능이 어떻게 변화하는지 확인하였고, 특히, 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE(Minimum Mean Square Error)로 했을 때의 성능이 우수하다는 결론을 이끌어냈다. 하지만 참고문헌 [8]에서는 공간 다이버시티 이득이 증

가할수록 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF(Zero Forcing)과 MMSE로 했을 때의 평균 BER 성능차이가 줄어들고 있지만 최대 수신안테나 개수를 4로 제한하여 ZF 기법이 MMSE 기법의 대안이 될 만큼의 성능을 출력하는지 확인할 수 없다. 또한, 두 개 이상의 다이버시티 이득이 존재할 때, 참고문헌 [8-9]에서는 BER 실험으로만 성능을 분석하고 있어서 각각의 다이버시티 이득이 성능에 어떤 영향을 미치는지 정확하게 알 수 없다.

본 논문에서는 상향링크 SIMO(Single Input Multiple Output) 시스템에서 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득이 동시에 존재하는 SC-FDMA 기법을 고려한다. 공간 다이버시티 컴바이닝 기법(Spatial Diversity Combining schemes: SDC)과 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법(Frequency Diversity Combining schemes: FDC)에 각각 어떤 기법을 적용했을 때 최대의 성능을 가지면서 계산량을 최소로 필요로 하는지 신호 모형화 유도를 통해 분석하고, 계산량을 최소로 하면서 성능을 최대로 하는 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법과 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 도출한다. 먼저, SIMO 시스템의 채널이 서로 독립적이라는 특성을 이용하여 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득을 동시에 수행할 수 있도록 통합된 시스템에서 한 번의 다이버시티 컴바이닝 연산을 할 수 있음을 신호 모형화 유도를 통해 확인한다. 이 시스템은 공간 다이버시티 컴바이닝과 주파수 다이버시티 컴바이닝을 순서대로 수행하는 단계별 시스템과 동일해짐을 신호 모형화 유도 결과를 통해 확인할 수 있다. 또한, 두 시스템이 어떠한

조건아래 동등한 성능을 가지는지 분석할 수 있으며 BER 실험을 통해 검증할 수 있다. 본 논문에서는 유도한 신호 모형화 수식 결과를 통해 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득이 최종 성능에 미치는 영향에 대한 분석을 진행한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서는 기본적인 SC-FDMA 신호를 모형화하고, III절에서는 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득을 동시에 고려한 통합된 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 통합된 시스템 모형에 대해 언급한다. IV절에서는 공간 다이버시티 컴바이닝 기법과 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 단계별 시스템 모형에 대해 언급한다. V절에서는 신호 모형화를 통한 성능 분석과 BER 실험을 통해 다이버시티 기법에 따른 성능을 분석한다.

## II. 기본적인 SC-FDMA 신호 모형화

본 절에서는 수신안테나가  $N_R$ 개인 SIMO 시스템에서의 SC-FDMA 신호를 행렬로 모형화한다. 기본적인 SC-FDMA 신호 모형화는 참고문헌 [1]과 동일하다. 셀 내에 존재하는 최대 사용자수는  $P$ , 전체 부반송파 개수는  $N_C$ 로 표기한다. 각 사용자에게 할당된 부반송파 개수가  $N$ 일 때,  $N = \lfloor N_C/P \rfloor$  이다. 여기서  $\lfloor \cdot \rfloor$  는 가장 가까운 정수로 내림하는 연산자이다. 송신 심볼 벡터  $\mathbf{s}$  는  $\mathbf{s} = [s_1^{(1)} \dots s_N^{(1)} s_1^{(2)} \dots s_N^{(2)} \dots s_1^{(P)} \dots s_N^{(P)}]^T$  이며,  $s_k^{(p)}$  는  $p$  번째 사용자의  $k$  번째 부반송파에 의해 전송되는 데이터 심볼을 뜻하고  $(\cdot)^T$  는 행렬의 전치 연산을 의미한다.  $i$  번째 수신안테나 복소 가산 백색 가우시안 잡음 벡터  $\mathbf{N}_i$  는  $\mathbf{N}_i = [n_{i,1} n_{i,2} \dots n_{i,N_C}]^T$  이고  $N_C \times 1$  열벡터이다.  $\mathbf{D}_{(N)}$  는  $N$ -point DFT 행렬이고,  $\mathbf{D}_{(N)}^H$  는  $\mathbf{D}_{(N)}$  의 에르미트 전치 행렬이다. 행렬  $\mathbf{D}_{(N)}$  은 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{(N)} = \begin{bmatrix} D_{(N)11} & \dots & D_{(N)1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{(N)M1} & \dots & D_{(N)MN} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $D_{(N)nm}$  은 행렬  $\mathbf{D}_{(N)}$  의  $n$  행  $m$  열 원소를 의미한다.  $\mathbf{H}_i$  는  $i$  번째 수신안테나의 대각성질을 가진  $N_C \times N_C$  채널 행렬이며 채널들은 서로 독립적이다. SIMO 환경에서  $i$  번째 수신안테나를 통해 수신된 수신 심볼 벡터  $\mathbf{r}_i$  는 주파수 영역에서의 수신 심볼 벡

터를 나타내며, 주파수 영역에서 심볼을 확인하기 때문에 송신측의 IFFT 연산과 수신측의 FFT 연산은 생략 가능하다. 수신 심볼 벡터  $\mathbf{r}_i$  는 아래와 같이 표현된다.  $\mathbf{0}_{(N)}$  은 행렬크기가  $N \times N$ 인 영벡터를 의미한다.

$$\begin{bmatrix} r_{i,1} \\ \vdots \\ r_{i,N_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{i,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h_{i,N_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{(N)} \mathbf{0}_{(N)} & \dots & \dots & \mathbf{0}_{(N)} \\ \mathbf{0}_{(N)} & \mathbf{D}_{(N)} \mathbf{0}_{(N)} & \dots & \mathbf{0}_{(N)} \\ \vdots & \mathbf{0}_{(N)} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0}_{(N)} \\ \mathbf{0}_{(N)} & \mathbf{0}_{(N)} & \dots & \mathbf{0}_{(N)} \mathbf{D}_{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^{(1)} \\ \vdots \\ s_N^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{i,1} \\ \vdots \\ n_{i,N_C} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $i$  번째 수신안테나의 채널 행렬 원소  $h_{i,1}, h_{i,2}, \dots, h_{i,N_C}$  를 i.i.d (Independent and Identically Distributed)로 가정한다면, 수신 심볼 벡터  $\mathbf{r}_i$  의 원소 중에서  $p$  번째 사용자의 수신 심볼 벡터에 해당하는  $[r_{i,Np-N+1} r_{i,Np-N+2} \dots r_{i,Np}]^T$  는 다른 사용자의 수신 심볼 벡터와의 간섭이 존재하지 않는다. 즉,  $i$  번째 수신안테나의  $p$  번째 사용자의 수신 심볼 벡터를 수신하기 위해서 채널행렬  $\mathbf{H}_i$  에서  $p$  번째 사용자에게 할당된 부반송파 목차에 맞춰  $N \times N$  크기의 채널행렬을 사용해도 무방하다. 이러한 특징은 최대  $P$  명의 사용자의 송신 비트열을 위에서 정의한 송신 심볼 벡터와 같은 블록 구조가 아닌 각 사용자의 송신 비트열에서 한 비트씩 추출하여 하나의 블록으로 재배치하는 주파수 인터리빙 구조로 구성하였을 때에도 유효하다. 이에 따라  $i$  번째 수신안테나의  $p$  번째 사용자의 수신 심볼 벡터  $\mathbf{r}_i^{(p)}$  는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{r}_i^{(p)} = \mathbf{H}_i^{(p)} \mathbf{D}_{(N)} \mathbf{s}^{(p)} + \mathbf{N}_i^{(p)} \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{N}_i^{(p)} = [n_{i,Np-N+1} n_{i,Np-N+2} \dots n_{i,Np}]^T$ ,  $\mathbf{s}^{(p)} = [s_1^{(p)} s_2^{(p)} \dots s_N^{(p)}]^T$  이고,  $\mathbf{H}_i^{(p)}$  는  $i$  번째 수신안테나의 채널 행렬 원소를 행렬의 대각으로 배열한 채널 행렬을 의미한다.

