

논문 2014-51-9-20

출력 등가 머신을 이용한 비동기 순차 머신의 모델 정합

(Model Matching for Input/Output Asynchronous Machines Using Output Equivalent Machines)

박 용 국*, 양 정 민**

(Yong Kuk Park and Jung-Min Yang[©])

요 약

본 논문은 입력/출력 비동기 순차 머신으로 모델링되는 시스템에 대한 모델 정합 제어 문제를 다룬다. 피드백 제어 기법을 이용하여 페루프 시스템이 원하는 기준 모델의 상태 천이 특성을 가지도록 교정 제어기를 설계한다. 이전 연구에서는 제어기를 설계할 때 시스템의 상태를 관측하는 상태 관측기와 출력 피드백에 대한 burst 신호가 필요했으나 본 연구에서는 관측기와 출력 burst를 사용하지 않는 새로운 교정 제어기를 제안한다. 본 논문에서는 제어 대상 시스템의 '출력 등가 머신'을 정의하여 새로운 제어기의 존재 조건과 설계 과정을 기술한다. 또 사례 연구를 통해 모델 정합을 위한 교정 제어기의 동작 과정을 설명한다.

Abstract

This paper addresses the problem of model matching control for a class of systems modeled as input/output asynchronous sequential machines. Based on the feedback control scheme, we design a corrective controller that compensates the behavior of the closed-loop system so as to match a reference model. Whereas the former studies use state observers and the output burst for designing a controller, the present research needs neither the observer nor the output burst in controller design. We define the 'output equivalent machine' of the considered machine to describe the existence condition and the construction algorithm for the proposed controller. A case study is provided to show the operation of the proposed corrective controller.

Keywords : Asynchronous Sequential Machines, Corrective Control, Output Feedback, Simple Controllers

I. 서 론

비동기 순차 머신(asynchronous sequential machine)에 대한 교정 제어(corrective control)는 피드백 제어

기법을 바탕으로 이미 설계된 디지털 시스템의 상태 천이 특성을 주어진 목적에 맞도록 바꾼다^[1~2]. 교정 제어는 주로 비동기 순차 회로에서 발생하는 여러 가지 고장을 회로의 재설계 없이 극복하는 데 성공적으로 활용되었다^[3~4].

이번 연구에서는 입력/출력 비동기 순차 머신에 대한 모델 정합(model matching)을 실현하는 교정 제어기를 제안한다. 입력/출력 비동기 순차 머신은 머신의 출력이 현재 상태(state) 변수와 다른 값을 가지는 형태로서, 출력이 상태 값과 동일한 입력/상태 비동기 머신보다 더 일반적인 시스템이다^[5]. 모델 정합이란 제어 대상 비동기 머신과 교정 제어기가 결합된 페루프 시스템(closed-loop system)의 안정 상태(stable state) 동작을

* 정회원, 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부
(School of Mechanical and Automotive Engineering, Catholic University of Daegu)

** 정회원, 경북대학교 전자공학부
(School of Electronics Engineering, Kyungpook National University)

© Corresponding Author (E-mail: jmyang@ee.knu.ac.kr)

※ 이 논문은 2014년도 대구가톨릭대학교 교내연구비 지원에 의한 것임.

접수일자: 2014년6월21일, 수정일자: 2014년7월31일

수정완료: 2014년8월29일

주어진 기준 모델(reference model)과 일치시키도록 하는 문제를 말한다. 이 문제를 해결하는 교정 제어기의 존재조건과 설계 과정이 이전 연구^[2, 4]에서 규명되었다. 하지만 이전 연구와 비교하여 본 논문은 다음과 같은 차별성을 가진다.

- i) 제어기가 입력/출력 비동기 머신의 현재 상태 값을 직접 알지 못하기 때문에 이전 연구에서는 상태 관측기(observer)를 통해 시스템의 상태를 관측하여 제어기에 전달하였다. 하지만 본 연구에서는 상태 관측기를 사용하지 않고 제어기가 출력 피드백을 직접 받는다.
- ii) 이전 연구에서 사용한 출력 피드백은 머신이 상태 천이를 할 때 거치는 과도 상태(transient state)에서 나오는 출력들이 모두 합쳐진 burst 형태였다^[2]. 반면 본 연구에서는 과도 상태에서 나오는 출력 값을 저장하지 않고 단일(unit) 출력 character만을 이용하여 제어 입력을 만든다.

i)과 ii)는 모두 교정 제어 시스템의 크기를 줄이기 위한 시도이다. FPGA 등에서 제작되는 디지털 시스템에 부가하는 제어기는 크기가 작을수록 비용면에서 유리하며 외란의 영향에도 더 견실하다는 사실은 자명하다. 물론 상태 관측기와 출력 burst를 사용하지 않기 때문에 제어기가 존재할 조건은 이전 연구에 비해서 더 제한적일 것이다.

이번 연구에서는 이러한 성질을 가지는 교정 제어기가 존재할 필요충분조건을 제어 대상 시스템과 기준 모델의 도달가능성(reachability) 관계를 이용하여 규명한다. 또한 제어기의 설계 과정을 기술하고 사례 연구를 통해서 제어기 구성 과정 및 작동 원리를 설명한다.

II. 모델링 및 문제 설정

입력/출력 비동기 순차 머신 M을 유한 상태 머신(finite-state machine)으로 모델링하면 다음과 같다.

$$M = (A, Y, X, x_0, f, h)$$

A, Y, X는 M의 입력, 출력 및 상태 집합이며, x_0 는 초기 상태, $f: X \times A \rightarrow X$ 와 $h: Y \rightarrow Y$ 는 상태 천이 함수와 출력 함수를 각각 가리킨다(M이 Moore 머신으로 모델

링된다고 가정한다).

