

텐세그리티 구조물의 형상탐색 기법 비교

이 승 혜¹ · 이 재 흥^{1*}

¹세종대학교 건축공학과

A Comparison of the Form-Finding Method of Tensegrity Structures

Seunghye Lee¹ and Jaehong Lee^{1*}

¹Department of Architectural Engineering, Sejong Univ. 143-747, Korea

Abstract

A tensegrity structure consists of a set of continuous cables in tension and a set of discontinuous struts in compression. The tensegrity structure can be classified into self-stressed and pre-stressed pin-jointed structure. A key step in the design of tensegrity structures is the determination of their equilibrium configuration, known as form-finding. In this paper, three effective methods are presented for form-finding of tensegrity structures. After performing form-finding process, a set of force density and corresponding topology results can be obtained. Then the force density method combined with a genetic algorithm is adopted to uniquely define a single integral feasible set of force densities. Numerical examples are presented that demonstrate the excellent performance of the algorithms.

Keywords : tensegrity structure, form-finding, force density method, genetic algorithm

1. 서 론

경량화 및 고강도화가 요구되는 현대건축의 흐름은 대공간·장스팬 구조물을 구성하려는 목적에 부합한다. 프리스트레스트 핀 접합 구조물(prestressed pin-jointed structure)은 이와 같은 요구사항에 최적이라 할 수 있다. 핀 접합 구조물은 프리스트레스를 받지 않는 트러스(truss) 구조물과 프리스트레스 구조물(prestressed structure)로 나뉘며, 프리스트레스 구조물은 다시 인장 구조물(tensile structure)과 텐세그리티 구조물(tensegrity structure)로 나뉜다. 인장 구조물은 인장력을 받는 부재로만 구성되며, 텐세그리티 구조물은 인장력을 받는 부재 및 압축력을 받는 부재로 구성된다(Zhang and Ohsaki, 2007). 프리스트레스 핀 접합 구조는 안정 상태를 위해 압축력 혹은 인장력을 가하게 되며, 이러한 프리스트레스는 구조물의 강성을 증가시켜 더욱 안전하고 경제적인 구조물을 구성할 수 있다. 특히 텐세그리티 구조물은 고유의 형상을 유지하기 위해 힘의 평형을 이루는 좌표와 내력 값을

결정짓는 형상탐색(form-finding) 과정이 수반되어야 한다.

텐세그리티 구조물의 형상탐색 기법은 주로 내력밀도법(force density method)에서 파생되어 왔다. Linkwitz와 Schek(1971)에 의해 제안된 내력밀도법은 초기에 케이블 넷(cable nets)을 위해 고안된 기법이며, 형상탐색 과정에서 선형 방정식만 필요하기 때문에 매우 효과적이다. 하지만 제약조건을 고려하여 형상탐색을 수행할 경우 제약조건에 맞는 가상의 부재(dummy element)를 삽입하여야 하고 제약조건에 맞는 가상의 부재를 찾기 어렵다는 단점이 있다.

본 연구에서는 내력밀도법에 유전자 알고리즘(genetic algorithm)을 결합한 텐세그리티 구조물의 형상탐색 기법을 제안하였다. 유전자 알고리즘은 형상탐색 과정에서 텐세그리티 구조물의 설계 목적에 맞게 제약조건을 설정하고, 이렇게 설정된 제약조건에 의해 구속되는 목적함수(fitness function)를 구성한다. 알고리즘의 효율성을 높이는 세 가지 형상탐색 기법을 제안하였으며, 수치해석 예제를 통해 각 결과를 비교하였다.

* Corresponding author:

Tel: +82-2-3408-3287; E-mail: jhlee@sejong.ac.kr

Received July 14 2014; Revised July 24 2014

Accepted July 30 2014

©2014 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

2. 내력밀도법

이 장에서는 내력밀도법을 소개한 후, 제안한 형상탐색 기법에 사용될 평형방정식을 유도하고자 한다.

2.1 평형 방정식

내력 밀도(force density) 값은 부재 내력을 길이로 나누어 구할 수 있으며 k 부재의 내력 밀도 값은 아래와 같이 구성될 수 있다(Vassart and Motro, 1999).

$$q_k = \frac{f_k}{l_k} \tag{1}$$

여기서, q_k 는 k 부재의 내력 밀도이며, f_k 와 l_k 은 각각 k 부재의 내력과 길이를 뜻한다. 내력 밀도 값을 사용하여 구조물의 내력 밀도 행렬(force density matrix) D 를 구할 수 있으며(Tibert and Pellegrino, 2003), 내력 밀도 행렬을 사용하여 구성된 평형방정식(equilibrium equation)은 다음과 같다.

