

수학자 족보 프로젝트의 과거와 현재 그리고 한국

이 상 구 (성균관대학교)[†]

이 재 화 (한림대학교)

함 윤 미 (경기대학교)

본 원고에서는 수학자 족보 프로젝트(MGP, Mathematics Genealogy Project)의 과거와 현재에 대해 소개하고, 힐베르트와 저자의 경우를 예를 들어, 우리가 MGP를 어떻게 활용할 수 있을지 연구한다. MGP를 통하여 한국의 주요 수학자들(한국 수학사에 기여한 5명, 역대 한국과학상 수학부문 수상자, 대한수학회 학술상 수상자 등)의 뿌리에 대해 조사해 본 결과 MGP의 데이터베이스에는 그들의 기록이 누락되었거나 부실한 경우가 대부분이었다. 따라서 본 논문에서는 자신의 수학적 뿌리에 대한 정보를 프로젝트에 입력하는 방법을 구체적으로 소개하였다. 이 작업은 한국인 수학자들 자신의 학문적 뿌리를 정리하고 또한 한국 근대 수학사의 이해 및 한국 수학의 미래를 전망하는 데 도움이 된다.

1. 서론

수학의 발전에서 가장 큰 축의 하나가 수학자의 학맥(學脈)이다. 따라서 세계적인 수학자를 배출한 스승이 구인지와 그들이 배출한 수학자들에 대해서도 관심을 가질 필요가 있다. 수학자 족보 프로젝트(MGP, Mathematics Genealogy Project)는 1995년 시작된 수학자의 뿌리를 찾는 프로젝트로 수학자의 이름, 졸업한 대학과 연도, 박사학위 논문 제목, 박사학위 지도교수의 연결고리를 모으는 일련의 작업을 말한다.¹⁾ 이 프로젝트는 미네소타 주립대학교(Mankato) 수학과와 쿤스(Harry B. Coonce)교수에 의해 시작되었다. 처음에는 관심과 지원을 전혀 받지 못하던 이 프로젝트는 그간 여러 고비를 넘기면서 2014년 8월 현재 이미 80여 개국 1,000여 개의 대학에서 배출한 182,362명을 넘는 수학 박사학위자의 기록을 보유하게 되었다(Worth, 2006).

* 접수일(2014년 4월 15일), 심사(수정)일(2014년 6월 5일), 게재 확정일(2014년 6월 9일)

* ZDM 분류 : A30

* MSC2000 분류 : 01A05, 01A70, 01A85, 01A99

* 주제어 : 수학자 족보 프로젝트(MGP), 쿤스(Harry B. Coonce), 한국인 수학자, 수학적 뿌리, 수학적 자손, 지도 교수

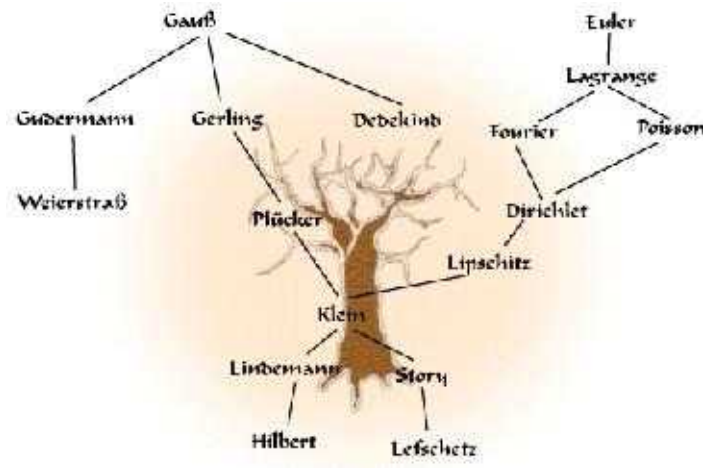
* 이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2011-0006953)

† 교신저자: sglee@skku.edu

1) <http://www.genealogy.ams.org/html/mission.phtml>

<http://www.facebook.com/pages/Mathematics-Genealogy-Project/104102516291446>

<http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/recognition.php>



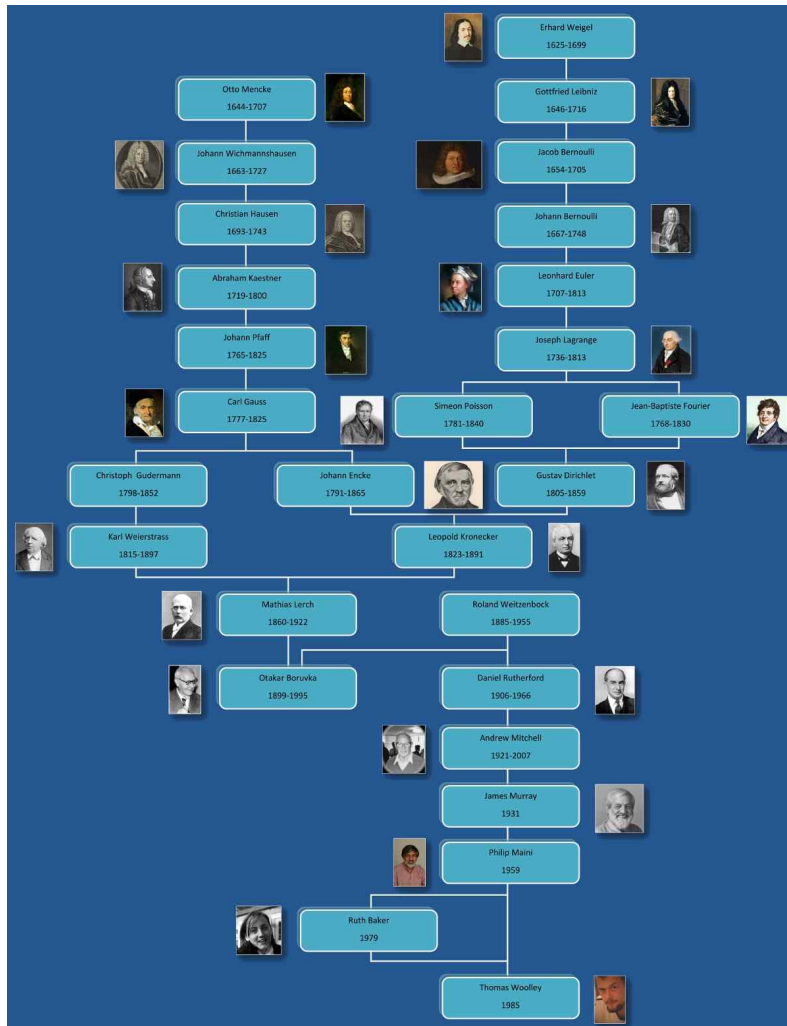
<그림 1> 수학자 족보 프로젝트 <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/>

