

# 프레임형 대공간 구조물의 절점강성변화에 따른 불안정 현상과 임계좌굴하중

## Unstable Behaviour and Critical Buckling Load of Framed Large Spatial Structures in accordance with the Variation of Joint Rigidity

손수덕\*  
Shon, Su-Deok

이승재\*\*  
Lee, Seung-Jae

이동우\*\*\*  
Lee, Dong-Woo

김승덕\*\*\*\*  
Kim, Seung-Deog

### Abstract

This paper investigates the characteristics of unstable behaviour and critical buckling load by joint rigidity of framed large spatial structures which are sensitive to initial conditions. To distinguish the stable from the unstable, a singular point on equilibrium path and a critical buckling level are computed by the eigenvalues and determinants of the tangential stiffness matrix. For the case study, a two-free node example and a folded plate typed long span example with 325 nodes are adopted, and these adopted examples' nonlinear analysis and unstable characteristics are analyzed. The numerical results in the case of the two-free node example indicate that as the influence of snap-through is bigger; that of bifurcation buckling is lower than that of the joint rigidity as the influence of snap-through is lower. Besides, when the rigidity decreases, the critical buckling load ratio increases. These results are similar to those of the folded-typed long span example. When the buckling load ratio is 0.6 or less, the rigidity greatly increases.

*Keywords : Framed spatial structures, Instability, Critical load, Joint rigidity, Member rigidity, Tangential stiffness*

## 1. 서론

경기장과 같은 대공간을 필요로 하는 건축물 분야에서 프레임형 공간구조는 매우 큰 범위를 차지하고 있으며, 막/케이블 구조물과 함께 많은 발전을 거듭해 왔다. 이것은 프레임형 공간 구조물이 비교적 적은 자중으로도 큰 공간을 형성하기에 적합하고, 쉘원리의 역학적 장점을 잘 활용하기 때문이다. 그러나 역학적인 장점에도 불구하고 구조불안정이라는 문제는 안전한 구조물을 기대하는데 큰 장애

물로 나타났다. 뿔좌굴이나 불안정 분기거동과 같은 비선형성에 기인한 구조불안정 문제는 대체로 초기 조건에 매우 민감한 특성을 지니게 되며, 형상이나 하중 파라메타의 불안전성에 대한 임계점에 관한 주제는 다른 여러 연구주제와 더불어 많이 다루어졌다.<sup>[1]-[3]</sup> 이와 같은 불안정 현상과 특성에 관한 연구에서 분기현상의 분류에 대한 연구가 수행되었고, 정적 좌굴과 더불어 직, 간접좌굴의 동적예측 및 다중 파라메타의 단순임계점의 경계 설정도 다루어졌다.<sup>[4]-[9]</sup> 일반적으로 임계점은 접선강성행렬의 행렬식과 고유치해석을 통해 판별하는 방법이 구조물을 설계하는데 적용할 수 있다.<sup>[10]</sup>

부재좌굴, 절점좌굴 및 전체좌굴과 이들의 복합적인 결과로서 나타나는 불안정 현상<sup>[11]</sup>에서 격자 돔은 절점강성이 좌굴내력에 미치는 영향, 초기 불안전성이 고려된 해석과 좌굴특성 및 좌굴모드에 대한 파라메타 영향을 연구자들은 분석하였다.<sup>[12][13]</sup>

\* 정희원, 한국기술교육대학교 건축공학부 연구교수, 공학박사  
School of Arch. Eng., Korea Univ. of Tech. & Education  
\*\* 교신저자, 한국기술교육대학교 건축공학부 교수, 공학박사  
School of Arch. Eng., Korea Univ. of Tech. & Education  
Tel: 041-560-1334 Fax: 041-560-1224  
E-mail: leeseung@koreatech.ac.kr  
\*\*\* 정희원, (주)아이스트 대표이사, 공학박사  
I' ST Co., Ltd.  
\*\*\*\* 정희원, 세명대학교 건축공학과 정교수, 공학박사  
Architectural Engineering, Semyung Univ.

불안정에 관한 많은 연구는 돔 뿐 아니라 대공간을 형성하기 위한 다양한 구조형식에서도 연구가 수행되고 있으며, 좌굴하중과 절점조건, 불완전성, 임계 후 거동과 민감한 초기조건은 주제는 계속 다루어지고 있다.<sup>[14]-[16]</sup>

국내에서도 스페이스 프레임의 불안정 문제에 관해서 절점강성을 고려한 삼각형네트워크 돔의 좌굴하중해석, 초기 부정에 대한 좌굴특성의 영향에 대한 연구, 편접합에 대한 좌굴거동해석 등이 연구되었다.<sup>[17][18]</sup> 또한, 단층 격자 돔에 관한 불안정 해석에서 모드 중첩법을 사용한 임계후 거동해석, 호장법을 적용한 알고리즘, 임계점을 구하기 위한 간접방법과 분기점의 연구도 수행되었다.<sup>[19][20]</sup> 절점강성에 따른 유한요소정식화와 불안정해석 및 하중모드에 따른 분기점 특성도 많이 수행되었고, 프레임 구조물의 반강접합에 따른 좌굴하중 그리고 경계조건에 따른 좌굴특성도 연구된 바 있다.<sup>[21]-[23]</sup>

근래에도 구조안정에 관련된 주제가 좌굴하중 및 절점의 강성에 대해서 불완전한 초기조건 영향과 함께 다루어지고 있다.<sup>[13][15][24]-[27]</sup> 또한 기하학적 비선형성, 임계 후 좌굴거동 또는 이들의 정성적 연구도 진행되고 있다.<sup>[21][28][29]</sup> 절점강성에 대한 전체좌굴의 영향에 대한 연구가 진행된 이후로 절점좌굴과 부재좌굴의 해석적/실험적 연구와 부재의 초기 휨을 고려한 좌굴하중과 부재강성에 따른 영향 등의 절점강성의 평가 등의 다양한 연구가 계속 진행되고 있다.<sup>[3][23][26]</sup> 임계하중과 불안정 거동특성의 연구는 이와 같이 다양한 특성을 고려하여야만 하며, 절점에서 발생하는 좌굴과 전체좌굴은 절점강성의 영향에 의해서 민감한 거동이 나타난다. 또한 각각의 좌굴에 대한 임계와 분기점은 매우 복잡한 관계이며, 독립된 파라메타로 각각의 특성과 관계를 파악하고 정의하는 것은 쉽지 않다. 특히, 전체좌굴이나 절점좌굴과 부재좌굴과의 특성 및 이들 사이에서 촉매제 역할을 하는 절점강성과의 관계는 매우 복잡하며, 불안정점의 발생시점 관찰은 복잡한 구조물에서는 명확히 정의하기란 매우 어렵다.