$$D[x \ y \ z] = C^T \text{diag}(q) C[x \ y \ z] = [0 \ 0 \ 0] \tag{2}$$

C 는 부재의 연결행렬(connectivity matrix)을 뜻하며, x, y, z 는 평형상태의 텐세그리티 구조물의 각 절점의 좌표를 뜻한다. k 부재의 양단의 절점이 i, j 라면 연결행렬은 다음과 같이 구성된다(Schek, 1974).

$$C_{(k,p)} = \begin{cases} 1 & \text{for } p=i \\ -1 & \text{for } p=j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

식 (2)의 평형방정식의 내력 밀도 행렬은 내력 밀도 값을 내포하는 행렬이라면, 구조물 각 절점의 좌표를 내포하는 평형 행렬(equilibrium matrix) A 를 사용하여 또 다른 평형방정식을 구성할 수 있다. 식 (2)의 두 번째 항과 세 번째 항을 재구성하면 아래 식이 유도되며 식 (5)는 식 (2)에 대응하는 평형방정식을 뜻한다.

$$C^T \text{diag}(C[x \ y \ z]) q = [0 \ 0 \ 0] \tag{4}$$

$$A q = [0 \ 0 \ 0] \tag{5}$$

결국 첫 번째 평형방정식 식 (2)에서는 각 절점의 좌표를, 두 번째 평형방정식 식 (5)에서는 각 부재의 내력 밀도 값을

구할 수 있다.

2.2 내력 밀도와 좌표 값의 유도

우선 식 (2)의 평형방정식에서 각 절점의 좌표를 구하기 위해 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해법(eigen value decomposition)이 수반되어야 한다. 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해를 통한 결과는 다음과 같다.

$$D = \Phi \Lambda \Phi^{-1} \tag{6}$$

Φ 는 직교행렬(orthogonal matrix)로써 i 번째 열(ϕ_i)이 내력 밀도 행렬 D 의 고유벡터(eigenvector)를 뜻한다. 행렬 Λ 는 대각행렬(diagonal matrix)로 대각 열의 값이 각각 고유 값(eigenvalue)으로 대응된다($\Lambda_{ii} = \lambda_i$). 이 때 평형방정식은 rank deficiency condition을 만족하여야 하는데, 만약 텐세그리티 구조물이 d 차원이라면 내력 밀도 행렬 D 의 rank deficiency condition(n_D)은 다음과 같다.

$$n_D \geq d+1 \tag{7}$$

결국 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해를 통해 얻은 고유 값(λ_i) 중 최하위 $d+1$ 개 이상의 값이 0이 될 때 평형방정식을 만족하며 그에 대응하는 좌표 값을 얻을 수 있다.

두 번째 평형방정식인 식 (5)에서는 평형상태의 내력 밀도 값을 얻을 수 있는데, 이를 위해 평행행렬 A 의 특이 해 분리(singular value decomposition) 과정이 수반되어야 하며 식은 아래와 같다.

$$A = UVW^T \tag{8}$$

여기서, 행렬 U 와 W 는 직교행렬(orthogonal matrix)이며 행렬 V 는 대각행렬(diagonal matrix)로 각각의 부재에 대응되는 값(σ_i)이 점차 감소되는 비 음수(non-negative) 특이 해(singular value)를 갖는다. b 개의 부재를 갖는 구조물의 특이 해는 아래와 같다.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_b \geq 0 \tag{9}$$

텐세그리티 구조물은 1개 이상의 자기 응력 평형상태(self stress equilibrium)를 갖는다. 자기 응력 평형상태의 수를 뜻하는 s 는 식 (9)에서 0이 되는 특이 해의 개수와 일치한다. 만약 텐세그리티 구조물이 1개의 자기 응력 평형상태를

갖는다면($s=1$ 인 경우), 식 (9)의 특이 해 중 마지막 σ_b 만 이 0의 값을 가지며 식 (10)과 같이 그에 대응하는 W^T 행렬의 마지막 b 행이 평형상태를 유도하는 유일한 내력 밀도 값이 된다.

$$W = [W_1 W_2 \cdots W_{b-1} | \vec{q}_1] \quad (10)$$

하지만 2개 이상의 자기 응력 평형상태인 경우($s \geq 2$ 인 경우) 그에 대응하는 W^T 행렬에서 s 수만큼 발생하는 내력 밀도 값(식 (11)) 중 적절한 결과를 산정해야 하는 문제가 발생한다(Tran and Lee, 2011).

$$W = [W_1 W_2 \cdots W_{b-s} | \vec{q}_1 \cdots \vec{q}_s] \quad (11)$$

다음 장에서는 1개의 자기 응력 평형상태를 갖는 경우는 물론, 다중 자기응력 상태(multiple states of self-stress)인 경우 모두 적용할 수 있는 효율적인 형상탐색 기법을 제안한다.

