

향상된 수렴속도를 가지는 부호 부밴드 적응 필터

A New Sign Subband Adaptive Filter with Improved Convergence Rate

이은종, 정익주[†]

(Eun Jong Lee and Ik Joo Chung[†])

강원대학교 전자공학과

(접수일자: 2014년 7월 18일; 채택일자: 2014년 8월 18일)

초 록: 본 논문에서는 충격성 잡음(impulsive noise) 환경 하에서 고유치 분포가 큰 입력 신호를 다루기 위해 제안된 부호 부밴드 적응 필터(Sign Subband Adaptive Filter, SSAF)의 성능을 향상시키기 위한 새로운 SSAF를 제안하였다. 기존에 제안된 SSAF는 각각의 부밴드 입력 신호를 모든 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화하기 때문에 밴드의 수를 증가시켜도 수렴속도가 향상되지 않는다. 본 논문에서는 부밴드 입력 신호를 각각의 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화하며 밴드의 수를 증가시킴에 따라 수렴속도가 증가하는 새로운 부호 부밴드 적응필터를 제안하였다. 시스템 식별 환경에서 두 알고리즘의 성능을 비교하는 컴퓨터 모의 실험을 수행하여 제안된 알고리즘의 수렴속도가 더 빠름을 보였다.

핵심용어: 부밴드 적응 필터, 부호 부밴드 적응 필터, 충격성 잡음

ABSTRACT: In this paper, we propose a new sign subband adaptive filter to improve the convergence rate of the conventional sign subband adaptive filter which has been proposed to deal with colored input signal under the environment with impulsive noise. The existing sign subband adaptive filter does not increase the convergence speed by increasing the number of subband because each subband input signal is normalized by l_2 -norm of all of the subband input signals. We devised a new sign subband adaptive filter that normalizes each subband input signal with l_2 -norm of each subband input signal and increases the convergence rate by increasing the number of subband. We carried out a performance comparison of the proposed algorithm with the existing sign subband adaptive filter using a system identification model. It is shown that the proposed algorithm has faster convergence rate than the existing sign subband adaptive filter.

Keywords: Subband adaptive filter, Sign subband adaptive filter, Impulsive noise

PACS numbers: 43.60.Mn

1. 서 론

적응필터는 능동소음제어, 시스템 식별, 채널등화기, 잡음 제거, 음향반향 제거 등 많은 응용에서 사용되어져 왔다. 이 중 LMS(Least Mean Square)와 NLMS(Normalized Least Mean Square)는 연산 복잡도가 낮고 간단하여 가장 널리 알려진 알고리즘이다. 그러나

입력 신호의 상관도가 높은 경우 알고리즘의 수렴속도가 저하된다는 단점을 갖고 있다. 그간 적응필터 분야에서 많은 연구자들이 LMS와 NLMS가 가지는 단점을 해결하기 위한 여러 알고리즘들을 제안해왔다.^[1] 이들 중 가장 대표적인 알고리즘으로는 인접투사 알고리즘(Affine Projection Algorithm, APA), 변환영역(transform domain) 알고리즘, 부대역 적응필터(Subband Adaptive Filter, SAF) 등이 있다. 이 알고리즘들은 입력 신호의 상관도를 낮춤으로써 고유치 분포가 큰 입력 신호를 다루는 환경에서 빠른 수렴속

[†]Corresponding author: Ik Joo Chung (ijchung@kangwon.ac.kr)
Department of Electronics Engineering, Kangwon National University, 1 Kangwondaehak-Gil, Chuncheon 200-701, Republic of Korea
(Tel: 82-33-250-6322, Fax: 82-33-256-6327)

도를 보인다. 이 중 부대역 적응 필터는 전밴드 입력 신호를 부밴드 입력 신호로 나누어 처리하는 알고리즘으로써 특정 밴드를 통과한 입력 신호가 전밴드 입력 신호에 비해 낮은 상관도를 갖게 되어 수렴속도를 향상시킨다.^[2] 최근 minimum disturbance 원리를 기반으로 정규 부밴드 적응 필터(Normalized Subband Adaptive Filter, NSAF)가 제안되었다.^[3]