따라서 본 연구에서는 프레임형 대공간 구조물의 절점강성에 따른 좌굴거동의 특성과 임계하중의 변화에 대해서 연구하도록 한다. 자유도수가 작은 2-

자유절점 모델을 대상으로 절점강성이 뿔좌굴과 분기좌굴에 미치는 영향에 대해서 고찰하며, 325절점의 절판형 장경간 구조물 예제를 대상으로 설계하중에 대한 임계점의 변화와 임계좌굴하중비의 특성을 절점강성을 파라메타로 살펴보도록 한다.

## 2. 비선형평형경로와 불안정점

중분해석기법을 이용한 비선형해석에서 구조물의 절점변위에 대한 평형경로는 구조물의 상태와 분기점로의 진행을 예측할 수 있는 임계점의 정보를 제공해 준다. 평형경로상의 이러한 불안정점은 각 증분구간에서의 접선강성행렬과 고유치를 이용하여 구분할 수 있으며, 두 정량적인 값을 통하여 판단하는 방법은 가장 일반적이고 많이 이용하는 방법 중의 하나이다.

비선형해석을 위해 유도된 접선강성행렬  $\mathbf{K}$ 는 보존계에서 대칭행렬이고, 서로 직교하는 변환행렬이 존재하며, 이것은 접선강성행렬이 대각화가 가능하다는 것을 의미한다. 여기서  $\mathbf{K}$ 의  $n$ 개의 고유치  $c_i$ 에 대응하는 정규고유벡터를  $\mathbf{v}_i$ 라 할 때,  $\mathbf{v}_i$ 을 열벡터로 하는 직교행렬  $\mathbf{V}$ 를 이용하여 변위벡터를 변환하고, 최소고유치에 해당하는 고유벡터  $\mathbf{v}_1^T$ 를 곱하면 다음과 같다. 여기서  $\lambda$ 는 하중파라메타이다.

$$\mathbf{v}_1^T \mathbf{K} \mathbf{V} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{v}_1^T \mathbf{f} \dot{\lambda} = 0 \quad (1)$$

위 식에서 특이점은  $|\mathbf{K}|$ 가 0이므로 좌변의 첫 번째 항은 소거되므로 임계점은 두 번째 항에서  $\mathbf{v}_1^T \mathbf{f} \neq 0, \dot{\lambda} = 0$  이거나  $\mathbf{v}_1^T \mathbf{f} = 0$  일 때로 구분된다. 여기서,  $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{f}$ 는 최소 고유치  $c_1$ 에 대응하는 고유벡터  $\mathbf{v}_1$ 와 하중모드  $\mathbf{f}$  간의 내적을 말하며, 0일 경우는 서로 직교함을 의미한다. 따라서 전자의 조건은 극한점을 의미하고, 후자의 조건은 분기점을 의미한다. 또한 분기점에서  $\dot{\lambda} = 0$  일 때가 대칭분기,  $\dot{\lambda} \neq 0$  일 때가 비대칭 분기점으로 세분할 수 있다.<sup>[25]</sup> 이와 같은 분류방법에서 나타나는 임계점의 불안정 현상은 극한점에서는 뿔좌굴이 나타나며, 분기점을 갖는 구조물의 경우 분기점로의 새로운

평형경로를 가질 수 있게 된다. 또한 분기경로에서 나타나는 불안정 현상에 대해서는 대부분 구조물의 초기조건에 매우 민감한 구조물에 해당된다.<sup>[30]</sup>

프레임형 공간구조물의 경우 6개의 절점자유도로 구성된 변위함수를 이용한다. 기하학적 비선형성을 고려할 경우 보요소의 형상함수는 식(2)와 같고, 축방향 변위  $u(x)$ 와 St. Venant's 비틀림  $\phi(x)$ 의 경우 라그랑주 함수를 이용하고, 부재축의 직각방향 변위  $v(x)$ 와  $w(x)$ 는 에르미트 함수를 적용한다.

$$u(x) = \begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \\ w(x) \\ \phi(x) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1^T \\ N_2^T \\ N_3^T \\ N_4^T \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d_i \\ \dots \\ d_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1^T \\ N_2^T \\ N_3^T \\ N_4^T \end{Bmatrix} d \quad (2)$$

기하학적 비선형성을 고려하기 위해서 변형-변위 관계식은 식(2)와 같이 정의된 관계식을 이용하게 되며, 아래 관계식에서  $(\dots, x)$ 는  $x$ 에 관한 편미분을 의미한다.

$$\epsilon = u_{,x} - yv_{,xx} - zw_{,xx} + \frac{1}{2}\{u_{,x}^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2\} \quad (3)$$

이와 같은 이산화 자유도로 표현된 변위함수와 비선형성을 고려한 관계식들은 가상일의 원리를 이용하여 비선형 강성방정식을 유도할 수 있게 되며, 증분단계의 강성방정식은 다음과 같다.

