

작은 수직관을 흐르는 슬러그 유동의 물질전달 특성에 대한 반경험적 해석

Semi-Empirical Analysis of the Mass Transfer Characteristics of the Slug Flow in Vertical Mesoscale Tubes

김 동 선(Dong-Seon Kim)[†]

한국교통대학교 기계공학과

Department of Mechanical Engineering, Korea National University of Transportation, Chungbuk 380-702, Korea

(Received August 23, 2013; revision received May 12, 2014; Accepted: May 20, 2014)

Abstract Experimental mass transfer data, which were obtained for the CO₂-water slug flows in vertical tubes with 2, 5, and 8mm diameters, were analyzed in comparison with the penetration theory. It was found that a penetration model with molecular diffusion coefficient cannot predict the experimental data accurately. An effective diffusion coefficient, which considers enhancement effect of interfacial waves, was suggested to improve prediction. Another empirical factor was also suggested to consider the effect of non-uniform interface velocity. A modified penetration model was found to be capable of predicting the experimental data reasonably well.

Key words Slug flow(슬러그 유동), Tube diameter(관경), Mass transfer(물질전달), Penetration theory(침투이론), Wavy-laminar flow(파동층류)

[†] Corresponding author, E-mail: dongseonkim@ut.ac.kr

기호설명

a : 단위체적당 표면적 [m^2/m^3]
 c : 농도 [kg/m^3]
 d : 관경 [m]
 D : 분자확산계수 [m^2/s]
 D_{eff} : 유효확산계수 [m^2/s]
 Eo : Eötvös 수, $\rho g d^2 / \sigma$ [-]
 g : 중력가속도 [m/s^2]
 kt : 물질전달계수 [m/s]
 L : 길이 [m]
 r : 반경방향 좌표 [m]
 Re : Reynolds 수 [-]
 Sh : Sherwood 수 [-]
 t : 시간 [s]
 u, V : 국부, 평균속도 [m/s]
 x : 유동방향 좌표 [m]
 y : 유동방향에 수직 좌표 [m]

ε : 기공률 [-]
 ν : 동점성계수 [m^2/s]
 ρ : 밀도 [kg/m^3]
 σ : 표면장력 [$Pa \cdot m$]

하첨자

b : 기포
 f : 액막
 g : 기체
 l : 액체
 s : 걸보기 속도 또는 액상 슬러그
 UC : 단위 셀(Unit cell)

1. 서 론

많은 기-액 반응 또는 상변화과정이 슬러그 유동 영역에서 일어나기 때문에 화공, 냉동 등의 다양한 분야에서 슬러그 유동의 열 및 물질전달에 관한 많은 이론 및 실험 연구들이 수행되어왔다. 과거에는 주로 마이크로(cm) 스케일의 유동에 대한 연구가 주를 이루었으나 최근에는 작고 정밀한 기기의 개발을 위한 메소(mm)

그리스 문자

δ : 두께 [m]

또는 마이크로(μm) 스케일을 대상으로 한 연구가 늘고 있다. 이 과정에서 마크로와 마이크로 스케일 연구들 간의 괴리, 작은 스케일 이상유동 데이터의 부족 등 추가적인 연구의 필요성이 부각되었다.^(1,2) 이와 관련하여 Lee and Kim⁽³⁾과 Kye and Kim⁽⁴⁾은 밀리미터 스케일의 수직 기-액 슬러그 유동에 관한 일련의 연구 결과를 보고한 바 있다. Lee and Kim⁽³⁾은 직경 2, 5, 8 mm의 세 가지 수직관을 흐르는 이산화탄소-물 슬러그 유동에 대해 걸보기속도 $V_{ls} = 0.06\sim 0.18$ m/s, $V_{gs} = 0.1\sim 0.35$ m/s의 범위에서 이산화탄소의 흡수율을 측정하고 대수평균농도차를 이용하여 체적물질전달계수를 구하였다. 체적물질전달계수는 일정 V_{ls} 조건인 경우 모든 관경에서 걸보기 속도비(V_{gs}/V_{ls})에 선형적으로 비례하여 증가하는 경향을 보인 반면 V_{ls} 의 영향은 관경에 따라 달라 5와 8 mm관에서는 유사한 경향을 보였지만 2 mm관에서는 매우 다른 경향을 보였다고 하였다. 또 Kye and Kim⁽⁴⁾은 동일한 실험 장치와 조건에서 기포 속도, 기포길이, 액막의 두께 등 슬러그 유동의 유동특성을 관측하여 보고하였다. 본 연구에서는 Lee and Kim⁽³⁾의 결과를 Higbie⁽⁵⁾의 침투이론(penetration theory)과 비교, 해석하려 한다. 주지하다시피 침투이론은 많은 연구⁽⁶⁻⁹⁾에서 기-액 물질전달 현상을 해석하는데 빈번하게 사용되어왔다. 침투이론을 슬러그 유동에 적용하기 위해서는 기포의 속도, 길이 등 유동특성 정보가 필요한데 본 연구에서는 Lee and Kim⁽³⁾과 동일한 실험 장치에서 유동특성을 관측한 Kye and Kim⁽⁴⁾의 결과를 사용하였다. 본 연구를 통해 직경 2~8 mm 범위의 수직관을 흐르는 슬러그 유동의 물질전달 특성을 더 잘 이해하고 또 유사한 스케일의 기-액 반응기 또는 열교환기의 개발에 필요한 기초 모델을 개발하고자 하였다.

