

Point Matching Method를 이용한 접지된 유전체층 위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란 해석

Analysis of TE Scattering by a Resistive Strip Grating Over a Grounded Dielectric Layer Using Point Matching Method

윤 의 중

가천대학교 의공학과

Uei-Joong Yoon

Department of Biomedical Engineering, Gachon University, Incheon, 406-799, Korea

[요 약]

본 논문에서는 접지된 유전체층 위의 저항띠 격자구조에 의한 TE (transverse electric) 산란 문제를 전자파 수치해석 방법으로 알려진 PMM (point matching method)를 이용하여 해석하였다. 경계조건들은 미지의 계수를 구하기 위하여 이용하였고, 저항 경계조건은 저항띠 위의 접선성분의 자계와 표면전류밀도와의 관계를 위해 적용하였고, 저항띠에 유도되는 전류밀도는 저항띠 영역의 두 경계면에서 자계의 차이에 의해 계산하였다. 저항띠의 표면에 유도 전류 밀도는 자계의 두 경계면의 위와 아래 차이에 의해 계산하였다. 저항띠의 균일저항율, 폭과 주기, 유전층의 비유전율과 두께 및 입사각에 대해 정규화된 기하광학적 반사전력을 계산하였다. 수치결과들은 기존의 FGMM (fourier galerkin moment method)를 이용한 수치해석 결과들과 비교하여 매우 잘 일치하였다.

[Abstract]

In this paper, the solutions of TE(transverse electric) scattering problems by a resistive strip grating over a grounded dielectric layer are analyzed by applying the PMM(point matching method) known as a numerical method of electromagnetic field. The boundary conditions are applied to obtain the unknown field coefficients and the resistive boundary condition is used for the relationship between the tangential magnetic field and the induced surface current density on the resistive strip. The induced surface current density of resistive strip is obtained by difference of the up and down of the magnetic field in two boundary areas of the resistive strip. The numerical results for reflected power of zeroth order mode analyzed by according as the resistivity, the width and spacing of resistive strip, the relative permittivity and thickness of dielectric layer, and incident angles. The numerical results shown in good agreement compared to those of the existing papers using FGMM(fourier galerkin moment method).

Key word : TE scattering, Resistive boundary condition, Point matching method, Fourier Galerkin moment method.

<http://dx.doi.org/10.12673/jant.2014.18.4.371>



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Received 14 July 2014; Revised 23 August 2014

Accepted (Publication) 18 August 2014(30 August 2014)

*Corresponding Author, Uei-Joong Yoon

Tel: +82-32-820-4252

E-mail: ujyoon@gachon.ac.kr

1. 서론

유전체 판상의 스트립 회절격자(strip grating)에 의한 산란문제는 광학, 필터, 레이더, 안테나 및 전자기학의 이론 및 응용분야에서 중요시 되었고, 광학에서는 이러한 구조들은 전송회절격자로 널리 이용되어 왔으며, reflector antenna systems, wave polarizers, artificial dielectrics, side lobe suppression angular filter 등 반사나 투과 현상을 취급하기 위해서 여러 연구자들에 의해서 많은 관심을 가져왔다 [1]-[11]. 격자구조에 도체를 사용한 기본 문제로서 Richmond [2]는 자유공간상에서 스트립에 유도되는 미지의 유도전류를 간단히 Fourier 급수로 전개하여 FGMM (fourier galerkin moment method)을 이용하여 수치해석하였으며, 자유공간상에서 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서 SGMM(spectral galerkin moment method)을 이용하여 수치해석하였다 [3], [4]. 또한 자유공간 상에서 도체띠에 대한 TM 산란문제에 대해 급속한 수렴해에 대해 취급하였다 [5].

도체띠(conductive strip) 격자구조에 의한 산란 문제에 대해 반사를 유리하게 하기 위하여 유전체 접지층 위에 도체띠를 가지는 경우에 대해 수치방법중의 하나인 PMM(point matching method)을 이용하여 수치 계산하였으며 [6], 접지 유전체층의 TM 산란문제에 대해 급속한 수렴 해를 취급하였다 [7].