3. 형상탐색 기법

3.1 방법 1

선행연구(Tran and Lee, 2010)에서는 텐세그리디 구조물의 형상탐색을 수행하기 위해 식 (2)와 식 (5)의 평형방정식 모두를 사용하였다. 식 (2)에 초기 내력 밀도 값을 대입한 뒤 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해를 통해 얻은 좌표 값을 식 (5)의 평형방정식에 대입한다. 식 (5)의 평형방정식에서는 평형행렬 A 의 특이 해 분리를 통해 내력 밀도 값을 얻는다. 이렇게 얻은 내력 밀도 값은 또 다시 식 (2)에 대입한다. 이와 같은 과정을 식 (7)의 rank deficiency condition을 만족할 때까지 교차반복 수행한다. 선행연구의 기법은 정확한 형상탐색 결과를 얻을 수는 있으나 과도한 해석시간을 요구한다. 또한 추후 진행된 선행연구(Tran and Lee, 2011)에서는 $s \geq 2$ 인 다중 자기응력 상태 텐세그리디 구조물의 형상탐색 기법을 다루었으며, 이 때 s 수만큼 발생하는 내력 밀도 값(식 (11)) 중 적절한 결과를 산정해야 하는 문제를 해결하기 위해 다 수의 그룹핑(grouping) 과정을 수행하였다. 하나의 그룹부터 부재 수만큼의 그룹 분류 과정을 전부 수행해야 하는 작업은 적절한 결과 값을 도출하기 위해 여러 경우의 그룹 조건을 전부 수행하여 비교하여야 하며, 이러한 과정 또한 과도한 해석시간을 요구한다.

본 연구에서는 평형 상태를 만족하는 적절한 내력 밀도 값

을 선택하는 과정에 유전자 알고리즘을 사용하였다. 식 (11)에 s 의 개수만큼 발행하는 내력 밀도 값의 세트를 임의의 계수 c_i 를 사용하여 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\vec{q} = \sum_{i=1}^s c_i \vec{q}_i \quad (12)$$

여기서, \vec{q} 는 최적의 내력 밀도 세트이며, \vec{q}_i 는 식 (11)의 특이 해에 상응하는 내력 밀도 세트이다. 식 (12)의 계수 (c_i) 값을 얻기 위해 유전자 알고리즘을 사용하였으며, 계수 값을 곱한 내력 밀도 값의 합이 최적의 내력 밀도 값이 되어 평형상태의 텐세그리디를 구성한다. 유전자 알고리즘을 사용한 제약조건 최소화 문제(constrained minimization problem)의 식은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \left| 1 - \sum_{i=1}^s c_i^2 \right| \quad (13)$$

Subject to

$$i) \begin{cases} 0 < q_j < 1 & (q_j \in \Gamma_{cable}) \\ -1 < q_k < 0 & (q_k \in \Gamma_{strut}) \end{cases} \quad (14a)$$

$$ii) \frac{q_m^{(l)} - q_n^{(l)}}{q_m^{(l)}} \leq \epsilon_0, (q_m^{(l)}, q_n^{(l)} \in \Gamma^{(l)}) \quad (14b)$$

식 (14a)는 텐세그리디 구조물의 케이블은 인장력을, 스트럿은 압축력을 받아야 하는 unilateral condition이며, 식 (14b)는 그룹 제약조건(constraint)이다. 제안된 본 기법은 선행연구와 같이 두 평행방정식을 반복교차 수행을 하나 s 수만큼 발생하는 내력 밀도 값(식 (11)) 중 적절한 결과를 산정해야 하는 문제를 유전자 알고리즘으로 해결함으로써 번거로운 해석과정을 거치지 않아도 된다. 결과적으로 본 기법은 다중 자기응력 상태의 텐세그리디에 대한 형상탐색 수행과정에서 효과적으로 사용될 수 있다.

3.2 방법 2

방법 1은 평형 상태를 만족하는 내력 밀도 값을 선택하는 과정에서 유전자 알고리즘을 사용하였으나 여전히 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해와 평형 행렬 A 의 특이 해 분리과정을 교차반복 수행하는 문제를 내포하고 있다. 결국 선행 연구보다는 효과적이지만 일정수준의 해석시간이 필요하다는 문제가 남는다. 이 문제는 평행방정식 식 (2)에 대입하는 초기 내력 밀도 값을 적절하게 산정하는 방법을 도입하여 해석

시간을 단축시킬 수 있다.