2. 해석모델

2.1 이론적 배경

기-액 슬러그 유동에서 물질은 기포와 그를 둘러싼 액상 사이의 경계면을 통해 전달되며 Lee and Kim⁽³⁾에서처럼 기상이 순수 물질인 경우 그 전달저항 또는 물질전달계수는 액상 경계면에서의 농도구배에 의해 결정된다. 이론적으로는 액상의 미소 제어체적에 대한 물질 보존 방정식을 풀어 이 농도구배를 구할 수 있다.

Fig. 1은 가스를 흡수하는 유하액막 내부의 농도분포를 개략적으로 나타낸 그림이다. 액상 미소체적의 물질보존 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (1)$$

여기서 c 는 가스성분 농도, u 는 액상의 국부속도, D 는 분자확산계수를 나타낸다. 한편 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} x=0 & : c=c_0 \\ y=0 & : c=c^* \\ y=\delta_f & : \partial c/\partial y=0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 c_0 와 c^* 는 각각 액상 입구에서의 농도와 계면에서의 평형농도를 나타내고 δ_f 는 액막의 두께를 의미한다. 한편 u 는 완전발달한 층류를 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = u_{\max}(1-\eta^2) \quad (3)$$

여기서 $\eta = y/\delta_f$ 이고 u_{\max} 는 계면의 속도이다.

식(1)의 엄밀해는 일찍이 Johnstone and Pigford⁽¹⁰⁾가 급수해의 형태로 발표한 바 있고 Brauer⁽¹¹⁾는 엄밀해에 의해 주어지는 Sherwood 수에 대해 다음의 근사적 표현을 제시하였다.

$$Sh_o \left(= \frac{k_f \delta_f}{D} \right) = 3.41 + \frac{0.276 Fo^{-1.2}}{1 + 0.276 Fo^{-0.7}} \quad (4)$$

여기서 Fo 는 다음과 같이 정의된다.

$$Fo = \frac{DL_f}{\delta_f^2 V_f} \quad (5)$$

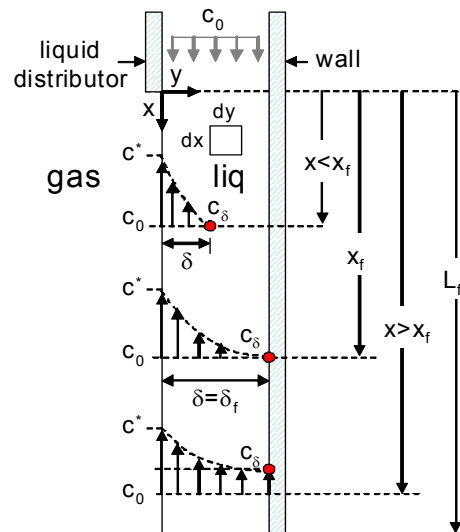


Fig. 1 Concentration profiles in gas-absorbing falling film flow.

식(4)를 사용하기 위해서는 정확한 액막의 두께를 알아야 하는 어려움 등이 있기 때문에 실험결과와 비교할 때 짧은 액막(또는 짧은 접촉시간)의 경우에는 침투이론이 더 많이 쓰인다. 가스성분의 확산속도가 느릴 경우에는 그 확산영역이 계면에 가까운 매우 좁은 영역에 국한되므로 첫째, 식(1)에서 $u = u_{max}$ 로 근사하고 둘째, 식(2)의 마지막 조건을 “ $y = \infty : c = c_0$ ”로 대체할 수 있고 이 경우 침투이론을 사용할 수 있다고 알려져 있다.⁽¹²⁾ Fig. 1에서 농도장은 크게 두 영역으로 나눌 수 있다. $x < x_r$ 인 구간은 확산영역의 두께인 δ_f 가 δ_r 에 접근하면서 농도 프로필이 발달하는 입구영역이며 $x > x_r$ 인 구간은 완전발달 구간이다. 두 영역 중 침투이론을 적용할 수 있는 입구영역 즉, $x < x_r$ 구간에서 평균 물질전달계수는 침투이론에 따라 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$k_f = 2\sqrt{\frac{D}{\pi t_{exp}}} \quad (6)$$

여기서 노출시간 t_{exp} 는 액막 표면이 가스에 노출된 시간을 의미하며 유하액막의 경우 다음과 같이 정의된다.

$$t_{exp} = \frac{x}{u_{max}} \quad (7)$$

전술하였듯이 식(6)은 접촉시간이 짧은 경우 정확하다고 알려져 있으므로 본 연구에서는 기포의 길이가 짧고 기포속도가 클수록 정확하다. 식(6)은 보통 다음과 같이 정의되는 Fo수를 기준으로 적용여부를 판단한다.⁽¹³⁾

$$Fo = \frac{t_{exp}}{t_{sat}} = \frac{L_b D}{(V_b + u_{max}) \delta_f^2} \quad (8)$$

식(8)의 Fo수는 접촉시간 t_{exp} 와(= $L_b/(V_b + u_{max})$) 액막이 포화상태에 도달하는데 걸리는 최단시간 t_{sat} (= δ_f^2/D)의 비율로서 $Fo < 0.1$ 일 때 식(6)이 정확하다고 알려져 있다.⁽⁸⁾

Kye and Kim⁽⁴⁾이 측정된 기포길이(8 mm : $L_b = 7$ d~13 d, 5 mm : $L_b = 14$ d~27 d, 2 mm : $L_b = 120$ d~290 d), 기포속도 및 부록에 정리한 방법으로 계산한 액막두께 δ_r 를 사용하여 계산하면 Fo수는 Lee and Kim⁽³⁾의 결과에서 8 mm 결과의 경우 $Fo = 0.012$ ~ 0.013 , 5 mm의 경우 $Fo = 0.01$ ~ 0.016 , 2 mm의 경우 $Fo = 0.07$ ~ 0.1 의 범위에 있다. 따라서 침투이론 적용 조건의 한계인 $Fo = 0.1$ 에 근접해있는 2 mm 결과를 제외하면 식(6)의 오차는 무시할 수 있을 정도로 작다고 판단된다. 식(6)의 오차에 대해서는 아래에 다시 언급하도록 하겠다.

