

## 열차 증편방법에 관한 연구

### A Study on the Additional Train Scheduling Method

김영훈 · 임석철\*

Young-Hoon Kim · Suk-Chul Rim

**Abstract** Additional train scheduling is often required to increase the capacity of transporting passengers or freight. In most previous studies on scheduling additional trains, operation time of the added train is designated first; and then the train operation feasibility is examined. However, it is often difficult to apply this approach to domestic trains because the density of the railroad network in Korea is high and various types of trains are in use. Moreover, for freight trains, it is even more challenging because the delay is accumulated due to lower priority whenever a freight train and a passenger train contend for a common segment of rail. In this paper, we address the additional train scheduling problem which entails finding a feasible schedule for an additional train having a fixed departure time or departure time windows. The problem is modeled as a mixed integer programming and a column generation technique is used to solve it.

**Keywords** : Additional train scheduling, Mixed interger programming, Column generation

**초 록** 여객 증편열차 운영은 수송력 보강이나 관광열차 운영을 위해 증편된다. 화물열차의 경우는 철도화물 수요를 위해 주로 증편된다. 기존 연구들에서는 증편열차 스케줄 작성을 위해 추가 열차의 운행시각을 지정한 후에 운행가능성을 판단한다. 그러나 국내에서 이러한 방법의 경우 추가열차의 증편이 불가능한 경우가 많다. 왜냐하면 한국철도 네트워크는 운행밀도가 높고 여러 차종이 있기 때문이다. 특히 화물열차의 경우 여객열차와의 경합이 발생할 때마다 지연이 증가되거나 운행이 불가능하다. 본 논문에서는 출발시각이 지정된 요청열차 스케줄과 시간범위 내에 운행 가능한 스케줄을 찾을 수 있는 열차 증편모형을 제시한다. 제시된 모형은 혼합정수 계획법으로 모델링하고 열 생성기법을 사용하였다.

**주요어** : 열차증편 스케줄링, 혼합정수계획법, 열 생성기법

## 1. 서 론

열차 증편계획 문제는 기 작성된 시각표에 추가로 운행하고자 하는 열차를 기존 열차와의 경합을 해소하면서 운행 가능한 시각을 결정하는 문제로 정의할 수 있다. 일반적인 열차시각표 작성문제는 주기적 열차운행을 위한 스케줄 생성을 목적으로 최적화나 휴리스틱 기법으로 많은 연구가 진행되어 있는 분야이다. 그러나 임시열차 증편 계획과 같은 비주기적 스케줄 생성 문제는 주기적 생성 스케줄링 문제에 비해 연구 사례가 적고 국내에서는 거의 다룬 적이 없는 분야이다.

증편계획 문제는 기존 열차와 안전시격을 고려하여 역에서의 출·도착 경합, 추월경합 등 제약조건은 비교적 단순하나 출발역과 중간역에서의 지연 정도를 고려하여 네트워크 문제로 모형화 할 경우 역(station)의 수가 많아질수록 아크의 수가 지수적으로 증가하여 찾고자 하는 해의 범위와 변수가 폭발적으로 증가하여 문제의 복잡도가 높은 NP-Hard

문제이다. 특히 추가하려는 열차가 화물열차일 경우 운행속도가 각기 다른 열차종류가 운영 중이고 국내 주요노선의 경우 열차의 운행밀도가 높아서 증편을 계획한 화물열차는 운행중인 여객열차와의 운행속도 차이에 따라 지속적으로 발생하는 경합을 해소해야 하므로 더욱 복잡해진다.

스케줄링 문제는 크게 주기적 시각표 작성 문제(Cyclic Train Timetable Problem)와 비주기 시각표 작성문제(Non-cyclic Train Timetabling Problem)로 구분된다. 주기적 시각표 작성문제의 경우 열차를 운행하기 이전의 운영계획 단계에서 문제를 고려하기 때문에 계획된 열차들이 출·도착 역과 경로가 이미 결정되어 있는 상태에서 운전시격을 고려하기 때문에 각 열차들의 출발시각 변동이 자유롭고 유동적이다. 그러나 열차 증편을 고려한 비주기 시각표 작성문제는 기존에 운행되고 있는 대부분의 여객열차들의 정차 및 출발 시각 변동을 금지한 상태에서 증편되는 열차의 스케줄을 찾아야 하기 때문에 기존 시각표의 운행밀도와 차종별 운행패턴, 추가열차의 역간 운행시간 영향에 따라 증편 열차의 경합회피를 위한 운행지연이 발생하거나 스케줄을 추가하지 못하는 경우가 발생한다. 따라서 본 논문에서는 열차 증편 문제를 시공간 네트워크를 사용하여 혼합정수계획법 문제로 모형화하고 열 생성 기법으로 해를 구하는 절차를 제안하였다.

\*Corresponding author.