평형방정식에 입력하는 초기 내력 값은 형상탐색 과정 및 최종 결과 값에 큰 영향을 미친다. 이러한 점에 착안하여 평형방정식 식 (2)에 대입하는 초기 내력 밀도 값을 산정하는 과정에 유전자 알고리즘을 도입한다. 초기 내력 밀도 값은 아래와 같은 제약조건 최소화 문제에 만족하여야 한다.

$$\text{Minimize } \alpha\beta \tag{15}$$

Subject to

$$i) \begin{pmatrix} 0 < q_j < 1 & (q_j \in \Gamma_{cable}) \\ -1 < q_k < 0 & (q_k \in \Gamma_{strut}) \end{pmatrix} \tag{16a}$$

$$ii) \frac{q_m^{(l)} - q_m^{(l)}}{q_m^{(l)}} \leq \epsilon_0 (q_m^{(l)}, q_m^{(l)} \in \Gamma^{(l)}) \tag{16b}$$

식 (15)의 α 와 β 의 식은 아래와 같다.

$$\alpha = \sum_{i=1}^{d+1} |\lambda_i| \tag{17a}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^t (q_k)^2}{t} - \left(\frac{\sum_{k=1}^t q_k}{t}\right)^2} \tag{17b}$$

식 (17a)는 Koohestani(2012)가 제안한 방법으로 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해 후 얻은 고유 값(λ_i) 중 최하위 $d+1$ 개 이상의 값이 0이 되도록 유도하는 방향으로, 결국 텐 세그리티 구조물이 평형상태가 되는 방향으로 내력 밀도 값을 조정한다. 식 (17b)의 β 는 식 (17a)에 대응하는 케이블 내력 밀도 값의 표준편차로 모든 케이블 부재의 내력 밀도 값을 고르게 분포시키는 역할을 한다. 식 (17b)의 t 는 케이블 부재의 개수를 뜻한다. 결과적으로 본 알고리즘을 사용하여 효율적인 형상 탐색절차를 수행할 수 있지만 이는 $s=1$ 인 경우에만 효과적으로 적용할 수 있다. $s=1$ 인 경우는 유일한 평형상태를 가지므로 식 (15)의 과정만으로 충분히 내력 밀도 값을 구할 수 있지만, $s \geq 2$ 인 다중 자기응력 상태 텐세그리티 구조물의 경우 또다시 s 수만큼 발생하는 내력 밀도 값 중 적절한 결과를 산정해야 하는 문제에 봉착한다. 이 때 식 (12)와 식 (13)의 과정을 도입하므로 문제를 해결할 수 있지만 전체적으로 유전자 알고리즘을 두 번 수행해야 하는 단점이 생긴다. 하지만 이러한 단점에도 불구하고 방법 1과 방법 2는 선행연구보다 진보한 해석과정을 제공한다.

3.3 방법 3

텐세그리티의 형상탐색 기법들은 대부분 구조물의 대칭조건 (symmetric condition)이나 적절한 그룹핑 조건을 요구한다. 대칭조건이나 그룹핑 조건이 없어도 형상탐색의 결과가 적절하게 나누어지고 그 결과 값 또한 고르게 분포 된다면 효율적인 형상탐색 기법이라 하겠다. 방법 3에서 제안하는 형상탐색 기법은 방법 2의 목적함수를 구성하는 β 를 도입하였다. 모든 케이블 부재의 내력 밀도 값을 고르게 분포시키는 역할을 하는 β 를 단일 목적함수로 사용함으로써 결과적으로 방법 3의 알고리즘에서 그룹핑 제약조건을 사용하지 않더라도 적절한 그룹핑을 유도할 수 있다. 하지만 다중 자기응력 상태의 텐세그리티 구조인 경우 방법 1의 경우와 마찬가지로 s 의 개수만큼 발생하는 내력 밀도 값의 세트를 임의의 계수 c_i 를 사용하여 선택해야 하는 문제가 남는다. 그렇더라도 방법 3는 매번 적절한 그룹핑 조건이나 대칭조건을 적용해야 하는 문제를 해결할 수 있으며, 선행연구들이 제시하던 일률적인 그룹핑 조건에서 벗어나 새로운 해답을 구할 수 있다. 식 (19)는 방법 3의 단일 목적함수이며, 식 (20)은 텐세그리티 구조물의 unilateral condition이다.

$$\text{Minimize } \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^t (q_k)^2}{t} - \left(\frac{\sum_{k=1}^t q_k}{t}\right)^2} \tag{19}$$

Subject to

$$i) \begin{pmatrix} 0 < q_j < 1 & (q_j \in \Gamma_{cable}) \\ -1 < q_k < 0 & (q_k \in \Gamma_{strut}) \end{pmatrix} \tag{20}$$

4. 수치해석 예제

수치해석 예제를 통해 세 가지 형상탐색 기법의 정확성을 입증하고 효율성을 비교해 보기로 한다. 우선 단일 자기응력 상태를 갖는 2차원 2-스트럿 텐세그리티 예제를 통해 세 기법의 정확성을 선행연구의 결과와 비교하기로 한다. 다음은 다중 자기응력 상태를 갖는 텐세그리티 예제를 통해 이 조건에 가장 잘 부합하는 방법 1의 효율성을 살펴보기로 한다. 결과를 방법 2와 방법 3의 결과와 비교하였다.