$$\Delta f - \Delta r = (k_E + k_G)\Delta d \quad (4)$$

여기서

$$k_E = EA \int N_0^* N_0^{*T} dx + EI_z \int N_{by}^* N_{by}^{*T} dx + EI_y \int N_{bz}^* N_{bz}^{*T} dx + GI_p \int N_t^* N_t^{*T} dx$$

$$k_G = EA \int \sum_{i=1}^3 N_i^* \left( N_0^{*T} + \frac{1}{2} N_N^{*T} \right) d dx + EA \int \left( N_0^* N_N^{*T} + N_N^* N_0^{*T} + N_N^* N_N^{*T} \right) d dx$$

$$r = EA \int \left( N_0^* + N_N^* \right) \left( N_0^{*T} + \frac{1}{2} N_N^{*T} \right) d dx + EI_z \int N_{by}^* N_{by}^{*T} d dx + EI_y \int N_{bz}^* N_{bz}^{*T} d dx$$

$$N_0^{*T} = N_{1,x}^T$$

$$N_b^{*T} = -yN_{2,xx}^T - zN_{3,xx}^T = -yN_{by}^T - zN_{bz}^T$$

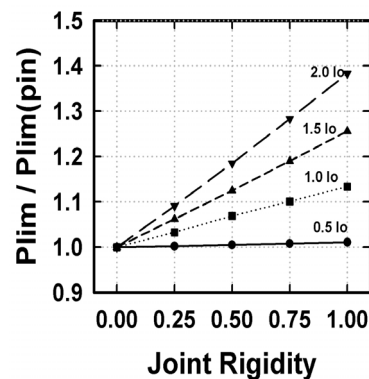
$$N_0^{*T} = \sum_{i=1}^3 d^T N_{i,x} N_{i,x}^T = \sum_{i=1}^3 d^T N_i^*$$

위의 방정식에서  $k_E$ 와  $k_G$ 는 각각 탄성 및 기하강성행렬,  $\Delta r$ 은 현재구간에서 고차항의 소거로 인해 발생하는 불평형력이다. 여기서 전체좌표계에서의 절점에 대한 하중, 변위 및 불평형력을 각각  $\Delta F, \Delta D, \Delta R$ 라 하고, 좌표변환행렬  $T$ 를 이용하여 절점강성행렬을 유도한다.

본 논문에서 다루게 될 대상모델의 불안정 해석은 지금까지 설명된 방법을 이용하여 절점강성행렬을 유도하고, 증분해석을 수행하도록 하며, 증분과 라메타로 절점변위성분을 이용한다. 프레임형 지붕구조의 신뢰할 만한 불안정점을 얻기 위해서 증분 단계를 충분히 세분하여 해석한다.

### 3. 절점강성에 따른 불안정 현상

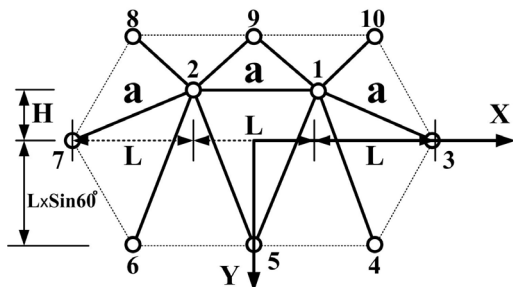
프레임형 구조물의 불안정 현상은 부재좌굴, 절점좌굴, 전체좌굴의 복합된 형태로 나타난다.<sup>[11][14][31]</sup> 각각의 좌굴에 대한 명확한 접근은 대부분 단순한 예제를 대상으로 연구되었으며<sup>[23][27][31]</sup>, 모델이 복잡할수록 명확한 불안정 현상을 설명하기에는 어려움이 있다. 절점강성이 고려된 연구<sup>[31]</sup>에서 1-자유절점 모델은 절점강성이 크에 따라 임계하중도 상승하는 결과가 보고된 바 있으며, <Fig. 1>과 같다. 그러나 예제의 절점수가 증가할수록 간단하지 않다.



<Fig. 1> Buckling load in accordance with  $\beta I_c$  (1-Free Node example;  $\mu = 0.1$ )

전체좌굴이 발생하는 경우에 절점강성이 어떤 영향을 미치고 있는지를 살펴보기 위해서 <Fig. 2>와 같은 2-자유절점 예제를 살펴보도록 한다. 그림과 같이 예제는 2개의 자유절점과 8개의 경계절점으로 구성되며, 부재는 a로 표기된 세 개의 부재를 포함하여 모두 열한 개의 부재로 구성되며, 하중은 1, 2번 절점에 연직방향 집중력이 작용한다.

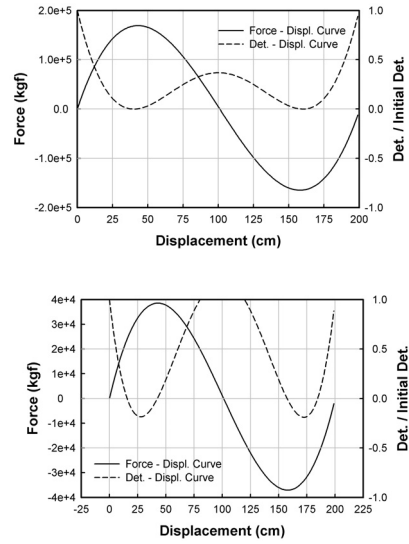
구조물은 높이  $H=100(\text{cm})$ , 밑면 길이  $L=500(\text{cm})$  이고, 형상파라메타인 Rise-Span비  $\mu(=H/2L)$ 의 값은 0.1이며, 부재는 탄성계수  $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ , 요소 내의 단면적 일정하고, 단면 휨강성비는  $\beta I_0$ 로 무차원화하여 적용한다. 여기서  $I_0$ 는 대상모델 절점이 핀 접합이었을 때 뒤틀좌굴이 발생하는 임계하중에서의 최대부재내력을 좌굴하중( $N_{cr} = \pi^2 EI/l^2$ )으로 환산하여 값이고,  $\beta$ 는  $I_0$ 를 기준으로 결정되는 휨강성비 파라메타이다. 모델은 부재가 모두 동일한 단면적을 가질 때(Model-A)와, a부재를 제외한 나머지 부재가 a부재의 1/10에 해당하는 단면적을 적용하는 모델(Model-B)로 나뉘며, 전자는 뒤틀좌굴, 후자는 분기좌굴이 예상되는 모델이다. 또한, 절점강성  $\alpha$ 는 1일 경우 강접합을, 0일 경우는 핀접합을 의미한다.<sup>[31]</sup>