이 프로젝트의 지금까지의 결과물은 라이프니츠(Gottfried Leibniz, 1646 - 1716)같은 최고 수학자의 제자의 제자는 물론 그의 스승의 스승을 모두 추적할 수 있다는 것으로 세계 최고의 수학자 50명을 포함하여 그들이 지도한 박사급 제자들의 학맥 정보를 담은 182,362명 이상의 수학적 ‘자손’들에 대한 데이터베이스로 이어진다(<그림 1>). 함수론으로 잘 알려진 클라인(Felix Klein, 1849 - 1925)은 모두 63명의 박사를 배출하였고, 그들도 또한 많은 수학적 ‘자손’들을 배출하였다. 그리고 다시 그들이 지도했던 학생들로 확장하면 2014년 4월 현재까지 클라인의 ‘자손’은 44,235명이 된다. 이와 같이 이 데이터는 수학자들 사이의 연결고리로 수학자의 ‘선조’와 그의 ‘자손’을 추적하는데 매우 귀중한 자료가 되었다(Jackson, 2007). <그림 2>는 사진을 이용하여 만든 수학적 족보의 예이다.²⁾

우리나라에서는 장수영 전 포스텍 총장이 10년 간 위의 프로젝트를 이용하여 주로 독일대학과 독일수학자의 뿌리를 중심으로 연구하여 ‘독일대학과 과학의 역사’라는 책을 발간하였고(장수영, 2001) 최근 그 책의 영문판³⁾이 발간되었다. 본 연구에서는 수학자들의 뿌리에 대한 연구의 역사에 대하여 논하고, 동시에 주요 한국인 수학자들의 뿌리와 그 제자들을 확인하면서, 그런 연결고리가 한국에 주는 의미를 찾는다.

2) 수학자 족보의 예(사진) <http://laughmaths.blogspot.com/2011/04/hello-from-laughing-mathematician.html>

3) S. Chang, *Academic Genealogy of Mathematicians*, World Scientific Publishing Co, Pte. Ltd., 2011.



<그림 2> 사진과 함께 만든 수학자 족보의 예

2. 수학자 족보에 대한 연구

50대 중반의 수학교수 쿤스는 자신의 연구 분야와 자신의 지도교수 이외에 다른 연구 분야의 뿌리에 대해서 생각하다가 이에 관하여 정리된 자료가 거의 존재하지 않는다는 것을 알게 되었다. 그는 수학자들의 족보를 정리하는 이 일이 혼자 할 수 있는 일을 넘어서는 의미 있는 대형 프로젝트가 될 것이라고 판단하였다. 그리고 이 용이 활발해지기 시작한 인터넷이라는 도구를 이용하여 이 프로젝트를 수행하는 방법을 구상한다(Carr, 1999). 1995, 1996년경 영(Neil Young)의 도움으로 ‘박사학위를 받은 수학자의 이름, 대학, 학위논문 제목, 논문 지도교수 이름’ 등으로 이루어지는 웹(World Wide Web)상에서 구동되는 기본 프로그램을 만드는 데 성공하였다. 이에

쿤스는 여러 대학의 수학과에 편지를 보내 각 대학이 배출한 수학박사에 관한 자료들을 요청하였다. 이를 기초로 자신의 프로젝트에 Mathematics Genealogy Project(MGP)라 이름을 붙이고, 1997년 미국수학회(AMS)와 미국수학협회(MAA)의 공동학술회의(JMM)에서 MGP 프로젝트에 대한 ‘논문’을 발표한다. 쿤스의 발표를 듣고 관심을 가진 청중 한 명이 카테고리 이론을 소개한 맥레인(Saunders Mac Lane, 1909 - 2005)⁴⁾에 대한 자세한 정보를 보내주었다. 이를 계기로 1997년 후반부터 수학자들에 대한 데이터들이 축적되기 시작하여 3,500명의 수학자들의 이름이 모아져 1997년 10월 처음으로 공식 웹사이트를 통하여 알리기 시작하였다.⁵⁾

프로젝트의 기획에 따르면, 우선 조사된 3,500명의 수학자 이름을 소개한 후, 그 다음 단계는 다른 수학자들이 이 웹사이트를 이용하여 누락된 수학자들의 정보를 입력하거나, 자신에게 메일로 보내주면 확인하며 추가로 입력을 하는 것이 계획이었다. 처음에는 개인 비용으로 자신의 프로젝트를 도왔던 학생들에게 수고비를 지불했으므로, 프로젝트의 내용을 지속적으로 보강하기 위해서는 자연스럽게 추가로 소요되는 비용이 문제가 되었다. 그래서 이 부담을 줄이려고 가능한 지원기관을 찾아 연구비를 여러 차례 신청하였으나, 그의 제안은 번번이 거절당했다. 그에게 돌아온 거절 이유는 다음과 같았다(Worth, 2006).

“이 제안서를 보고 연구 지원을 할 수 없는 이유는 다음과 같습니다. 이런 주제의 연구는 이전에 누구도 수행한 적이 없습니다.”