Table 1 Parameters in Eq.(12)

d (mm)	C (-)	m (-)	n (-)
8	0.658	0.40	0.24
5	25.2	-0.06	0.08
*2.2	3.803	0.66	0.33

* Actual diameter of 2mm tube.

2.2 슬러그 유동을 위한 침투모델

기-액 슬러그 유동에서는 기포와 벽면 사이의 액막이 물질전달에 지배적인 영향을 미친다고 알려져 있다.^(8,9)

직경 1~3 mm의 원 및 사각관에서 산소-물 슬러그 유동의 체적물질전달계수를 측정된 Vandu et al.⁽⁸⁾은 침투이론에 근거한 아래의 식이 실험결과를 잘 설명한다고 보고하였다.

$$k_f a = 2\sqrt{\frac{D}{\pi t_{exp}}} \frac{4\varepsilon}{d} \quad (9)$$

여기서 ε 은 기공률을 나타내고 $4\varepsilon/d$ 항은 단위체적당 기포 표면적 a 를 의미한다. 한편 t_{exp} 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$t_{exp} = \frac{L_f}{V_b + u_{max}} \quad (10)$$

식(10)의 분모($V_b + u_{max}$)는 계면에 대한 기포의 상대 속도이며 L_f 는 액막의 길이이므로 t_{exp} 는 액막이 기포와 접촉하는 시간을 의미한다.

Vandu et al.⁽⁸⁾은 액막의 두께가 얇아 그 영향을 무시할 수 있다고 가정하고 식(10)에서 $L_f = \varepsilon \times L_{uc}$, $u_{max} = 0$ 으로 근사하였다. 하지만 Kye and Kim⁽⁴⁾에 따르면 액막 두께는 특히 8 mm관에서 무시할 수 없을 정도로 두껍기 때문에 본 연구에서는 $L_f = L_b$ 로 놓고 u_{max} 의 영향도 고려하였다. 슬러그 유동에서 기공률이 $\varepsilon = V_{gs}/V_b$ 로 주어짐을 고려하여 식(9)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$k_f a = 4.51 \times \frac{V_{gs}}{d} \sqrt{\frac{D}{L_b V_b} \left(1 + \frac{u_{max}}{V_b}\right)} \quad (11)$$

식(11)을 계산하기 위해서는 L_b , V_b 및 u_{max} 를 알아야 한다. 본 연구에서 L_b 와 V_b 는 Kye and Kim⁽⁴⁾에서 제시한 경험식을 사용하였는데 L_b 는 Table 1의 계수와 함께 다음과 같이 주어졌다.

$$\frac{L_b}{d} = C \times Re_l^n \left(\frac{V_{gs}}{V_b}\right)^n \quad (12)$$

여기서 Re 수는 $Re_l = \rho_l V_{ls} d / \mu_l$ 로 정의된다. 한편 V_b 는 실험결과와 잘 일치한다고 보고된 아래의 경험식을 사용하였다.

$$V_b = (1.2 + 0.51e^{-691d})(V_{gs} + V_{ls}) + \frac{0.34\sqrt{gd}}{(1 + 3805Eo^{-3.06})^{0.58}} \quad (13)$$

마지막으로 u_{max} 는 원관 내벽을 타고 흐르는 층류 유하액막의 속도분포와 기포 주변의 체적보존 방정식을 사용하여 계산하였다. 자세한 내용은 부록을 참조하기 바란다.

3. 결과 및 고찰

3.1 표면파동의 영향

Fig. 2에 Lee and Kim⁽³⁾의 실험결과($0.07 \text{ m/s} < V_{ls} < 0.18 \text{ m/s}$, $0.1 \text{ m/s} < V_{gs} < 0.35 \text{ m/s}$)와 식(11)을 비교하였다. 2 mm의 경우 $V_{ls} = 0.14 \text{ m/s}$ 를 기준으로 그보다 작은 액상 유량에서 얻은 결과는 Δ , 큰 유량에서 얻은 결과는 \blacktriangle 로 표시하였다. 그림에서 두 결과의 차이가 매우 큰 것을 볼 수 있는데 이는 \blacktriangle 로 표시한 결과가 슬러그 유동 영역을 벗어나 측정되었기 때문일 가능성이 크다.

Kye and Kim⁽⁴⁾의 가시화 실험연구에 따르면 2 mm관의 경우 $V_{ls} > 0.14 \text{ m/s}$ 의 조건에서는 첫째, 기포속도가 잘 알려진 슬러그 유동의 기포속도 모델에 비해 매우 크게 측정되었으며 둘째, 기포길이가 시험부의 길이(직관부 350 mm)보다 더 길게 측정되었다고 하였다.

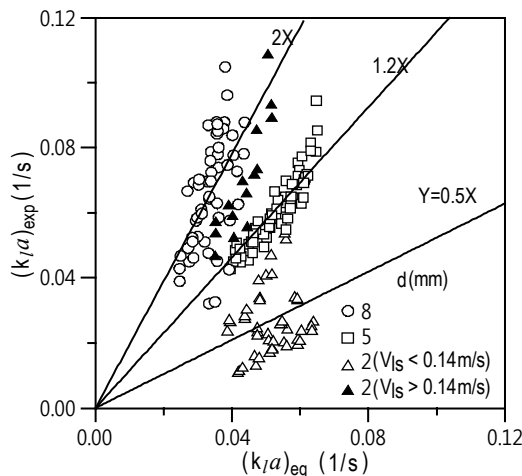


Fig. 2 Experimental data⁽³⁾ and Eq.(11).