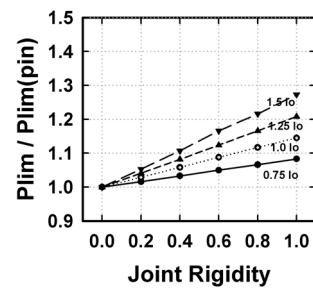
<Fig. 2> Shape of 2-Free Node example

해석대상예제는 <Fig. 3>과 같이 핀 접합일 경우 평형경로에서 Model-A는 극한점을, Model-B는 극한점 이전에 분기점이 발생한다.<sup>[27]</sup>

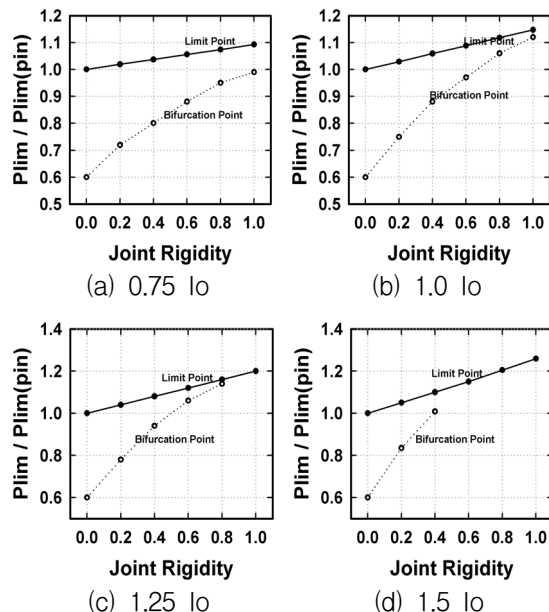
뒤틀좌굴에 대한 절점강성의 영향을 살펴보기 위해서 Model-A를 대상으로 절점강성  $\alpha$ 에 따른 임계하중을 구하였으며, 결과는 <Fig. 4>와 같다. 그림에서 임계하중을 뒤틀좌굴 임계값으로 무차원화 하였고, 절점강성의 증가에 따라 임계값이 증가한다. 이것은 1-자유절점 예제와 유사하다.<sup>[32]</sup>



<Fig. 3> Equilibrium path of 2-Free Node Ex

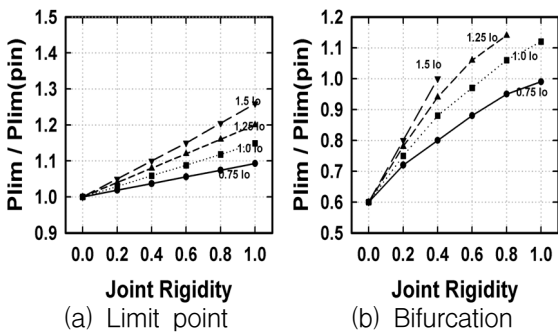


<Fig. 4> Buckling load in accordance with joint rigidity  $\alpha$  (Model-A)

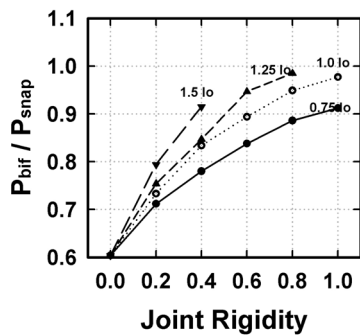


<Fig. 5> Buckling load in accordance with joint rigidity  $\alpha$  (Model-B)

Model-B의 경우는 A와는 달리 분기경로가 관찰되며, <Fig. 5>와 같이 전체좌굴하중의 증가는 다른 예제와 유사하지만 분기좌굴은 달라진다. 분기좌굴 하중은 절점강성이 증가함에 따라 뿔좌굴 하중에 도달하게 되며, 휨강성이 클수록 더 빠르다. 즉, 휨강성이 약할 때는 분기좌굴이, 휨강성이 커질수록 뿔좌굴의 분포가 넓어짐을 알 수 있다.



<Fig. 6> Buckling load of Limit point and bifurcation point (Model-B)



<Fig. 7> Buckling load ratio of snap-through and bifurcation (Model-B)

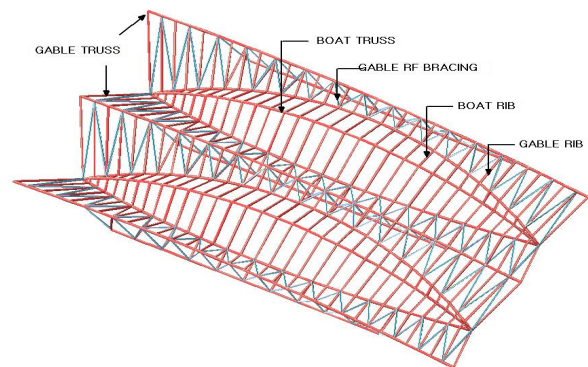
뿔좌굴과 분기좌굴하중의 변화를 비교하기 위해 <Fig. 6>에 좌굴현상별로 나누어 나타내었다. 그림에서 절점강성과 휨강성의 증가에 따라 좌굴하중레벨도 높아지며, 1-자유절점과 같이 선형증가하지는 않으며, 이것은 분기좌굴이 절점강성에 따라 변화하는 영향으로 나타났다. 전체좌굴에 대한 절점강성의 영향을 살펴보기 위해서 <Fig. 7>에 분기좌굴을 뿔좌굴 하중에 대한 비율로 나타내었고, 절점이 편에 가까울수록 분기현상이 지배적이다.