4.1 2차원 2-스트럿 텐세그리티

첫 번째 예제는 단일 자기응력 상태($s=1$ 인 경우) 텐세그리티 구조인 2-스트럿 텐세그리티를 살펴보았다. 2차원 2-스트럿 텐세그리티는 4개의 케이블과 2개의 스트럿으로 구성되어 있으며, 총 6개의 부재로 이루어졌다(Fig. 1). 본 예제는 텐세그리티 구조의 기본형으로 형상탐색 기법의 정확성을 알

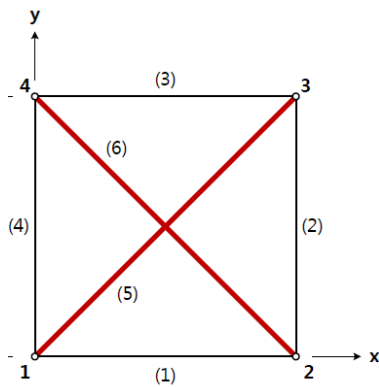


Fig. 1 The initial topology of the 2D two-strut tensegrity

Table 1 Comparison of the force densities (2D two-strut tensegrity)

Member	Force density			
	Tran & Lee(2010)	Method 1	Method 2	Method 3
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	-1	-1	-1	-1
6	-1	-1	-1	-1

기위해 많은 연구자들이 다루고 있으며, 이 경우 Tran와 Lee(2010)의 결과와 비교하였다.

Table 1은 선행 연구결과와 본 연구에서 제안한 기법들의 내력 밀도 값 결과를 비교한 것이다. Table 1을 살펴보면 제안한 세 가지 기법 모두 선행연구 결과와 일치하는 것을 알 수 있다. 이는 모든 기법들이 형상탐색 과정을 정확히 구현해 내고 있다는 것을 의미한다. 하지만 본 예제는 단일 자기응력 상태($s=1$ 인 경우)의 텐세그리티 구조로 각 기법들의 특징을 비교하기에는 부족하다. 또한 선행연구의 결과는 그룹핑 조건을 가한 것으로 케이블과 스트럿을 각각 한 개의 그룹으로 조건을 주었다. 그룹핑을 제약조건으로 가할 수 있는 방법 1과 방법 2의 경우는 이에 따라 2개의 그룹을 적용

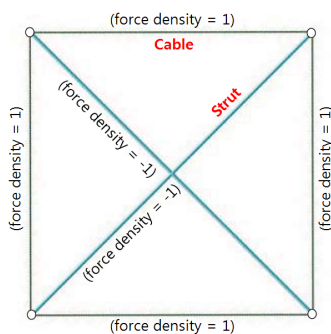


Fig. 2 The obtained geometry of the 2D two-strut tensegrity

하였고 방법 3의 경우는 이러한 조건없이 자동으로 그룹지어 결과 값을 도출한다. 하지만 본 예제는 부재수가 극히 적은 경우로 모든 기법들이 그룹 조건을 가하지 않은 상태에서도 결과 값을 도출할 수 있다. Fig. 2에는 최종 형상을 나타내었으며, 모든 기법이 동일한 형상을 보인다.

4.2 3차원 6-스트럿 텐세그리티

두 번째 예제는 3차원 6-스트럿 텐세그리티로 6개의 스트럿과 24개의 케이블, 총 30개의 부재로 구성된다. 절점은 12개로 Fig. 2와 같이 부재가 서로 연결된다. 이 예제는 $s=2$ 인 경우로 2개의 자기응력 상태를 갖는다. 본 예제는 Tran와 Lee(2011)의 형상탐색 결과와 비교하였다. 선행연구는 총 4개의 그룹으로 부재를 나누어 형상탐색을 수행하였다. 케이블의 1~8번 부재는 제 1그룹, 9~24번 부재는 제 2그룹, 스트럿의 25~28 부재는 제 3그룹, 29, 30부재는 제 4그룹으로 나뉘었다.