저자들은 시험부보다 기포길이가 더 길어지면서 유동 패턴이 환상유동에 가까워졌고 따라서 기포속도가 크게 측정되었다고 하였다. 본 연구에서는 같은 이유로 Fig. 2에서 \blacktriangle 로 표시한 결과값이 다르게 나타난다고 판단하고 아래에서는 2 mm의 결과 중 $\Delta(V_{ls} < 0.14 \text{ m/s})$ 로 표시한 결과만을 고려하였다.

Fig. 2에서 볼 수 있듯이 8 mm관 실험결과는 식(11)에 비해 평균 2배(표준편차 21%), 5 mm의 경우에는 평균 1.2배(7%), 2 mm는 0.5배(31%) 크게 나타났다. 그림의 결과를 종합해 보면 식(11)의 예측값이 각 환경의 실험결과들에 대해 보여주는 선형성이 좋은 편이므로 일관성은 있으나 환경에 따라 예측값의 상대오차가 크게 달라지므로 환경의 영향을 완전하게 고려하지 못한다고 말할 수 있다. 식(11)에서 환경과 관련하여 Fig. 2에서와 같은 수준의 오차를 야기할 수 있는 인자로서 우선 확산계수 D 에 대해 생각해 볼 필요가 있다.

Higbie⁽⁵⁾의 침투이론은 애초에 정지해 있는 액상의 계면에서 일어나는 가스 흡수 현상에 대한 것이므로 분자확산(molecular diffusion)만 고려하였다. 따라서 식(11)은 층류(laminar)에만 적용할 수 있으며 계면에 교란이 있는 파동-층류(wavy-laminar) 또는 난류(turbulent) 액막에 대해서는 적용할 수 없다. 액막의 두께가 증가하면 계면에 파동이 발생하여 물질전달이 활발해지는데 이는 분자확산 현상으로는 설명할 수 없으며 이 때문에 Fig. 2에서 식(11)의 상대오차가 환경에 크게 의존하는 모습을 보였을 가능성이 있다.

Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾은 유하액막의 물질전달 특성에 대한 파동의 영향을 관찰한 결과 Re 수가 증가하면서 자연적으로 발생하는 표면파동이 물질전달을 촉진시켜 Fig. 3과 같이 Sh 수가 증가한다고 하였다. Fig. 3에는 실측 Sh 수(Sh_{exp})와 식(1)의 엄밀해로 계산한 Sh 수(Sh_0)의 비를 Re 수에 대해 도시하였는데 Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾의 실측값(\circ)과 Yie and Chen⁽¹⁵⁾의 경험식으로부터 계산한 값(-)을 참고로 함께 나타내었다. 두 경우 모두 $Re > 60$ 인 영역에서 Re 수가 증가하면서 실측 Sh 수가 층류이론의 예측값에 비해 크게 증가하는데 이는 Re 수에 비례하여 증가하는 표면파동에 의해 물질전달이 촉진되기 때문이다⁽¹⁴⁾. Fig. 3에서 Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾과 Yie and Chen⁽¹⁵⁾의 결과가 일치하지 않는 가장 큰 이유는 측정된 액막 길이의 차이 때문이다(Sh_0 는 길이의 함수이며 Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾은 길이 240 mm의 평판(폭 205 mm), Yie and Chen⁽¹⁵⁾은 길이 2,120 mm의 원관(외경 27.2 mm)에서 측정하였음에 유의하기 바란다). Fig. 3의 물질전달 촉진효과는 다음과 같이 ‘유효확산계수’의 개념을 도입하여 층류모델에 반영하였다.

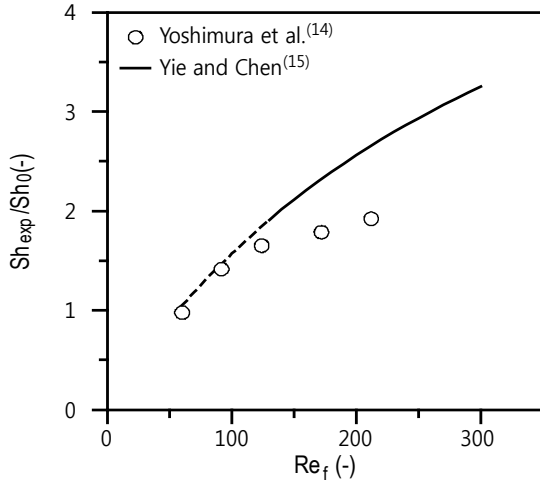


Fig. 3 Mass transfer enhancement by surface waves.

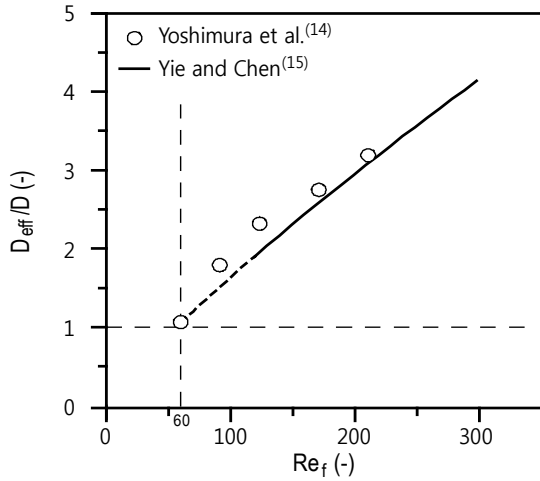


Fig. 4 Effective mass diffusivity.