2-자유절점의 예제에서 절점강성에 대한 전체좌굴의 불안정거동은 절점강성의 증가에 따라 좌굴하중이 높아지며, 분기경로가 나타나지 않는 경우는

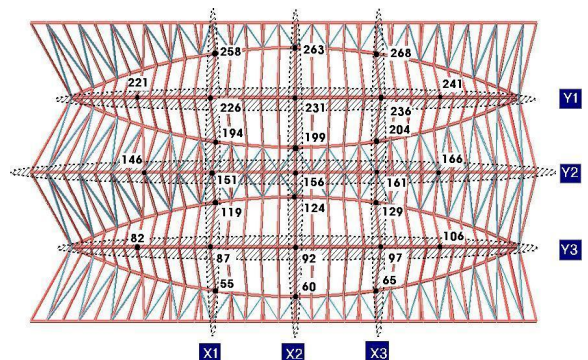
1-자유절점과 유사한 결과를 보이지만 Model-B와 같이 분기경로가 발생하는 예제에서의 영향은  $\alpha$ 와  $\beta$  값의 증가는 분기좌굴 현상이 나타나기 어렵다.

#### 4. 수치해석 예제

절판형 장경간 예제는 Boat Truss와 Gable Truss로 구성되며 절판 사이에 곡률을 가진 Boat truss를 뒀으므로 효과적으로 외력에 저항한다. 형상은 <Fig. 8>과 같고 절점은 모두 325개, 그리고 요소는 모두 817개이다. 예제의 크기는 밑변 최장 길이가 약 160m, 단변 90m이며, 장축방향으로 32m의 고저차가 있다. 부재는 탄성계수  $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ , 포와송비 0.3이며 원형형강을 사용하였다. 비선형 불안정 거동을 살펴보기 위해서 <Fig. 8(b)>와 같이 각 축을 기준으로 절점을 구획하였으며 <Table 1>과 같이 27개의 절점을 검토한다. 설계하중은 고정하중(D), 적재하중(L), 적설하중(S), 풍하중(W) 및 벽체지붕하중(LR)을 이용하며 하중조합은 <Table 2>와 같다.



(a) Perspective view



(b) Layout of observation point

<Fig. 8> Shape of numerical example

<Table 1> Coordinates of the nodes

| Node |     | Coordinate (cm) |         |        |
|------|-----|-----------------|---------|--------|
|      |     | X               | Y       | Z      |
| X1   | 55  | 4630.6          | -1334.1 | 1770.4 |
|      | 119 | 4630.6          | 1334.1  | 1770.4 |
|      | 194 | 4630.6          | 3165.9  | 1770.4 |
|      | 258 | 4630.6          | 5834.1  | 1770.4 |
| X2   | 60  | 7200.0          | -1507.5 | 2000.5 |
|      | 124 | 7200.0          | 1507.5  | 2000.5 |
|      | 199 | 7200.0          | 2992.5  | 2000.5 |
|      | 263 | 7200.0          | 6007.5  | 2000.5 |
| X3   | 65  | 9769.4          | -1334.1 | 1770.4 |
|      | 129 | 9769.4          | 1334.1  | 1770.4 |
|      | 204 | 9769.4          | 3165.9  | 1770.4 |
|      | 268 | 9769.4          | 5834.1  | 1770.4 |
| Y1   | 221 | 2074.0          | 4500.0  | 1734.9 |
|      | 226 | 4444.7          | 4500.0  | 2800.5 |
|      | 231 | 7200.0          | 4500.0  | 3200.0 |
|      | 236 | 9955.3          | 4500.0  | 2800.5 |
|      | 241 | 12326.0         | 4500.0  | 1734.9 |
| Y2   | 146 | 1790.1          | 2250.0  | 2521.7 |
|      | 151 | 4492.6          | 2250.0  | 2535.3 |
|      | 156 | 7200.0          | 2250.0  | 2383.0 |
|      | 161 | 9824.4          | 2250.0  | 2075.1 |
|      | 166 | 12291.4         | 2250.0  | 1638.8 |
| Y3   | 82  | 2074.0          | 0.0     | 1734.9 |
|      | 87  | 4444.7          | 0.0     | 2800.5 |
|      | 92  | 7200.0          | 0.0     | 3200.0 |
|      | 97  | 9955.3          | 0.0     | 2800.5 |
|      | 102 | 12326.0         | 0.0     | 1734.9 |

<Table 2> Load combination

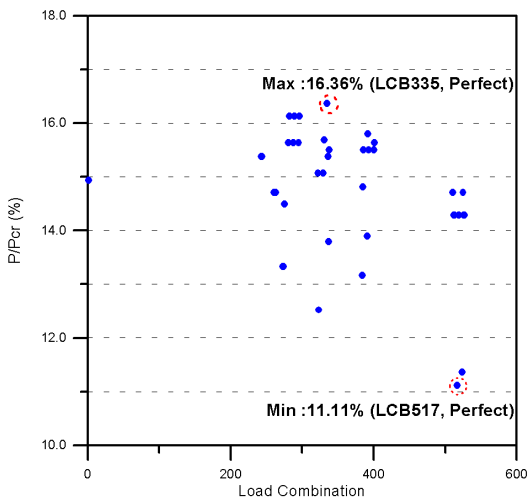
| No. | Load combination | Contents             | EA  |
|-----|------------------|----------------------|-----|
| 1   | sLCB1            | 1.4D                 | 1   |
| 4   | sLCB56~58        | 1.2D+1.6LR+0.5L      | 3   |
| 5   | sLCB59~74        | 1.2D+1.6LR+0.8W      | 16  |
| 6   | sLCB75~98        | 1.2D+1.6S+0.5L       | 24  |
| 7   | sLCB99~227       | 1.2D+1.6S+0.8W       | 128 |
| 8   | sLCB228~275      | 1.2D+1.6W+0.5L+0.5LR | 48  |
| 9   | sLCB276~611      | 1.2D+1.6W+0.5L+0.5S  | 336 |
| 10  | sLCB612~627      | 0.9D+1.6W            | 16  |