## III. 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득을 동시에 고려한 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 통합된 시스템 모형화

SIMO 시스템은 동일한 송신 심볼을 하나의 송신

안테나에서 각각의 수신안테나 채널로 전송하기 때문에 수신안테나 채널들은 서로 독립적이다. 각각의 채널을 이용하여 공간 다이버시티 컴바이닝과 주파수 다이버시티 컴바이닝을 수행할 때, 수신 심볼 벡터에서 채널행렬을 제외한 송신 심볼과  $N$ -point DFT 연산이 동일하기 때문에  $N_R$ 개의 채널 행렬을 병렬로 배치시켜 하나의 채널 행렬로 만들 수 있다. 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득을 동시에 수행하기 위해  $N_R$ 개의 채널을 병렬로 배치시킨 채널 행렬  $\hat{\mathbf{H}}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}_1^{(p)} \dots \mathbf{H}_i^{(p)} \dots \mathbf{H}_{N_R}^{(p)}]^T \quad (4)$$

여기서  $\hat{\mathbf{H}}$ 은 각각의 수신안테나 채널 행렬인  $\mathbf{H}_i^{(p)}$ 의 대각성질을 그대로 유지하고 있으며 행렬  $\hat{\mathbf{H}}$ 를 이용하여 식 (3)을 다시 표현하면  $p$ 번째 사용자의 수신 심볼 벡터 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)}\mathbf{s}^{(p)} + \hat{\mathbf{N}}^{(p)} \quad (5)$$

여기서  $\hat{\mathbf{N}}^{(p)} = [(\mathbf{N}_1^{(p)})^T (\mathbf{N}_2^{(p)})^T \dots (\mathbf{N}_{N_R}^{(p)})^T]^T$ ,  $\hat{\mathbf{r}} = [(\mathbf{r}_1^{(p)}) (\mathbf{r}_2^{(p)}) \dots (\mathbf{r}_{N_R}^{(p)})]^T$ 로 정의된다. 또한, 송신 심볼 벡터  $\mathbf{s}^{(p)}$ 에 곱해진 모든 행렬을 채널행렬이라고 가정한다면 식 (5)의 채널 행렬  $\hat{\mathbf{H}}$ 은 다음과 같다.  $\hat{\mathbf{H}}_{tot}$ 를 이용한 다이버시티 컴바이닝 기법은 ZF, MMSE로 제한한다.

$$\hat{\mathbf{H}}_{tot} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)} \quad (6)$$

3.1 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 할 때 다이버시티 컴바이닝 기법(Diversity combining scheme: DC)을 ZF으로 했을 때, 식 (5)에 곱해지는 가중치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{W}}_{ZF} &= \hat{\mathbf{H}}_{tot}^H [\hat{\mathbf{H}}_{tot} \hat{\mathbf{H}}_{tot}^H]^{-1} \\ &= (\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)})^H [\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)}(\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)})^H]^{-1} \\ &= \mathbf{D}_{(N)}^H \hat{\mathbf{H}}^H [\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)}\mathbf{D}_{(N)}^H \hat{\mathbf{H}}^H]^{-1} \\ &= \mathbf{D}_{(N)}^H \hat{\mathbf{H}}^H [\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H]^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 행렬  $\hat{\mathbf{H}}_{tot}$ 는 정방행렬이 아니므로 의사역 행렬 연산을 하며  $(\cdot)^{-1}$ 은 역행렬 연산을 의미한다.

DFT 행렬의 특징 중  $\mathbf{D}_{(N)}\mathbf{D}_{(N)}^H = \mathbf{D}_{(N)}^H\mathbf{D}_{(N)} = \mathbf{I}_{(N)}$ 을 통해 식 (7)의  $\mathbf{D}_{(N)}\mathbf{D}_{(N)}^H$ 는  $N \times N$  크기의 단위행렬이 된다. 식 (7)의 수식연산 결과  $\hat{\mathbf{H}}$ 을 이용한 ZF 연산을 먼저 수행하고  $N$ -point IDFT 연산을 한 결과와 같음을 알 수 있다. 이를 통해 식 (6)을 이용하여 채널행렬과 DFT 행렬을 동시에 다이버시티 컴바이닝 연산하는 것과 식 (4)를 이용하여 다이버시티 컴바이닝 연산을 하고  $N$ -point IDFT 연산을 하는 것은 동등하다고 할 수 있다.

식 (6)을 이용하여 ZF 연산을 하고 양자화 연산을 거친 후에  $p$ 번째 사용자의 검출신호 벡터  $\hat{\mathbf{X}}_{ZF}$ 를 얻을 수 있다. 아래 식에서  $Q(\cdot)$ 는 양자화 연산을 의미하며 입력값이 양수일 경우 1을 출력하고, 음수일 경우 -1을 출력한다.

$$\hat{\mathbf{X}}_{ZF} = Q(\mathbf{W}_{ZF}\hat{\mathbf{r}}) \quad (8)$$

여기서 행렬크기가  $N \times NN_R$ 인  $\mathbf{W}_{ZF}$ 는  $\Psi_{ZF}$ 으로 표기하며 아래와 같다.

$$\Psi_{ZF} = [\Psi_{(ZF)1} \dots \Psi_{(ZF)i} \dots \Psi_{(ZF)N_R}] \quad (9)$$

여기서 행렬크기가  $N \times N$ 인  $\Psi_{(ZF)i}$ 는 다음과 같다. 아래의 행렬에서  $(\cdot)^*$ 은 복소공액 연산을 의미한다.

$$\Psi_{(ZF)i} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{(N)11}^* h_{i,Np-N+1}^* & \dots & \mathbf{D}_{(N)N1}^* h_{i,Np}^* \\ \sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 & \dots & \sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{D}_{(N)1N}^* h_{i,Np-N+1}^* & \dots & \mathbf{D}_{(N)NN}^* h_{i,Np}^* \\ \sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 & \dots & \sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

3.2 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 할 때 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 했을 때, 식 (5)에 곱해지는 가중치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{W}}_{MMSE} &= \hat{\mathbf{H}}_{tot}^H [\hat{\mathbf{H}}_{tot} \hat{\mathbf{H}}_{tot}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{(NN_R)}]^{-1} \\ &= (\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)})^H [\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)}(\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)})^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{(NN_R)}]^{-1} \\ &= \mathbf{D}_{(N)}^H \hat{\mathbf{H}}^H [\hat{\mathbf{H}}\mathbf{D}_{(N)}\mathbf{D}_{(N)}^H \hat{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{(NN_R)}]^{-1} \\ &= \mathbf{D}_{(N)}^H \hat{\mathbf{H}}^H [\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{(NN_R)}]^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\sigma_n^2$ 는 식 (5)의  $\hat{\mathbf{N}}^{(p)}$ 의 분산을 의미하고,  $\mathbf{I}_{(NN_R)}$ 는  $NN_R \times NN_R$  단위행렬이다. 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 한 경우도 ZF으로 한 경우와 동일하게 식 (6)을 이용하여 채널행렬과 DFT 행렬을 동시에 MMSE 연산을 하는 것과 식 (4)를 이용하여 MMSE 연산을 수행하고  $N$ -point IDFT 연산을 하는 것은 같다.