비동기 머신 M은 안정 상태에 머무르다 입력의 변화에 따라서 과도 상태로 진입한 후 다시 새로운 안정 상태에 도달한다. 클럭(clock) 없는 M이 과도 상태를 통과하는 시간은 극히 짧기 때문에 외부 사용자에게는 M이 안정 상태 사이를 천이하는 모습만 관측된다. 예를 들어 상태 x가 입력 u와 안정 조합(stable combination)을 이룬다면 M은 $f(x,u)=x$ 이라는 상태 천이 특성을 지니며, 입력이 바뀌지 않는 한 계속 x에 머무른다. 외부 입력이 u에서 $f(x,u') \neq x$ 인 u' 로 바뀐다고 하자. 과도 조합(transient combination) (x,u') 에 진입한 M은 다음과 같은 일련의 과도 상태 x_1, x_2, \dots 를 지난다.

$$f(x,u')=x_1, f(x_1,u')=x_2, f(x_2,u')=x_3, \dots$$

M이 무한 순환(infinite cycle)을 가지지 않는다면 M은 위의 상태 천이 연쇄(chain) 끝에 $f(x_k,u')=x_k$ 인 '다음 안정 상태(next stable state)' x_k 에 도달한다. 앞에서 기술했듯이 M은 과도 상태 x_1, x_2, \dots, x_{k-1} 를 순식간에 지나치기 때문에 두 안정 상태 x와 x_k 만 사용하여 상태 천이 연쇄를 표현하는 것이 편리하다. 이 목적을 위하여 stable recursion 함수 $s: X \times A \rightarrow X$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$s(x,u) = x'$$

x' 는 상태/입력 쌍 (x,u) 의 다음 안정 상태이다. 앞의 예에서 $s(x,u')=x_k$ 이다. s를 길이 2 이상의 입력 스트링(string)에 대해서 다음과 같이 확장한다.

$$s(x, u_1 u_2 \dots u_k) := s(s(x, u_1), u_2 \dots u_k), u_1 u_2 \dots u_k \in A^+$$

$x'=s(x,t)$ 인 입력 스트링 $t \in A^+$ 가 존재한다면 상태 x' 은 상태 x로부터 '안정적으로 도달 가능하다(stably reachable)'라고 부른다.

그림 1은 M에 대한 교정 제어 시스템이다. C는 교정

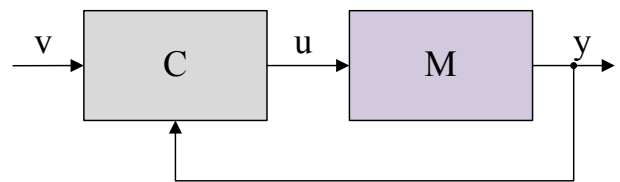


그림 1. 입력/출력 비동기 순차 머신 M에 대한 교정 제어 시스템

Fig. 1. Corrective control system for an input/output asynchronous sequential machine M.

제어기이며 M과 마찬가지로 입력/출력 비동기 머신의 형태로 설계된다. $v \in A$ 는 외부 입력, $u \in A$ 는 C에 의해 생성되는 제어 입력이며 $y \in Y$ 는 M의 출력이다. 상태 관측기를 사용하는 이전 연구와 달리 C는 M의 출력을 바로 피드백으로 받는다. 따라서 M의 현재 상태를 정확히 알 수 없기 때문에 제어 입력을 생성할 때 상태 불확실성을 고려해야 하는 제한이 있다.

또한 출력 피드백의 형태도 이전 연구와 차이가 난다. 앞의 예에서 M이 안정 상태 x 에서 다음 안정 상태 x_k 로 천이할 때 여러 개의 과도 상태 x_1, x_2, \dots, x_{k-1} 를 거칠 수 있다고 했다. 따라서 M이 상태 천이 하는 동안 생성하는 출력은 $h(x_1)h(x_2) \cdots h(x_k)$ 인 'burst'의 형태이다^[2]. 그런데 출력 burst를 C로 피드백 해주기 위해서는 burst 출력을 저장하는 메모리(memory) 모듈이 필요하다. 반면 그림 1의 제어 구조는 이러한 메모리를 사용하지 않고 단일 출력을 계속 피드백 받는다. 이렇게 되면 C가 상태 천이의 종료 시점을 인지하는 데 어려움이 생길 수 있다.

요약하면 그림 1의 제어 구조는 이전 연구^[2, 4]에서 사용된 구조에 비해 더 간단하며 소규모로 구현 가능하다. 하지만 M이 가지는 현재 상태와 상태 천이 종료에 대한 정보는 상대적으로 부족하다.

모델 정합 제어의 목적은 그림 1의 페루프 시스템의 안정 상태 동작이 주어진 기준 모델

$$R = (A, Y, Z, z_0, s_r, h_r)$$

과 동일한 입력/출력 특성을 가지도록 교정 제어기 C를 설계하는 일이다. R의 입력 및 출력 집합은 A와 Y로 M과 동일하다. Z와 z_0 는 R의 상태 집합과 초기 상태이며, s_r 과 h_r 은 각각 R의 stable recursion 함수와 출력 함수를 가리킨다. 모델 정합은 비동기 머신의 안정 상태 동작에서만 유효하므로^[5,7] s_r 을 이용하여 R을 안정 상태에서부터 정의해도 문제의 일반성을 잃지 않는다.

본 논문에서 그림 1의 페루프 시스템은 기본 모드 원리(the principle of fundamental mode operation)^[5]를 만족시킨다고 가정한다. 기본 모드에서는 비동기 머신이 안정 상태에 있을 때에만 입출력 변수 중 한 개가 바뀔 수 있으므로 클럭에 의한 동기화가 이루어지지 않을 때 발생하는 예측 불가능한 상태 천이를 방지한다.

III. 출력 등가 머신

상태 관측기를 가지지 않은 제어기 C는 현재 입력과 출력 피드백만을 보고 머신 M의 상태를 예측해야 한다. 이를 위해 우선 다음과 같은 집합을 정의하자.

$$E(y) = \{x \in X \mid h(x) = y\}$$

$E(y)$ 는 X의 부분집합으로서, 출력 $y \in Y$ 를 생성하는 모든 상태를 포함한다. 또 임의의 입력 $v \in A$ 와 출력 $y \in Y$ 에 대해 집합 $X(v, y) \subset X$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$X(v, y) = \{x \in E(y) \mid f(x, v) = x\}$$

$X(v, y)$ 는 입력 v 와 안정 조합을 이루는 상태 중 출력 값이 y 인 상태들의 집합이다. M이 안정 상태에 있고 이때의 입력이 v , 출력 피드백이 y 라면 M은 $X(v, y)$ 에 속한 상태 중 한 곳에 머물러 있다. $|X(v, y)| = 1$ 이면 C는 M의 상태를 정확히 알 수 있다. 하지만 $|X(v, y)| > 1$ 이면 C는 M의 현재 상태를 정확히 알 수 없으며 '상태 불확실성(state uncertainty)'이 생긴다. 이번 연구에서는 M의 상태 불확실성을 표시하기 위해서 변수 π 를 도입한다. X의 멱집합(power set)의 한 원소 값을 가지는 π 는 M이 현재 머무를 수 있는 모든 상태의 집합을 말한다. 참고로 선행 연구^[8]에서 유사한 상태 불확실성이 사용된 바 있으나 직렬 결합된 복합 비동기 머신에 대한 정의였기 때문에 본 연구의 설정과 차이가 있다.