그러나 쿤스는 이에 좌절하지 않고, 외부의 지원 없이도 수년 간 스스로 노력하여 1999년 봄 무렵에는 약 25,000명의 수학자의 지도교수와 지도학생에 대한 정보를 MGP에 채워 넣을 수 있었다. 그와 동시에 역사에 관심을 가진 수학자들 중의 일부가 MGP에 흥미를 갖게 되면서, 그 중 일부는 사망한 수학자들에 대한 중요한 정보들을 보내왔다. 쿤스는 먼저 박사학위를 배출하는 미국대학들에서 받은 정보를 중심으로 분석한 결과, 초창기 미국에서 배출한 수학박사들의 뿌리는 대부분 유럽에서 학위를 하고 온 분들로부터 시작된다는 것을 알게 되었다. 이때부터 그는 미네소타 주립대학교(Mankato) 수학과에서 얻은 공간에 서버를 설치하고, 오로지 수학자의 뿌리를 찾는 프로젝트에만 전념하여 2002년 여름에는 약 50,000명의 수학박사들의 기록을 모았으며 미네소타 주립대학교 홈페이지와 함께 미러사이트를 독일의 빌레펠트 대학교(Bielefeld University)에 추가로 설치하여 정보를 제공하였다.⁶⁾ 그러나 이 과정에서 큰 난관을 맞게 된다. 당시 미네소타 주립대학교(Mankato) 수학과는 그에게 MGP 서버를 위한 공간 지원을 더 이상 할 수 없으니 방을 비워달라고 하였다. 쿤스는 MGP의 학문적 가치에 대하여 여러 차례 책임자를 설득하였으나, 그 노력이 실패하자 크게 좌절하였다. 이 과정에서 다행히 친구의 주선으로 노스다코타 주립대학교(NDSU)로부터 MGP에 대한 긍정적인 제안을 받게 된다. 그가 받은 제안은 NDSU는 그에게 재정 및 연구실 지원은 못하지만 교수 직책과 인터넷에 기반한 서버를 운영할 수 있도록 해 줄 수는 있다는 것이었다. 그는 이 제안을 흔쾌히 받아들여 스스로 새 서버를 구입하여 NDSU로 이사하고, 새 서버실에 설치한 후 MGP 웹사이트를 NDSU의 새 주소에서 재가동하였다(Carr, 1999).

이런 어려운 상황을 헤쳐 나가던 쿤스는 2003년 볼티모어에서 열린 JMM(AMS연합학술회의)에서 미국수학회(AMS) 사무총장(Executive Director)인 유잉(John Ewing)을 만난다. 그리고 MGP에 대한 AMS의 지원 가능성에 대하여 협조를 구한다. 다행히 AMS는 그의 노력에 긍정적인 답을 주게 되었고, 이를 계기로 AMS가 약간의 재정 지원을 해 주기 시작한다. 그러나 결정적인 도움은 AMS 홈페이지에 MGP 미러사이트를 제공해 준 것과 AMS 소식지에 광고를 해 주면서 JMM에서 홍보공간(Booth)을 제공해 준 것이다.⁷⁾ 이를 통하여 MGP는 크게

4) 카테고리 이론은 맥레인과 아일렌버그(Samuel Eilenberg, 1913 - 1998)가 소개하였다.

5) <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/>

6) <http://genealogy.math.uni-bielefeld.de/genealogy/> 이외에도 <http://genealogyimpa.br/> 가 있다.

홍보가 되었고, 많은 관심을 끌게 되었으며, 이때부터 많은 수학자에 대한 추가 정보가 순조롭게 모이기 시작하였다. 그러나 여전히 MGP는 사비와 자원봉사자, 그리고 AMS와 개인 후원자들이 도와주는 약간의 자금으로 운영되었다. 또 하나의 계기는 쿤스가 2004년 애틀랜타에서 열린 JMM에서 AMS의 임원이자 NSF(미국연구재단) 과제의 심사자이며 여러 주요 저널의 편집장인 크란츠(Steven Krantz)를 만난 것이다. 크란츠는 60여 권의 책을 저술한 널리 알려진 수학자인데, 쿤스는 크란츠에게 MGP와 운영비용 등에 대하여 겪고 있는 자신의 어려움을 솔직히 얘기하였다. 이 얘기를 진지하게 들은 크란츠는 이 프로젝트를 도와줄 방법을 찾아보겠다고 하고 클레이(Clay) 수학연구소의 담당자와 만날 기회를 주선해 주었고, 이를 계기로 클레이 수학연구소가 MGP를 운영할 충분한 예산을 지원하기 시작했다(Jackson, 2007).

쿤스는 2006년 직접 국제수학자대회(ICM)를 포함한 여러 학술회의에 가서 MGP 프로젝트에 대하여 많은 강연을 하고, 청중에게 더 많은 수학자에 대한 정보를 보내달라고 부탁하였다. 동시에 자신도 수학자에 관한 부고(訃告) 기사를 확인하면서 지속적으로 많은 수학자들과 연락하면서 새로운 수학자들의 정보를 찾아서 부지런히 추가하기 시작하였다. 처음에는 대략 25,000에서 35,000명 정도의 수학박사의 정보가 모일 것이라고 기대하였으나 그 기대를 크게 넘어서 2014년 8월 현재 파악된 수학박사의 수는 이미 80여 개국의 1,000여 개 학교를 졸업한 182,362명을 넘게 되었다.

Mathematics Genealogy Project

Teiji Takagi
[Biography MathSciNet](#)

Ph.D. Tokyo Imperial University 1903

Dissertation: *Ueber die im Bereiche der rationalen complexen Zahlen Abel'schen Zahlkörper*

Advisor: [David Hilbert](#)

Students:
 Click [here](#) to see the students listed in chronological order.

Name	School	Year	Descendants
Shōzō Yanagida	Tokyo Imperial University	1931	498
Sugeshi Kuroda	Tokyo Imperial University	1945	8
Tadasi Nakayama	University of Osaka	1941	6
Kenjirō Shoda	University of Tokyo	1931	57
Hiroshi Uehara	University of Tokyo		12

According to our current on-line database, Teiji Takagi has 5 students and 579 descendants.
 We welcome any additional information.
 If you have additional information or corrections regarding this mathematician, please use the [update form](#). To submit students of this mathematician, please use the [new data form](#).

<그림 3> MGP에서 타카기의 관련정보

3. 수학자 족보의 예

먼저 20세기의 대표 수학자라 할 수 있는 힐베르트(David Hilbert, 1862-1943)의 예를 들어 MGP 홈페이지에서 어떤 유용한 정보를 알 수 있는지 알아보자. MGP를 통해 힐베르트에 관하여 확인할 수 있는 정보는 다음과 같다.