한편, l_2 -norm을 최적화하는 알고리즘은 충격성 잡음 환경에서 성능이 저하된다는 단점을 가지고 있다. 이를 해결하기 위해 l_1 -norm을 최적화하는 방법에 기반한 알고리즘들이 제안되었다. 최근, 사후 오차의 l_1 -norm을 최소화하는 SSAF가 제안되었다.^[3] 그러나 전밴드 입력 신호를 부밴드 입력 신호로 분리하여 신호의 상관도를 낮춤으로써 수렴속도를 향상시키는 SAF의 목적^[2]과는 달리 기존 SSAF는 밴드의 수를 증가시켜도 수렴속도가 증가하지 않는다는 문제점을 가지고 있다.^[7] 최근, SSAF의 수렴속도를 증가시키기 위해 SSAF와 APA를 조합한 인접 투사 부호 부밴드 적응필터(Affine Projection Sign Subband Adaptive Filter, AP-SSAF)가 제안되었다.^[7] APA가 적용된 AP-SSAF는 투사 차원을 증가시킴에 따라 수렴속도를 개선할 수 있지만 그에 따른 연산량의 증가가 많다는 단점을 갖고 있다.

본 논문에서는 부밴드의 수를 증가시킴에 따라 수렴속도가 증가하지 않는다는 SSAF의 단점에 초점을 맞추어 이를 개선하는 새로운 SSAF를 제안한다. 제안된 SSAF는 각각의 부밴드 입력 신호를 모든 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화하지 않고 각각의 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화하는 알고리즘이다. 기존 SSAF와 달리 제안된 SSAF는 밴드의 수를 증가함으로써 수렴속도를 개선할 수 있다는 장점을 갖고 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. I장 서론에 이어 II장에서 NSAF와 SSAF를 검토하여 보고 III장에서 기존 SSAF가 가지는 단점을 개선한 새로운 SSAF를 제안한다. IV장에서 컴퓨터 모의 실험을 통하여 SSAF, AP-SSAF과 제안된 SSAF의 성능을 비교 및 분석하며 V장에서 결론을 맺는다.

II. NSAF와 SSAF

Fig. 1은 NSAF의 구조를 나타낸다.

시스템 식별 환경에서 원하는 신호 $d(n)$ 은 미지의 시스템 w_o 를 통과한 출력으로써 아래와 같이 표현된다.

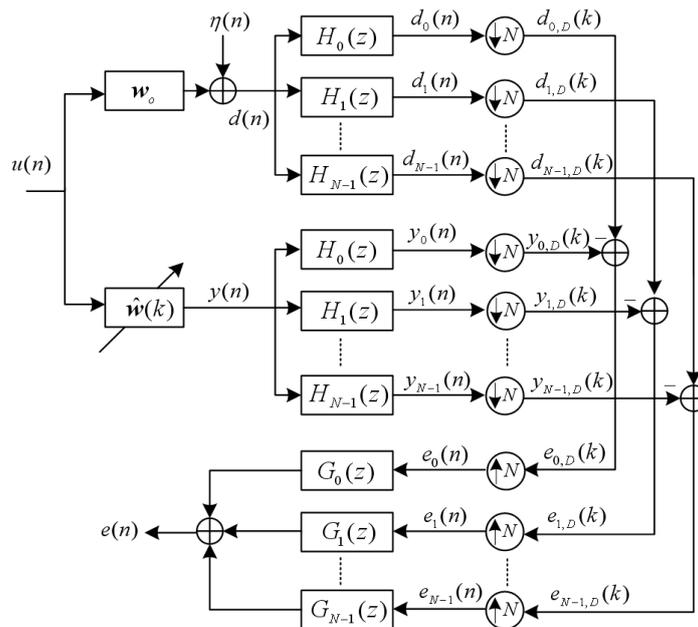


Fig. 1. Block diagram of the NSAF.

$$d(n) = \mathbf{u}^T(n) \mathbf{w}_o + \eta(n). \quad (1)$$

$\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T$ 은 입력 신호이고 $\eta(n)$ 은 측정 잡음이며, M 은 \mathbf{w}_o 의 길이를 나타낸다.