식 (8)에서  $\mathbf{W}_{ZF}$ 을  $\mathbf{W}_{MMSE}$ 로 대체함으로써  $p$ 번째 사용자의 검출신호 벡터  $\hat{\mathbf{x}}_{MMSE}$ 를 생성할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} = Q(\mathbf{W}_{MMSE} \hat{\mathbf{r}}) \quad (12)$$

또한,  $\mathbf{W}_{MMSE}$ 는  $\Psi_{MMSE}$ 로 나타낼 수 있으며 행렬크기가  $N \times NN_R$ 인  $\Psi_{MMSE}$ 는 다음과 같다.

$$\Psi_{MMSE} = [\Psi_{(MMSE)1} \cdots \Psi_{(MMSE)i} \cdots \Psi_{(MMSE)N_R}] \quad (13)$$

여기서  $\Psi_{(MMSE)i}$ 의 행렬크기는  $N \times N$ 이며 아래와 같이 표현된다.

$$\Psi_{(MMSE)i} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{D}_{(N)11}^* h_{i,Np-N+1}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 + \sigma_n^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)N1}^* h_{i,Np}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathbf{D}_{(N)1N}^* h_{i,Np-N+1}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 + \sigma_n^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)NN}^* h_{i,Np}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

#### IV. 공간 다이버시티 컴바이닝 기법과 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 단계별 시스템 모형화

앞의 III절에서는 공간 다이버시티 이득과 주파수

다이버시티 이득을 동시에 수행하기 위해 통합된 채널 행렬을 만들었고, 이 채널 행렬을 이용한 한 번의 다이버시티 컴바이닝만 고려하여 SC-FDMA 기법의 통합된 시스템을 모형화를 하였다. 이러한 통합된 시스템의 시스템 모형화 유도 결과가  $N_R$ 개의 채널 행렬로 공간 다이버시티 컴바이닝을 수행하고, 주파수 다이버시티 컴바이닝을 적용한 단계별 시스템의 결과와 동일한지 본 절에서 확인할 수 있다. 그림 1과 같이 먼저 공간 다이버시티 컴바이닝 기법의 가중치 행렬을 확인하고, 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 적용하기 전 잡음 정규화(Noise normalization) 과정에 필요한 연산을 한다. 그 다음에 주파수 다이버시티 컴바이닝을 수행한다.

#### 4.1 공간 다이버시티 컴바이닝 기법

##### 4.1.1 MRC(Maximum Ratio Combining)

각각의 수신안테나 채널행렬을 이용하여 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC로 했을 때, 채널 별 가중치 행렬  $\tilde{\mathbf{H}}_i$ 는 식 (15)와 같이 표현된다.

$$\tilde{\mathbf{H}}_i = (\mathbf{H}_i^{(p)})^* \quad (15)$$

단계별 시스템에서 공간 다이버시티 컴바이닝을 수행하면 식 (15)가 수신 심볼 벡터 식 (3)에 곱해지는데, 이 때, 공간 다이버시티 컴바이닝을 수행하기 전과 후의 수신안테나 별 잡음 분산이 달라진다. 본 논문에서는 수신안테나 별 잡음 분산을 공간 다이버시티 컴바이닝을 수행하기 전과 동일하게 해주기 위해서 잡음 정규화 과정을 거친다. 잡음 정규화 과정은 식 (15)를 이용하여 표현할 수 있으며, 잡음 정규화 과정을 표현한 행렬은 식 (16)과 같다.

$$\mu_{norm} = \left( \sqrt{\sum_{i=1}^{N_R} |\tilde{\mathbf{H}}_i|^2} \right)^{-1} \quad (16)$$

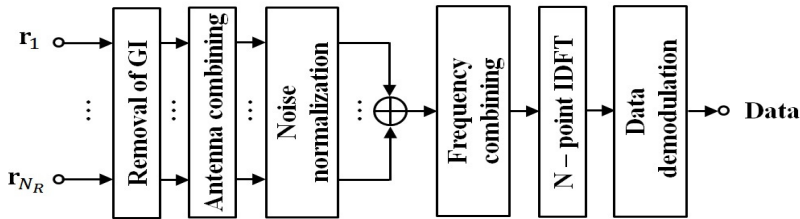


그림 1. 공간 다이버시티 컴바이닝과 주파수 다이버시티 컴바이닝이 존재할 때, 수신기 구조  
Fig. 1. Receiver structure using spatial diversity combining and frequency diversity combining

수신측에서 공간 다이버시티 컴바이닝과 잡음 정규화 과정을 거친 후의 식은 식 (3), 식 (15), 식 (16)을 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\tilde{\mathbf{r}}_i = \boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{r}_i^{(p)} \quad (17)$$

여기서  $\boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{H}_i^{(p)}$ 와  $\boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{N}_i^{(p)}$ 는 각각  $\tilde{\mathbf{r}}_i$ 의 새로운 채널행렬, 새로운 잡음 벡터라고 할 수 있으며, 각각  $\mathbf{H}_{(norm)i}$ ,  $\mathbf{N}_{(norm)i}$  으로 표기한다. 즉, 식 (17)을 다시 표현하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{r}}_i = \mathbf{H}_{(norm)i} \mathbf{D}_{(N)} \mathbf{s}^{(p)} + \mathbf{N}_{(norm)i} \quad (18)$$

여기서  $\mathbf{N}_{(norm)i}$ 의 분산은 잡음 정규화 과정으로 인해 공간 다이버시티 컴바이닝을 수행하기 전의 잡음 분산인  $\mathbf{N}_i^{(p)}$ 의 분산과 동일하다.

#### 4.1.2 ZF

공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 할 경우, 식 (14)의  $\tilde{\mathbf{H}}_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{\mathbf{H}}_i = (\mathbf{H}_i^{(p)})^{-1} \quad (19)$$

이 후의 새로운 채널행렬  $\tilde{\mathbf{r}}_i$ 을 유도하는 과정은 식 (16), 식 (17), 식 (18)과 같이 동일한 연산과정을 갖는다.

#### 4.1.3 MMSE

공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 할 경우, ZF으로 연산을 했을 때와 같이 수신안테나 별로 다이버시티 컴바이닝 연산을 하는 것이 아니라 각각의 수신안테나의 동일한 부반송파 인덱스 별로 연산을 한다. 먼저, 부반송파 인덱스 별 MMSE 연산을 위해  $p$ 번째 사용자에게 할당된 부반송파 중에서  $k$ 번째 부반송파의 MMSE 연산을 위해 재배열된 행렬  $\mathbf{A}_k$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_k = [\mathbf{H}_1^{(p)}(k, k) \mathbf{H}_2^{(p)}(k, k) \cdots \mathbf{H}_{N_R}^{(p)}(k, k)] \quad (20)$$

식 (20)를 이용하여 MMSE 연산을 한 결과인  $\mathbf{A}'_k$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}'_k = \mathbf{A}_k^H [\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{(N_R)}]^{-1} \quad (21)$$

여기서  $\mathbf{I}_{(N_R)}$ 는  $N_R \times N_R$  단위행렬이다. 식 (21)의 결과에 따라 다시 수신안테나 별로 정렬을 하면 다음과 같은 행렬로 표현된다.

$$\tilde{\mathbf{H}}_i(k, k) = \mathbf{A}'_k(i, k) \quad (22)$$

또한, 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 한 경우에도 식 (17), 식 (17), 식 (18)과 같이 동일한 연산과정을 갖는다.