(힐베르트) David Hilbert <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=7298>

박사학위 수여기관과 수여년도: Universität Königsberg 1885

박사학위논문 제목: *Über invariante Eigenschaften specieller binärer Formen, insbesondere der Kugelfunctionen*

박사학위논문 지도교수: C. L. Ferdinand (Carl Louis) Lindemann

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 75명과 22,326명의 수학적 자손을 두고 있다.

그리고 그의 제자 중 <그림 3>의 타카기(Teiji Takagi, 1875-1960)의 경우⁸⁾를 보면 독일에서의 국비 유학 중 영향을 받은 힐베르트를 지도교수로 기록이 되어 있으며, 학위는 1903년 동경제국대학에서 받은 것으로 되어 있다. 그리고 그는 5명의 박사학위 제자를 배출하였고, 그 제자들을 포함하여 현재까지 579명의 수학적 자손을

7) <http://www.genealogy.ams.org/>

8) <http://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=55699>

배출한 것으로 기록되어 있다. 이 중에는 대수기하와 복소다양체론으로 1954년 일본인 최초로 필즈 메달을 수상한 코다이라(Kunihiko Kodaira, 1915 - 1997)도 포함되어 있다.

그리고 제 1 저자의 경우⁹⁾에 지도교수의 지도교수를 따라가다 보면 힐베르트로 연결이 되어, 자연스럽게 위에서 소개한 타카기와도 수학적인 친척이 되는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 MGP의 웹사이트에 있는 제출(submit)란을 이용하여 자신이 박사학위자(9명)를 배출할 때마다 포함시켰다.

그 과정에서 다른 한국인 수학자의 기록을 MGP에서 확인하면서 많은 한국인 수학박사들에 대한 정보가 누락되어 있음을 확인할 수 있었다. 예를 들어 대한수학회장을 역임하고 1989년에 한국과학상(수학부문)을 수상한 서울대 김종식 교수의 경우는 MGP에 다음과 같이 기록되어있다.

(김종식) Jongsik Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=16822>

박사학위 수여기관과 수여년도: Purdue University 1972

박사학위논문: *Characterization of A Lattice Homomorphism*.

박사학위논문 지도교수: Samuel Kaplan

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

위에 MGP 검색에 의하면 제자가 단 한 명도 기록이 되어 있지 않은 것이다. 그러나 직접 한국 연구업적 통합정보(KRI, Korean Researcher Information)¹⁰⁾를 통하여 확인해 본 결과 다음과 같이 7명의 박사학위자를 배출하였음을 확인하였다.

김낙중 서울대학교 1986 ‘일정 다중 특성집합을 가지는 편미분방정식의 코시문제’

최규홍 서울대학교 1986 ‘의미분작용소가 이루는 복체’

정택신 서울대학교 1988 ‘*On the local solvability of the system of the Lewy type vector fields*’

김권욱 서울대학교 1991 ‘비선형편미분방정식의 해의 존재성에 관하여’

외에 김필호, 석용장, 이춘호(1992) 등.

그리고 김종식 교수의 제자 중 ‘의미분작용소가 이루는 복체’로 1986년에 박사학위를 취득한 인하대학교 최규홍 교수도 7명의 박사를 배출하였음을 개인적으로 확인하였다. 이런 경우 MGP에 정보를 업데이트 하는 가장 쉬운 방법은 김종식 교수님에게 박사학위를 취득한 제자가 MGP 홈페이지의 입력란에 자신의 지도교수가 김종식 교수라는 것과, 자신의 학위논문 제목과 학위취득년도 정보만을 프로젝트 홈페이지에서 타이핑하면, 간단한 검증과정을 거친 후 3-4일 후 바로 프로젝트 홈페이지에 모든 관계가 업데이트가 된다. 그리고 그 후에 자신이 지도한 제자들을 같은 방법으로 입력하면 된다. 이렇게 한국의 수학자들의 정보가 다른 나라의 수학자들과 함께 프로젝트에 소개되는 것이, 12차 세계수학교육대회(ICME-12)를 성공적으로 마치고 2014년 세계수학자대회(ICM 2014)를 앞둔 한국에서 우리가 고려할 수 있는 하나의 수학적 활동이라고 생각했으며, 이것이 이 논문을 쓰게 된 목적이다. 또 이런 기여가 한국의 수학을 세계에 알리는 데 도움이 될 것이다.

4. MGP에 알려져 있는 주요 한국수학자 관련 기록에 대한 분석

9) <http://matrix.skku.ac.kr/sglee/MathAncestors-sglee.htm>

10) <http://www.kri.go.kr>

장수영 전 포스텍 총장은 자신의 '독일대학과 과학의 역사'라는 책에서 한국의 주요 수학자 5명 내외를 선정하여 수학자 족보 프로젝트를 이용하여, 학문적 계보를 확인하여 소개한 바 있다(장수영, 2001). 그 내용의 일부를 요약 수정하여 소개한다.

(이임학) Rimhak Ree <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=17732>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of British Columbia 1955

박사학위논문: *Witt Algebras*

박사학위논문 지도교수: Stephen Arthur Jennings

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

1944년 경성제국대학(Keijo Imperial Univ.) 물리학과를 졸업한 이임학의 박사 지도교수는 Stephen A. Jennings(1939, Toronto)이고, 그 지도교수는 Richard Brauer(1926, Berlin)이며, 또 그 지도교수는 Issai Schur(1901, Berlin)와 Erhard Schmidt(1905, Göttingen)이며, 각각은 G. F. Frobenius(1870, Berlin)와 David Hilbert(1885, Königsberg)의 제자임을 찾아서 소개하였다.

(임덕상) Dock Sang Rim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=2657>

박사학위 수여기관과 수여년도: Indiana University 1957

박사학위논문: *An Axiomatic Approach to Cohomology Theory of Finite Groups*

박사학위논문 지도교수: George William Whaples

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 2명과 5명의 수학적 자손을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Hideki Ozeki	Brandeis University	1962	
Marie Vitulli	University of Pennsylvania	1976	3

1954년 서울대 수학과를 졸업한 임덕상의 박사 지도교수는 George Whaples(1939, Wisconsin)이고, 그 지도교수는 Mark Ingraham(1924, Chicago)임을 찾아서 소개하였다.