본 연구에서는 식(4)에 분자확산계수 D 대신에 유효 확산계수 D_{eff} 를 사용하였을 때 Fig. 3의 물질전달계수 $(k_{l,exp})$ 를 예측하도록 다음과 같이 정의하였다.

$$k_{l,exp} = \frac{D_{eff}}{\delta_f} \left[3.41 + \frac{0.276(FoD_{eff}/D)^{-1.2}}{1 + 0.2(FoD_{eff}/D)^{-0.7}} \right] \quad (14)$$

Fig. 3의 물질전달계수에 대해 식(14)을 만족하는 D_{eff} 를 수치적 방법으로 구해 Fig. 4에 D_{eff}/D 의 값을 도시하였다. 그림에서 D_{eff}/D 는 Re_f 수에 따라 거의 선형적으로 증가하는데 Fig. 3과 비교하여 Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾과 Yie and Chen⁽¹⁵⁾의 두 결과가 유사한 것을 볼 수 있다. $Re_f = 124$ 에서 Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾의 D_{eff}/D 는 $= 2.32$, Yie and Chen⁽¹⁵⁾의 D_{eff}/D 는 $= 1.95$ 로 약 19%의 최대오차가 있다. 이 정도의 오차는 Fig. 2의 결과를 해석하

는데 큰 차이를 만들지 못하며 본 연구에서는 Fig. 3에서 Yie and Chen⁽¹⁵⁾의 결과를 선택하여 다음 같이 D_{eff} 를 정의하였다.

$$\frac{D_{eff}}{D} = 0.0321Re_f^{0.85} \quad \text{for } 60 < Re_f < 300 \quad (15)$$

$$= 1 \quad \text{for } Re_f < 60$$

식(15)의 D_{eff} 를 사용하면 층류모델로 파동-층류(wavy-laminar) 영역의 실험결과를 예측할 수 있으므로 편리하다. 즉, 단순히 식(11)에서 D 대신 D_{eff} 를 사용하여 표면파동의 영향을 고려할 수 있으므로 다른 파동 액막(wavy film) 모델(예를 들어 표면파동의 파장과 속도를 알아야 하는 Yoshimura et al.⁽¹⁴⁾의 ‘이중 경계층 모델’ 등)에 비해 매우 단순하다. 단, 식(14)가 특정 실험결과에 의존하기 때문에 실험 대상 및 조건의 차이 등에 따른, 현재로서는 그 크기를 알 수 없는 오차가 존재함에 유의하기 바란다.

D_{eff} 를 고려하여 식(11)을 수정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$k_l a = \sqrt{\frac{D_{eff}}{D}} \times Eq.(11) \quad (16)$$

부록에 정리한 방법으로 Lee and Kim⁽³⁾의 실험조건에 해당하는 Re_f 를 구하면 8 mm의 경우 $Re_f = 342 \sim 400$, 5 mm는 $Re_f = 70 \sim 93$, 2 mm는 $Re_f = 19 \sim 25$ 의 범위에 있으므로 식(16)은 식(11)에 비해 8 mm의 경우 2.3~2.1배, 5 mm의 경우 11.2~1.1배 더 큰 물질전달계수를 예측하며 2 mm의 경우는 동일한 결과를 예측한다. Fig. 5에 식(16)과 Lee and Kim⁽³⁾의 실험결과를 비교하였다.

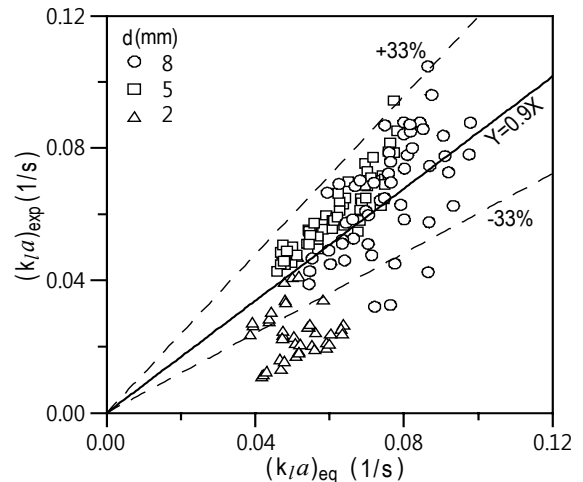


Fig. 5 Experimental data⁽³⁾ and Eq.(16).

Fig. 5와 Fig. 2를 비교해보면 5 mm와 8 mm에 대한 예측이 크게 개선된 것을 알 수 있다. 그림의 모든 결과에 대한 실험결과와 예측치의 비율 즉, $(k_{l,a})_{exp}/(k_{l,a})_{eq}$ 의 평균은 0.9, 표준편차는 약 33%로 나타났다. 각 관경에 대해서는 8 mm의 경우 평균 0.88, 표준편차 18%이며, 5 mm는 각각 0.98와 7%, 2 mm는 0.48과 17%이다. 전반적으로 실험결과가 예측값에 비해 작고 특히 2 mm 결과에 대한 예측 오차가 큰 점에 주목하기 바란다. 8 mm와 5 mm의 경우 예측값의 오차는 Lee and Kim⁽¹⁾의 측정오차 범위(최대오차 50%, 평균오차 25%)에 들지만 2 mm의 경우는 그 범위를 벗어난다. 전술하였듯이 2 mm관의 실험조건에서 Fo수가 0.1에 가깝기 때문에 다른 결과에 비해 침투이론의 정확성은 낮다. 그러나 2 mm 결과에 대해 침투이론 즉, 식(6)의 k_l 대신 엄밀해 즉, 식(4)로 구한 k_l 을 써도 유사한 결과를 얻기 때문에 침투이론 자체의 오차가 원인은 아닌 것으로 판단된다. 따라서 첫째, 2 mm 결과의 측정오차가 예상보다 컸거나 둘째, 식(16)이 고려하지 못한 다른 변수가 존재할 가능성이 있다. 물론 두 원인이 모두 가능하지만 우선 아래에서는 식(16)이 고려하지 않는 변수 중 하나에 대해 논의하도록 하겠다.