M이 입력 v 를 받고 출력 y 를 내면서 안정 상태에 있다고 다시 가정한다면 M의 상태 불확실성은 $\pi = X(v, y)$ 이다. 이때 외부 입력이 v 에서 v' 로 바뀐다고 하자. M은 π 에 속한 임의의 상태에 있을 수 있으므로 v' 에 의한 상태 천이는 실제 상태 값에 따라 결정되며, M이 이동하는 다음 안정 상태도 실제 상태 값에 따라 바뀌는 비결정성(non-determinism)이 유발된다. 그런데 π 와 v' 가 다음과 같은 조건을 만족시킨다면 M의 상태 천이는 입력과 상태 불확실성 관점에서 예측 가능해진다.

- 조건 1:** 상태 불확실성 $\pi \subset X$ 와 입력 v' 에 대해
- i) $x \in \pi$ 인 모든 x 에 대해 $f(x, v')$ 가 정의된다.
 - ii) $x \in \pi$ 인 모든 x 에 대해 $h(s(x, v'))$ 가 동일하다.

위의 조건 1의 i)과 ii)가 모두 만족된다고 하고 $y' = h(s(x, v'))$ 라고 하자(x 는 π 의 임의의 원소). M이 다음

안정 상태에서 가지는 새로운 상태 불확실성을 π' 라 하면 π' 는 다음과 같이 표현된다.

$$\pi' = \{s(x, v') \mid h(s(x, v')) = y', x \in \pi\} \quad (1)$$

위 식과 같이 π' 는 이전 불확실성 π 에 속한 임의의 상태에서부터 M이 v' 에 반응하여 이동하는 다음 안정 상태의 집합 중 출력 값이 y' 인 것들로 구성된다. 두 개의 다른 상태에 대한 다음 안정 상태가 동일할 수 있기 때문에 일반적으로 $|\pi'| \leq |\pi|$ 이다. 상태 불확실성의 변환 관점에서만 보면 조건 1을 만족시키는 불확실성/입력 조합 (π, v') 로부터 M은 결정적인(deterministic) 상태 천이를 한다. 즉 M은 출력이 y 에서 y' 로 바뀔 때 다음 안정 상태에 도달하며 상태 불확실성은 π 에서 π' 로 변화한다. 물론 이 동안 M의 정확한 상태를 알지는 못하지만 C는 상태 천이의 결과로 M이 가지는 상태 불확실성은 명확하게 안다.

예제 1: $\pi = \{x_1, x_2, x_3\}$ 라 하고 외부 입력 v' 에 대해서 $s(x_1, v') = s(x_2, v') = x_4$, $s(x_3, v') = x_5$, $h(x_4) = h(x_5) = y_1$ 이라 하자. 조건 1이 만족되므로 불확실성 π 에서 입력 v' 이 들어오면 M은 불확실성 $\pi' = \{x_4, x_5\}$ 로 천이한다.

조건 1을 만족시키는 불확실성과 입력 조합 (π, v') 에 의한 상태 천이가 기본 모드를 준수하기 위해서는 C가 상태 천이의 종료 시점을 감지해야 한다. 다시 말하면 (π, v') 에서 시작하는 상태 천이 연쇄를 통해 M이 다음 안정 상태에 '언제' 도달하는지를 C가 정확하게 알아야 한다. 그렇지 못하면 M이 과도 상태를 지나가는 도중 제어 입력이 변하여 M의 다음 동작이 예측 불가능하게 될 수도 있다. 교정 제어에서 C가 어떤 상태 천이의 종료 시점을 알 수 있을 때 이 상태 천이를 'detectable'하다고 부른다^[2].

이전 연구^[2,4]에서 출력 burst와 상태 관측기를 이용한 detectability 식별 방법이 제안되었다. 하지만 본 논문에서는 그림 1에서 도시했듯이 C가 출력 burst와 관측기를 모두 사용하지 않고 오직 단일 출력 character를 피드백 받는다. 조건 1을 만족시키는 (π, v') 를 계속 이용하여 상태 불확실성을 포함한 상태 천이의 detectability를 논한다. M은 π 에 속한 미지의 상태에 있다가 입력 v' 가 들어올 때 π' 에 속한 다음 안정 상태로 진입한다. 그런데 다음 안정 상태에 도달하기 전에

M은 일련의 과도 상태를 거칠 수 있다. C가 이 상태 천이 연쇄의 종료를 알려면, 다음 안정 상태에 도달할 때까지 M이 생성하는 출력 값 y' 이 과도 상태를 거칠 도중에는 한 번도 나오지 않아야 한다. 그렇지 않다면 C가 출력 y' 를 받는 순간 해당 상태 천이가 종료된 것인지 아니면 M이 과도 상태를 지나고 있는 중인지 구별하기가 불가능하다. 이상과 같은 detectability 조건을 정리하면 다음과 같다. 조건 1을 만족하는 (π, v') 에서 시작하는 상태 천이에서 M이 거칠 수 있는 모든 과도 상태의 집합을 $T(\pi, v') \subset X$ 라 하고 다음 안정 상태에서 M이 가지는 출력을 y' 라 하자. 그림 1의 교정 제어기 C가 (π, v') 에서 시작하는 상태 천이 연쇄의 종료를 알기 위한 필요충분조건은 아래와 같다.