#### 4.2 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 할 때

주파수 다이버시티 컴바이닝은 공간 다이버시티 컴바이닝과 잡음 정규화 과정을 거친  $N_R$ 개의 채널 행렬  $\mathbf{H}_{(norm)i}$ 이 모두 더해진 하나의 행렬을 이용해서 연산할 수 있다. 식 (18)의 채널행렬을 모두 더한 행렬  $\mathbf{H}_{alter}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{H}_{alter} = \sum_{i=1}^{N_R} \mathbf{H}_{(norm)i} \quad (23)$$

ZF으로 주파수 다이버시티 컴바이닝을 수행하는 것은 식 (23)의  $\mathbf{H}_{alter}$ 를 이용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\mathbf{H}_{alter}$ 는 정방행렬이므로 식 (7)와 달리 의사역행렬 연산을 하지 않아도 된다.

$$\tilde{\mathbf{W}}_{ZF} = (\mathbf{H}_{alter})^{-1} \quad (24)$$

$p$ 번째 사용자의 검출신호 벡터  $\tilde{\mathbf{X}}_{ZF}$ 는 식 (8)를 이용하여 다음 식으로 주어진다.

$$\tilde{\mathbf{X}}_{ZF} = Q \left( \sum_{i=1}^{N_R} \mathbf{D}_{(N)}^H \tilde{\mathbf{W}}_{ZF} \boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{r}_i^{(p)} \right) \quad (25)$$

여기서  $\mathbf{D}_{(N)}^H \tilde{\mathbf{W}}_{ZF} \boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_i$ 를  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{(ZF)i}$ 로 표기하고,  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{(ZF)i}$ 는  $i$ 번째 수신안테나의 채널행렬을 이용하여 나타낼 수 있다.

#### 4.2.1 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 한 경우

공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 한 경우  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{(ZF)i}$ 는 아래와 같은  $N \times N$  행렬로 표현된다.

$$\tilde{\Psi}_{(ZF)i} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{D}_{(N)11}^* h_{i,Np-N+1}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)N1}^* h_{i,Np}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathbf{D}_{(N)1N}^* h_{i,Np-N+1}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)NN}^* h_{i,Np}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2} \end{bmatrix} \quad (26)$$

#### 4.2.2 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC, MMSE로 한 경우

공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC 혹은 MMSE로 한 경우  $\tilde{\Psi}_{(ZF)i}$ 는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\tilde{\Psi}_{(ZF)i} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{D}_{(N)11}^* h_{i,Np-N+1}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)N1}^* h_{i,Np}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathbf{D}_{(N)1N}^* h_{i,Np-N+1}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)NN}^* h_{i,Np}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서, 식 (27)의 행렬과 식 (10)의 행렬을 확인해보면, 두 행렬이 동일한 것을 알 수 있다. 이러한 행렬의 신호 모형화 유도 결과를 통해 통합된 시스템과 단계별 시스템의 성능이 동등하다는 것을 확인할 수 있으며, 두 시스템의 성능이 동등하기 위한 조건은 다음과 같다.

(1) 통합된 시스템의 다이버시티 컴바이닝 기법과 단계별 시스템의 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법이 동일해야한다.

(2) 단계별 시스템의 공간 다이버시티 컴바이닝 기법은 MRC 혹은 MMSE 연산을 해야한다.

(3) 단계별 시스템의 다이버시티 컴바이닝 순서는 공간 다이버시티 컴바이닝을 선행하고, 주파수 다이버시티 컴바이닝을 수행하는 순으로 진행한다.

위의 세 가지 조건을 모두 만족한다면, 통합된 시스템과 단계별 시스템의 성능은 동등하다.

### 4.3 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 할 때

주파수 다이버시티 컴바이닝 기법이 MMSE라면 식 (24) 대신 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{W}}_{MMSE} = \mathbf{H}_{alter}^H [\mathbf{H}_{alter} \mathbf{H}_{alter}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{(N)}]^{-1} \quad (28)$$

식 (18)의  $\mathbf{N}_{(norm)i}$ 의 분산은  $\mathbf{N}_i^{(p)}$ 의 분산과 동일하기 때문에 식 (11)에서 사용한  $\sigma_n^2$ 를 동일하게 사용할 수 있다.

식 (25)에서  $\tilde{\mathbf{W}}_{ZF}$ 을 식(28)로 대체함으로써 검출신호 벡터  $\tilde{\mathbf{X}}_{MMSE}$ 를 생성할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{X}}_{MMSE} = Q \left( \sum_{i=1}^{N_R} \mathbf{D}_{(N)}^* \tilde{\mathbf{W}}_{MMSE} \boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_{r_i}^{(p)} \right) \quad (29)$$

여기서  $\mathbf{D}_{(N)}^* \tilde{\mathbf{W}}_{MMSE} \boldsymbol{\mu}_{norm} \tilde{\mathbf{H}}_{r_i}$ 를  $\tilde{\Psi}_{(MMSE)i}$ 로 표기하고,  $\tilde{\Psi}_{(MMSE)i}$ 는  $i$ 번째 수신안테나의 채널행렬을 이용하여 나타낼 수 있다.

#### 4.3.1 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 한 경우

공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 한 경우  $\tilde{\Psi}_{(MMSE)i}$ 는 아래와 같은  $N \times N$  행렬로 표현된다.

$$\tilde{\Psi}_{(MMSE)i} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{D}_{(N)11}^* h_{i,Np-N+1}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 + \sigma_n^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)N1}^* h_{i,Np}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathbf{D}_{(N)1N}^* h_{i,Np-N+1}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 + \sigma_n^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)NN}^* h_{i,Np}^{-1}}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

#### 4.3.2 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC, MMSE으로 한 경우

공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC 혹은 MMSE로 한 경우  $i$ 번째 수신안테나의 채널행렬을 이용한  $\tilde{\Psi}_{(MMSE)i}$ 는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\tilde{\Psi}_{(MMSE)i} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{D}_{(N)11}^* h_{i,Np-N+1}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 + \sigma_n^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)N1}^* h_{i,Np}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathbf{D}_{(N)1N}^* h_{i,Np-N+1}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np-N+1}|^2 + \sigma_n^2} & \cdots & \frac{\mathbf{D}_{(N)NN}^* h_{i,Np}^*}{\sum_{m=1}^{N_R} |h_{m,Np}|^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

단계별 시스템에서 주파수 다이버시티 컴바이닝을 MMSE로 한 경우에도 앞서 언급한 통합된 시스템과 단계별 시스템의 성능이 동등하기 위한 세 가지 조건을 만족한다면, 단계별 시스템과 통합된 시스템의 성능은 동일하다. 이는 식 (31)의 행렬과 식 (14)의 행렬을 통해 확인할 수 있고, 두 행렬이 동일하므로, 세 가지 조건을 만족한다면 단계별 시스템과 통합된 시스템의 성능이 동일하다고 할 수 있다.

### V. 신호 모형을 통한 다중 다이버시티 이득 분석과 실험 결과

5.1 절과 5.2 절에서는 III절의 통합된 시스템의 다이버시티 컴바이닝 기법이 ZF일 때의 식 (10)과 MMSE일 때의 식 (14)를 통해서 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득이 각각 성능에 어떤 영향을 미치는지 확인한다. 또한, 5.3 절에서는 앞서 언급한 세 가지 조건을 만족할 때 통합된 시스템과 단계별 시스템의 성능이 동일함을 BER 실험을 통해 검증하고, 다이버시티 컴바이닝 순서에 따른 BER 성능 비교를 통해 컴바이닝 순서가 성능에 미치는 영향을 확인한다.

본 논문에서는 각각의 사용자 사이의 시간 동기 오차 및 주파수 동기 오차는 없다고 가정하며, 동기오차가 없기 때문에 사용자 간의 직교성은 유지된다. 아래의 표 1과 같이 SC-FDMA 시스템을 구성하고, 실험 결과를 확인할 수 있다. 한 심볼의 길이를  $T$ 라고 표기한다.