Tel.: +82-31-219-2424, E-mail : scrim@ajou.ac.kr

©The Korean Society for Railway 2014

<http://dx.doi.org/10.7782/JKSR.2014.17.4.313>

**Table 1** Previous research related to train timetable problem

Classification	Author	Main content(solution method)
NTTP (Non-cyclic train timetabling problem)	Szpigel	Determining of overtaking and crossing station on a single line(MIP, B&B)
	Jovanovic & Harker	The decision-support model for the tactical scheduling of freight rail traffic(MIP, B&B)
	Higgins <i>et al.</i>	They proposed mathematical programming model of trains conflict-detection(MIP, B&B)
	Brännlund <i>et al.</i>	They proposed a set packing integer programming formulation approach for timetable problem of railway company(MIP, Lagrangian relaxation)
	Caprara <i>et al.</i>	They proposed train scheduling model using a graph theoretic formulation (IIP, Lagrangian relaxation)
	Cacchiani <i>et al.</i>	Extra freight train scheduling using time-space network(MIP, Lagrangian relaxation)
	Butdett <i>et al.</i>	Train additional scheduling problem using time window at station(Simulated annealing)
	Park <i>et al.</i>	They suggested an optimization model for railway slot allocation mechanism reflecting the operational policies(MIP, Column generation)
	Kim & Rim	Extra freight train scheduling using time-space network(MIP, Column generation)

이러한 절차를 따라 본 연구에서는 두가지 실험을 수행한다. 첫째 실험은 증편열차의 출발시각을 주어진 요청시각으로 가정하여 해를 도출하고 이를 분석한다. 둘째 실험은 증편열차를 추가하려는 시간범위 내에 1분 단위로 모든 가능한 출발시각에서 기존열차와의 안전시각 제약을 만족하는 열차들의 운행가능성을 실험한다.

## 2. 관련 연구

열차 증편문제를 다루는 비주기 시각표 작성문제는 Szpigel (1973)이 열차 스케줄링 문제를 혼합정수계획법으로 모형화한 것이 시초이며, 단선구간에서 추월과 교행 가능 역을 결정하기 위해 분지한계법 알고리즘을 이용한 해법을 제시하였다[1]. Javanovic & Harker(1991)는 정수계획법으로 단선구간에서 교행역 위치결정을 위해 시뮬레이션 기능을 포함한 SCAN(Schedule Analysis)이라는 소프트웨어를 개발하였다[2]. Higgins(1996)는 단선구간에서 관제사의 의사결정을 지원하는 열차 경합검지 최적화 모델과 시각표의 변경영향을 분석하는 툴을 개발하였다[3]. Brännlund(1998)는 폐색구간이나 노선에서 열차 수를 제한하기 위한 제약조건을 도입하였으며 시공간 네트워크로 열차의 이동을 모형화하여 사용하고 라그랑지안 완화법(Lagrangian relaxation)으로 문제 해결을 제안하였다[4]. Caprara(2000)와 Cacchiani(2010)의 경우 시공간 네트워크를 이용하여 열차 증편을 위한 스케줄링 모델과 화물열차 증편에 대한 모델을 정수계획법으로 모델링하고 라그랑지안 완화법으로 문제 해결을 제안하였다[5,6]. Kim & Rim(2014)은 시공간 네트워크를 사용하여 열 생성 기법으로 화물열차 증편에 대한 모형을 제시하였으며[7], Budett(2009)은 역에서의 타임 윈도우를 사용하여 메타휴리스틱 기법인 시뮬레이티드 어닐링 기법으로 열차증편에 대한 방법을 제시하였다[8]. Park(2012, 2013)은 철도 용량 할당을 위한 최적화 모형을 열 생성 기법을 활용한 모형과 열 생성 기법의 완성된 주문제를 개선할 수 있는 모형을 제시하였다[9,10]. 각 연구자별 연구내용을 Table 1에 정리하였다. 비주기적 열차 스케줄 문제에 대한 기존연구는 정수계

획법 문제를 생산 일정 계획 문제인 Job shop 문제로 변환하여 접근한 경우는 Szpigel, Jovanovic & Harker, Higgins가 있으며 Butdett는 메타휴리스틱 방법인 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing) 방법을 사용하였고, Caprara, Cahhinani는 시공간 네트워크를 사용하여 정수계획법을 라그랑지안 완화법으로 문제로, Kim & Rim은 열 생성 기법으로 해결하였다. 정수계획법을 통해 가장 영향력 있고 성공적인 방법을 제안한 Brännlund(1998)와 Caprara(2002)의 경우 아크 흐름(arc flow)을 기반으로 한 라그랑지안 완화법을 사용하였는데 이 경우 문제 크기가 시공간 네트워크의 경로 상의 아크 수에 비례하여 증가하는  $O(|A|)$ 의 문제 크기를 가지기 때문에 문제 사이즈가 커지면 해를 도출하기 어려워진다. 본 논문에서는 경로흐름(path flow) 변수를 가지는 열 생성 기법을 사용하기 때문에 시공간 네트워크의 경로 수에 비례하여 증가하기 때문에  $O(|P|)$ 의 문제 크기를 가지므로 대형문제에 비교적 빠른 시간에 더욱 효율적인 해를 도출할 수 있다. 대부분의 기존 연구들의 목적은 역에서의 경합 해소를 위한 추월 및 교차 역을 결정하는 문제이고 본 논문의 목적과 유사한 경우는 Cacchiani의 논문으로 기존 시각표의 열차 스케줄을 고정한 상태에서 화물열차를 추가하는 것을 목적으로 하였으나 본 논문에서는 열차 속도에 따른 차종별 증편방법과 시간범위내에 모든 슬롯의 운행가능성 있는 해를 제시하였다.