조건 2: $y' \neq h(x), \forall x \in T(\pi, v')$

(π, v') 가 조건 2를 만족시킨다면 C는 출력 피드백 값이 y' 로 바뀌는 순간 (π, v') 에 의한 상태 천이가 끝났음을 인지하고 (필요하다면) 교정 제어 동작을 수행한다. 제어기 C는 (π, v') 을 가진 M의 현재 상태를 정확히 알지 못하지만, 머신 M이 상태 불확실성 π 과 π' 사이를 천이한다는 사실은 출력 변화를 통해 확실히 감지한다. 또한 상태 불확실성에도 불구하고 상태 천이의 종료 시점도 관측(detect)하기 때문에 기본 모드를 준수하면서 제어 입력을 변경시킬 수도 있다.

예제 2: 예제 1에서 $f(x_1, v') = s(x_1, v') = x_4$, $f(x_2, v') = s(x_2, v') = x_4$ 라 하고 $f(x_3, v') = x_6$, $f(x_6, v') = x_5$ 라 가정하자. (x_1, v') 과 (x_2, v') 는 과도 상태를 거치지 않고 바로 다음 안정 상태 x_4 로 천이하며 (x_3, v') 는 과도 상태 x_6 를 한번 거친다. 이때 $h(x_6) = y_2$ 라고 하자. $y_1 \neq y_2$ 이므로 조건 2가 만족된다. 따라서 (π, v') 는 detectable하다.

정리하면 조건 1과 조건 2를 모두 만족시키는 상태 불확실성과 입력 조합에 의한 M의 상태 천이는 입력/출력 관점에서 보면 결정적인(deterministic) 결과를 낳는다. M이 지니는 상태 불확실성을 상위 수준의 새로운 '상태'로 간주한다면 M은 마치 현재의 상태가 정확하게 관측되는 것처럼 보인다. 본 논문에서는 '출력 등가 머신(output-equivalent machine)' 개념을 도입하여 이러한 M의 특성을 기술하기로 한다.

먼저 M의 동작을 조건 1과 조건 2를 모두 만족시키는 상태 불확실성/입력 조합으로 한정하자. M의 출력 증가 머신 M_e 은 아래와 같이 정의된다.

$$M_e = (A, Y, \Pi, \pi_0, s_e, h_e)$$

A와 Y는 M과 동일한 입력 및 출력 집합이며 Π 는 상태 집합, $\pi_0 \in \Pi$ 는 초기 상태이다. 또 $s_e: \Pi \times A \rightarrow \Pi$ 와 $h_e: \Pi \rightarrow Y$ 는 각각 상태 천이 함수와 출력 함수이다. M_e 의 상태 π 는 M이 가지는 임의의 상태 불확실성을 가리킨다. 상태 천이 함수 s_e 는 상태 불확실성을 갱신하는 식 (1)에 의해 정의된다. M_e 에 속한 $(\pi, u) \in \Pi \times A$ 에 대해

$$s_e(\pi, u) := \pi', \pi' = \{s(x, u) \mid h(s(x, u)) = y, x \in \pi\} \quad (2)$$

이다. 또 출력 함수 h_e 도

$$h_e(\pi) := y, y = h(x), \forall x \in \pi \quad (3)$$

와 같이 정의된다. (2)와 (3)에서 M의 상태 불확실성을 의미하는 원소 π 가 M_e 에서는 단일 상태로 쓰였음을 주목해야 한다. 이것은 조건 1에 나와 있듯이 π 에 속한 M의 모든 상태가 입력 u에 의해 동일한 출력 값을 가지는 다음 안정 상태들로 천이해야 성립된다. M_e 의 초기 상태 π_0 는 M의 초기 상태 x_0 에서 유도된다. M을 최초로 구동할 때 x_0 과 안정 조합을 이루는 외부 입력을 u_0 이라 하면

$$\pi_0 = X(u_0, h(x_0))$$

이다. M_e 의 의미를 다시 설명하면, M_e 는 비동기 머신 M의 동작을 입력/출력 관점에서 증가적으로 표현한 유한 상태 머신이다. M의 정확한 상태 대신 현재의 입력과 현재의 출력으로 추측할 수 있는 가능한 상태의 집합을 새로운 '상태' π 로 정의하여 표현하였다. 물론 M_e 가 결정적인 상태 천이 동작을 보이기 위해서는 임의의 조합 (π, u) 가 조건 1과 조건 2를 모두 만족시켜야 한다.

IV. 모델 정합 교정 제어기

그림 1의 페루프 시스템이 기준 모델 R과 모델 정합을 이룬다는 것은 두 머신의 안정 상태에서의 입력/출력 특성이 동일하다는 의미이다^[2]. R이 어떤 안정 상태에서 출력 y를 내고 있다면 페루프 시스템도 출력 y를 가지는 안정 상태에 있어야 하며, R이 새로운 입력 u에

반응하여 출력 y'를 내는 다음 안정 상태로 이동한다면 페루프 시스템도 u에 반응해서 동일한 출력을 내는 다음 안정 상태로 천이해야 한다. 모델 $R = (A, Y, Z, z_0, s_r, h_r)$ 의 동작 특성은 skeleton 행렬^[1,2]을 이용하여 표현된다. $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ 라 하면 R의 skeleton 행렬 $K(R)$ 은 아래와 같이 정의되는 $n \times n$ 행렬이다.

$$K_{i,j}(R) = \begin{cases} 1 & \exists t \in A^+ \text{ s.t. } s_r(z_i, t) = z_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$i, j = 1, \dots, n$

R의 상태 z_j 가 z_i 로부터 안정적으로 도달 가능하면 $K_{ij}(R) = 1$ 이며, 그렇지 않으면 $K_{ij}(R) = 0$ 이다. $K(R)$ 의 임의의 원소 값은 0 또는 1로서 R의 두 상태 사이의 도달 가능성을 압축적으로 표시한다.

모델 정합 교정 제어기가 존재하기 위해서는 제어 대상 비동기 머신 M에 내재하는 도달 가능성이 기준 모델 R의 도달 가능성보다 크거나 같아야 한다. 예를 들어 $K_{ij}(R) = 1$ 이라고 하자. 이것은 R이 상태 z_i 에서 z_j 로 도달 가능하다는 사실을 의미하므로 M도 그에 상응하는 도달 가능성을 가져야 한다. 그런데 앞에서 기술했듯이 M과 R 간의 모델 정합은 입력/출력 관계에서 해석되기 때문에 M은 출력 값이 $h_r(z_i)$ 인 어떤 상태에서 $h_r(z_j)$ 인 다른 상태까지 도달 가능하면 모델 정합 교정 제어기를 꾸밀 수 있다^[2, 4].