표 1. 시뮬레이션 환경  
Table 1. Simulation condition

SC-FDMA	modulation	QPSK
	$N_C$	16,32,64
	$N_R$	1,2,3,4,5,6
	$P$	1,2,4,8
	$N$	$N_C/P$
	$T_s$	66.7 $\mu$ s
	$T_g$	16.675 $\mu$ s
Rayleigh fading channel	The number of multipath $L$	8
	The decay exponent of multipath	1
	delay spread	$T/4$

5.1 주파수 다이버시티 이득이 성능에 미치는 영향  
그림 2는 수신안테나 개수  $N_R$ 과 전체 부반송파 개수  $N_C$ 가 고정되어 있을 때, 셀 내의 각 사용자 당 할

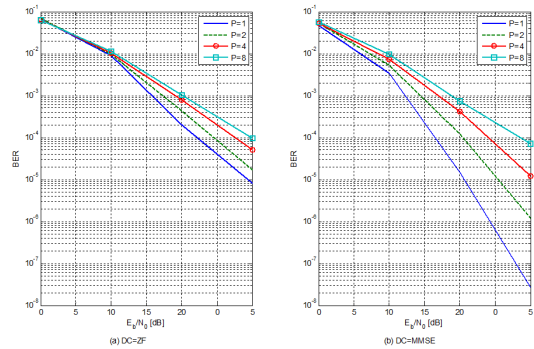


그림 2. 셀 내의 최대 사용자 수  $P$ 와 DC에 따른 BER 성능 ( $N_C = 32, N_R = 2$ )  
Fig. 2. BER performance according to the maximum number of users and DC ( $N_C = 32, N_R = 2$ )

당된 부반송파 개수  $N$ 에 따른 BER 성능을 보여주고 있다. 다중경로 환경에서 전체 부반송파를 한 명의 사용자에게 할당했을 때보다 부반송파의 일부를 한 명의 사용자에게 할당했을 때, 해당 사용자에게 미치는 페이딩의 영향이 더욱 크다. 셀 내에 존재하는 사용자가 2명 이상일 때 사용자 한 명이 전체 페이딩 환경 중 일부만을 겪어서 얻을 수 있는 다이버시티 이득은 셀 내에 존재하는 사용자가 한 명일 때 이 사용자가 전체 부반송파를 모두 할당받아서 얻을 수 있는 다이버시티 이득보다 상대적으로 적기 때문에 BER 성능은 감소한다. 이는 실험을 통한 BER 성능 결과와 동일함을 확인할 수 있다. 그림 2는 전체 부반송파 개수와 수신안테나 개수가 고정되어 있고 셀 내에 존재하는 최대 사용자 수를 증가하였을 때, 셀 내의 최대 사용자 수가 증가할수록 높은 SNR 영역에서 BER 성능이 감소하는 것을 보여준다. 따라서 셀 내에 존재하는 최대 사용자 수가 증가할수록 각각의 사용자가 주파수 다이버시티 컴바이닝을 통해 얻을 수 있는 이득은 감소하며, 셀 내에 존재하는 사용자 수가 한 명인 경우 해당 사용자는 가장 큰 주파수 다이버시티 이득을 가질 수 있음을 알 수 있다.

그림 3은 셀 내의 사용자 수가 한명이고 수신안테나 개수  $N_R$ 과 전체 부반송파 개수  $N_C$ 가 고정되어 있을 때, 다중경로의 지연확산 값에 따른 BER 성능을 나타낸다. 그림 3에서는 다중경로의 지연확산 값이 증가할수록 BER 성능이 향상되는 것을 확인할 수 있다. 주파수 선택적 페이딩 환경에서 지연 확산 값이 클수록 페이딩 특성이 변하는 폭은 넓어진다. 이는 다이버시티 컴바이닝으로 사용자가 얻을 수 있는 다이버시티 이득을 증가시켜 주는 것을 알 수 있다. 따라서 그림



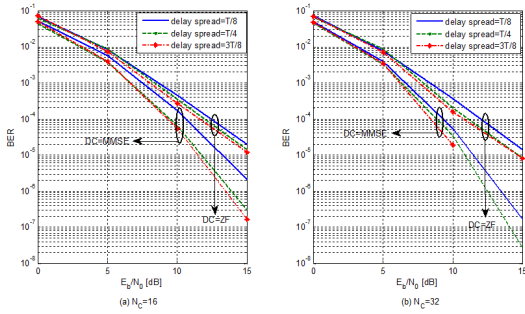


그림 3. 다중경로의 지연확산 값 및 DC에 따른 BER 성능 ( $P=1, N_R=2$ )

Fig. 3. BER performance according to the delay spread of multipath and DC ( $P=1, N_R=2$ )

3의 결과와 같이 지연확산 값이 증가할수록 다이버시티 컴바이닝을 겪은 후의 BER 값은 더욱 감소한다.

그림 4는 셀 내의 존재하는 사용자 수가 한 명이고 수신안테나 개수가 고정되어 있을 때, 주파수 다이버시티 이득에 따른 BER 성능을 보여주고 있다. 식 (10)과 식 (14)을 분석해보면, 부반송파 개수가 증가함에 따라 행렬의 행 크기와 열 크기가 동시에 증가하는 것을 알 수 있다. 행렬의 전체적인 크기가 증가하는 것은 최종 성능을 향상 시키는 것과 같으며 이와 동일하게 그림 3에서도 확인할 수 있다. 부반송파 개수  $N_C$ 가 증가할수록 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법이 ZF일 때와 MMSE일 때의 BER 차이는 유지하면서 높은 SNR(Signal to Noise Ratio) 영역에서 두 기법 모두 BER 성능이 향상되는 것을 확인할 수 있다. 이를 통해 주파수 다이버시티 이득은 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법에 상관없이 높은 SNR 영역에서의 성능 개선에 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

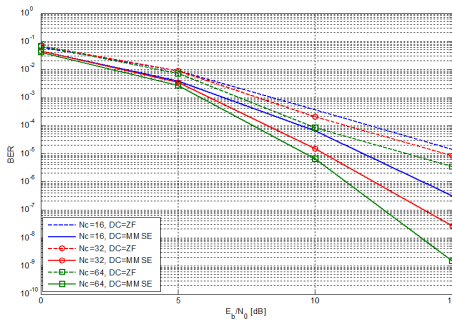


그림 4. 부반송파 개수와 DC에 따른 BER 성능 ( $P=1, N_R=2$ )

Fig. 4 BER performance according to the number of total subcarriers and DC ( $P=1, N_R=2$ )