## 3. 열차증편 모형

### 3.1 시공간 네트워크

본 연구에서는 기존 시각표의 역과 열차뿐만 아니라 증편 열차들의 경로를 표현하기 위해 시공간 네트워크(time-space network)를 미순환 네트워크  $G=(V, A)$ 형태로 표현하였다. 시공간 네트워크는 가로축은 1분 단위의 시간을 세로축은 역을 의미한다. 또한 노드  $V$ 를 역으로, 아크  $A$ 를 열차 이동을 나타내며 기존열차와 증편 요청열차를 Fig. 1과 같이 나타내었다. Fig. 1에는 2편성의 기존열차경로(existing train path)와 1개의 추가 요청 열차경로(requested train path)가 있

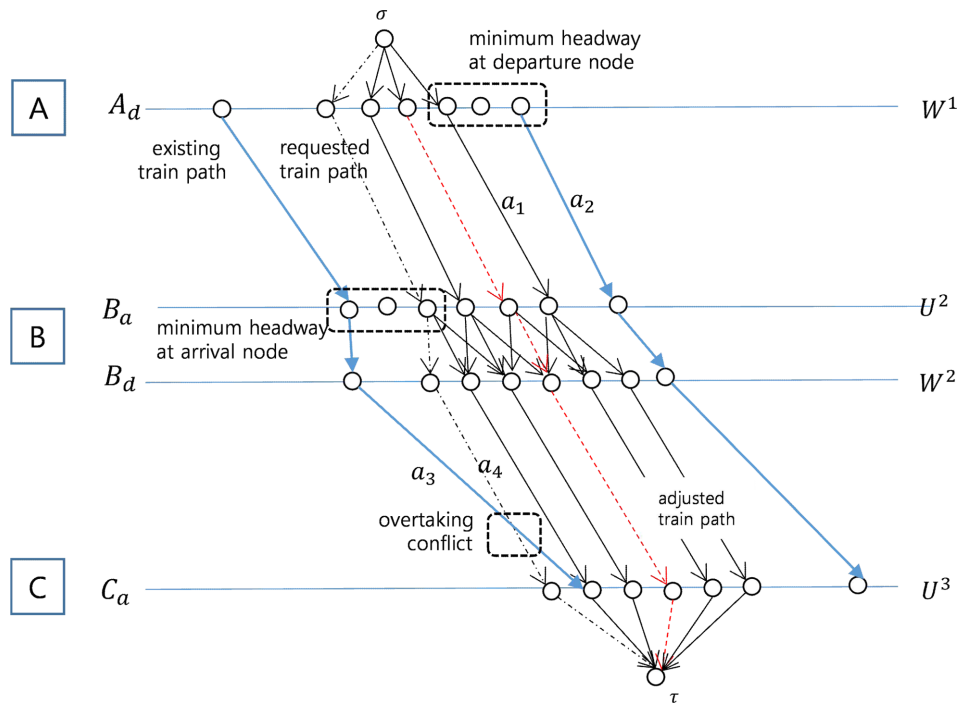


Fig. 1 Train path of time-space network

다. 추가열차의 요청경로, 특히 역에서의 지연 아크를 표현하기 위해 각 역을  $s$ 라 하면 도착노드집합  $U^s$ 와 출발노드집합  $W^s$ 로 표현하여 구분할 수 있다. 출발역의 모든 노드  $v$ 는 역  $i$ 의 출발 노드집합  $W^i$ 포함된다. 도착역의 모든 노드  $u$ 는 역  $i$ 의 도착 노드집합  $U^i$ 포함된다. 추가요청 경로는 가상 출발노드( $\sigma$ )에서 가상 도착노드( $\tau$ )까지 네트워크 형태로 구성된다. 가상출발노드( $\sigma$ )에서 시발역으로 요청한 출발시각 이외의 출발 지연허용범위를 갖도록 하며, 중간역 B에서 대피지연허용범위를 갖도록 하였다. 제약조건의 경우 역에서의 출발노드와 도착노드에서 안전시격을 유지하도록 하였으며, 역과 역 사이를 주행하는 도중에는 추월을 허용하지 않고 정차역에서만 추월이 가능하도록 허용하였다. 따라서 Fig. 1에서는 요청열차의 경로는 출·도착 및 추월경합을 해소하고 운행 가능한 수정열차경로가 선택되는 것을 도식화하였다.

열차증편 모형 문제를 풀기 위해서는 인프라 정보와 열차 운행정보가 필요하며 주어진 기존열차 시각표 정보를 Fig. 1과 같은 시공간 네트워크 정보로 변환이 필요하다. 또한 기존 시각표 운행 경로 정보와 추가열차의 요청 경로뿐만 아니라 각 역에서의 지연허용범위를 포함한 경로의 아크 정보들을 수작업을 통해 만드는 것은 매우 힘들게 때문에 Fig. 2와 같이 시공간 네트워크 생성 프로그램을 C#으로 개발하였으며 이 프로그램을 통해 생성된 데이터는 최적화 문제에서 입력데이터로 활용된다. 이 프로그램의 주요기능은 다음과 같다.