(오용근) Yong-Geun Oh <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=11560>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of California, Berkeley 1988

박사학위논문: *Nonlinear Schrodinger Equations with Potentials: Evolution, Existence, and Stability of Semi-Classical Bound States*

박사학위논문 지도교수: Alan David Weinstein

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 7명의 제자를 포함하여 8명의 수학적 자손을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Garrett Alston	University of Wisconsin-Madison	2010	
Lino Amorim	University of Wisconsin-Madison	2012	
Cheol-Hyun Cho	University of Wisconsin-Madison	2003	
Darko Milinkovic	University of Wisconsin-Madison	1997	1
Peter Spaeth	University of Wisconsin-Madison	2006	

Dongning Wang	University of Wisconsin-Madison	2013
Rui Wang	University of Wisconsin-Madison	2013

1983년 서울대 수학과를 졸업한 오용근 박사(1988, Berkeley)의 지도교수는 Alan Weinstein(1967, Berkeley)이고, 그 지도교수는 1983년 Wolf Prize를 받은 S. S. Chern(1936, Hamburg)임을 찾아서 소개하였다. 오용근 교수는 현재 위스콘신대와 KIAS의 겸임교수이다.

(김민형) Minhyong Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=39081>

박사학위 수여기관과 수여년도: Yale University 1990

박사학위논문: *Lower Bounds for Lattice Vectors and Arithmetic Intersection Theory*

박사학위논문 지도교수 1: Serge Lang

박사학위논문 지도교수 2: Barry Charles Mazur

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 10명의 제자를 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Navin Dasigi	University College London	2012	
Minette D'Lima	University College London	2011	
Junmyeong Jang	Purdue University	2008	
Sheldon Joyner	Purdue University	2008	
Seog Kim	University of Arizona	2001	
Fredrick Leitner	University of Arizona	2005	
Susan Marshall	University of Arizona	2001	
Per Mikkelsen	Columbia University	1995	
Alexander Perlis	University of Arizona	2004	
Christopher Rasmussen	University of Arizona	2004	

1985년 서울대 수학과를 졸업한 김민형 교수(1990, Yale)의 박사지도교수는 Serge Lang(1951, Princeton)이고, 그 지도교수는 Emil Artin(1921, Leipzig)임을 찾아서 소개하였다. 김민형 교수는 최근 앙드레 와일스의 추천을 받아 옥스퍼드대 정교수로 임명이 되었다. 그 외에 KIAS의 황준묵 교수, 서울대의 박종일 교수, 연세대의 김정환 교수, 서강대의 이용남 교수 등에 대하여 학문적 아버지와 할아버지까지 소개하였다.

(박종일) Jongil Park <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=15555>

박사학위 수여기관과 수여년도: Michigan State University 1996

박사학위논문: *Seiberg-Witten Invariants of Rational Blow-downs and Geography Problems of Irreducible 4-Manifolds*

박사학위논문 지도교수: Ronald Alan Fintushel

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 1명의 제자를 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Heesang Park	Seoul National University	2010	

(이용남) Yongnam Lee <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=20085>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of Utah 1997
 박사학위논문: *Degeneration of Numerical Godeaux Surfaces*
 박사학위논문 지도교수: C. Herbert (Charles) Clemens, Jr.
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

(**김정환**) Jeong Han Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=6242>
 박사학위 수여기관과 수여년도: Rutgers University, New Brunswick 1993
 박사학위논문: *Non-Combinatorial Approaches to Combinatorial Problems*
 박사학위논문 지도교수: Jeffrey Ned Kahn
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

계속해서 본 절에서는 한국의 주요 수학자 중 한국과학상(수학부문) 수상자들과 대한수학회 학술상 수상자들에 대한 수학적 뿌리에 대한 기록을 살펴본다. 먼저 MGP에서 역대 한국과학상(수학부문) 수상자에 대한 기록을 살펴보자. 한국과학상은 1987년에 신설된 것으로 수학부문에는 1987년 박용문, 기우항, 1989년 김종식, 1995년 최재경, 2001년 황준목, 2003년 채동호, 2005년 강석진, 2007년 금종해, 2009년 강현배 교수가 있다. 그 중 일부 수상자의 수학적 뿌리를 조사하면 다음과 같다.

(**박용문, 1987**) Yong Moon Park <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=153422>
 박사학위 수여기관과 수여년도: Indiana University 1973
 박사학위논문: *Quantum Field Theory for the Exponential Type Boson Self Interactions in Two Space-Time Dimensions*
 박사학위논문 지도교수 1: John L. Challifour
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

(**기우항, 1987**)님의 자료는 웹상에서 아직 확인이 안 된다.

(**최재경, 1995**) Jaigyoung Choe <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=32518>
 박사학위 수여기관과 수여년도: University of California, Berkeley 1986
 박사학위논문: *On the Existence and Regularity of Fundamental Domains with Least Boundary Area*
 박사학위논문 지도교수: Richard Melvin Schoen
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 7명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Jin Choi	POSTECH	1999	
Sun Sook Jin	Seoul National University	2001	
Inho Kim	POSTECH	1998	
Hojoo Lee	Seoul National University	2011	
Sungho Park	Seoul National University	2002	
Juncheol Pyo	Seoul National University	2010	
Keomkyo Seo	Seoul National University	2007	

(황준목, 2001) Jun-Muk Hwang <http://www.genealogy.ams.org/id.php?id=18817>

박사학위 수여기관과 수여년도: Harvard University 1993

박사학위논문: *Global Nondeformability Of The Complex Hyperquadric*

박사학위논문 지도교수: Yum-Tong Siu

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

(채동호, 2003) Dongho Chae <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=45033>

박사학위 수여기관과 수여년도: Princeton University 1989

박사학위논문: *Vanishing Viscosity Limit of Statistical Solutions of the Navier-Stokes Equations*

박사학위논문 지도교수: Andrew Joseph Majda

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 6명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Kwangseok Choe	Seoul National University	2001	
Jongmin Han	Seoul National University	2000	
Hyungjin Huh	Seoul National University	2005	
Namkwon Kim	POSTECH	1997	
Jihoon Lee	Seoul National University	2002	
Hee-Seok Nam	Seoul National University	2000	

(강석진, 2005) Seok-Jin Kang <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=26479>