3.2 비균일 유속의 영향

식(11)에서는 기-상 경계면 전체에서 액상의 유속이 u_{max} 로 일정하다는 전제하에 접촉시간을 추정하였다. 그러나 실제로는 기포의 선단과 후단에 가까운 영역에서 액상의 감속과 가속영역이 존재하기 때문에 실제 접촉시간은 식(11)에서 추정된 것보다 길고 따라서 식(11)은 물질전달계수를 실제보다 크게 예측하는 경향이 있다. 유사한 문제가 습식벽탑(wetted column)에서도 존재한다. 보통 유하액막식 습식벽탑에서 액상은 중력에 의해 상부의 분배기(distributor)를 통해 벽면을 따라 얇은 액막의 형태로 공급되고 하부에서는 회수기(collector)를 통해 회수된다. 이때 분배기에 가까운 입구영역과 회수기를 포함한 출구영역에서 액상의 유속과 중간 영역에서의 유속이 다르기 때문에 전 영역에서 유속이 일정함을 가정하면 물질전달계수가 크게 예측된다고 알려져 있다. Vivian and Peaceman⁽¹⁶⁾은 Fig. 6에 도시한 형태의 직경 29 mm, 길이 18~43 mm의 유리 벽탑에서 물-이산화탄소를 사용하여 물질전달계수를 측정하고 침투이론의 예측값과 비교하여 이 같은 사실을 확인하였다. 저자들은 물의 유량을 7~100 g/ms (20°C 기준 $Re_r = 28\sim400$)의 범위에서 변화시켰으며 기체의 유속을 충분히 느리게 제한하여 액막 표면에 교란(ripple)이 발생하지 않도록 함으로써 측정결과에는 입·출구영역의 효과만 나타나도록 하였다. 실험결과 물질전달계수는 분배기의 각도(Fig. 6에서 θ) 등에 둔

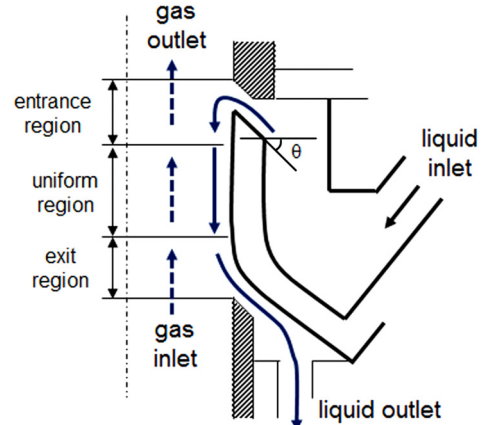


Fig. 6 Schematic diagram of the wetted column in Vivian and Peaceman.⁽¹⁶⁾

감하며 그 크기가 침투이론의 예측값에 비해 10~30% 정도 작음을 확인하고 실험결과로부터 측정값($k_{l,exp}$)과 침투이론의 예측값($k_{l,theory}$)의 차이를 다음과 같이 보고하였다.

$$\frac{k_{l,exp}}{k_{l,theory}} = 0.597 Re_f^{\frac{1}{15}} \quad (17)$$

이들은 그 원인이 입구와 출구영역에서의 유속이 완전발달한 층류 액막의 유속과 다르기 때문인 것으로 생각하였다. 식(17)에 따르면 Re_r 수가 클수록 침투이론의 오차가 작아지는데 저자들은 이에 대해 Re_r 수가 충분히 크면 입·출구영역과 중간 영역에서의 계면속도가 유사해지기 때문으로 설명하였다.

Vivian and Peaceman⁽¹⁶⁾의 연구는 습식벽탑뿐 아니라 슬러그 유동의 물질전달 특성을 이해하는데 도움이 될 수 있다. 일정 계면속도를 가정하는 층류모델의 예측과 실제 측정값과의 차이에 대해서는 슬러그 유동을 연구한 기존 논문에서도 종종 보고된 바 있다. Irandoust et al.⁽¹⁷⁾은 길이 600 mm의 직경 1.5와 2 mm 관에서 물, 에탄올 및 에틸렌글리콜의 산소 흡수율을 측정하여 구한 물질전달계수의 크기가 식(1)의 근사해로 구한 값에 비해 약 30% 작음을 확인하고 그 원인으로 작동유체의 오염과 기포 후단에서의 불완전한 혼합(incomplete mixing)의 가능성을 의심하였다. Roudet et al.⁽¹⁸⁾은 $2 \times 2 \text{ mm}^2$ 의 사각단면을 갖는 길이 240 mm의 직선 및 사행(meandering)관로에서 물의 산소 흡수율을 측정된 결과 물질전달계수가 침투이론의 예측보다 약 50% 작음을 확인하고 기포의 선단부와 중간에서 확산(접촉)시간이 다르기 때문에 일정 계면속도를 가정하는 침투모델에 수정이 필요함을 주장하였다. 작동유체 오염, 불완전 혼합, 비균일 유속 모두 물질전달계수가 작게 측정되

는 원인이 될 수 있다. Irandoust et al.⁽¹⁷⁾은 작동유체가 오염되면 계면에 축적된 이물질이 표면장력을 증가시키고 계면의 상대 속도가 느려져 접촉시간이 늘어나므로 물질전달계수가 작아지고 기포 후단에서 액상유체가 불완전하게 혼합되면 뒤따르는 기포와 접촉하는 액상 내부에 농도의 성층현상(stratification)이 발생하기 때문에 물질전달계수가 작게 측정된다고 하였다.