Table 2는 3차원 6-스트럿 텐세그리티의 형상탐색 결과 값 중 내력 밀도 결과를 비교한 표이다. 방법 1과 방법 2는 선행연구와 동일한 그룹핑 조건을 가하였다. Table 2를 살펴보면 방법 1은 선행연구의 결과와 일치하는 것을 알 수 있다. 이는 방법 1이 다중 자기응력 상태에 최적화되어있기 때문이라 할 수 있다. 반면에 방법 2는 다중 자기응력 상태인 경우에 적절한 결과 값을 산출해 내는 알고리즘을 적용하지 않았으므로 전혀 다른 결과 값을 보이고 있다. 방법 3은 그룹핑 조건을 가하지 않고 unilateral condition만 적용하였을 시에는 Table 2에 보이는 바와 같이 선행연구 결과와 다른 값을 보인다. 하지만 총 7개의 그룹을 자동적으로 구성하여 결과를 산출하였다. 이 경우 선행연구와 비교하였을 때 에너지 측면에서 좀 더 많은 프리스트레스를 가해야 평형 상태를 유지할 수 있을 것이다. 선행연구의 내력 밀도 값과 일치하는 결과를 유도하기 위해 $q_1 = q_2$ 의 조건을 추가로 제약하였으며 그 결과 선행연구와 동일한 결과 값을 얻을 수 있었다. 이는 어떠한 대칭 조건이나

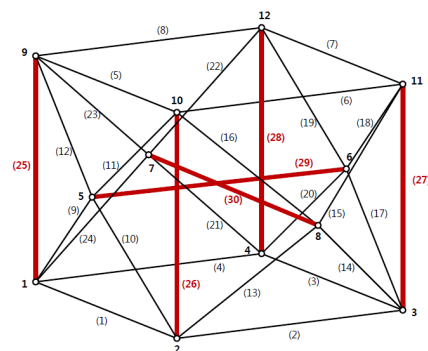


Fig. 3 The initial topology of the 3D six-strut tensegrity

Table 2 Comparison of the force densities (3D six-strut tensegrity structure)

Member	Force density				
	Tran & Lee (2011)	Method 1	Method 2	Method 3	
				unilateral condition	unilateral condition + $q_1 = q_2$ (additional condition)
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	3.6	1.0
3	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
4	1.0	1.0	1.0	3.6	1.0
5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
6	1.0	1.0	1.0	3.6	1.0
7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
8	1.0	1.0	1.0	3.6	1.0
9	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
10	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
11	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
12	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
13	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
14	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
15	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
16	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
17	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
18	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
19	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
20	1.6	1.6	1.8	4.5	1.6
21	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
22	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
23	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
24	1.6	1.6	1.8	2.9	1.6
25	-1.6	-1.6	-2.8	-3.7	-1.6
26	-1.6	-1.6	-2.8	-3.7	-1.6
27	-1.6	-1.6	-2.8	-3.7	-1.6
28	-1.6	-1.6	-2.8	-3.7	-1.6
29	-2.2	-2.2	-2.4	-3.2	-2.2
30	-2.2	-2.2	-2.4	-4.0	-2.2

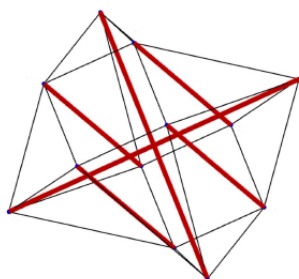
Table 3 The force density results via Method 1 (3D six-strut tensegrity structure)

Member	Force density			
	Tran & Lee (2011)	Method 1		
		(a) unilateral condition	(b) unilateral condition + grouping condition	(c) unilateral condition + $q_{28} = q_{30}$ (additional condition)
1	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.0	0.6	1.0	6.3
3	1.0	1.0	1.0	1.0
4	1.0	0.6	1.0	6.3
5	1.0	1.0	1.0	1.0
6	1.0	0.6	1.0	6.3
7	1.0	1.0	1.0	1.0
8	1.0	0.6	1.0	6.3
9	1.6	1.1	1.6	7.5
10	1.6	1.1	1.6	7.5
11	1.6	1.1	1.6	7.5
12	1.6	1.1	1.6	7.5
13	1.6	1.4	1.6	4.3
14	1.6	1.4	1.6	4.3
15	1.6	1.4	1.6	4.3
16	1.6	1.4	1.6	4.3
17	1.6	1.1	1.6	7.5
18	1.6	1.1	1.6	7.5
19	1.6	1.1	1.6	7.5
20	1.6	1.1	1.6	7.5
21	1.6	1.4	1.6	4.3
22	1.6	1.4	1.6	4.3
23	1.6	1.4	1.6	4.3
24	1.6	1.4	1.6	4.3
25	-1.6	-1.3	-1.6	-5.9
26	-1.6	-1.3	-1.6	-5.9
27	-1.6	-1.3	-1.6	-5.9
28	-1.6	-1.3	-1.6	-5.9
29	-2.2	-1.6	-2.2	-10.4
30	-2.2	-1.9	-2.2	-5.9

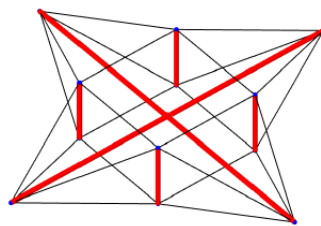
그룹 조건을 가하지 않은 상태에서 얻은 결과라는 것에서 의 미가 있으며, 추가로 적절한 조건을 가함으로써 설계자가 원

하는 형상탐색 결과를 유도할 수 있다.