최근에 TE(transverse electric)산란 문제를 취급함에 있어, 접지 유전체층 위의 저항띠에 유도되는 전류밀도를 sine 함수와 cosine 함수로 나누어 홀수 항과 짝수 항으로 구분해서 수치해석하였으며 [8], 기저함수를 홀수항과 짝수항으로 구분하여 처리하는 번거로움을 피하기 위하여 기저함수를 간단한 지수함수를 사용하여 접지된 유전체 층 위의 저항띠 격자구조에 대하여 FGMM을 이용하여 해석하였고 [9], 접지된 2개의 유전체층 위의 완전도체띠의 문제를 지수함수 및 급속한 수렴해에 대해 TE 및 TM 산란 문제를 해석한 바 있다 [10], [11].

본 논문에서는 TE산란 문제의 경우, 접지된 유전체층 위에 매우 얇은 저항띠가 주기적으로 배열되어 있을 때 수치해석 방법의 일종인 PMM을 이용하여 정규화된 기하광학적 반사전력의 해(solutions)를 구하는 것이 본 논문의 목적이며, 수치계산 결과를 검증하기 위하여 기존 논문의 FGMM [9]을 이용한 수치계산 결과와 비교하여 본 논문의 타당성을 입증하고자 한다.

II. 문제의 구조에 대한 전자계 수식 전개

문제의 구조는 그림 1과 같이 H-분극 평면파가 가장자리에 나란하게 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사하고, 접지된 유전체 층 위에 저항띠가 y 방향으로 무한하게 배열되어 있다. 저항띠 격자는 $x-y$ 평면상에 위치하고 있으며, x 방향으로 주기적으로 배열되어 있다. 그림 1에서 스트립 주기는 s , 스트립 폭은 w , 영역 2의 비유전율(relative permittivity)은 ϵ_r , 영역 2의 유체층의 두께는 t 이며, 단위는 파장 $[\lambda]$ 이다.

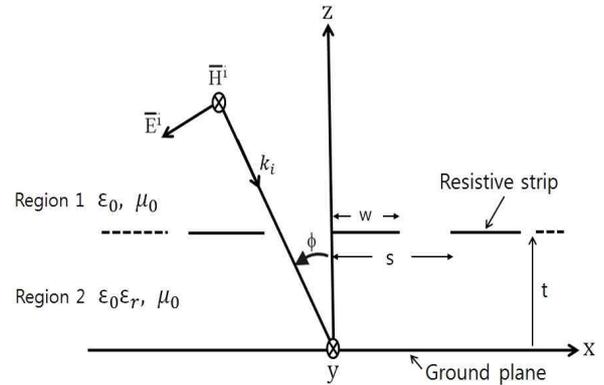


그림 1. 문제의 구조에 입사하는 TE 평면파
Fig. 1. Geometry of the problem and incident TE plane wave.

그림 1과 같은 구조에 대하여 영역 1에 입사하는 성분의 자체 \overline{H}^i 및 전계 \overline{E}^i 는 다음과 같이 쓸 수 있다 [6], [8], [9].

$$\overline{H}^i = \hat{a}_y H_0 e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 z} \quad (1)$$

$$\overline{E}^i = -\hat{a}_x \frac{H_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 z} - \hat{a}_z \frac{H_0 \beta_0}{\omega \epsilon_0} e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 z} \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 \hat{a}_x , \hat{a}_y 및 \hat{a}_z 는 x, y 및 z 방향의 단위벡터이며, 매질의 전파상수(propagation constant) $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, 사용된 상수들은 고유 임피던스 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율(permeability) 및 유전율(permittivity), $\beta_0 = k_0 \sin \phi$, $\gamma_0 = k_0 \cos \phi$ 이며, H_0 는 입사 자체의 진폭으로 1로 정규화하였다.

영역 1에서 산란자계 \overline{H}^s 및 산란전계 \overline{E}^s 는 다음과 같은 평면파(plane wave)의 합으로 표시할 수 있다 [6], [8], [9].

$$\overline{H}^s = \hat{a}_y \sum_{n=-N}^N A_n e^{-j\beta_n x} e^{-j\gamma_n(z-t)} \quad (3)$$

$$\overline{E}^s = \hat{a}_x \sum_{n=-N}^N \frac{A_n \gamma_n}{\omega \epsilon_0} e^{-j\beta_n x} e^{-j\gamma_n(z-t)} - \hat{a}_z \sum_{n=-N}^N \frac{A_n \beta_n}{\omega \epsilon_0} e^{-j\beta_n x} e^{-j\gamma_n(z-t)} \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)에서 A_n 는 구해야 할 미지의 계수이며, $\beta_n = \beta_0 + 2\pi n / s$, γ_n 는 전파모드(propagation mode)와 감