그런데 앞의 조건은 교정 제어기가 상태 관측기를 이용하여 M의 현재 상태를 정확하게 안다는 가정을 내포한다. 따라서 상태 관측기와 출력 burst를 사용하지 않는 이번 연구에서는 앞의 조건을 적용하지 못한다. 대신 상태 불확실성의 변화에 기반한 M의 동작이 조건 1과 조건 2를 항상 만족시킨다고 한다면 출력 증가 머신 M_e 를 이용하여 교정 제어기의 존재조건을 기술할 수 있다.

조건 3: M이 가지는 임의의 상태 불확실성과 입력의 조합 $(\pi, u) \in P(X) \times A$ 는 조건 1과 조건 2를 모두 만족시킨다.

앞으로 M에 대해서 조건 3이 성립된다고 가정하자. 모델 R의 상태 집합을 $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ 라 하고 각 상태의 출력 값을 $h_r(z_i) = y_i$ 라 한다($i = 1, \dots, n$). M의 출력 증가 머신 $M_e = (A, Y, \Pi, \pi_0, s_e, h_e)$ 의 상태 중 출력 값 y_i 를 내는 것들

의 집합을 앞서와 마찬가지로 $E(y_i) \subset \Pi$ 로 표시한다. 즉 M_e 의 상태 집합 Π 는 서로소인 $E(y_1), \dots, E(y_n)$ 으로 분류된다. $E(y_1), \dots, E(y_n)$ 의 '종속 리스트(subordinate list)' Λ 는 각 $E(y_i)$ 의 공집합이 아닌 부분집합을 원소로 가지는 다음과 같은 리스트이다.

$$\Lambda = \{\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_n\}, \Lambda_i \subseteq E(y_i) \text{ and } \Lambda_i \neq \emptyset, i=1, \dots, n$$

이제 skeleton 행렬 $K(R)$ 과 마찬가지로 종속 리스트 Λ 의 각 원소 사이의 도달 가능성을 0과 1의 값을 가지는 행렬을 이용하여 표시한다. 출력 등가 머신 M_e 와 종속 리스트 Λ 에 대한 skeleton 행렬 $\Delta(M_e, \Lambda)$ 는 아래와 같이 정의되는 $n \times n$ 행렬이다.

정의 1: $\Delta(M_e, \Lambda)$ 의 (i, j) 번째 원소 $\Delta_{ij}(M_e, \Lambda)$

- i) $\Delta_{ij}(M_e, \Lambda)=1$: if $\forall \pi \in \Lambda_i, \exists t \in A^+$ and $\exists \pi' \in \Lambda_j$ such that $s_e(\pi, t) \subseteq \pi'$
- ii) $\Delta_{ij}(M_e, \Lambda)=0$: otherwise

정의 1의 i)에서 $\Delta_{ij}(M_e, \Lambda)=1$ 이 되는 경우를 설명하면 다음과 같다. π 를 Λ_i 에 속한 임의의 상태 불확실성이라고 하자($\forall \pi \in \Lambda_i$). 또 π' 를 Λ_j 에 속한 어떤 상태 불확실성이라고 하자($\exists \pi' \in \Lambda_j$). $\Delta_{ij}(M_e, \Lambda)=1$ 이면 출력 등가 머신 M_e 가 Λ_i 의 임의의 원소 π 에서 Λ_j 에 속한 π' 의 부분집합으로 도달 가능하다($\exists t \in A^+$ s.t. $s_e(\pi, t) \subseteq \pi'$). 상태 불확실성의 정의로부터 M_e 가 π' 의 부분집합에 도달해도 π' 이 가지는 출력과 동일한 값을 내므로 입력/출력 관점에서 보면 Λ_i 에서 Λ_j 로의 도달 가능성이 유효하다고 말할 수 있다.

$\Delta(M_e, \Lambda)$ 와 $K(R)$ 을 이용하여 M 과 R 사이의 모델 정합을 구현하는 교정 제어기의 존재조건을 기술할 수 있다. 다음 정리는 이번 연구의 핵심 결과이다.

정리 1: 제어 대상 비동기 머신 M 이 조건 3을 만족시킨다고 하고 M_e 를 M 의 출력 등가 머신이라고 하자. M 과 기준 모델 R 사이의 모델 정합을 구현하는 그림 1의 교정 제어기 C 가 존재할 필요충분조건은 아래의 부등식을 만족시키는 종속 리스트 Λ 가 존재하는 것이다.

$$\Delta(M_e, \Lambda) \geq K(R) \tag{5}$$

위 부등식은 두 행렬의 임의의 (i, j) 번째 원소 사이에서 부등식이 모든 성립한다는 뜻이다.

정리 1의 결과는 이전 연구^[2,4]에서 나온 결과와 형태가 비슷하나 내포하는 의미는 서로 다르다. 무엇보다 이번 연구에서는 M 의 도달 가능성을 직접 사용하지 않고 출력 등가 머신 M_e 의 도달 가능성으로 제어기의 존재 여부를 판단한다. 이것은 앞에서 여러 번 기술했듯이 본 연구의 제어기 구조가 상태 관측기와 출력 burst를 사용하지 않는 간단한 형태이기 때문이다.