<Table 3> Buckling load of perfect model

| Load Case | Buckling Load (kgf) | Displ. (mm) | Design load (kgf) | Ratio |
|-----------|---------------------|-------------|-------------------|-------|
| LCB519    | 58,944.02           | 78.61       | 8423.10           | 14.29 |
| LCB512    | 58,944.16           | 81.20       | 8423.12           | 14.29 |
| LCB513    | 58,944.23           | 81.20       | 8423.13           | 14.29 |
| LCB526    | 58,944.02           | 75.87       | 8423.10           | 14.29 |
| LCB527    | 58,944.09           | 75.87       | 8423.11           | 14.29 |
| LCB393    | 58,280.06           | 74.68       | 9033.41           | 15.50 |
| LCB386    | 58,280.19           | 77.27       | 9033.43           | 15.50 |
| LCB400    | 58,280.06           | 71.94       | 9033.41           | 15.50 |
| LCB401    | 57,795.39           | 71.95       | 9033.42           | 15.63 |
| LCB511    | 61,325.42           | 80.06       | 9020.97           | 14.71 |
| LCB331    | 58,343.21           | 77.37       | 9154.05           | 15.69 |
| LCB323    | 73,115.50           | 79.95       | 9154.06           | 12.52 |
| LCB525    | 61,325.36           | 74.73       | 9020.96           | 14.71 |
| LCB337    | 66,381.73           | 74.63       | 9154.04           | 13.79 |
| LCB338    | 59,058.39           | 74.63       | 9154.05           | 15.50 |
| LCB392    | 60,957.41           | 73.54       | 9631.27           | 15.80 |
| LCB385    | 65,032.28           | 76.13       | 9631.28           | 14.81 |
| LCB329    | 64,710.68           | 76.22       | 9751.90           | 15.07 |
| LCB322    | 64,710.75           | 78.81       | 9751.97           | 15.07 |
| LCB1      | 61,634.16           | 113.20      | 9201.98           | 14.93 |
| LCB336    | 63,406.37           | 73.49       | 9751.90           | 15.38 |
| LCB274    | 60,997.75           | 80.16       | 8131.00           | 13.33 |
| LCB273    | 60,997.70           | 82.75       | 8131.02           | 13.33 |
| LCB275    | 56,114.63           | 77.43       | 8131.01           | 14.49 |
| LCB517    | 73,426.91           | 80.50       | 8157.73           | 11.11 |
| LCB524    | 71,811.09           | 77.76       | 8157.74           | 11.36 |
| LCB288    | 55,220.28           | 83.15       | 8630.93           | 15.63 |
| LCB289    | 53,508.62           | 83.15       | 8630.94           | 16.13 |
| LCB262    | 54,638.00           | 82.66       | 8037.25           | 14.71 |
| LCB261    | 54,638.14           | 85.25       | 8037.27           | 14.71 |
| LCB391    | 63,124.84           | 76.57       | 8768.04           | 13.89 |
| LCB281    | 55,220.35           | 85.73       | 8630.94           | 15.63 |
| LCB282    | 53,508.68           | 85.74       | 8630.95           | 16.13 |
| LCB384    | 66,626.60           | 79.16       | 8768.06           | 13.16 |
| LCB263    | 54,638.07           | 79.93       | 8037.26           | 14.71 |
| LCB295    | 55,220.28           | 80.41       | 8630.93           | 15.63 |
| LCB296    | 53,508.62           | 80.41       | 8630.94           | 16.13 |
| LCB244    | 56,226.01           | 78.73       | 8647.56           | 15.38 |
| LCB243    | 56,226.14           | 81.32       | 8647.58           | 15.38 |
| LCB335    | 54,331.78           | 76.52       | 8888.68           | 16.36 |

### 4.1 완전형상 모델

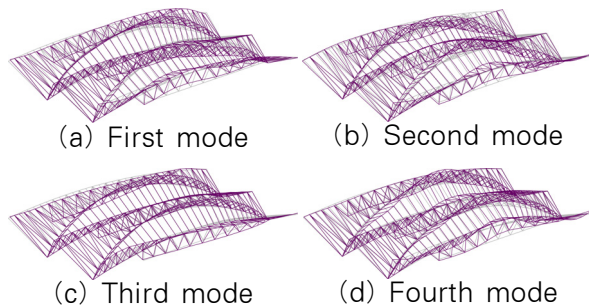
해석대상예제의 하중 조합 중 Z방향 하중의 총합 순으로 40개의 하중조합은 선정하여 정적 불안정 해석을 수행하였다. 해석 결과에 대해서 좌굴하중과 156번 절점의 변위, 설계하중 및 좌굴하중에 대한 설계하중의 비를 <Table 3>에 나타내었고, 좌굴하중의 비를 <Fig. 9>에 나타내었다. 그림에서 하중비가 LCB517의 경우가 11.11%로 가장 작고 LCB335에서 16.36%로 가장 크게 나타났다. 그림에서 설계하중에 대한 Snapping의 검토는 좌굴하중이 크게 상회하므로 전체좌굴에 관해 매우 안정적이다.



<Fig. 9> Buckling load ratio in accordance with load combination(Perfect model)

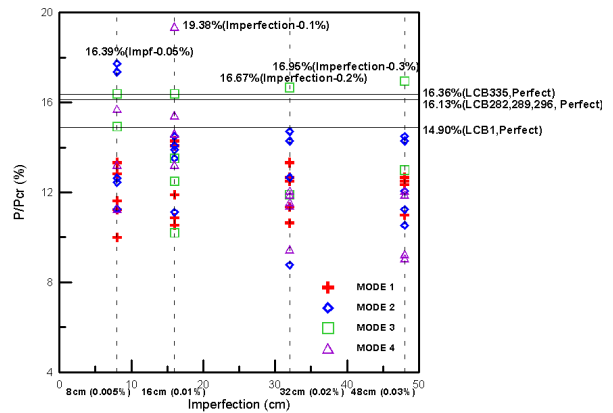
### 4.2 초기형상불완전 모델

형상불완전을 고려하기 위하여 초기절선강성행렬의 고유좌굴모드를 이용하여 적용하였으며, 고유좌굴모드는 <Fig. 10>과 같다.