최모드(evanescent mode)로 표시할 수 있다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 > \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 2에서 전체 자계 $\overline{H_2^t}$ 및 전체 $\overline{E_2^t}$ 는 다음과 같이 무한급수의 합으로 표현할 수 있다 [6], [8], [9].

$$\overline{H_2^t} = \hat{a}_y \sum_{n=-N}^N \left[B_n e^{-j\beta_n x} e^{-j\eta_n z} + C_n e^{-j\beta_n x} e^{j\eta_n z} \right] \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \overline{E_2^t} = & \hat{a}_x \sum_{n=-N}^N \frac{B_n \eta_n}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} e^{-j\beta_n x} e^{-j\eta_n z} \\ & + \frac{C_n \eta_n}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} e^{-j\beta_n x} e^{j\eta_n z} \\ & - \hat{a}_z \sum_{n=-N}^N \frac{B_n \beta_n}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} e^{-j\beta_n x} e^{-j\eta_n z} \\ & + \frac{C_n \beta_n}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} e^{-j\beta_n x} e^{j\eta_n z} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 B_n 와 C_n 는 구해야 할 미지의 계수이며, η_n 는 다음과 같이 2가지 모드로 구분하여 표시할 수 있다.

$$\eta_n = \begin{cases} \sqrt{k_d^2 - \beta_n^2}, & k_d^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_d^2}, & k_d^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (8)$$

식 (8)에서 $k_d = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$ 이며, ϵ_r 는 영역 2의 비유전율[Farad/meter]을 의미한다.

지금까지 사용된 미지의 계수를 구하기 위해 경계조건을 적용한다. 우선 $z = 0$ 인 접지평면(ground plane)에서 접선성분의 전체전계는 사라져야 하며, 영역 1과 2의 경계면인 $z = t$ 에서 접선성분의 자계 및 전계는 연속이므로 이들의 경계조건들을 정리하면 B_n 를 A_n 의 항으로 표현할 수 있다 [9].

$$B_n = \frac{\epsilon_r (A_n \gamma_n - \gamma_0 e^{j\gamma_0 t} \delta_n)}{\eta_n (e^{-j\eta_n t} - e^{j\eta_n t})} \quad (9)$$

식 (9)에서 δ_n 는 $n = 0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta 함수이다.

그리고 $z = t$ 인 경계면의 저항띠 이외의 영역(slot)에서 접선성분의 자계성분은 연속이므로 식 (1), (3), (6) 및 식 (9)를 이용하여 정리하면 A_n 에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N}^N A_n \left(\frac{\epsilon_r}{\eta_n} \gamma_n p_{n1} - 1 \right) e^{-j\beta_n x} & , w < x \leq s \\ & = e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 t} \left(1 + \frac{\epsilon_r}{\eta_n} \gamma_0 \delta_n p_{n1} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)에서 $p_{n1} = j \cot(\eta_n t)$ 이다. 그리고 $z = t$ 인 저항띠의 경계면에서 영역 1의 전체 전계 $\overline{E_1^t}$ 는 다음과 같은 저항 경계조건(resistive boundary condition)을 만족해야 한다 [3], [9].

$$\overline{E_1^t} = R_0 \overline{J_x}(x) \quad (11)$$

식 (11)에서 R_0 는 저항띠의 균일저항율(uniform resistivity)이며, 단위는 Ω/square 이다. 그리고 전체 전계 $\overline{E_1^t}$ 는 입사 전계와 산란전계의 합으로 식 (2)와 식 (4)에 의해서 구할 수 있으며, 또한 $\overline{J_x}(x)$ 는 저항띠에 유도되는 전류밀도로서 자계의 차이에 의해서 계산되므로 식 (1), (3), (6) 및 식 (9)를 이용하여 구할 수 있다. 따라서 식 (11)을 정리하면 저항띠에서 만족하는 A_n 에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N}^N A_n \left(\gamma_n - R_0 \frac{k_0}{\eta_0} p_{n2} \right) e^{-j\beta_n x} & , 0 \leq x \leq w \\ & = e^{-j\beta_0 x} e^{j\gamma_0 t} \left(\gamma_0 - R_0 \frac{k_0}{\eta_0} p_{n3} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$p_{n2} = j \frac{\epsilon_r}{\eta_n} \gamma_n \cot(\eta_n t) - 1 \quad (13)$$

$$p_{n3} = j \frac{\epsilon_r}{\eta_n} \gamma_0 \delta_n \cot(\eta_n t) + 1 \quad (14)$$