또 Esteves and De Carvalho⁽¹⁹⁾도 완전발달한 층류 액막의 계면 속도로 접촉시간을 근사한 슬러그 유동의 침투모델은 액상유체가 물일 경우 물질전달계수를 크게 예측한다는 사실을 보인 바 있다. 정확히 어떤 원인으로 Fig. 5에서 실험결과가 식(16)의 예측에 비해 전반적으로 작게 나타나는지 알 수는 없다. 다만 식(17)을 고려하여 실험결과와 예측값이 더 잘 일치한다면 비균일 유속의 영향이 있다고 판단할 수 있을 것이다. 식(17)은 Lee and Kim⁽³⁾의 물질전달계수가 침투이론의 예측과 비교하여 8 mm(Re_r = 342~400)의 경우 11~12%, 5 mm(Re_r = 70~93)의 경우 19~21%, 2 mm(Re_r = 19~25)의 경우 26~27% 정도 작을 것으로 예측한다. 식(17)을 고려하여 식(16)을 다음과 같이 수정할 수 있다.

$$k_{l,a} = 0.597 Re_f^{1/15} \sqrt{\frac{D_{eff}}{D}} \times Eq.(11) \quad (18)$$

Fig. 7에 식(18)과 Lee and Kim⁽³⁾의 실험결과를 비교하였다. 그림의 모든 결과에 대해 $(k_{l,a})_{exp}/(k_{l,a})_{eq}$ 의 평균은 1, 표준편차는 약 30%로 나타났으며 각 관경에 대해서는 8 mm의 경우 평균 0.99, 표준편차 20%이며, 5 mm는 각각 1.22와 9%, 2 mm는 각각 0.65과 24%이다. Fig. 5의 식(16)과 비교하여 Fig. 7에서 식(18)이 실험결과와 조금 더 잘 일치하는데 이는 전술한 바와 같이 일정 계면속도의 가정이 물질전달계수를 실제보다 크

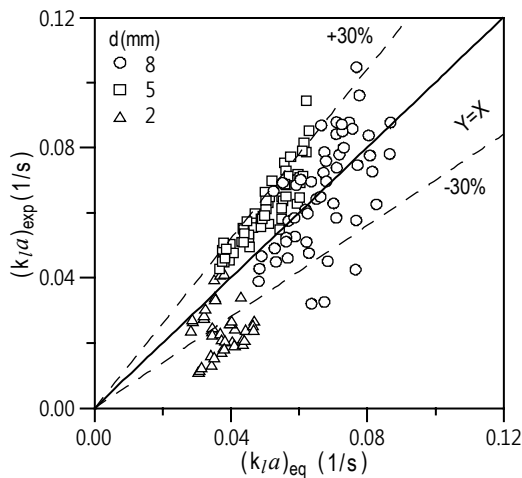


Fig. 7 Experimental data⁽³⁾ and Eq.(18).

게 예측하게 하는 원인이 될 수 있음을 보여준다. 대부분의 결과가 식(18)의 ±30% 오차범위에 들지만 여전히 2 mm 결과는 다른 관경에 비해 오차가 크다. 현재로서는 측정오차를 포함하여 전술한 다른 원인들의 기여도를 정확히 알기 어렵다. 다만 Lee and Kim⁽³⁾의 최대 측정오차가 50%로 상당히 큰 편이므로 측정오차를 우선적으로 의심하는 것이 합당할 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 직경 2, 5, 8 mm의 수직관을 흐르는 슬러그 유동에서 측정된 물질전달계수를 침투이론모델과 비교하여 해석하였다. 분자확산계수를 사용한 침투모델의 예측오차는 관경에 따라 매우 크게 변하여 관경의 영향을 고려하지 못하는 것으로 나타났다. 계면에 발생하는 파동의 영향을 고려한 유효확산계수를 사용한 침투이론 모델은 5 mm와 8 mm관의 결과를 유사하게 예측하는 것으로 나타났다. 또한 계면을 따라 발달하는 액막 유속의 비균일성을 고려하면 실험결과와 예측값이 더 잘 일치하는 것으로 나타났다. 수정된 침투이론 모델은 ±30% 오차범위에서 대부분의 실험결과를 예측할 수 있었다. 2 mm관의 결과에 대한 오차가 상대적으로 크게 나타났는데 측정오차가 그 주된 원인으로 의심된다.

후 기

본 연구는 교육과학기술부 일반연구지원사업(2010-0003488)의 지원을 받아 수행되었습니다.