- 기존시각표의 열차 스케줄정보를 시공간 네트워크 형태로 변환 기능
- 증편열차의 스케줄 정보 추가 입력 기능

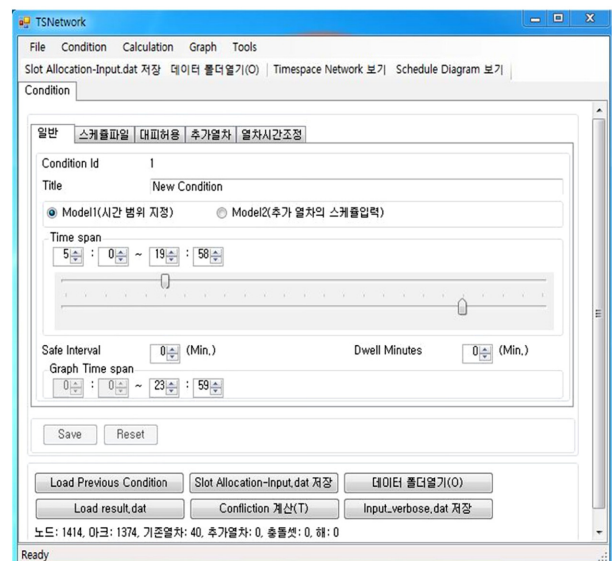


Fig. 2 Image of time space network data generating program

- 안전시격 및 대피허용 범위 입력 기능
- 기존시각표 열차 경로와 증편열차 경로의 경합 정보 생성

### 3.2 열차증편 모형

시공간 네트워크에서 열차의 경로흐름(path flow)을 사용하여 다중상품 흐름문제(multicommodity flow problem)로 모형화하여 증편열차는 열차 경로  $f_k(p)$ 를 사용하였으며 열

생성(column generation) 기법으로 문제를 해결하였다. 열차 증편 모형을 위해 필요한 변수와 파라미터는 아래와 같다.

· 결정변수

$f_k(p)$ : 요청 열차  $k$ 의 경로  $p$ 의 사용여부

· 파라미터

-  $G=(V,A)$ ,  $V$ 는 노드집합,  $A$ 는 아크집합

-  $K$ : 요청 열차들의 집합, 원소는  $k, \forall k \in K$

-  $P^k$ : 요청 열차  $k$ 의 경로 집합, 원소는  $p$

-  $\gamma$ : 경합 열차-아크 쌍의 집합, 원소는  $(k,a)$ 이며 아크  $a$ 는 요청열차  $k$ 에 대한 대응 아크

-  $\Gamma$ : 경합 열차-아크 집합의 모임, 원소는  $\gamma, \forall \gamma \in \Gamma$

-  $c^k(p)$ : 요청 열차  $k$ 의 경로  $p$ 의 수익,  $c^k(p) = \sum_{a \in p} c_a^k$

-  $c_a^k$ : 시공간 네트워크에서의 아크의 비용

$$\text{Max} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} c^k(p) f_k(p) \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{p \in P^k} f_k(p) \leq 1, \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k | p \cap \gamma \neq \emptyset} f_k(p) \leq 1, \forall \gamma \in \Gamma \quad (3)$$

$$f_k(p) \in \{0,1\}, \forall p \in P^k, k \in K \quad (4)$$

목적함수는 모든 요청열차  $k$ 에 대한 경로  $p$ 를 결정변수  $f_k(p)$ 로 하여, 요청열차  $k$ 의 경로수익  $c^k(p)$ 를 모든 경로  $p$ 에 대해서 동일 값을 가지며, 요청 열차들이 출발 역에의 출발 지연시간 및 중간 역에서의 대피시간 허용범위 안에 스케줄을 조정하여 최대한 많은 열차가 수락되도록 식 (1)에 표현하였다. 또한 요청열차의 경로수익은 열차 종류별로 다르게 적용될 수 있고 추가되는 열차끼리의 경합이 발생할 경우 경로수익이 높은 것이 선택된다. 제약식 (2)는 요청 열차가 많아 하나의 경로가 지정되어야 하며, 제약식 (3)은 안전시각 제약과 추월 제약과 같은 경합 조건으로 경로와 아크가 동시에 포함되지 않는 경로와 아크의 집합을 경합  $\gamma$ 로 표기하고 경합  $\gamma$ 에 포함된 아크는 많아 하나의 아크를 사용해야 하는 것을 의미한다. 예를 들면 Fig. 1에서 출발 안전시각이 3분일 경우 아크  $a_1$ 과 아크  $a_2$ 가 많아 한 개가 선택되어야 하고  $a_1+a_2 \leq 1$ 과 같이 표현할 수 있고 추월경합일 경우 아크  $a_3$ 과 아크  $a_4$ 가 서로 양립할 수 없으므로 많아 한 개가 선택될 수 있도록  $a_3+a_4 \leq 1$ 의 형태로 표현할 수 있다. 제약식 (4)는 요청열차  $k$ 에 대한 경로  $p$ 는 선택되거나 그렇지 않은 경우를 나타낸다.