$d(n)$, $\mathbf{u}(n)$, $\eta(n)$ 이 분석 필터 $H_0(z)$, $H_1(z)$, ..., $H_{N-1}(z)$ 에 의해 $i(0, 1, \dots, N-1)$ 번째 부밴드 신호 $d_i(n)$, $\mathbf{u}_i(n)$, $\eta_i(n)$ 으로 분리된다. i 번째 부밴드 입력 신호 $\mathbf{u}_i(n)$ 이 적응 필터 $\hat{\mathbf{w}}(k)$ 를 통과하여 밴드별 출력 신호 $y_i(n)$ 을 만들고, N 배 데시메이션을 통하여 데시메이션된 i 번째 신호 $d_{i,D}(k)$, $y_{i,D}(k)$ 가 생성된다. i 번째 부밴드 오차 신호는 $e_{i,D}(k) = d_{i,D}(k) - y_{i,D}(k)$ 와 같이 정의된다.

Reference 3에서, minimum disturbance 원리를 기반으로 NSAF의 필터 갱신 식이 아래와 같이 제안되었다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\mathbf{u}_i(k) e_{i,D}(k)}{\|\mathbf{u}_i(k)\|_2}, \quad (2)$$

여기서 μ 는 step size, $\mathbf{u}_i(k) = [u_i(k), u(kN-1), \dots, u_i(kN-M+1)]$ 는 i 번째 부밴드 입력 벡터, $\hat{\mathbf{w}}(k) = [w_0(k), w_1(k), \dots, w_{M-1}(k)]^T$ 는 미지의 시스템을 추정하기 위한 적응 필터 계수 벡터, N 은 밴드의 수, $\|\cdot\|_2$ 은 l_2 -norm을 나타낸다. 각각의 밴드별 신호들은 밴드 수만큼 모아 아래와 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{U}(k) = [\mathbf{u}_0(k), \mathbf{u}_1(k), \dots, \mathbf{u}_{N-1}(k)]^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{d}_D(k) = [d_{0,D}(k), d_{1,D}(k), \dots, d_{N-1,D}(k)]^T, \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_D(k) = [e_{0,D}(k), e_{1,D}(k), \dots, e_{N-1,D}(k)]^T. \quad (5)$$

Reference 4에서 NSAF를 충격성 잡음 환경에서 안정적으로 적용하기 위해 아래와 같은 최적화 기준을 따르는 SSAF가 제안되었다.

$$\min_{\hat{\mathbf{w}}(k+1)} \|\mathbf{e}_p(k)\|_1 = \|\mathbf{d}_D(k) - \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1)\|_1, \quad (6)$$

$$\text{subject to } \|\hat{\mathbf{w}}(k+1) - \hat{\mathbf{w}}(k)\|_2 \leq \mu^2. \quad (7)$$

Lagrange multiplier를 이용하여 제약이 걸린 최적화 문제를 풀면 아래와 같은 알고리즘을 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \frac{\mathbf{U}(k) \text{sgn}[\mathbf{e}_p(k)]}{\|\mathbf{U}(k)\|_2}. \quad (8)$$

$\mathbf{e}_p(k)$ 는 $\hat{\mathbf{w}}(k+1)$ 의 정보를 요구하기 때문에 $\mathbf{e}_D(k)$ 로 대체하면, Reference 4에서 제안된 SSAF 필터 갱신식을 유도할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \frac{\mathbf{U}(k) \text{sgn}[\mathbf{e}_D(k)]}{\|\mathbf{U}(k)\|_2}, \quad (9)$$

여기서 $\text{sgn}(\cdot)$ 은 부호 함수를 나타낸다.