박사학위 수여기관과 수여년도: Yale University 1990

박사학위논문: *Gradations and Structure of Kac-Moody Lie Algebras*

박사학위논문 지도교수: George B. Seligman

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 7명의 제자를 포함하여 11명의 수학적 자손을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
So-Nam Choi	Seoul National University	2003	
Jin Hong	Seoul National University	2000	
Kyeonghoon Jeong	Seoul National University	1999	
Jae-Hoon Kwon	Seoul National University	2001	
Hyeonmi Lee	Seoul National University	2001	
Kyu-Hwan Lee	Seoul National University	2001	4
Young-Tak Oh	Seoul National University	2003	

(김종해, 2007) Jong Hae Keum <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=7125>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of Michigan 1988

박사학위논문: *On Kummer Surfaces*

박사학위논문 지도교수: Igor V. Dolgachev

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 1명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
------	--------	------	-------------

DongSeon Hwang KAIST 2009

(강현배, 2009) Hyeonbae Kang <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=11395>
 박사학위 수여기관과 수여년도: University of Wisconsin-Madison 1989
 박사학위논문: *Tangential Cauchy Riemann Equations on Certain Unbounded Weakly Pseudoconvex Domains*

박사학위논문 지도교수: Alexander Joseph Nagel
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 1명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
KiHyun Yun	Seoul National University	2005	

다음으로 대한수학회 역대 학술상 수상자에 대한 기록¹¹⁾을 살펴보자. 수상연도 순으로 보면 수상자는 1982년 기우항, 1984년 이기안, 1985년 하기식, 1986년 박세희, 1987년 김종식, 1988년 박진석, 1989년 김제필, 1990년 박용문, 1991년 정동명, 1992년 박재결, 1993년 김홍오, 1994년 장진수, 1995년 김도한, 1996년 김혁, 1997년 최봉대, 1998년 한중규, 1999년 황석근, 권길현, 2000년 김강태, 2001년 곽진호, 이우영, 2002년 김선부, 최부림, 2003년 김창호, 2004년 박종열, 서영진, 2005년 구자경, 2006년 정일봉, 강현배, 2007년 곽도영, 2008년 구형운, 2009년 김명환, 김영호, 2010년 김범식, 2011년 고기형, 2012년 계승혁, 2013년 금중혜 교수가 있다. 그 중 일부 수상자의 수학적 뿌리를 조사하면 다음과 같다.

(이기안, 1984), (하기식, 1985), (박진석, 1988), (김제필, 1989)님의 자료는 웹에서 아직 확인이 안 된다.

(박재결, 1992) Jae Keol Park <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=9876>
 박사학위 수여기관과 수여년도: University of Cincinnati 1978
 박사학위논문: *Artinian Skew Group Rings and Semiprime Twisted Group Rings*
 박사학위논문 지도교수: Joe Wayne Fisher
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

(김홍오, 1993) Hong Oh Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=9755>
 박사학위 수여기관과 수여년도: University of Wisconsin-Madison 1982
 박사학위논문: *Derivatives of Inner Functions*
 박사학위논문 지도교수: Patrick Robert Ahern
 2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 8명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Gee Ju Chae	KAIST	2002	
Myungjin Choi	KAIST	2007	
Tae Jung	KAIST	2009	
Rae Young Kim	KAIST	2003	
Ja Ku	KAIST	2005	

11) <http://www.kms.or.kr/> 에서 역대 학회상 수상자 / 학술상으로 검색 가능

Jong Hwan Lee KAIST 1998
 Jae Ku Lim KAIST 1998
 Jong Ha Park KAIST 1998

(**김도한, 1995**) Dohan Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=62391>

박사학위 수여기관과 수여년도: Rutgers University, New Brunswick 1981

박사학위논문: *Global Solvability in C^∞ and Examples of PDE's without Nonconstant Solutions*

박사학위논문 지도교수 1: J. François Treves

박사학위논문 지도교수 2: William John Sweeney

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 1명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
June Gi Kim	Seoul National University	1987	

(**한중규, 1998**) Chong Kyu Han <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=7283>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of Michigan 1981

박사학위논문: *Real Analyticity of CR Equivalences on Some Weakly Pseudoconvex Hypersurfaces in N -Dimensional Complex Euclidean Space*

박사학위논문 지도교수: Daniel Matthew Burns, Jr.

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 4명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Heungju Ahn	Seoul National University	1999	
Hyesoon Kim	Seoul National University	2010	
Jong Oh	Seoul National University	2003	
Jong-Do Park	Seoul National University	2005	

(**황석근, 1999**) Suk Geun Hwang <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=9955>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of Wisconsin-Madison 1985

박사학위논문: *Minimization Problems for the Permanent Function on Classes of Nonnegative Matrices*

박사학위논문 지도교수: Richard Anthony Brualdi

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 1명의 제자를 포함하여 5명의 수학적 자손을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Seok-Zun Song	Kyungpook National University	1988	4

(**김강태, 2000**) Kang-Tae Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=40002>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of California, Los Angeles 1988

박사학위논문: *Domains with Noncompact Automorphism Groups*

박사학위논문 지도교수: Robert Everist Greene

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 9명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
------	--------	------	-------------

Jisoo Byun	POSTECH	2002
Young-Jun Choi	POSTECH	2011
Jae-Cheon Joo	POSTECH	2005
Kang-Hyurk Lee	POSTECH	2005
Sunhong Lee	POSTECH	2000
Byoung Lae Min	POSTECH	2009
Andrea Pagano	Brown University	1994
Aeryeong Seo	POSTECH	2012
Minju Song	POSTECH	2011

(**곽진호, 2001**) Jin Ho Kwak <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=2341>

박사학위 수여기관과 수여년도: Indiana University 1982

박사학위논문: *Stable Parallelizability of Lens-Like Spaces*

박사학위논문 지도교수: John Harwood Ewing

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 5명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Young Soo Kwon	POSTECH	2003	
Jaeeun Lee	Kyungpook National University	1990	
Ju-Mok Oh	POSTECH	2004	
Yong Sung Park	Physical Institute at Vienna	2007	
Moo Young Sohn	Kyungpook National University	1987	

(**이우영, 2001**) Woo Young Lee <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=114709>

박사학위 수여기관과 수여년도:

박사학위논문:

박사학위논문 지도교수: Unknown

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 1명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Sang Hoon Lee	Sungkyunkwan University	2003	

(**김선부, 2002**) Seon-Bu Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=3605>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of Missouri - Columbia 1986

박사학위논문: *K-Jacobi Fields and Lorentzian Comparison Theorems*

박사학위논문 지도교수: Paul Ewing Ehrlich

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

(**최부림, 2002**) Boo Rim Choe <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=10341>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of Wisconsin-Madison 1988

박사학위논문: *Composition with Bounded Holomorphic Functions on the Ball*

박사학위논문 지도교수: Walter Rudin

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 4명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Eun Sun Choi	Korea University	2008	
Young Joo Lee	KAIST	1993	
Kyungwook Na	Korea University	2007	
Kyesook Nam	Korea University	2004	

(박종열, 2004), (서영진, 2004)님의 자료는 웹상에서 아직 확인이 안 된다.

(구자경, 2005) Ja Kyung Koo <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=171741>

박사학위 수여기관과 수여년도: The Johns Hopkins University 1985

박사학위논문: *Some Studies On Integral Even Unimodular Quadratic Forms of 24 Variables (Theta Functions)*

박사학위논문 지도교수: Takashi Ono

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 제자 10명을 두고 있다.

Name	School	Year	Descendants
Bumkyu Cho	KAIST	2009	
So Young Choi	KAIST	2004	
Ick Sun Eum	KAIST	2012	
Kuk Jin Hong	KAIST	2002	
Ho Yun Jung	KAIST	2011	
Chang Heon Kim	KAIST	1999	
Nam Min Kim	KAIST	2008	
Yoon Kyung Park	KAIST	2008	
Dong Hwa Shin	KAIST	2010	
Dong Sung Yoon	KAIST	2013	

(곽도영, 2007)님의 자료는 웹상에서 아직 확인이 안 된다.

(김범식, 2010) Bumsig Kim <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=31744>

박사학위 수여기관과 수여년도: University of California, Berkeley 1996

박사학위논문: *Gromov-Witten Invariants for Flag Manifolds*

박사학위논문 지도교수: Alexander Givental

2014년 4월 현재 데이터베이스 상에는 알려진 제자가 없다.

물론 현재까지 발전해온 MGP 데이터베이스의 가장 큰 한계점은 20세기 이전의 사람들의 경우는 박사 지도교수로 인정할 만한 표준이 부족하다는 것이다. 그 이유는 20세기 이전에는 동양은 물론 서양의 여러 나라도 근대적인 박사과정의 별도 교육제도와 학위제도가 자리 잡기 전인 경우가 많았다는 것이 한 이유이다. 그 이외에도 짧은 기간 사사를 받은 경우나 우편으로 논문을 주고받으며 배움을 나누는 경우도 지도교수로 인정을 하거나, 지도 학생을 전혀 만나보지 않았던 수학자가 박사 학위 논문에 서명을 한 경우도 종종 발견되었다. 특기할 내용

은 독일의 경우 지도를 한 교수가 분명하여 그 역사가 수백 년을 거슬러 올라가는데 비하여, 프랑스의 경우 100년 정도를 거슬러 올라가면 지도 교수의 기록이 없는 경우가 많은 것이 특징이다.

위의 다양한 분석을 통해 얻을 수 있는 결론은 다음과 같다. 한국인 수학자 중 지도교수가 외국인인 경우는 기록이 거의 완전하거나 또는 아주 부실한 두 가지 상황이 있고 지도교수가 한국인인 경우는 전혀 기록이 없는 경우가 대부분이었다. 한국에는 이미 2,000명 이상의 수학 박사가 있다. 이들의 학문적 뿌리를 정리하는 일은 한국 근대 수학사를 이해하는데 큰 도움이 될 뿐만 아니라 한국 수학의 미래를 전망하는데도 큰 도움이 될 것이다. 특히 최근 선진국의 초일류 수학자들에게 박사과정 지도를 받은 후 학계에서 두각을 나타내는 인재들과, 국내에서 토종 수학자들에게 지도를 받거나 유학과 교수들에게 박사과정을 지도를 받은 후 학계에서 두각을 나타내는 많은 인재들의 학문적 뿌리는 누구에게도 호기심을 자극한다.

특히 최근 언론 보도¹²⁾에 의하면 대한민국 젊은 과학자상 수상자 중 국내 토종 박사들의 선정률이 크게 높아지고 있음을 확인할 수 있다. 이는 우리나라도 국내에서 뛰어난 신진 과학자를 양성할 단계가 됐기 때문이다. 즉, 앞으로 우리나라도 일본처럼 자국에서 기초 및 과학기술을 개발하고 전승해 자급자족하는 시대가 조만간 올 것이라는 분석을 조심스럽게 내리고 있다. 포스코 청암재단은 최근 기초과학 지원을 위해 ‘베세머 과학펠로십’을 만들었는데 국내에서 수학·물리학·화학·생명과학을 연구하는 박사과정생, 박사후 연구원, 신입 교수를 10명씩 모두 30명을 선발하여 개인당 최장 3년간 7,500만원까지 지원한다. 2012년 이후에는 지원 대상자를 70명, 연간 지원 금액을 20억원으로 늘릴 예정이라고 한다. 이 사업은 “해외 대신 국내 대학과 연구소를 선택한 기초과학자를 지원하는 것”이다. 그 이유에 대하여 심사자는 다음과 같이 언급하였다. “노벨상을 수상한 대가(大家) 밑에서 공부한 후학이 노벨상을 받은 사례는 거의 없습니다. 국내 과학기술도 꽤 높은 수준에 올랐지만 유능한 인재가 선진국 유학을 고집하는 게 현실이지요. 이들이 국내에서 자긍심을 갖고 안정적으로 연구할 수 있는 환경을 만드는 데 힘을 보태기로 했습니다.” 중앙일보 이상재 기사는 성공한 토종 과학자 연구의 특징으로 새로운 분야에 도전했다는 것을 들었다. 연구된 기록을 분석해 보면 훌륭한 지도교수 아래서 단단한 지적 훈련을 받고, 그 후 새로운 문체와 분야에 도전하여 학문적인 위대한 성과를 낸 많은 더 훌륭한 수학자들을 보게 된다. 그래서 앞으로 수학자의 족보 특히 한국인 수학자들의 족보를 충실히 채워가야 할 일들이 우리에게 남게 된다(Malmgren et al, 2010). The MacTutor History Statistics¹³⁾의 출생지사이트(Birthplace Maps index)¹⁴⁾를 보면 나라별로 수학자들의 통계를 알 수 있는데 한국의 경우(Other Countries¹⁵⁾) 故 이임학 박사(Mathematician born in North Korea) 만이 유일하게 소개되어 있다. 한국의 수학이 세계 수학의 한 축을 담당하는 과정에서 MGP를 통한 한국인 수학자들의 발굴은 효과적인 방법의 하나로 여겨진다.