제시한 모형을 풀기 위해 정수 계획 모형을 선형계획모형으로 완화한 열 생성 기법을 사용한다. 위에서 제시한 모형에서는 이를 주문제라 하고 아래의 모형은 열 생성 기법에서의 주문제를 해결하기 위한 모형이다. 열 생성 기법은 지속적으로 많은 변수를 모두 사용하지 않고 목적함수를 개선

할 수 있는 수정비용(reduced cost)을 사용하여 경로  $p$ 를 단계적으로 추가하여 짧은 시간에 해를 구할 수 있도록 한다. 이를 위해서 제약식 (2), (3)의 쌍대 변수를 각각  $\pi_k, \sigma_\gamma$ 라 하면 선형완화식의 최적 조건은 식 (5)와 같다.

$$\sum_{a \in p} c_a^k - \sum_{a \in p \cap \gamma} \sum_{(k,a) \in \gamma} \sigma_\gamma - \pi_k \leq 0 \quad (5)$$

$$\sum_{a \in p} c_a^k - \sum_{a \in p \cap \gamma} \sum_{(k,a) \in \gamma} \sigma_\gamma = \sum_{a \in p} \left[ c_a^k - \sum_{\gamma | (k,a) \in \gamma} \sigma_\gamma \right] \quad (6)$$

식 (5)의 조건은 식 (6)과 같이 전개되며 목적함수를 개선할 수 있는 새로운 경로의 아크의 수정비용을 식 (7)로 하여 최장경로를 구한 후에 그 경로들 중에서 식 (5)를 위배하는 경로를 찾고 이에 대해서 결정변수에 반영하여 새로운 주문제를 만든다.

$$c_a^k - \sum_{\gamma | (k,a) \in \gamma} \sigma_\gamma \quad (7)$$

이에 대한 열 생성 기법 해결절차는 다음과 같다.

Step 1. 추가하려는 열차 경로변수만 구성된 주문제의 선형완화식을 풀고 쌍대 해를 구한다.

Step 2. 모든 요청 열차  $k$ 에 대한 아크 비용을 식 (7)로 정한 후에 최장경로문제를 풀어서 식 (5)를 위배하는 경로가 존재하면 경로를 추가하고 step 3으로 이동하고 경로가 존재하지 않으면 step 4로 이동한다.

Step 3. 경로가 추가된 주문제의 선형계획을 풀고 목적함수 값이 일정횟수 이상(실험에서는 주문제와의 반복이 50회 이하면서 목적함수 값이 5번 이상) 증가하지 않으면 step 4로 이동하고 그렇지 않으면 step 2로 이동한다.

Step 4. 구해진 경로들로 분지한계법을 이용하여 최적 해를 구한다.

## 4. 열차증편 실험 및 분석

### 4.1 열차증편 실험 개요

실험을 위해 사용된 시각표는 의왕역에서 부산역까지 총 35개의 역을 포함하는 경부선 구간이며 총 40개의 새마을 열차와 무궁화열차 스케줄이 포함되어 있다. 기존 시각표에서 새마을호 열차의 정차역은 10개역을 정차하며 대전과 동대구만 2분씩 정차하고 나머지 정차역은 1분씩 정차하며, 무궁화 열차는 총 17개역을 정차하며 새마을과 같이 대전과 동대구역을 2분씩 정차하고 나머지 정차역은 1분씩 정차한다. 만일 새마을호와 무궁화호 열차를 증편할 경우 기존 열차 스케줄과 동일하게 주어진 역을 정차하도록 하며 화물열차의 경우 모든 역을 정차 없이 통과하는 것으로 한다. 모든 증편열차는 의왕역에서 부산역 구간을 대상으로 한다.

기존 스케줄에는 7개의 시·종착형태(OD type)가 존재하며 시·종착 형태별 정차 역수와 운영 횟수 및 열차종류를 정리하였다. 운영수익(operation profit)은 시·종착형태와 열차 종류별로 다르게 수익을 얻는 것으로 가정하였다. 자세

Table 2 Information of existing timetable

No.	OD types	# Stations	Train types	# Schedules
1	Uiwang-Choenan	6	S	4
			M	13
2	Uiwang-Hoedeok	11	M	1
3	Uiwang-Daejeon	12	M	1
4	Uiwang-Dongdaegu	25	S	2
			M	1
5	Uiwang-Busan	35	S	3
			M	10
6	Dongdaegu-Miryang	6	M	3
7	Gimchoen-Busan	16	M	2

S : Saemaul, M : Mugungwha

한 정보는 Table 2에 정리하였다. 열차 증편을 위해 필요한 데이터는 기존 시각표와 증편 열차의 정차 시분, 역간 운행시간, 대피 가능 역이다. 기존 시각표는 경부선 구간을 운영하는 실제 열차 스케줄을 사용하였으며 증편 열차종별로 역간 운행시간도 기존 스케줄에서 역간 운행시간을 도출하여 사용하였다. 또한 대피 가능 역들은 모든 역들이 대피가 가능하다고 가정하였다. 모든 실험에서 사용되는 제약조건은 출·도착 역에서의 안전시격을 3분으로 하였으며 추월제약은 역에서만 추월이 가능하도록 하였다.