### 5.2 공간 다이버시티 이득이 성능에 미치는 영향

수신안테나 개수가 증가할수록 공간 다이버시티 이득이 증가하며 그림 5와 그림 6은 공간 다이버시티 이득이 성능에 미치는 영향에 대해 분석하고 있다. 그림 5는 부반송파 개수가 고정되어 있을 때, 셀 내에 존재하는 최대 사용자 수와 공간 다이버시티 이득에 따른 BER 성능을 보여준다. 부반송파 개수  $N_C$ 가 16개로 고정되어 있는 경우 수신안테나 개수가 증가할수록 통합된 시스템의 다이버시티 컴바이닝을 ZF으로 했을 때와 MMSE로 했을 때의 BER 차이가 감소하면서 모든 SNR 영역의 성능을 향상시키는 것을 알 수 있다. 수신안테나 개수가 증가할수록 페이딩의 영향을 덜 받는 수신신호가 발생할 확률이 증가하며 이는 수신안테나 개수가 증가할수록 모든 SNR 영역의 BER 성능이 전체적으로 향상됨을 나타낸다. 또한, 그림 5(a)에서 셀 내에 존재하는 사용자 수가 한 명일 때, 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 한 경우의 성능과 MMSE로 한 경우의 성능이 유사해지는 수신안테나 개수  $N_R$ 는 대략 6개 이상이다. 이와 같은 결과가 나오는 것은 식 (14)의 행렬에서 확인할 수 있다. 식 (14)에서 수신안테나 개수에 따라 행렬의 열 크기와 각 원소의 분포값이 변화함을 알 수 있으며 특히, 각 원소의 분포를 보면 수신안테나 개수가 증가할수록 잡음 분산에 더해지는 수신안테나 채널행렬의 원소 개수가 증가하는 것을 확인할 수 있다. 즉, 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 한 경우 수신안테나 개수가 증가할수록 MMSE 연산과정에 필요한 잡음 분산 값이 BER 성능에 미치는 영향은 감소한다는 것을 의미한다. 따라서 수신안테나 개수가 충분히 많으면 잡음 분산이 성능에 미치는 영향은 거의 존재하지 않는 것과 같고 이러한 결과는 식 (14)가 식 (10)에 근사화된다는 점에서도 알 수 있다. 한편, 그림 5(b)와 그림 5(c)에서 볼 수 있듯이 두 기법의 성능이 유사해지는 수신안테나 개수는 셀 내에 존재하는 사용자 수가 증가할수록 감소한다. 이는 다음과 같은 이유로 설명할 수 있다. 다중경로 환경에서 전체 부반송파를 한 명의 사용자에게 할당했을 때보다 부반송파의 일부를 한 명의 사용자에게 할당했을 때, 해당 사용자에게 미치는 페이딩의 영향이 더욱 크다. 셀 내에 존재하는 사용자가 2명 이상일 때 사용자 한 명이 전체 페이딩 환경 중 일부분을 겪어서 얻을 수 있는 다이버시티 이득은 셀 내에 존재하는 사용자가 1일 때 이 사용자가 전체 부반송파를 모두 할당받아서 얻을 수 있는 다이버시티 이득보다 상대적으로 적기 때문에 BER 성능

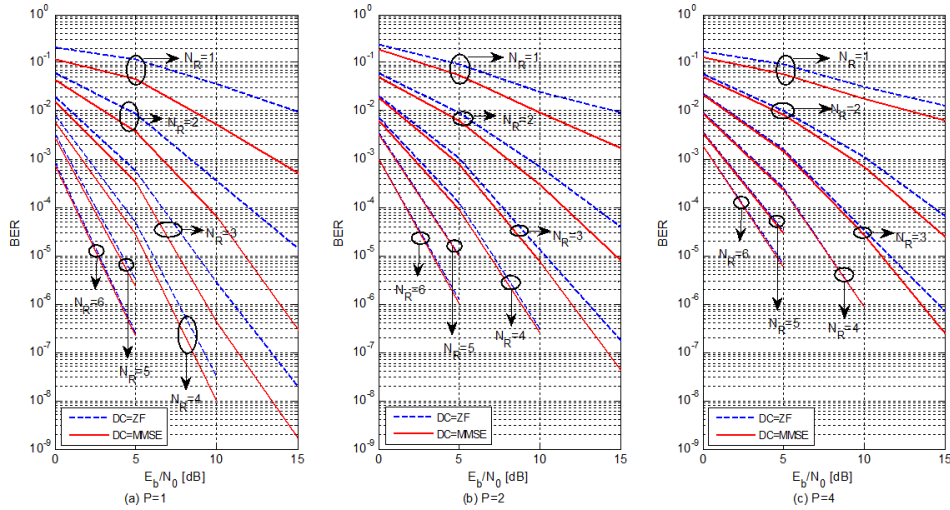


그림 5. 수신안테나 개수와 DC에 따른 BER 성능 ( $N_C = 16$ )  
 Fig. 5. BER performance according to the number of receiving antenna and DC ( $N_C = 16$ )

은 감소한다. 또한, 이러한 영향으로 각 사용자에게 할당된 부반송파 개수가 줄어들수록 ZF와 MMSE 연산을 이용한 다이버시티 컴바이닝 영향이 감소하기 때문에 셀 내에 존재하는 총 사용자 수가 증가할수록 ZF와 MMSE의 전체적인 BER 성능 차이는 줄어든다. 본 논문에서는 셀 내에 존재하는 사용자가 최대의 주파수 다이버시티 이득을 가질 수 있도록 셀 내에 존재하는 사용자 수를 한명으로 가정하고 실험을 진행한다.

그림 6은 셀 내에 존재하는 최대 사용자 수가 한 명이고 다이버시티 컴바이닝을 ZF와 MMSE로 한 경우,  $10^{-4}$ ,  $10^{-6}$ 의 BER을 달성하기 위해 요구되는 SNR의 차이를 보여준다. 수신안테나 개수  $N_R$ 이 증가할수록 두 기법의 SNR 성능 차이가 확연히 감소함을 알 수 있다. 특히,  $N_R$ 이 대략 6개 이상일 경우 두 방식의  $10^{-4}$ ,  $10^{-6}$ 의 BER을 달성하기 위해 요구되는 SNR이 거의 동일하다고 할 수 있다. 또한, 그림 6에서 볼 수 있듯이 전체 부반송파 개수  $N_C$ 가 증가할수록 ZF와 MMSE의 SNR 차이는 더욱 빠르게 0으로 수렴하는 것을 확인할 수 있으며 그림에도 불구하고 ZF와 MMSE의 성능이 같아지는 순간은 수신안테나 개수 대략  $N_R$ 이 6개인 지점이라고 할 수 있다.

일반적으로 MMSE 연산은 ZF 연산에 비해 우월한 성능을 보이는데, 이는 ZF에 비해 잡음 증폭(Noise Enhancement) 현상이 발생하는 비중이 적기 때문이다. MMSE 연산은 잡음 증폭 현상을 줄이기 위해 잡음에 대한 사전정보가 필요하며, 잡음 분산 추정이라

는 추가적인 연산이 필요하다. 특히, SNR이 낮으면 ZF와 MMSE의 성능차이가 더욱 크게 발생한다는 특징이 있다. 하지만 본 논문의 실험에서는 SNR에 상관없이 ZF와 MMSE의 성능이 동등해지는 조건을 확인했다. 수신안테나 개수가 대략 6개 이상인 경우, SNR에 상관없이 ZF와 MMSE의 성능이 동일해지며 ZF으로 MMSE의 성능을 대체할 수 있기 때문에 잡음에 대한 사전정보나 잡음 분산 추정 과정을 필요로 하지 않는다. 결론적으로 다이버시티 컴바이닝을 ZF와 MMSE으로 한 경우 부반송파 개수가 많을수록 수신안테나 개수의 증가에 따른 두 기법의 BER 차이가 빠르게 줄어들고, 수신안테나 개수가 대략 6개 이상이 되면 다이버시티 컴바이닝 기법이 ZF인 시스템을

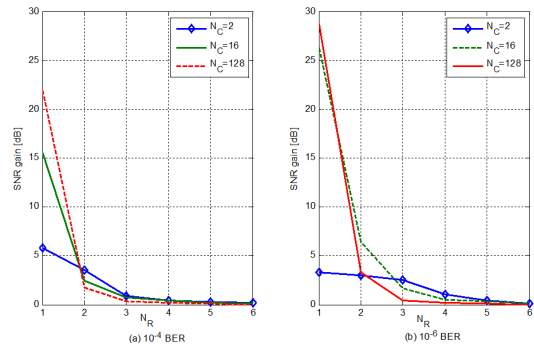


그림 6. 수신안테나 개수와 부반송파 개수에 따른 SNR gain ( $P=1$ )  
 Fig. 6. SNR gain according to the number of receiving antenna and total subcarrier ( $P=1$ )

MMSE의 시스템의 대안으로 사용할 수 있다.

### 5.3 다중 다이버시티 컴바이닝 기법 조합에 따른 BER 성능 분석

앞서 단계별 시스템과 통합된 시스템의 성능이 동일해지기 위한 세 가지 조건을 확인하였다. 이번 세부 절에서는 세 가지 조건을 만족했을 때, 두 시스템이 동등한 성능을 가지는지 BER 실험으로 검증하고 단계별 시스템의 다이버시티 컴바이닝 기법의 조합에 따른 판별변수 밀도를 확인한다.