<Fig. 10> Eigen buckling mode

구조물 직경의 0.05%, 0.1%, 0.2%, 0.3% 값을 이용하여 초기 불안정성을 고려하였으며, 각각의 경우에 대하여 하중조합은 완전형상에서 고려한 40개의 하중조합 중 좌굴하중비가 높은 5개의 하중조합 LCB1, LCB282, LCB289, LCB296, LCB335를 선택하였다. 해석결과 <Fig. 11>에서 보는 바와 같이 불안정량 0.1%, Mode 4에서 좌굴하중비가 19.38%로 가장 크게 나타났다..



<Fig. 11> Buckling load ratio in accordance with initial imperfection

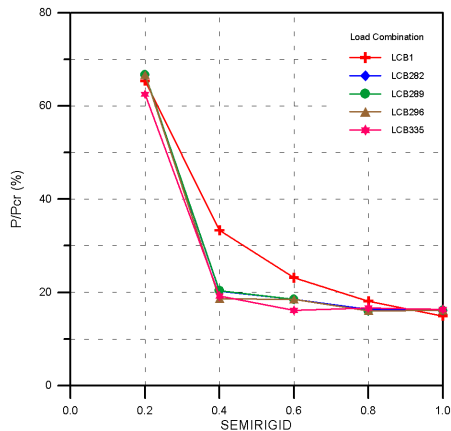
### 4.3 절점강성을 고려한 해석 결과

대상모델의 절점강성을 고려하기 위하여 각각 절점강성  $\alpha$ 를 0.2, 0.4, 0.6, 0.8로 적용하여 해석하고 결과를 비교한다. 이 경우 하중조합은 초기불완전형상을 고려할 때와 동일한 하중조합을 적용하고 완전형상에 대하여 해석을 수행하도록 한다. <Table 4>와 <Fig. 12>에서 보듯이 절점강성이 증가할수록 구조물은 힌지상태로 되기 때문에 좌굴하중비도 점점 증가되며 0.4에서 0.2로 감소되는 경우 좌굴임계하중 비는 급격히 증가된다. 절점강성이 0.2인 경우는 좌굴하중비가 60%보다 크므로 구조물이 좌굴에 대하여 안정하지 못함을 알 수 있다.

2-자유절점 모델의 결과와 같이 절점강성의 변화에 따른 좌굴하중의 감소 또는 설계하중과의 비율에서의 증가는 선형적이지 않고 절점의 강성의 감소에 따라 급격하게 감소한다. 즉 핀접합에 가까울수록 구조물의 불안정거동에 대한 민감한 현상은 더 잘 나타난다.

〈Table 4〉 Buckling load ratio in accordance with joint rigidity

| Joint rigidity | Load combi. | Ratio (P/Pcr, %) | Joint rigidity | Load combi. | Ratio (P/Pcr, %) |
|----------------|-------------|------------------|----------------|-------------|------------------|
| 0.2            | LCB1        | 65.36            | 0.6            | LCB1        | 23.15            |
|                | LCB282      | 66.67            |                | LCB282      | 18.52            |
|                | LCB289      | 66.67            |                | LCB289      | 18.52            |
|                | LCB296      | 66.67            |                | LCB296      | 18.52            |
|                | LCB335      | 62.50            |                | LCB335      | 16.13            |
| 0.4            | LCB1        | 33.33            | 0.8            | LCB1        | 18.12            |
|                | LCB282      | 20.27            |                | LCB282      | 16.34            |
|                | LCB289      | 20.41            |                | LCB289      | 16.03            |
|                | LCB296      | 18.63            |                | LCB296      | 16.03            |
|                | LCB335      | 19.23            |                | LCB335      | 16.67            |



〈Fig. 12〉 Buckling load ratio in accordance with Joint rigidity

## 5. 결 론

프레임형 대공간 구조물의 절점강성의 변화에 따른 불안정 거동의 특성과 좌굴하중레벨의 변화를 본 연구에서 다루었다. 집선강성행렬을 이용한 불안정 경로에 대해서 설명하였고, 단일자유절점모델에서 나타나는 절점강성의 변화와 더불어 분기좌굴이 발생하는 모델의 경우에 대해서 불안정 거동특성을 수치모델을 이용하여 해석하고 현상을 설명하였다. 또한 절판형 대공간 구조물을 대상으로 불안정성이 고려된 불안정 해석과 설계하중조합에 따른 구조물의 안정성에 대해서 비교 고찰하였으며, 해석결과를 중심으로 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 절점강성이 클수록 즉, 강접합에 가까울수록 전체좌굴현상이 억제되며, 이것은 좌굴하중레벨을 높이는 결과로 나타났다. 본 연구에서 다루어진 2자유절점 모델에서 분기경로는 휨강성이 클수록 좌굴하중이 뒤틀좌굴에 상응하는 값으로 나타났다. 즉 절점강성과 부재강성이 높은 모델에서 뒤틀좌굴이 지배적이며, 낮은 모델에서는 분기좌굴이 지배적이다.
2. 프레임형 대공간 구조물에서 절점강성의 감소는 좌굴하중레벨이 낮아지는 원인이 된다. 본 논문의 예제에서 다루어진 절판형 구조물의 경우  $\alpha$ 가 0.6보다 낮은 레벨에서는 매우 급격하게 감소하였다. 즉, 절점이 핀 절점에 가까울수록 구조물은 더욱 더 급격하게 변화할 것임을 예상할 수 있다. 이것은 2-자유도 모델에서 절점강성이 낮아질수록 분기좌굴에 지배적인 결과와 부합한다.

이상의 분석결과 외에 구조체가 매우 복잡할수록 나타나는 절점강성에 따른 불안정성과 연성작용에 따른 급작스런 거동의 분석은 매우 중요하다. 이것은 절점강성을 확보하기 힘든 구조물에서 매우 민감하게 비선형 불안정 거동을 함으로 인해 실제 구조물에 반드시 반영되어야 할 사항이다.

## 감사의 글

“본 연구는 국토해양부 첨단도시개발사업의 연구비지원(12첨단도시C22)에 의해 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.”