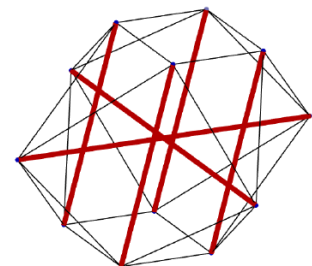
Table 3은 방법 1을 사용하여 형상탐색을 수행할 시에 여



(a) unilateral condition



(b) unilateral condition + grouping condition



(c) unilateral condition + $q_{28} = q_{30}$ additional condition

Fig. 4 The obtained geometry of the 3D six-strut tensegrity

러 제약조건에 따른 결과 값을 비교한 것이다. 총 세 가지 경우로 형상탐색을 수행하였으며, unilateral condition만 가한 경우, 추가로 그룹핑 조건을 가한 경우, 마지막으로 unilateral condition에 $q_{28} = q_{30}$ 을 추가로 가한 경우를 비교해 보았다. 그룹핑 조건을 사용하였을 경우의 내력 밀도 값이 선행연구와 일치하였다. 하지만 나머지 두 경우는 좀 더 다른 결과를 보였다. 각각의 경우에 최종 형상을 그려보면 Fig. 4와 같다. 이와 같이 방법 3에 다양한 제약조건을 사용한다면 Fig. 4와 같은 여러 형태를 얻을 수 있다. 다시 말해 이는 설계자가 원하는 형상을 얻기 위해 적절한 제약조건을 사용할 수 있다는 것을 뜻한다.

4.3 3차원 3-스트럿 8면체 셀

방법 3의 자동 그룹핑 효과를 좀 더 살펴보기 위해 3차원 3-스트럿 8면체 셀 예제를 수행하였다. 본 예제는 3개의 스트럿과 12개의 케이블 총 15 부재로 이루어져 있으며, s 는 3

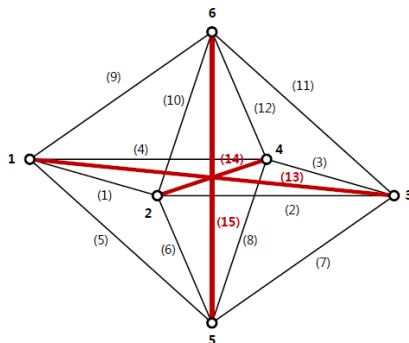


Fig. 5 The initial topology of the 3D three-strut octahedral cell

Table 4 Comparison of the force densities obtained by Method 3 with other paper(3D three-strut octahedral cell)

Member	Force density	
	Tran & Lee(2011)	Method 3
1	1.0	1.0
2	1.0	1.0
3	1.0	1.0
4	1.0	1.0
5	0.5	1.0
6	0.5	1.0
7	0.5	1.0
8	0.5	1.0
9	0.5	1.0
10	0.5	1.0
11	0.5	1.0
12	0.5	1.0
13	-1.5	-2.0
14	-1.5	-2.0
15	-1.0	-2.0

의 값을 보인다(Fig. 5). Tran와 Lee(2011)의 선행연구와 결과 값을 비교하였으며, 선행연구는 총 4개의 그룹으로 부재를 나누었다.