그림 7은  $N_C$ 가 16개,  $N_R$ 이 2개이고, 통합된 시스템의 다이버시티 컴바이닝 기법과 단계별 시스템의 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법이 동일할 때, 단계별 시스템의 공간 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 BER 성능이 통합된 시스템의 BER 성능을 보여준다. 먼저, 그림 7에서 단계별 시스템의 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법과 공간 다이버시티 컴바이닝 기법의 조합에 따른 BER 성능을 확인할 수 있다. 단계별 시스템에서 두 다이버시티 컴바이닝 중 선행하는 공간 다이버시티 컴바이닝 기법이 ZF인 경우에는 공간 다이버시티 컴바이닝 기법이 MRC, MMSE인 경우보다 BER 성능이 월등히 좋지 않음을 알 수 있다. 이는 공간 다이버시티 컴바이닝 기법에 상관없이 동일한 결과를 나타낸다. 또한, 단계별 시스템에서 공간 다이버시티 컴바이닝 기법이 고정되어 있을 때, 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 MRC 연산한 시스템의 성능과 MMSE 연산한 시스템의 성능이 동일함을 알 수 있다. 한편, 그림 7의 결과로부터 공간 다이버시티 컴바이닝과 주파수 다이버시티 컴바이닝을 순서대로 수행하는 단계별 시스템이 통합된 시스템과 동일한 성능을 구현하기 위해서 필요한 공간 다이버시티 컴바이닝 기법은 MRC, MMSE임을 확인할 수 있다. 이는 앞서 언급한 통합된 시스템과 단계별 시스템의 성능이 동일하기 위한 세 가지 중 두 번째 조건과도 부합한다. 계산량 측면에서 생각했을 때, MRC연산은 MMSE연산보다 더 적은 계산량을 필요로 하는 것을 알 수 있으며 더욱이 공간 다이버시티 컴바이닝 연산을 MMSE 연산으로 하기 위해서는 식 (20), 식 (21), 식 (22)와 같은 추가적인 연산이 존재한다. 결과적으로 시스템의 성능과 계산량을 모두 고려한 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법은 MRC 연산임을 알 수 있다.

또한, 그림 7에서 공간 다이버시티 컴바이닝 기법이 같을 때, 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE로 연산 했을 때의 BER 성능이 ZF으로 연산 했을 때의 BER 성능보다 우수함을 확인할 수 있다.

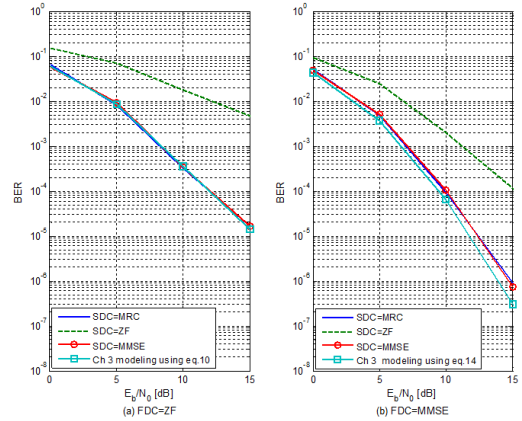


그림 7. IV절의 단계별 시스템의 SDC에 따른 BER 성능 비교 ( $P=1$ ,  $N_C=16$ ,  $N_R=2$ )

Fig. 7. BER performance according to the SDC in systems of Chapter 4 ( $P=1$ ,  $N_C=16$ ,  $N_R=2$ )

하지만 통합된 시스템과 단계별 시스템의 성능이 동일해지기 위한 세 가지 조건을 모두 만족한다면 그림 5의 결과와 마찬가지로, 수신안테나 개수가 증가할수록 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법을 ZF으로 했을 때의 성능으로 MMSE로 했을 때의 성능을 대체할 수 있음을 예상할 수 있다. 결과적으로, 단계별 시스템에서 다중 다이버시티 컴바이닝 기법 조합으로는 공간 다이버시티 컴바이닝 기법은 MRC, 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법은 MMSE가 최적이라고 할 수 있으며 나아가, 수신안테나 개수가 대략 6개 이상인 경우에는 공간 다이버시티 컴바이닝 기법은 MRC, 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법은 ZF이 최적이라고 할 수 있다.

그림 8과 그림 9에서 단계별 시스템에서  $N_C$ 가 16개이고 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법과  $E_b/N_0$ 가 고정되어 일 때, 수신안테나 개수  $N_R$  및 공간 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 판별 변수 분포를 확인할 수 있다. 그림 8과 그림 9의 결과로부터 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법에 관계없이 공간 다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE, MRC로 한 경우보다 ZF으로 했을 때의 판별 변수 분포의 밀도가 가장 낮다는 것을 알 수 있다. 이는 그림 7의 실험결과와 같이 공간다이버시티 컴바이닝 기법을 MMSE, MRC로 한 경우의 성능이 ZF으로 한 경우보다 뛰어난 의미를 가진다. 또한, 그림 8과 그림 9를 통해서 수신안테나 개수  $N_R$ 에 따른 판별 변수 분포의 차이도 확인할 수 있다. 그림 8과 그림 9에서 파란색 별표는  $N_R$ 이 2개, 빨간

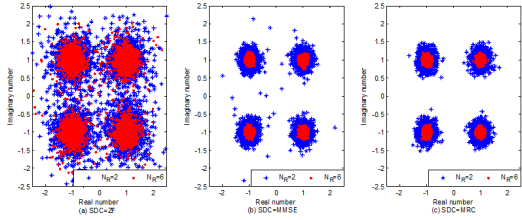


그림 8. 단계별 시스템의 FDC가 ZF일 때, SDC에 따른 판별 변수 분포( $P=1$ ,  $N_C=16$ ,  $E_b/N_0=15\text{dB}$ )  
 Fig. 8. Distribution of decision statistic according to the SDC in sequential systems with FCD=ZF ( $P=1$ ,  $N_C=16$ ,  $E_b/N_0=15\text{dB}$ )

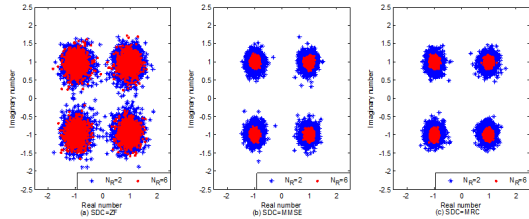


그림 9. 단계별 시스템의 FDC가 MMSE일 때, SDC에 따른 판별 변수 분포 ( $P=1$ ,  $N_C=16$ ,  $E_b/N_0=15\text{dB}$ )  
 Fig. 9. Distribution of decision statistic according to the SDC in sequential systems with FCD=MMSE ( $P=1$ ,  $N_C=16$ ,  $E_b/N_0=15\text{dB}$ )

색 점표는  $N_R$ 이 6개임을 의미하며 두 포인트는  $1+j$ ,  $1-j$ ,  $-1+j$ ,  $-1-j$ 를 중심으로 분포하고 있다.  $N_R$ 이 2개인 경우보다 6개인 경우 분포의 밀도가 더욱 조밀한 것을 알 수 있고 이는 판별 변수가 channel hardening 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 즉, 수신안테나 개수가 증가할수록 다중경로 페이딩 환경의 영향을 덜 받는 신호가 발생할 확률이 높아지며 신호의 성능은 수신안테나 개수와 비례하여 향상된다. 이는 그림 8과 그림 9를 통해 실험적으로 판별 변수 분포의 밀도가 높아지는 결과로 확인할 수 있다.