정리 1의 결과로 생기는 교정 제어기 C 의 동작 원리를 구체적으로 설명하기 위해 식 (5)를 만족시키는 종속 리스트 Λ 가 존재하다고 하고 제어기 C 를 설계했다고 하자. 또 (i, j) 번째 원소에서 $K_{ij}(R)=1$ 이라고 하고 현재까지 M 과 R 사이의 모델 정합이 잘 실현되어 R 이 안정 상태 z_i 에 머물러 있다고 하자. R 의 현재 상태가 z_i 이므로 M 도 출력 $h_r(z_i)=y_i$ 를 내는 집합 Λ_i 에 속한 어떤 상태 불확실성 값 π_i 를 가진다. 즉 M 의 현재 상태는 알 수 없지만 π_i 중의 하나이며 R 과 동일한 출력 값을 낸다. 이때 $s_r(z_i, a)=z_j$ 인 외부 입력 $a \in A$ 가 들어온다고 하자($K_{ij}(R)=1$ 이기 때문에 z_i 에서 z_j 로의 상태 천이를 일으키는 입력 a 가 존재한다). 그런데 식 (5)가 성립하므로

$$K_{ij}(R)=1 \Rightarrow \Delta_{ij}(M_e, \Lambda)=1$$

이다. $\Delta_{ij}(M_e, \Lambda)=1$ 이므로 정의 1로부터 출력 등가 머신 M_e 가 현재 상태(불확실성) π_i 에서 Λ_j 의 한 원소의 부분집합으로 안정적으로 도달 가능하다. π_i 에서 도달 가능한 Λ_j 의 원소를 π_j 라 하면 다음 식을 성립시키는 제어 입력 스트링 $t=u_1u_2 \dots u_k \in A^+$ 가 존재한다.

$$s_e(\pi_i, t) \subseteq \pi_j$$

그림 1로부터 C 는 아래와 같은 입력/출력 비동기 순차 머신으로 표현된다.

$$C = (Y \times A, A, \Xi, \xi_0, \phi, \eta)$$

Ξ 와 ξ_0 는 C 의 상태 집합 및 초기 상태이며, $\phi: \Xi \times Y \times A \rightarrow \Xi$ 와 $\eta: \Xi \rightarrow A$ 는 C 의 상태 천이 함수와 출력 함수이다. t 를 이용한 C 의 교정 동작은 다음과 같다. 초기 상태 ξ_0 에 있던 C 는 M 이 상태 불확실성 π_i 에 도달할 때(즉 모델 R 이 상태 z_i 에 도달할 때) 'transition 상태' ξ_t 로 이동하여 모델 정합을 위한 교정 동작을 준비한다. C 가 ξ_t 에 있을 때 외부 입력이 a 로 바뀐다고 하자. C 는 a 대신 t 의 입력 character를 차례로 M 에 전달함으로써 교정 동작을 구현한다. $s_e(\pi_i, u_1u_2 \dots u_k) \subseteq \pi_j$ 이므로 M_e

는 $t=u_1u_2\cdots u_k$ 를 입력 받고 π_i 에서 π_j 까지 이동하는 동안 아래와 같은 $k-1$ 개의 상태 불확실성 π^1, \dots, π^{k-1} 을 거친다.

$$S_e(\pi_i, u_1)=\pi^1, S_e(\pi^1, u_2)=\pi^2, \dots, S_e(\pi^{k-1}, u_k)\subseteq \pi_j$$

$h_e(\pi^1)=y^1, \dots, h_e(\pi^{k-1})=y^{k-1}$ 라 하자. M의 모든 상태 불확실성/입력 조합이 조건 1과 조건 2를 만족시키므로 C는 출력 피드백의 변화를 보고 M의 상태 천이의 종료를 인지할 수 있다. $|t|=k$ 이므로 C는 k 개의 보조 상태 ξ_1, \dots, ξ_k 를 정의하여 다음과 같이 교정 동작을 실행한다.

- 1) 입력이 a로 바뀌는 순간 C는 보조 상태 ξ_1 로 천이한 후 첫번째 제어 입력 u_1 을 생성하여 M에 전달한다.
- 2) u_1 을 받은 M은 $S_e(\pi_i, u_1)=\pi^1$ 이므로 π_i 에서 π^1 로 상태 천이한다.
- 3) $h_e(\pi^1)=y^1$ 을 출력 피드백으로 받은 C는 다음 보조 상태 ξ_2 로 이동한 후 두번째 제어 입력 u_2 를 생성한다.
- 4) u_2 를 받은 M은 $S_e(\pi^1, u_2)=\pi^2$ 이므로 π^1 에서 π^2 로 상태 천이한다.
- 5) $h_e(\pi^2)=y^2$ 를 출력 피드백으로 받은 C는 다음 제어 동작을 속행한다.

⋮

위와 같은 일련의 제어 입력 생성 및 상태 천이 동작을 거친 뒤 C가 보조 상태 ξ_k 에서 t의 마지막 입력 u_k 를 생성하면 M은 π_j 의 부분집합에 도달한다. $\pi_j \in \Lambda_j$ 이므로 이때 나오는 출력은 $h_e(\pi_j)=y_j$ 로서 원하는 값과 동일하다. 외부 입력은 a가 유지된 채 위와 같은 교정 동작이 비동기적으로 매우 빠르게 진행되므로 외부 사용자에게는 그림 1의 페루프 시스템이 입력 a를 받아서 출력이 y_i 에서 y_j 로 바뀌는 상태 천이를 하는 것처럼 보인다. 따라서 M과 R 사이의 모델 정합이 완성된다. 그림 2는 C와 M 사이의 교정 제어 동작을 도시한 것이다.

정리 1의 조건 식 (5)를 만족시키는 종속 리스트 Λ 가 존재할 조건은 상태 관측기를 이용하는 이전 연구에서 규명한 조건보다 더 까다로운 것은 사실이다. 하지만

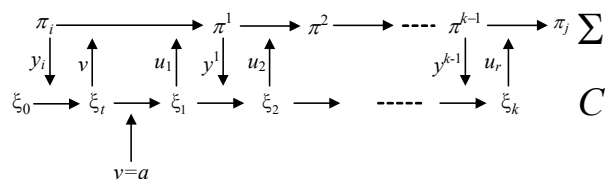


그림 2. C와 M 사이의 교정 제어 동작
Fig. 2. Corrective control action between C and M.

제어 대상 머신 M이 식 (5)를 만족시키는 경우가 있을 수 있으며 그럴 때에는 본 논문에서 제안한 교정 제어 구조를 이용하면 이전 연구보다 더 간단하게 모델 정합 문제를 풀 수 있다.