주어진 시각표를 분석하면 시발역을 기준으로 안전시격을 3분을 적용하면 시간범위내의 허용되는 모든 슬롯은 154개가 존재한다. 또한 열차간의 시격(headway)을 분석하면 가장 넓은 시격은 40분이며 가장 짧은 시격은 5분이고 평균 시격은 17.6분이다. 실험을 위해 CPU 2.93GMZ, 4GB RAM의 PC와 cplex 12.5를 사용하였다.

#### 4.2 지정 스케줄 열차증편방법 실험

화주나 시각표 작성자가 증편하려고 하는 임의의 열차시각을 출발 역에서 도착 역까지 모두 지정할 경우의 증편방법을 실험하였다. 증편 차종은 새마을, 무궁화, 화물열차에 대해서 각 차종 별로 5개와 10개의 열차를 증편하는 것을 실험하였다. 증편 열차의 경우 출발역에서의 지연 허용범위는

20분, 역에서의 지연허용범위는 10분으로 하였으며 총 운행지연이 60분을 초과하는 것을 금지하였다. 각 열차를 증편하였을 경우 모두 증편 가능한 수익을 이상적수익(ideal profit) 값으로 두었다. 예를 들어 새마을 열차를 한 편성을 의왕역에서 부산역까지 추가할 경우 운행수익을 3,500으로 계산하였다. 무궁화 열차와 화물열차는 한 편성을 추가했을 경우 2,800, 1,750으로 하였다.

여섯 가지의 케이스를 실험 결과를 Table 3에 정리하였다. 새마을 열차 10편성을 증편 하였을 경우 9편성의 열차가 수락되어 가장 많은 열차가 수락된 경우이며 화물열차 10대를 추가한 경우는 2대밖에 수락되지 못하였다. 이 경우는 기존 시각표의 열차들의 역간 운행시간이 추가되는 새마을 열차와 거의 같은 운행시간을 보이므로 추가되는 열차와 기존 열차간의 등간격을 보이는 경우였으며 화물열차의 경우 역간 운행시간이 기존 시각표의 열차보다 느려 경합이 많이 발생하여 결과를 찾을 수 없는 경우가 많았다.

이 실험을 통해 열차증편 가능성 유무에 영향을 주는 요인은 증편 열차의 역간 운행시간과 기존 열차의 역간 운행시간과의 관계, 증편하려는 열차 선·후행 열차 종류에 따른 속도 차이와 선로용량이다. Fig. 3의 (a)와 같이 증편열차  $k$ 의 선행열차가 역  $i$ 에서  $i-1$ 역까지 운행속도가 더 느린 경우 경합발생을 나타내었다. 이런 경우 증편열차의 투입시점을 좀더  $v2$  노드에 가깝게 투입하면 증편효과가 높게 나타날 수 있다. 이러한 경우의 실제 실험결과는 Fig. 4에 실험결과 (a)와 같다. 이 경우 5:34분에 출발하는 무궁화 기존열차와 5:37분에 증편하려는 새마을 열차와의 경합 해소를 위해 5:40분에 출발할 경우 경합을 해소할 수 있다. Fig. 3에 (b)의 경우는 증편열차  $k$ 의 후속열차가 더 빠른 경우의 경합 발생 상황을 나타내었다. 이런 경우는 좀더  $v1$  노드에 가깝게 이동하거나 그래도 경합이 발생할 경우 역  $i$ 에서  $v2$  노드 이후의 시간으로 대기를 하여야 한다. 이러한 경우의 실제 실험결과는 Fig. 4에 실험결과 (b)와 같다. 이 경우 13:46분에 증편하려는 화물열차가 후속열차인 새마을호 열차와의 경합이 성환-천안 사이에 발생하므로 증편하려는 화물열차는 13:43분으로 변경하면 경합을 해소할 수 있다. Fig. 3에 (c)의 경우는 증편열차  $k$ 가 선행열차보다 느리고 후속열차와 같은 속도로 운행할 경우 경합 없이 운행할 수 있는 상황을 나타낸 경우이다.

Table 3 Experimental results of additional train scheduling method by designated schedule

Instance	Train type	# Trains	Ideal profit	Real profit	# Accepted trains	Added train schedule (profit per trains)
1	Saemaul	5	17,500	13,998	4	1(3500), 2(3500), 4(3500), 5(3498)
2	Saemaul	10	35,000	31,498	9	1(3500), 2(3500), 4(3500), 5(3498) 6~10(3500),
3	Mugungwha	5	14,000	8,393	3	1(2800), 2(2793), 4(2800)
4	Mugungwha	10	28,000	11,187	4	1(2800), 2(2793), 4(2800), 7(2797)
5	Freight train	5	8,750	3,488	2	3(1744), 4(1744)
6	Freight train	10	17,500	3,488	2	3(1744), 5(1747)