식 (10)과 식 (12)는 한 주기 구간인 $0 \leq x \leq s$ 의 범위에서 만족하는 수식이며, 미지의 계수 A_n 을 구하기 위해서 $(2N + 1)$ 개의 등 간격으로 나누어 수치계산하게 되며, 수치해석시 식 (10)과 식 (12)에 대해서 Dirac delta 함수와의 내적(inner product)을 수행하고, 매트릭스를 역변환을 수행한 후, $n = 0$ 인 정규화된 기하광학적 반사전력(reflected power of zeroth order mode) $|A_0|^2$ 을 계산할 수 있다.

III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서는 TE 산란 문제의 경우, 접지된 유전체층 위에 저항띠가 주기적으로 배열되어 있을 때 전자파 수치해석 방법인 PMM을 이용하여 기하광학적 반사전력을 계산하고, 기존 논문인 FGMM [9]을 이용한 수치계산 결과들과 비교하여 수치해석의 타당성을 검증하는 것이 본 논문의 목적이다.

본 논문에서는 미지의 계수 A_n 을 구하기 위해서 $(2N + 1)$ 개의 등 간격으로 나누어 수치계산하게 되며, 식 (10)과 식 (12) 에서 $n=[N:N]$ 으로 $N=100$ 을 사용하였고 행렬의 역변환을 수행하여 수치계산하였다. 또한 저항띠의 균일 저항율의 단위와 저항띠의 폭, 주기 및 유전층의 두께의 단위는 파장 $[\lambda]$ 으로 편의상 단위는 생략하기로 한다.

그림 2는 수직입사시 격자상수 $s = 1.2$, 비유전율 $\epsilon_r = 1$, $t = 0.4$ 일 때, 균일저항율 R_0 값에 따른 정규화된 반사전력을 계산한 것으로, 범례에 표시된 선들인 실선, 점선, 끊어진 실선, 2점 쇄선들은 기존의 FGMM을 적용한 기존 논문 [9]의 계산결과이며, 범례에 표시된 기호들인 "●, ○, ▼, △" 는 동일한 격자상수를 사용했을 때 본 논문에서 제안한 PMM을 이용한 수치계산 결과로서 수치계산 결과가 거의 일치하였다.

그림 3은 입사각이 30도인 경우, 격자상수 $s = 1.2$, $t = 0.4$, 균일저항율 $R_0 = 100$ 일 때 유전체층의 비유전율 ϵ_r 값에 따른 기하광학적 반사전력을 계산한 결과로서 비유전율이 크면 반사전력이 증가하는 것을 알 수 있으며, 범례에 표시된 기호는 그림 2에서 언급하였으며, FGMM을 적용한 기존 논문 [9]의 계산결과와 거의 일치하였다.

그림 4는 입사각이 60도인 경우, 격자상수 $\epsilon_r = 3$, $s = t$, $w = s/2$ 일 때 격자 주기 s 에 대한 반사전력을 계산한 결과로서 범례에 표시된 기호들은 그림 2에서 이미 언급하였으며, 기존의 FGMM을 이용한 논문 [9]의 계산결과와 거의 일치하였으며, 급변점들은 공진현상에 기인한 것으로 입사각 이외의 다른 방향으로 산란된다는 것을 의미하며, 이는 전파모드에서 감쇠모드로, 'Wood's anomaly'라고 언급한 바 있다 [6].

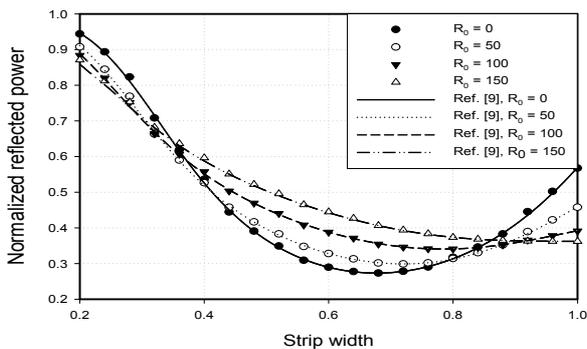


그림 2. 수직입사시 균일저항율 R_0 에 따른 스트립 폭과 반사전력의 변화
Fig. 2. Variation of reflected power vs. strip width for uniform resistivity R_0 parameters at normal incidence.