## References

1. Thompson JMT and Hunt GW(1983). On the buckling and imperfection-sensitivity of arches with and without prestress. International Journal of Solids and Structures, Vol 19(5), 445-459
2. El-Sheikh A(1998), Design of space truss structures, Structural Engineering and Mechanics, Vol 6(2), 185-200



3. Lopez A, Puente I and Serna MA(2007), Numerical model and experimental tests on single-layer latticed domes with semi-rigid joints, *Computers and Structures*, Vol 85, 360-374
4. Huseyin K(1973), The multi-parameter perturbation technique for the analysis of nonlinear system, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol 8(5), 431-443
5. Abedi K and Parke GAR(1991), Progressive collapse of single-layer braced domes, *International Journal of Space Structures*, Vol 11(3), 291-306
6. Choong KK and Hangai Y(1993), Review on methods of bifurcation analysis for geometrically nonlinear structures, *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial structures*, Vol 34(112), 133-149
7. Choong KK and Kim JY(2001), A numerical strategy for computing the stability boundaries for multi-loading systems by using generalized inverse and continuation method, *Engineering Structures*, Vol 23, 715-724
8. Lee SJ and Shon SD (2012.6) Dynamic instability and multi-step Taylor series analysis for space truss system under step excitation, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, 24(3) 289-299
9. Ha JH, Gutman S, Shon SD and Lee SJ(2013), Stability of shallow arches under constant load, *International Journal of Non-linear Mechanics*, Vol. 58, 120-127
10. Bergan, PG(1980), Solution algorithms for nonlinear structural problems, *Computers and Structures*, Vol.12, 497-509
11. Bulenda Th and Knippers J(2001), Stability of grid shells, *Computers and Structures*, Vol 79, 1161-1174
12. Chan SL and Zhou ZH(1995), Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member, *Journal of Structural Engineering*, Vol 121, 939-945
13. Kato S, Yamashita T, Nakazawa S, Kim Y and Fujibayashi A(2007), Analysis based evaluation for buckling loads of two-way elliptic paraboloidal single layer lattice domes, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol 63, 1219-1227
14. Hwang KJ and Knippers J(2010), Stability of single layered grid shells with various connectors, *Proceeding of the ICSA 2010 Guimaraes, Portugal*, 581-588
15. Fan FMH, Cao Z and Shen SA(2011), new classification system for the joints used in lattice shells, *Thin-Walled Structures*, Vol 49, 1544-1553
16. Steinboeck A, Jia X, Hoefinger G and Mang HA(2008), Conditions for symmetric, antisymmetric, and zero-stiffness bifurcation in view of imperfection sensitivity and insensitivity, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol 197, 3623-2626
17. Jung HM(1997), An effect of equipment loading on the buckling characteristics of single-layer latticed domes, *Journal of Korean society of steel construction*, Vol 9(3), 323- 332
18. Kwan TJ, Kim SD and Kim JM(1997), A study on the unstable behavior of pin-connected single-layer latticed domes considering geometric nonlinearity, *Proceedings of the Computational Structural Engineering Institute Conference*, Vol 10(1), 240-247
19. Kim JK and Han SE(1998), The geometrically nonlinear analysis of single layer latticed domes by mode superposition method, *Journal of Architectural Institute of Korea - Structure & Construction*, Vol 14(4), 317-325

20. Lee KS and Han SE(2009), A development of analytical strategies for elastic bifurcation buckling of the spatial structures, Journal of Korean society of steel construction, Vol 21(6), 563-574
  21. Shon SD, Kin SD, Lee SJ and Kim JS (2011.3) A study on the critical point and bifurcation according to load mode of dome-typed space frame structures, Journal of Korean Association for Spatial Structures, 11(1) 121-130
  22. Lee SJ and Shon SD (2012.6) Characteristics of buckling load and bifurcation in accordance with rise-span ratio of space truss considering initial imperfection, Journal of Koran Society of Steel Construction, 24(3) 337-348
  23. Shon SD and Lee SJ (2013.3) Critical load and effective buckling length factor of dome-typed space frame accordance with variation of member rigidity, Journal of Korean Association for Spatial Structures, 13(1) 87-96
  24. Uros M, Lazarevic D and Gidak P(2011), Interaction of member and node instability in the single layer reticulated shell, Proceeding of the IABSE-IASS symposium, London, 168
  25. Ma HH, Fan F and Shen SZ(2009), Numerical Parametric Investigation of Single-Layer Latticed Domes with Semi-Rigid Joints, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol. 49(2), 99-110
  26. Fan F, Yan J, Cao Z and Zhou Q(2010), Calculation methods of stability of single-layer reticulated domes considering the effect of initial bending of members, Proceeding of the IASS symposium, Shanghai, 339-347
  27. Shon SD, Lee SJ and Lee KG(2013), Characteristics of bifurcation and buckling load of space truss in consideration of initial imperfection and load mode, Journal of Zhejiang University-SCIENCE A, Vol. 14(3), 206-218
  28. Schranz C, Krenn B and Mang HA(2006), Conversion from imperfection-sensitive into imperfection-insensitive elastic structures II: Numerical investigation, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 195, 1458-1479
  29. Steinboeck A, Jia X, Hoefinger G and Mang HA(2008), Conditions for symmetric, antisymmetric, and zero-stiffness bifurcation in view of imperfection sensitivity and insensitivity, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 197, 3623-2626
  30. Shon SD, Lee SJ and Choi JH(2012), Optimum structural design of space truss with considering in snap-through buckling, Journal of Korean Association for Spatial Structures, Vol. 12(2), 89-98
  31. Shon SD, Kim SD, Hwang KJ and Kang MM(2003), A study of nonlinear unstable phenomenon of framed space structures considering joint rigidity, Journal of Korean Association for Spatial Structures, Vol. 3(1), 87-97
  32. Shon SD, Hwang KJ and Lee SJ(2014), Numerical evolution of buckling behavior in space structures considering geometrical parameters with joint rigidity, Journal of Central South University, Vol. 21(3), 1115-1124
- (접수일자 : 2014년 05월 21일)  
(심사완료일자 : 2014년 06월 20일)  
(게재확정일자 : 2014년 06월 27일)