부밴드 적응 필터 알고리즘은 밴드수를 증가시키므로써 각 부밴드 입력 신호의 고유치 분포를 백색화하여 수렴속도의 향상을 얻는다. 하지만 기존의 SSAF는 부밴드 수를 증가하여도 수렴속도가 증가하지 않는다는 단점이 있다. SSAF를 살펴보면, i 번째 부밴드 입력 신호 $\mathbf{u}_i(k)$ 를 $\sqrt{\mathbf{u}_i^T(k) \mathbf{u}_i(k)}$ 가 아닌 $\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{u}_i(k) \mathbf{u}_i(k)}$ 로 정규화를 알 수 있다. 이는 부밴드 수를 증가시키기에 따라 변화된 각각의 부밴드 입력 신호에 비례하는 정규화가 이루어지지 못한다고 볼 수 있다.

III. 제안된 SSAF

본 논문에서 제안된 SSAF를 유도하기 위해 아래와 같은 비용함수를 정의한다.

$$\mathcal{J}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{|e_{i,D}(k)|}{\|\mathbf{u}_i(k)\|_2}. \quad (10)$$

이 비용함수는 i 번째 부밴드 적응 오차의 절대값을 i 번째 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화를 의미한다. 최대경사법(steepest descent method)을 기반으로 아래와 같은 새로운 SSAF의 필터 갱신

식을 제안한다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) - \mu \nabla_{\hat{\mathbf{w}}(k)} \mathcal{J}(k). \quad (11)$$

비용함수의 경사도를 아래와 같은 연쇄법칙을 사용하여 얻을 수 있다.

$$\nabla_{\hat{\mathbf{w}}(k)} \mathcal{J}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial \mathcal{J}(k)}{\partial |e_{i,D}(k)|} \frac{\partial |e_{i,D}(k)|}{\partial \hat{\mathbf{w}}(k)}. \quad (12)$$

Eq.(12)의 오른쪽 두 항은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathcal{J}(k)}{\partial |e_{i,D}(k)|} = \frac{1}{\|\mathbf{u}_i(k)\|_2}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial |e_{i,D}(k)|}{\partial \hat{\mathbf{w}}(k)} = -\mathbf{u}_i(k) \text{sgn}[e_{i,D}(k)]. \quad (14)$$

Eq.(11)에서 (14)를 통하여 본 논문에서 제안하는 SSAF의 필터 갱신식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\mathbf{u}_i(k) \text{sgn}[e_{i,D}(k)]}{\|\mathbf{u}_i(k)\|_2}. \quad (15)$$

앞서 언급한 것과 같이 제안된 SSAF의 필터 갱신식은 부밴드 입력 신호를 각각의 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화함을 알 수 있다.

IV. 실험 결과

제안된 SSAF의 성능을 평가하기 위하여 충격성 잡음이 추가된 시스템 식별 환경에서 컴퓨터 모의 실험을 실행하였다. 시스템 식별을 위한 미지의 시스템은 Fig. 2와 같이 Reference 2에서 제안된 1024차의 room impulse response를 사용하였으며, 적응 필터의 차수는 미지의 시스템과 동일한 차수를 적용하였다.

입력 신호 $\mathbf{u}(n)$ 은 평균 0, 분산 1을 가지는 백색 가우스 잡음을 자기회귀과정(autoregressive process)

$$G(z) = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1}}$$

에 통과시켜 생성하였다.

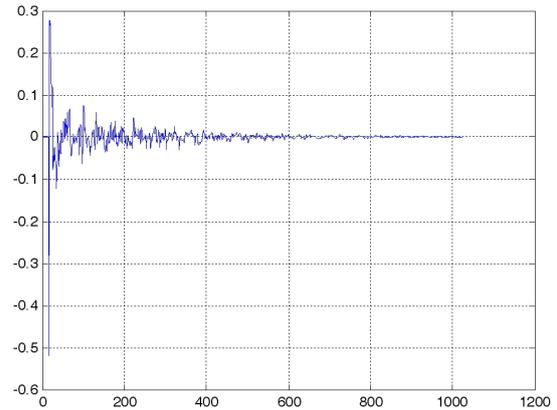


Fig. 2. Room impulse response for the unknown system.