Table 4에는 선행연구와 방법 3을 사용한 형상탐색 결과 값을 비교하였다. 4 그룹으로 나누어 해석을 수행한 선행연구의 값과 그룹 조건을 가하지 않은 방법 3의 결과 값이 다른 양상을 보인다. 방법 3의 기법은 총 2개의 그룹으로 나뉜 결과 값을 보이며, 이는 각각 케이블과 스트럿의 내력 밀도 값이다. 선행연구와 다른 그룹 결과를 보이는 것은 4 그룹이 최선의 그룹 조건이 아니라는 것을 의미하며, 또한 제안 기법을 사용하므로 더욱 효율적인 결과 값을 얻을 수 있음을 나타낸다. 모든 케이블(혹은 스트럿)이 동일한 내력 값을 갖고 동일한 단면을 갖는 것은 설계자 입장에서 더욱 효율적인 구조물을 구성하는 것에 도움이 될 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 내력밀도법에 유전자 알고리즘을 결합한 텐세 그리티 구조물의 형상탐색 기법 세 가지를 제안하였다. 방법 1은 다중 자기응력 상태의 텐세그리티 구조에 유용한 것으로 s 수만큼 발생하는 내력 밀도 값 중 적절한 결과를 산정해야 하는 문제를 해결하기 위해 유전자 알고리즘을 사용하였다. 이 기법은 선행연구의 방법보다 크게 진보하여 아주 효과적으로 결과를 도출할 수 있다. 하지만 여전히 내력 밀도 행렬 D 의 고유치 분해와 평형 행렬 A 의 특이 해 분리과정을 교차반복 수행하는 문제를 내포하고 있다. 방법 2는 초기에 대입하는 내력 밀도 값을 유전자 알고리즘으로 찾는 기법으로 두 개의 평형 방정식 중 한 개의 방정식만으로도 형상탐색 절차를 수행할 수 있다. 이는 선행연구가 내포하고 있던 과도한 해석시간 문제를 효과적으로 해결하였다. 이는 단일 자기응력 상태인 경우에 적합한 것으로 다중 자기응력 상태를 해결하기 위해서는 방법 1의 기법을 추가로 도입해야 한다. 방법 3은 케이블의 내력 밀도 값을 고르게 분포시키는 표준편차 식을 유전자 알고리즘의 목적함수로 도입하여 결과적으로 그룹핑의 효과를 얻을 수 있었다. 방법 1의 기법을 추가로 구동하여 다중 자기응력 상태의 텐세그리티 구조의 형상탐색도 가능하게 되었다. 결국 형상탐색을 수행할 텐세 그리티 구조의 조건에 맞는 기법을 선택하여 적절한 제약조건을 가한다면 효과적인 설계 결과를 얻을 수 있다.

감사의 글

본 논문은 교육과학기술부 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업(2010-0019373, 2012R1A2A1A01007405)의 지원

으로 이루어졌습니다.

Reference

- Grandhi R.** (1993) Structural Optimization with Frequency Constraints - A Review, *AIAA Journal*, 12.
- Guest S.** (2006) The Stiffness of Prestressed Frameworks: A Unifying Approach, *Int. J. of Solids and Structures*, 43, pp.842~854.
- Koohestani K.** (2012) Form-finding of Tensegrity Structures Via Genetic Algorithm, *Int. J. of Solids and Structures*, 49, pp.739~747.
- Linkwitz, K., Shenk, M.** (1971) Einige Bemerkungen zur Berechnung von Vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, *Ingenieur-Archiv*, 40, pp.145~158.
- Schek H.J.** (1974) The Force Density Method for form Finding and Computation of General Networks, *Comput Methods Appl. Mech. Eng.*, 3, pp.115~134.
- Tibert A.G., Pellegrino S.** (2003) Review of form-Finding Methods for Tensegrity Structures, *Int. J. Space. Struct.*, 18(4), pp.209~223.
- Tran H.C., Lee J.** (2010) Advnced form-Finding of Tensegrity Structures, *Computers and Structures*, 88, pp.237~246.
- Tran H.C., Lee J.** (2011) Form-Finding of Tensegrity Structures with Multiple States of Self-stress, *Acta Mech.*, 222, pp.131~147.
- Vassart N., Motro R.** (1999) Multiparametered form Finding Method: Application to Tensegrity Systems, *Int. J. Space. Struct.*, 14(2), pp.147~154.
- Zhang, J.Y., Ohsaki, M.** (2007) Stability Conditions for Tensegrity Structures, *International Journal of Solids and Structures*, 44, pp.3875~3886.

요 지

텐세그리티 구조물은 인장력을 받는 연속된 케이블 안에 압축력을 받는 스트럿이 결합된 형태로 구성된다. 텐세그리티 구조물은 자기 응력 상태를 갖는 프리스트레스 핀 집합 구조물에 속한다. 텐세그리티 구조물 설계의 핵심은 평형 배열상태를 구하는 일명 형상탐색 과정이다. 본 논문에서는 세 가지의 효과적인 텐세그리티 구조물의 형상탐색 기법을 제안하였다. 형상탐색과정을 수행하면 평형상태의 내력 밀도와 그에 대응하는 위상을 얻을 수 있다. 이 때 평형상태를 형성하는 적절한 내력 밀도 값을 얻기 위해 유전자 알고리즘을 결합한 내력밀도법이 사용되었다. 수치해석 예제를 통해 제안 알고리즘의 효율성을 입증하였다.

핵심용어 : 텐세그리티 구조물, 형상탐색, 내력밀도법, 유전자 알고리즘