References

1. Cheng, L. and Mewes, D., 2006, Review of two-phase flow and flow boiling of mixtures in small and mini channels, International Journal of Multiphase Flow, Vol. 32, No. 2, pp. 183-207.
2. Ribatski, G., Wojtan, L., and Thome, J. R., 2006, An analysis of experimental data and prediction methods for two-phase frictional pressure drop and flow boiling heat transfer in micro-scale channels, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 31, No. 1, pp. 1-19.
3. Lee, K. J. and Kim, D. S., 2012, Mass transfer characteristics of the carbon dioxide-water slug flow in vertical small-bore tubes, Korean Journal of Air Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 24, No. 5, pp. 401-408.
4. Kye, S. H. and Kim, D. S., 2013, Flow characteristics

- of a gas-liquid slug flow in small vertical tubes, Korean Journal of Air Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 25, No. 5, pp. 246-254.
5. Higbie, R., 1935, The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure, Transactions American Institute of Chemical Engineers, New York, Vol. 31, No. 2, pp. 368-389.
 6. Lamourelle, A. P. and Sandall, O. C., 1972, Gas absorption into a turbulent liquid, Chemical Engineering Science, Vol. 27, No. 5, pp. 1035-1043.
 7. Tomida, T. and Yoshida, M., 1976, Liquid-side volumetric mass transfer coefficient in upward two-phase flow of air-liquid mixtures, Journal of Chemical Engineering of Japan, Vol. 9, No. 6, pp. 464-468.
 8. van Baten, J. M. and Krishna, R., 2004, CFD simulations of mass transfer from Taylor bubbles rising in circular capillaries, Chemical Engineering Science, Vol. 59, No. 12, pp. 2535-2545.
 9. Vandu, C. O., Liu, H., and Krishna, R., 2005, Mass transfer from Taylor bubbles rising in single capillaries, Chemical Engineering Science, Vol. 60, No. 22, pp. 6430-6437.
 10. Johnstone, H. F. and Pigford, R. L., 1942, Distillation in a wetted-wall column, Transactions American Institute of Chemical Engineers, New York, Vol. 38, pp. 25-50.
 11. Brauer, H., 1971, Stoffaustausch, Verlag Sauerlander, Aarau.
 12. Welty, J., Wicks, C. E., Wilson, R. E., and Rorrer, G. L., 2007, Fundamentals of momentum, heat and mass transfer, 5th Ed., Wiley.
 13. Kashid, M. N., Renken, A., and Kiwi-Minsker, L., 2011, Gas-liquid and liquid-liquid mass transfer in micro-structured reactors, Chemical Engineering Science, Vol. 66, No. 17, pp. 3876-3897.
 14. Yoshimura, P. N., Nosoko, T., and Nagata, T., 1996, Enhancement of mass transfer into a falling laminar liquid film by two-dimensional surface waves-Some experimental observations and modeling, Chemical Engineering Science, Vol. 51, No. 8, pp. 1231-1240.
 15. Yih, S. M. and Chen, K. Y., 1982, Gas absorption into wavy and turbulent falling films in a wetted wall column, Chemical Engineering Communications, Vol. 17, No. 1-6, pp. 123-136.
 16. Vivian, J. E. and Peaceman, D. W., 1956, Liquid-side resistance in gas absorption, AIChE Journal, Vol. 2, No. 4, pp. 437-443.
 17. Irandoust, S., Ertle, S., and Andersson, B., 1992, Gas-liquid mass transfer in Taylor flow through a capillary, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 70, No. 1, pp. 115-119.
 18. Roudet, M., Loubiere, K., Gourdon, C., and Cabassud, M., 2011, Hydrodynamic and mass transfer in inertial gas-liquid flow regimes through straight and meandering millimetric square channels, Chemical Engineering Science, Vol. 66, No. 13, pp. 2974-2990.
 19. Esteves, M. T. S. and De Carvalho, J. R. F. G., 1993, Liquid-side mass transfer coefficient for gas slugs rising in liquids, Chemical Engineering Science, Vol. 48, No. 20, pp. 3497-3506.
 20. Brown, R. A. S., 1965, The mechanics of large gas bubbles in tubes : I. Bubble velocities in stagnant liquids, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 43, No. 5, pp. 217-223.

<부 록>

Fig. A1에 슬러그 유동의 특성 길이와 속도를 도시하였다. Brown⁽²⁰⁾은 액막의 평균속도를 구하기 위해 가스의 밀도와 계면의 전단응력을 무시하고 액막내 속도 분포 $u(r)$ 을 다음과 같이 가정하였다.

$$u = \frac{g}{\nu_l} \left(\frac{r_i^2}{2} \ln \frac{r_o}{r} - \frac{r_o^2 - r^2}{4} \right) \quad (A1)$$

따라서 액막의 평균속도 V_f 는 식(A1)으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$V_f = \frac{g}{\nu_l} \left[\frac{r_i^4}{2(r_o^2 - r_i^2)} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{3r_i^2 - r_o^2}{8} \right] \quad (A2)$$

한편 Fig. A1에 표시한 제어체적 CV1에 대해 체적보존 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$(V_{gs} + V_{ls})r_o^2 + V_f(r_o^2 - r_i^2) - V_b r_i^2 = 0 \quad (A3)$$

식(A2)의 V_f 를 식(A3)에 대입하여 r_i 를 구하면 액막 두께 δ_f 와 Re_f 는 다음과 같이 주어진다.

$$\delta_f = r_o - r_i \quad (A4)$$

$$Re_f = \frac{4V_f \delta_f}{\nu_l} \quad (A5)$$

마지막으로 r_i 를 식(A1)에 대입하여 $u_{max} = u(r_i)$ 를 계산할 수 있다.

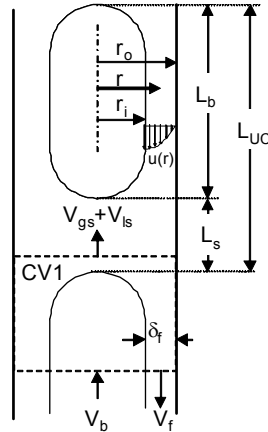


Fig. A1 Characteristic dimensions and velocities in slug flow.