V. 사례 연구

사례 연구를 통해 제안된 교정 제어 기법의 효용성을 설명한다. 그림 3에 도시한 입력/출력 비동기 순차 머신 $M=(A, Y, X, x_0, f, h)$ 을 고려하자. 머신 M의 구성 집합은 $A=\{a, b, c, d\}$, $Y=\{0, 1, 2\}$, $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $x_0=x_1$ 이다. 편 의상 $f(x, v)=s(x, v)$, $\forall (x, v) \in X \times A$ 로 설정하였다. 즉 그림 3의 상태 흐름도가 stable recursion 함수 s와 일치한다. 또 각 상태에서 나오는 출력 값은 ' / ' 뒤에 굵은

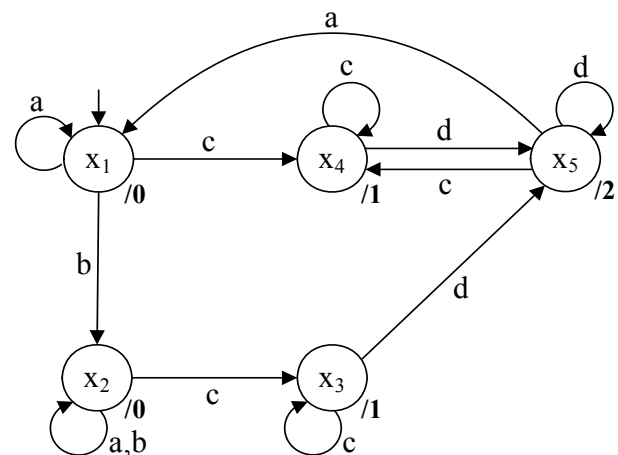


그림 3. 입력/출력 비동기 순차 머신 M
Fig. 3. Input/output asynchronous sequential machine M.

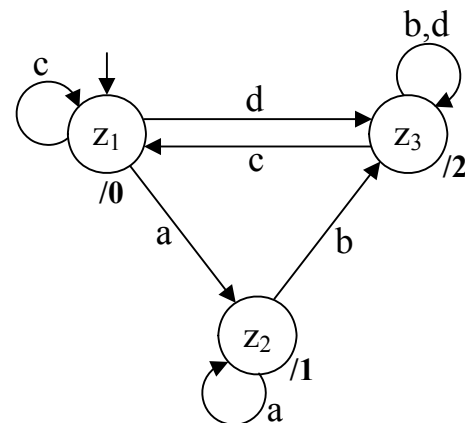


그림 4. 기준 모델 R
Fig. 4. Reference model R.

글자로 표기하였다.

그림 3의 비동기 머신 M은 그림 4에 나타난 기준 모델 $R=(A,Y,Z,z_0,s_r,h_r)$ 과 모델 정합을 이루어야 한다. 모델 정합 문제의 특성상 R의 입력 및 출력 집합은 M과 동일하다. $Z=\{z_1,z_2,z_3\}$, $z_0=z_1$ 이며 상태 천이 함수 s_r 과 출력 함수 h_r 의 정의는 그림 4를 보고 알 수 있다. R의 skeleton 행렬 $K(R)$ 은 아래와 같이 유도된다.

$$K(R) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

M과 R 사이의 모델 정합을 실현하는 교정 제어기 C가 존재하는지 알아보기 위해 먼저 M이 가질 수 있는 상태 불확실성을 모두 구하면 다음과 같다.

$$\Pi = \{\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}, \{x_4\}, \{x_5\}, \{x_1,x_2\}, \{x_3,x_4\}\}$$

M이 상태 천이를 여러 번 거치면 상태 불확실성은 점점 해소되기 때문에 M의 단일 상태가 상태 불확실성이 될 수도 있다(이 경우 불확실성은 모두 사라진다). 따라서 $\{x_1\}, \dots, \{x_5\}$ 가 모두 Π 에 포함된다. 또 그림 3으로부터 $X(a,0)=\{x_1,x_2\}$, $X(c,1)=\{x_3,x_4\}$ 가 유도된다. 예를 들어 M이 외부 입력 c와 안정 조합을 이루고 있으며 출력 1을 낸다면 M의 현재 상태는 x_3 또는 x_4 가 된다. 물론 그림 3에서 알 수 있듯이 M이 x_5 에서 입력이 c로 바뀌어 상태 천이를 했다면 M의 상태 불확실성은 x_4 로 줄어든다. 이러한 상태 불확실성 사이의 관계를 조사하면 M의 출력 등가 머신 M_e 를 꾸밀 수 있다. Π 의 각 원소와 A의 입력이 이루는 쌍은 모두 조건 1과 조건 2를 만족시키므로 M_e 의 존재는 보장된다.

다음으로 R의 상태와 등가의 출력을 가지는 M의 상태 불확실성을 분류하고 정리 1의 식 (5)를 만족시키는 종속 리스트 Λ 를 찾는다. Π 의 원소 중에서

$$\pi_1=\{x_1,x_2\}, \pi_2=\{x_3,x_4\}, \pi_3=\{x_5\}$$

라 명명하고 $\Lambda=\{\{\pi_1\}, \{\pi_2\}, \{\pi_3\}\}$ 라고 하자. 기준 모델 R에서 $h_r(z_1)=0$, $h_r(z_2)=1$, $h_r(z_3)=2$ 이며 $\pi_1 \in E(0)$, $\pi_2 \in E(1)$, $\pi_3 \in E(2)$ 이다. 다시 말하면 π_1 , π_2 , π_3 은 R의 세 상태와 출력 특성이 동일하다. 또 그림 3을 분석하면 M은 π_1 , π_2 , π_3 중 임의의 한 상태 불확실성을 가질 때 다른 두 개의 불확실성을 가지는 상태로 항상 천이할 수 있다. 예를 들어 M이 상태 불확실성 π_1 에 있다고 하자. 즉 M은 안정 상태 x_1 과 x_2 중 한 곳에 머물러 있다. 그림 3