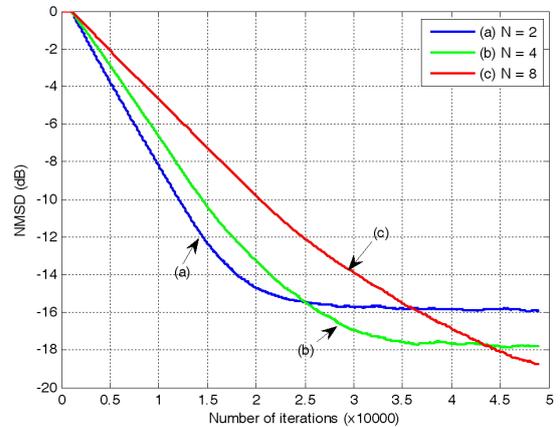


Fig. 3. The NMSD learning curve for the conventional SSAF with $\mu = 0.01$.

측정 잡음은 $\eta(n) = b(n) + i(n)$ 과 같이 설계되었으며 미지의 시스템을 통과한 신호에 가산된다. $b(n)$ 은 배경잡음으로써 30 dB의 신호 대 잡음비(Signal to Noise Rate, SNR)를 가지는 평균 0의 백색 잡음이다. $i(n)$ 은 충격성 잡음으로 $i(n) = p_i A_i$ 로 설계되며 p_i 는 $P[p_i = 1] = \text{Pr}$ 의 성공확률을 가지는 베르누이 과정(Bernoulli process)을 나타내고, A_i 는 분산 $\sigma_A^2 = 10\sigma_y^2$ 을 가지는 평균 0의 백색 가우시안 잡음을 나타낸다.^[5,6] 여기서 $\text{Pr} = 0.01$ 이 사용되었다. 모든 실험에서 pseudo-QMF cosine modulated 필터뱅크를 사용하였으며 필터뱅크의 필터 탭수 $L = 8N$ 을 사용하였고 실험 결과는 Normalized Mean Square Deviation $NMSD = 10 \log_{10} \left(\frac{E[\tilde{\mathbf{w}}^T(k) \tilde{\mathbf{w}}(k)]}{\mathbf{w}_o^T(k) \mathbf{w}_o} \right)$ 값을 구하여 도시한 것이다. 여기서 $\tilde{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}_o - \hat{\mathbf{w}}(k)$ 를 나타낸다.

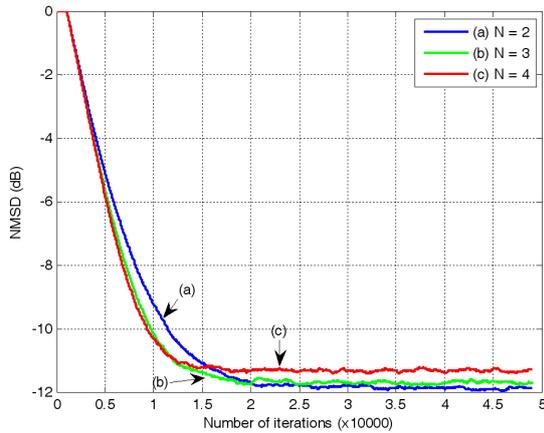


Fig. 4. The NMSD learning curve for the proposed SSAF with $\mu=0.01$.