이를 위하여 본 절에서는 MGP에 정보를 입력하는 방법을 구체적으로 제시한다. 수학적 뿌리에 대한 정보는 다양한 방법으로 제출할 수 있는데, 가장 일반적인 방법은 온라인으로 <http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu> 사이트에 들어가서 양식에 맞추어 본인은 누구를 지도교수로(학위논문에서 서명한 교수 중 1명 또는 2명을 지도교수로 입력하는 경우가 대부분이다) 언제 어느 학교에서 어떤 제목의 논문을 제출하고, 학위를 수여받았다고, 빈칸을 채우고 클릭하면 된다. 간단한 확인을 거쳐 대부분 길어야 1-2주일이면 웹사이트에서 자신이 입력한 내용을 온라인으로 확인할 수 있다. 그러면 다음에는 자신과 관련된 제자 또는 그 제자의 제자들은 쉽게 그 아래에 자신을 등록하면 된다.

12) 중앙일보, 2011년 10월 02일, <http://sunday.joins.com/article/view.asp?aid=13280>

13) <http://www.gap-system.org/~history/Miscellaneous/Statistics.html>

14) <http://www.gap-system.org/~history/BirthplaceMaps/MapIndex.html>

15) http://www.gap-system.org/~history/Countries/Other_countries.html

5. 결론

본 논문에서는 MGP에 대하여 소개하고 MGP를 어떻게 이용할 수 있는지 힐베르트와 한국 수학사에 기여한 5명 내외의 주요수학자, 역대 한국과학상 수학부문 수상자 및 대한수학회 학술상 수상자들에 대해서 조사하였다. 이 프로젝트를 통해 수학자들의 뿌리와 수학적 자손, 친척들을 알 수 있었으며 수학이 어떤 학맥에 기인하는지 알 수 있었다. 한국의 경우 MGP의 데이터베이스에는 외국에서 학위를 마친 한국인 수학자들의 극소수만 포함되어 있을 뿐 한국 수학자의 기록이 없거나 부실한 경우가 대부분이었다. 그래서 앞으로 수학자의 족보 특히 한국인 수학자들의 족보를 충실히 채워가야 할 일들이 많이 남아 있다. 따라서 본 논문에서는 자신의 수학적 뿌리에 대한 정보를 프로젝트에 입력하는 방법을 구체적으로 소개하였다. 한 사람이 등록을 하면, 그와 관련된 제자들은 더욱 쉽게 자신을 등록할 수 있다.

앞으로 국내에 뿌리를 둔 수학자들(즉, 한국에서 학위를 받은 수학자들의 제자들)이 다른 수학 선진국의 경우와 마찬가지로 더 많이 또 더 독창적인 연구로 MGP에서 두드러지게 될 것을 기대할 수 있다. 따라서 현재 한국에서 활동하는 수학자들이 MGP에서 자신과 자신의 위, 아래로의 족보에 누락된 부분을 채워 넣는 노력은 수학교육의 실천과 학술적 발전에 긍정적인 기여가 될 것임을 확신한다. 이는 또한 자신의 학문적 뿌리를 정리하는 데 그치지 않고 한국 근대 수학사를 이해하는데 도움이 될 뿐만 아니라 한국 수학의 미래를 전망하는데도 큰 도움이 될 것이다.

참 고 문 헌

- 장수영 (2001). 독일대학과 과학의 역사(독일수학자들의 계보), 학문사.
- Sarah Carr (1999). Retired Mathematician Develops a Family Tree of the Scholars in His Field, *The Chronicle of Higher Education*.
- Allyn Jackson (2007). A labor of love: the Mathematics Genealogy Project, *Notices of the AMS*, **54(8)**, 1002 - 1003.
- R. Dean Malmgren, Julio M. Ottino & Luís A. Nunes Amaral (2010). The role of mentorship in protégé performance, *Nature* **465**, 622-626.
- Fred Worth (2006). A Report on the Mathematics Genealogy Project, *MAA FOCUS*, **26(8)**, 40 - 41.

The history of Mathematics Genealogy Project and its meaning in Korea

Sang-Gu Lee[†]

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea
E-mail : sglee@skku.edu

Jae Hwa Lee

Department of Mathematics, Hallym University, Chuncheon 200-702, Korea
E-mail : jhlee2chn@hallym.ac.kr

Yoon Mee Ham

Department of Mathematics, Kyonggi University, Suwon 443-760, Korea
E-mail : ymham@kyonggi.ac.kr

In this paper, we introduce the history and the present status of the Mathematics Genealogy Project (MGP). The cases of David Hilbert and the first author were used to show how it works. As an example, we explain how to gain useful information such as the granting year of mathematics Ph. D degree holders, the title of dissertation, advisors and descendants from the MGP website. Through a survey of three different groups in MGP on 20~30 significant Korean mathematicians, we found that Korean records in the academic genealogy project are missing or poorly presented in the database of the MGP website. In conclusion, we found a way to improve the situation and provide instructions to submit our information to MGP. We expect our effort can help Korean mathematics and mathematicians to become better exposed to the world. It will help others to understand both the modern history and the future prospect of Korean mathematics.

* ZDM Classification : A30

* 2000 Mathematics Subject Classification : 01A05, 01A70, 01A85, 01A99

* Key Words : Mathematics Genealogy Project(MGP). Harry B. Coonce, Korean mathematicians, root, descendants, academic advisors

* This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea(NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology(2011-0006953).

[†] Corresponding author