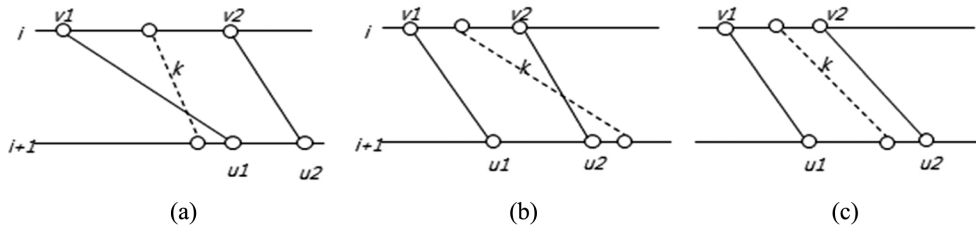
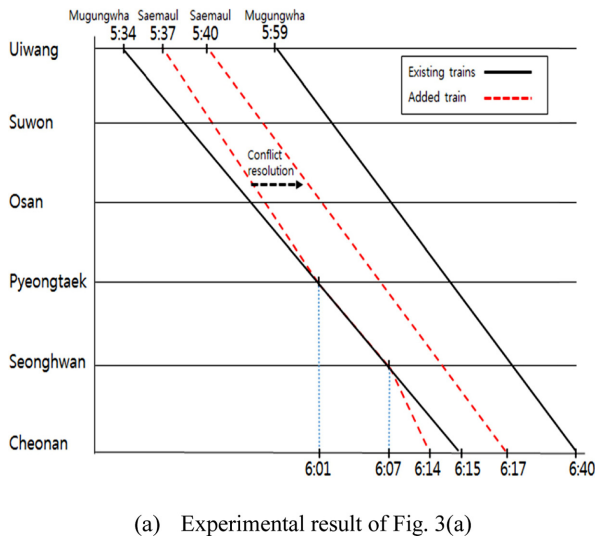
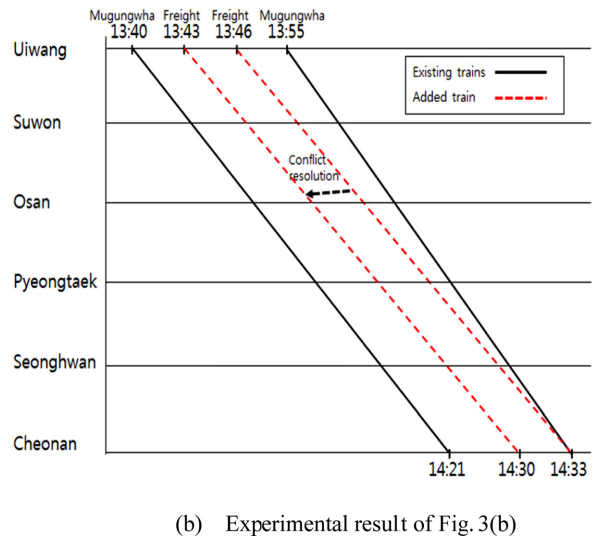


Fig. 3 Example of train conflict situation



(a) Experimental result of Fig. 3(a)



(b) Experimental result of Fig. 3(b)

Fig. 4 Experimental results of train conflict and resolution

4.3 시간범위를 고려한 열차증편방법 실험

시간범위를 고려한 증편방법은 증편열차가 출발하는 역에서 운행이 허용되는 시간 범위내에서 제약조건을 만족하는 운행 가능한 스케줄을 모두 찾는 것이다. 즉, 증편하려고 하는 열차가 출발 역에서 연속되는 두 개의 기존열차간 안전 시격 제약조건을 지키면서 허용되는 모든 슬롯의 운행 가능성을 판단한다. 증편하려고 하는 모든 열차는 기존시각표의 열차운행시간 변동을 금지한 상태에서 추가된다.

이 실험에서는 주어진 시각표에서 전체 시간범위를 대상으로 실험하였다. Table 4는 가용한 모든 슬롯에 각 차종별 열차를 투입하여 증편 가능성 여부를 파악한 결과이다. 새마을호와 무궁화호 열차의 가용 슬롯은 모두 154개이며 화물열차는 138개이다. 화물열차의 가용 슬롯은 주어진 시각표의 마지막 열차 시간 범위를 초과하지 않는 범위의 슬롯을 정하였기 때문이다. 열차증편 모델을 통해 각각의 슬롯에 차량 종류별로 증편 여부를 실험한 결과 새마을호 열차의 경우 가용한 슬롯의 82%에 해당하는 126개의 슬롯이 운행 가능한 슬롯으로 계산되었으며 이중 117개 열차는 지연 없이 운행 가능한 열차이며 9개는 지연을 포함한 열차 스케줄이 계산되었다. 무궁화호 열차의 경우 가용한 슬롯에서 40%에 해당하는 62개의 슬롯이 운행 가능한 슬롯으로 계산되었고 42개 열차는 지연 없이 운행 가능한 슬롯이며 20

Table 4 Experimental results of additional scheduling method by time boundary

Train type	Possible slots	Accepted slots(%)	Accepted slots without delay	Accepted slots with delay
Saemaul	154	126(82%)	117	9
Mugungwha	154	62(40%)	42	20
Freight train	138	11(8%)	5	6

개의 슬롯은 지연을 포함한 경우다. 화물열차의 경우 여객 열차보다 현저히 떨어지는 약 8%에 해당하는 11개 슬롯이 운행 가능한 슬롯이며 지연이 없는 슬롯은 5개, 지연을 포함한 슬롯은 6개로 계산되었다.