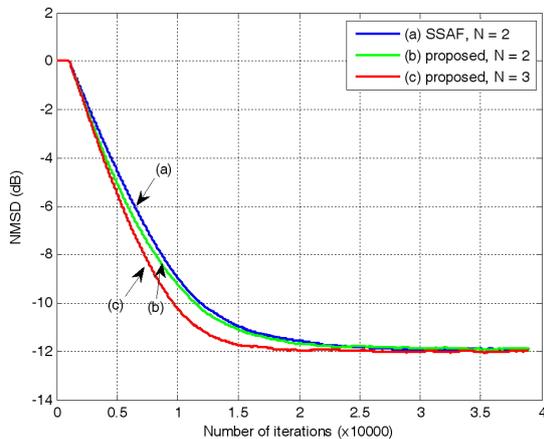


Fig. 5. The NMSD learning curve for the SSAF and the proposed SSAF with $\mu=0.0172$, $\mu=0.01$ and $\mu=0.0096$.

Figs. 3과 4는 기존의 SSAF와 제안된 SSAF의 부밴드 수에 따른 수렴 특성을 보여준다. 이 실험 결과는 30개의 ensemble 평균한 것이다.

Fig. 3을 보면, 기존의 SSAF는 부밴드의 수를 증가시키므로써 수렴속도를 향상시킬 수 없음을 알 수 있다. 오히려 부밴드의 수가 증가한 만큼 수렴속도가 떨어짐을 확인할 수 있으며, 부밴드의 수가 2인 경우 가장 빠른 수렴속도를 보임을 알 수 있다. Fig. 4를 통하여 제안된 SSAF의 수렴 특성을 확인하면, 제안된 SSAF는 부밴드의 수를 증가시키에 따라 수렴속도를 향상시킬 수 있음을 확인할 수 있다. 부밴드의 수가 증가함에 따라 수렴 속도가 향상되지만 수렴 후 오차의 정도와 연산량을 고려할 때 제안된 알고리즘의 부밴드의 수는 3이 가장 효과적이라고 할 수 있다.

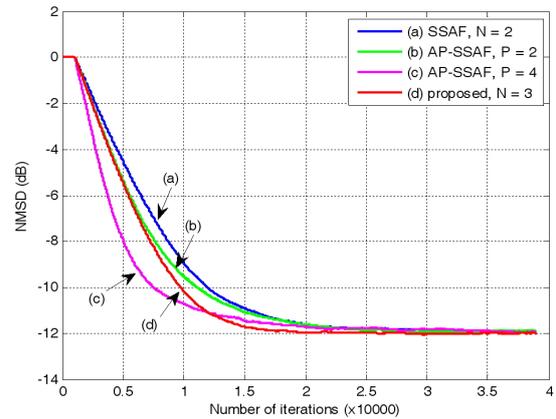


Fig. 6. The NMSD learning curve for the SSAF, AP-SSAF and proposed SSAF with $\mu=0.0172$, $\mu=0.024$, $\mu=0.022$ and $\mu=0.0096$.

Table 1. Computational complexity for the SSAF, AP-SSAF and proposed SSAF.

Algorithms	Multiplications
SSAF	$M+2M/N+3NL$
AP-SSAF	$PM+2M/N+3NL$
Proposed SSAF	$3M+3NL$

Figs. 3과 4를 비교하여 보면 두 알고리즘의 NMSD값의 차이가 남을 알 수 있다. 두 알고리즘을 공평하게 비교하기 위하여 서로 같은 수준의 NMSD값을 가지도록 step size를 조정하여 모의 실험을 실시하였다. 유사한 NMSD값을 갖는 것을 확인하기 위해 100개의 ensemble 평균하여 Fig. 5에 도시하였다.

Fig. 5를 보면 부밴드의 수가 2인 경우 두 알고리즘의 성능이 유사함을 확인할 수 있다. 하지만 기존 SSAF는 밴드 수를 증가시켜도 밴드 수가 2인 경우보다 더 빠른 수렴속도를 얻을 수 없는 반면에 제안된 SSAF는 부밴드의 수를 증가시켜 더 빠른 수렴속도를 얻을 수 있으며 기존 SSAF와 비교하여 제안된 SSAF가 성능이 더 우수함을 확인할 수 있다.