으로부터

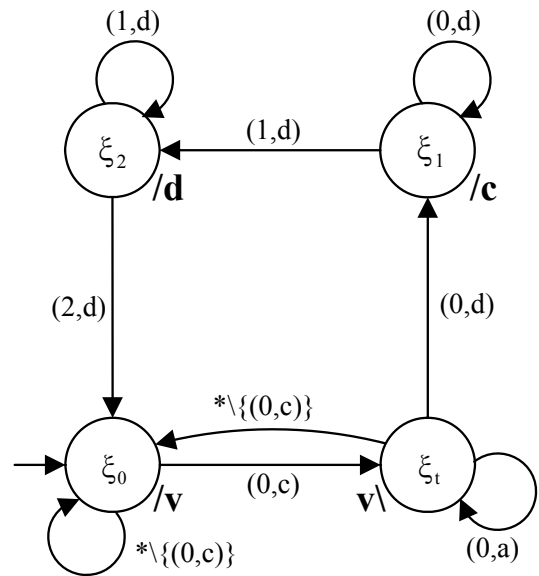
$$s_e(\pi_1,c)=\{x_3,x_4\}=\pi_2, s_e(\pi_2,d)=\{x_5\}=\pi_3 \quad (7)$$

이므로 정리 1에 의해서 $\Delta_{1,2}(M_e,\Lambda)=1$ 이고 $\Delta_{1,3}(M_e,\Lambda)=1$ 이다. 다른 상태 불확실성 사이의 도달 가능성도 유사하게 찾을 수 있다. 이상을 종합하면 출력 등가 머신 M_e 와 종속 리스트 Λ 에 대한 skeleton 행렬 $\Delta(M_e,\Lambda)$ 는

$$\Delta(M_e,\Lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

이다. (6)과 (8)의 행렬식에 의해서 정리 1의 조건 (5)가 성립하므로 M과 R 사이의 모델 정합을 구현하는 그림 1의 교정 제어기 C가 존재한다.

그림 5는 설계된 교정 제어기 C의 일부분으로 모델 R의 $z_1 \rightarrow z_3$ 상태 천이에 대한 모델 정합을 구현한다. 그림 4에서 R은 z_1 에서 입력 c와 안정 상태를 이루며 출력 0을 낸다. 따라서 C는 입력 (0,c)에 반응하여 초기 상태 ξ_0 에서 transition 상태 ξ_t 로 천이한다. $s_r(z_1,d)=z_3$ 이므로 C는 외부 입력이 d로 바뀌면 교정 동작을 시작한다. 이미 식 (7)에서 $s_e(\pi_1,c)=\pi_3$ 이라고 밝혔으므로 제



*: any valid pair of $Y \times A$
v: external input

그림 5. 기준 모델 R의 $z_1 \rightarrow z_3$ 상태 천이에 대한 교정 제어 모듈

Fig. 5. Corrective control module for the transition $z_1 \rightarrow z_3$ in the reference model R.

어 입력 스트링으로 'cd'를 사용한다. 입력 d에 반응하여 C는 보조 상태 ξ_1 로 천이한 뒤 첫번째 제어 입력 c를 M에 전달한다. c를 받은 M은 상태 불확실성 π_2 로 이동한다(실제 상태는 x_3 과 x_4 중 하나이다). 이때의 출력은 1이므로 C는 출력 피드백이 1로 바뀌는 것을 보고 다음 보조 상태 ξ_2 로 이동한다. C가 ξ_2 에서 두번째 제어 입력 d를 생성하고 M이 원하는 불확실성 π_2 로 이동하면(출력이 2로 바뀐) 교정 동작은 완료된다.

이상과 같이 설계한 C의 교정 동작은 기본 모드 원리를 만족시키며 주어진 모델 정합 문제를 해결한다. 본 사례 연구를 통해 제어 대상 비동기 머신이 입력/출력 형태임에도 불구하고 상태 관측기와 출력 burst를 사용하지 않고 원하는 모델 정합을 이룬다는 것을 입증하였다.

VI. 결 론

본 논문에서는 입력/출력 비동기 순차 머신에 대한 모델 정합 문제를 다루었다. 이번 연구에서는 특히 상태 관측기와 출력 burst를 사용하지 않고 원하는 성능을 내는 교정 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. 제안된 교정 제어기가 존재할 조건은 이전 연구에 비해 더 까다롭다. 하지만 제어 대상 시스템이 이번 연구에서 규명된 도달 가능성 조건을 만족시킨다면 이전 연구의 결과보다 더 간편하고 계산 복잡도가 줄어든 제어기를 꾸밀 수 있다는 사실을 입증하였다. 본 연구의 결과를 FPGA로 구성된 디지털 시스템에 적용하는 일이 추후 과제로 진행될 예정이다.

REFERENCES

[1] T. E. Murphy, X. Geng, and J. Hammer, "On the control of asynchronous machines with races," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 6, pp. 1073-1081, 2003.

[2] X. Geng and J. Hammer, "Input/output control of asynchronous sequential machines," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 12, pp. 1956-1970, 2005.

[3] J.-M. Yang, "Robust state feedback control of asynchronous machines with intermittent faults," *Journal of The Institute of Electronics Engineers of Korea*, vol. 48, no. SC-3, pp. 40-47, 2011.

[4] J. Peng and J. Hammer, "Bursts and output feedback control of non-deterministic asynchronous sequential machines," *European Journal of Control*, vol. 18, no. 3, pp. 286-300, 2012.

[5] Z. Kohavi and N. K. Jha, *Switching and Finite Automata Theory*, 3rd ed., Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2010.

[6] U. Legat, A. Biasizzo, and F. Novak, "SEU recovery mechanism for SRAM-based FPGAs," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 59, no. 5, pp. 2562-2571, 2012.

[7] J. Sparsø and S. Furber (eds.), *Principles of Asynchronous Circuit Design - A Systems Perspective*, Kluwer Academic Publishers, 2001.

[8] J.-M. Yang, "Model matching for composite asynchronous sequential machines in cascade connection," *Journal of The Institute of Electronics Engineers of Korea*, vol. 50, no. SC-5, pp. 253-261, 2013.

저 자 소 개



박 용 국(정회원)

1987년 서울대학교 금속공학과
학사 졸업

1988년 미국 미시간대학교
산업공학과 석사 졸업

1995년 미국 오하이오주립대학교
생산공학과 박사 졸업

1996년~1998년 삼성자동차 생산기술 선임연구원
1998년~현재 대구가톨릭대학교 기계자동차공학
부 교수

<주관심분야 : 자동제어, 생산시스템, 피로파괴>

양 정 민(정회원)

2014년 8월 대한전자공학회 논문지
제 51 권 SC편 제 8 호 참조