5. 결 론

본 논문에서는 열차 증편을 위해 시공간 네트워크로 문제를 모형화하고 열생성기법으로 최적화 문제를 해결하였다. 제안한 모형은 증편 열차의 계획 스케줄을 최대한 많이 생성할 수 있는 목적을 가지며 여객열차 2개 차종과 화물열차의 증편 실험을 통해 시공간네트워크 생성과 최적화 프로

그램 수행시간이 3분 이내에 실행되어 계산시간상 빠른 시간 내에 해를 도출함으로써 모형의 실용성을 확인하였다. 증편 열차의 운행 가능성 여부는 증편열차와 기존 시각표에 운행되고 있는 열차와의 역간 운행시간 차이, 증편열차의 운행 시각 선행열차와 후속열차와의 열차종별 관계, 선로용량과의 관계에 영향을 받는다. 또한 출발역과 중간역에서의 지연 허용범위와 총 운행시간 지연허용범위에 따라서 증편열차의 운행 가능성이 달라진다. 이와같이 요청받은 증편열차의 운행가능성은 이러한 조건들에 따라 항상 실험을 통해서만 확인할 수 있다. 따라서 증편 열차의 출발시간 범위내에 모든 슬롯의 운행 가능성 실험을 통해 운행 가능한 슬롯을 미리 계획자에게 알려줄 수도 있다. 주어진 시각표를 통해 각 차종별 열차의 증편 실험을 통해 모든 가용한 슬롯의 운행가능성을 파악하였다.

향후 연구 방향은 가용 슬롯의 갯수와 선로용량과의 관계를 분석해 볼 수 있다. 현재 사용되는 야마기시 선로 용량 산정방법은 혼용된 차종군을 가정하기 때문에 생기는 단점을 본 모형을 통해 계산된 가용슬롯의 갯수가 여러 차종을 혼용하여 운행 했을 경우 기존 선로용량 방법과의 비교 분석을 통해 본 모형이 선로용량 분석에 활용될 수 있음을 연구해 볼 필요가 있다. 또한 열차 증편 모형은 열차들의 역간 운행시각을 상수로 가정하여 사용하기 때문에 열차 주행 시뮬레이터(Train Performance Simulation)와 함께 활용하면 열차들의 역간 운행 시간을 보다 정확한 값으로 사용하면 보다 세밀한 증편 모형을 활용할 수 있을 것으로 생각된다.

## 후 기

본 연구는 정석물류학술재단의 2012년도 학술연구 지원사업에 의해 수행되었음.

## References

- [1] B. Szpigel (1973) Optimal train scheduling on a single track railway, *Proceedings of IFORS Conference on Operations Research*, pp. 344-351.
- [2] D. Jovanovic, P.T. Harker (1991) Tactical scheduling of rail operations : The SCAN I system, *Transportation Science*, 25, pp. 46-64.
- [3] A. Higgins, E. Kozan, L. Ferreira (1997) Heuristic techniques for single line train scheduling, *Journal of Heuristics*, 3(1), pp. 43-62.
- [4] U. Brannlund, P.O. Lindberg, A. Nou, *et al.* (1998) Railway timetabling using lagrangian relaxation, *Transportation Science*, 32(4), pp. 358-369.
- [5] A. Caprara, M. Mischetti, P. Toth (2002) Modelling and solving the train timetabling problem, *Operation Research*, 50(5), pp. 851-861.
- [6] V. Cacchiani, A. Caprara, P. Toth (2010) Scheduling extra freight train on railway networks, *Transportation Research Part B*, 44(2), pp. 215-231.
- [7] Y.H. Kim, S.C. Rim (2014) Additional freight train schedule generation model, *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, 15(6), pp. 3851-3857.
- [8] R. Burdett, E. Kozan (2009) Techniques for inserting additional train into existing timetables, *Transportation Research Part B : Methodological*, 43(8-9), pp. 821-836.
- [9] B.H. Park, S.H. Hong, C.S Kim (2012) An optimization model for railway slot allocation reflecting the operational policy, *Journal of the Korean Society for Railway*, 15(5), pp. 524-530.
- [10] B.H. Park, S.H. Hong (2013) A column-generation based approach to developing an optimized railway timetable using time-space network, *Journal of the Korean Society for Railway*, pp. 160-167.

접수일(2014년 5월 20일), 수정일(2014년 8월 1일),  
게재확정일(2014년 8월 7일)

**Young-Hoon Kim:** yhkim@krii.re.kr

Policy-Technology Convergence Research Division, Korea Railroad Research Institute, 176 Railroad museum road, Uiwang-si, 437-757, Korea

**Suk-Chul Rim:** scrim@ajou.ac.kr

Department of Industrial Engineering Ajou University, Suwon 443-749, Korea