Fig. 6은 기존 SSAF의 수렴 속도를 개선하기 위하여 Reference 4에서 제안된 AP-SSAF와의 성능 비교를 위한 모의 실험 결과로써 P는 투사차원을 나타낸다. Table 1은 각 알고리즘의 연산 복잡도를 보여준다.

Fig. 6에서 AP-SSAF의 부밴드의 수는 2로 기존 SSAF와 동일한 부밴드 수를 적용하였다. Fig. 6을 보면 AP-SSAF의 투사차원이 커짐에 따라 수렴속도가 증가함을 알 수 있다. 제안된 SSAF와 수렴 특성을 비교

하여 보면 P=4의 AP-SSAF의 경우 초기 수렴속도가 빠르나 최적 오차에 도달하는 시간이 제안된 SSAF 보다 느림을 확인할 수 있다. 컴퓨터 모의 실험에 사용된 파라미터들과 Table 1을 통해 각각의 알고리즘의 곱셈 연산량을 비교하여 보면 기존 SSAF는 2144 번, AP-SSAF는 P=2인 경우 3168번, P=4인 경우 5216 번, 제안된 SSAF는 3288번임을 확인할 수 있다. 각각의 알고리즘의 연산량과 Fig. 6을 통하여 NMSD 학습 곡선을 확인하여 보았을 때 본 논문에서 제안된 SSAF가 연산량 대비 성능이 좋음을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 밴드의 수를 증가함에 따라 수렴속도를 향상시킬 수 있는 SSAF를 제안하였다. 기존에 제안된 SSAF는 밴드 수를 증가시킴에 따라 수렴속도가 오히려 저하된다는 단점을 갖고 있었다. 이는 부밴드 입력 신호를 모든 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm으로 정규화한데서 비롯된 결과이다. 이를 해결하기 위해 부밴드 입력 신호를 각각의 부밴드 입력 신호의 l_2 -norm 정규화하는 새로운 SSAF를 제안하였다. 컴퓨터 모의 실험을 통하여 기존의 SSAF의 단점을 보이고 이를 개선한 제안된 알고리즘의 수렴특성을 보였다. 마지막으로 기존의 알고리즘들과 제안된 알고리즘을 비교하여 본 논문에서 제안된 알고리즘이 연산량 대비 수렴 성능이 우수함을 보였다.

References

1. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory* (Prentice Hall, New Jersey, 2002), pp. 345-355.
2. K. Lee, W. Gan, and S. M. Kuo, *Subband Adaptive Filtering: Theory and Implementation* (Wiley, West Sussex, 2009), pp. 137-175.
3. L. A. Lee and W. S. Gan, "Improving convergence of the NLMS algorithm using constrained subband updates," *IEEE Trans. Signal Process. Lett.* **11**, 736-739 (2004).
4. J. Ni and F. Li, "Variable regularisation parameter sign subband adaptive filter," *Electronics Letters* **46**, 1605-1607 (2010).
5. J. W. Shin, J. W. Yoo, and P. G. Park, "Variable step-size sign subband adaptive filter," *IEEE Signal Process. Lett.* **20**, 173-176 (2013).
6. J. H. Kim, J. H. Chang, and S. W. Nam, "Sign subband adaptive filter with l_1 -norm minimisation-based variable step-size," *Electronics Letters* **49**, 1325-1326 (2013).
7. J. Ni, X. Chen, and J. Yang, "Two variants of the sign subband adaptive filter with improved convergence rate," *Signal Process* **96**, 325-331 (2014).

저자 약력

▶ 이 은 종(Eun Jong Lee)



2013년 2월: 강원대학교 전자공학과 (공학사)
2013년 3월 ~ 현재: 강원대학교 전자공학과 석사과정
<관심분야> 적응신호처리

▶ 정 익 주(Ik Joo Chung)



1986년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학사)
1988년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학석사)
1992년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학박사)
1992년 8월 ~ 현재: 강원대학교 전기전자공학부 교수
<관심분야> 음성신호처리, 적응신호처리