단계별 시스템은 각각의 수신안테나의 채널 행렬별로 공간 다이버시티 컴바이닝 연산을 수행하기 때문에 두 번째 다이버시티 컴바이닝 과정인 주파수 다이버시티 컴바이닝 과정까지 행렬의 대각 성질을 유지할 수 있으며, 이는 행렬 연산을 비교적 간단히 수행할 수 있도록 한다. 하지만 단계별 시스템은 주파수 다이버시티 컴바이닝 연산과 공간 다이버시티 컴바이닝 연산을 각각 수행해야하고 식 (16)과 같은 잡음 정규화 과정이 추가로 필요하기 때문에 통합된 시스템에 비해 신호 모형을 위한 연산 단계가 복잡하다.

한편, 통합된 시스템은 식 (4)의 채널행렬  $\hat{\mathbf{H}}$ 을 이용하여 다이버시티 컴바이닝 연산을 수행한다. 채널행

렬  $\hat{\mathbf{H}}$ 의 행 크기는  $N_R$ 배로 증가하여 행렬 연산의 크기가 커지고, 대각성질을 가지고 있는 채널 행렬들을 병렬로 재배열하기 때문에 행렬의 대각성질이 유지되지 않아 계산과정이 복잡하다. 하지만 모든 수신안테나의 채널행렬을 하나의 행렬로 재배열하고 다이버시티 컴바이닝 연산을 수행하기 때문에 수신안테나 개수만큼 다이버시티 컴바이닝 연산을 반복하지 않아도 된다. 또한,  $\hat{\mathbf{H}}$ 을 이용한 다이버시티 컴바이닝 연산은 주파수 다이버시티 컴바이닝 연산과 공간 다이버시티 컴바이닝 연산을 모두 수행한 것과 동일하게 나타난다. 따라서 통합된 시스템으로 신호를 모형을 경우, 단 한 번의 다이버시티 컴바이닝을 수행하여 연산의 단계를 축소시킬 수 있는 장점이 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 SIMO 시스템의 SC-FDMA 기법에서 공간 다이버시티 컴바이닝 기법과 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법에 따른 BER (Bit Error Ratio) 성능을 비교했다. 먼저, 공간 다이버시티 이득과 주파수 다이버시티 이득을 동시에 고려할 수 있게 통합된 시스템과 공간 및 주파수 다이버시티 컴바이닝을 순서대로 수행한 단계별 시스템은 세 가지 조건을 만족하면 동일한 성능을 가지는 시스템이 되는 것을 확인하였다. 또한, 주파수 다이버시티 이득과 공간 다이버시티 이득이 시스템의 최종 성능에 어떠한 영향을 미치는지 확인하였으며, 단계별 시스템에서 다이버시티 컴바이닝 기법의 조합에 따른 성능도 분석하였다. 전체 부반송과 개수의 증가로 주파수 다이버시티 이득이 증가하는 경우, 주파수 다이버시티 기법이 ZF(Zero Forcing)일 때의 성능과 MMSE(Minimum Mean Square Error)일 때의 성능은 두 기법의 성능 차이를 유지하면서 높은 SNR 영역의 성능 향상에 영향을 미치는 것을 보였다. 또한, 셀 내의 존재하는 사용자 수가 증가할수록 주파수 다이버시티에 의해 각각의 사용자의 성능에 미치는 영향은 감소하는 것을 실험으로 확인했다. 수신안테나 개수의 증가로 공간 다이버시티 이득이 증가하는 경우, 모든 SNR 영역의 성능을 향상시키면서 주파수 다이버시티 컴바이닝이 ZF일 때와 MMSE일 때의 성능 차이를 줄이는데 영향을 미침을 확인하였다. 특히, 셀 내의 사용자 수를 한 명으로 가정하고 공간 다이버시티 컴바이닝에 대한 성능 변화 그래프를 확인했을 때, 수신안테나 개수가 대략 6개 이상이 되면 주파수 다이버시티 컴바이닝 기법이

MMSE일 때의 성능이 ZF일 때의 성능으로 대체 가능함을 확인하였다. 셀 내의 사용자 수가 증가할수록 주파수 다이버시티 컴비이닝 기법이 ZF일 때의 성능이 MMSE일 때의 성능과 유사해지는 수신안테나 개수가 점점 감소함을 확인할 수 있었으며 이는 ZF으로 주파수 다이버시티 컴비이닝 연산을 한 경우 MMSE로 연산을 했을 때의 성능과 유사해지기 위한 최대 수신안테나 개수가 대략 6개임을 알 수 있다.

### References

[1] H. Myung, J. Lim, and D. Goodman, "Single carrier FDMA for uplink wireless transmission," *IEEE Veh. Tech. Mag.*, vol. 1, no. 3, pp. 30-38, Sept. 2006.

[2] H. G. Myung, J. Lim, and D. Goodman, "Peak-to average power ratio of single carrier FDMA signals with pulse shaping," *2006 IEEE 17th Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun.*, pp. 1-5, Sept. 2006.

[3] H. Holma and A. Toskala, *LTE for UMTS-OFDMA and SC-FDMA based radio access*, NY: WILEY, 2009.

[4] S.-K. Lee, Y.-H. Park, and B.-S. Seo, "Noise whitening decision feedback equalizer for SC-FDMA receivers," *J. Broadcast Eng.*, vol. 16, no. 3, pp. 986-995, Nov. 2011.

[5] S. Kaiser, "Spatial transmit diversity techniques for broadband OFDM systems," *Global Telecommun. Conf.*, vol. 3, pp. 1824-1828, Nov.-Dec. 2000.

[6] A. Dammann and S. Kaiser, "Transmit/ receive-antenna diversity techniques for OFDM systems," *European Trans. Telecommun.*, vol. 13, no. 5, pp. 531-538, Sept.-Oct. 2002.

[7] Q. Li, G. Li, W. Lee, and M. Lee, "MIMO techniques in WiMAX and LTE: a feature overview," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 48, no. 5, pp. 86-92, May 2010.

[8] F. Adachi and K. Takeda, "Bit error rate analysis of DS-CDMA with joint frequency-domain equalization and antenna diversity combining," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E87-B, no. 10, Oct. 2004.

[9] K. Takeda, T. Itagaki, and F. Adachi,

"Application of space-time transmit diversity to single-carrier transmission with frequency-domain equalization and receive antenna diversity in a frequency-selective fading channel," *IEE Proc. Commun.*, vol. 151, no. 6, pp. 627-632, Kyoto, Dec. 2004.

[10] H.-K. Jung, "A study on performance enhancement of cyclic delay diversity OFDM system using frequency diversity," *J. KICS*, vol. 37, no. 2, pp. 135-140, Mar. 2012.

[11] S. Okuyama, K. Takeda, and F. Adachi, "Iterative MMSE detection and interference cancellation for Uplink SC-FDMA MIMO using HARQ," *IEEE Commun.*, pp. 1-5, Jun. 2011.

[12] M. Nouné and A. Nix, "Frequency-domain transmit processing for MIMO SC-FDMA in wideband propagation channels," *IEEE WCNC 2009*, pp. 1-6, Budapest, Apr. 2009.

### 이진희 (Jin-Hui Lee)



2013년 2월 : 영남대학교 정보통신공학과 졸업  
 2013년 3월~현재 : 영남대학교 정보통신공학과 석사과정  
 <관심분야> OFDM 기반 다중반송과 전송방식, MIMO 검출 알고리즘

### 최권휴 (Kwonhwe Choi)



1994년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과 졸업  
 1996년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과 석사  
 2000년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과 박사  
 2000년 4월~2003년 2월 : 한국전자통신연구원 광대역 무선전송 연구부 광대역 무선전송 연구팀 선임연구원  
 2003년 2월~현재 : 영남대학교 전자정보공학부 정보통신공학전공 교수  
 <관심분야> OFDM 기반 다중반송과 전송방식, MIMO 검출 알고리즘, CDMA 시스템