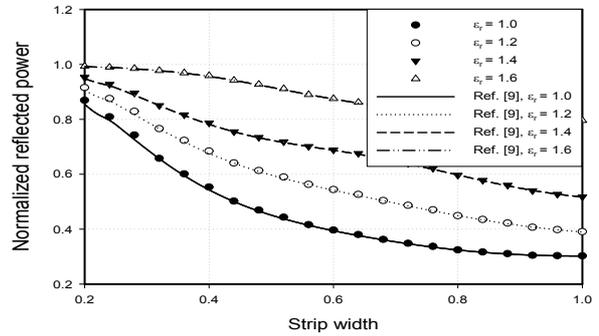


그림 3. 입사각 30도일 때 비유전율 ϵ_r 에 따른 스트립 폭과 반사전력의 변화 ($R_0 = 100$)
Fig. 3. Variation of reflected power vs. strip width for relative permittivity ϵ_r at incident angle $\phi = 30^\circ (R_0 = 100)$.

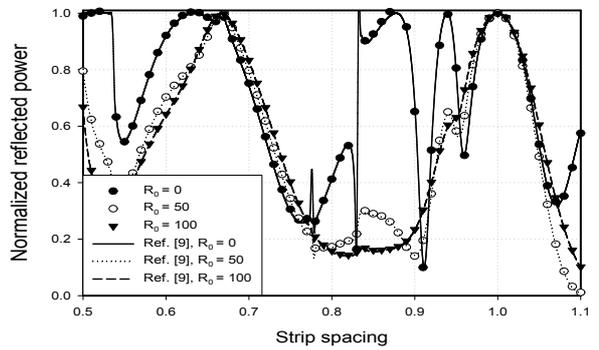


그림 4. 입사각 60도일 때 균일저항율 R_0 에 따른 격자주기와 반사전력의 변화
Fig. 4. Variation of reflected power vs. strip spacing for uniform resistivity R_0 parameters at incident angle $\phi = 60^\circ$.

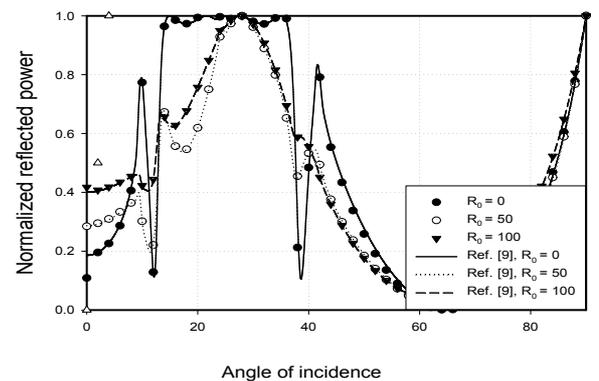


그림 5. 균일저항율 R_0 에 따른 입사각과 반사전력의 변화
Fig. 5. Variation of reflected power vs. incident angles for uniform resistivity R_0 parameters.

그림 5는 입사각에 따른 반사전력을 계산한 것으로 적용된 격자상수들은 $\epsilon_r = 1.6$, $s=1.2$, $w=0.7s$, $t=0.85$ 인 경우에 대해 균일저항을 R_0 에 따른 정규화된 반사전력을 계산한 것으로, 일 때 유전체층의 비유전율 값에 따른 기하광학적 반사전력을 계산한 결과로서, FGMM을 적용한 기존 논문 [9]의 계산 결과와 거의 일치하였으며, 13도 와 38도 부근에서 급변점이 발생한 것을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 TE산란 문제의 경우, 접지된 유전체층 위에 저항띠가 주기적으로 배열되어 있는 구조에 대하여 수치해석 방법인 PMM을 이용하여 수치해석의 해를 구하는 것이 목적이며, 수치해석의 타당성을 검증하기 위하여 입사각, 유전체 층의 비유전율 및 두께를 변화시켜 계산한 기하광학적 반사전력을 계산했을 때, 기존 논문의 FGMM을 이용한 수치계산 결과들과 비교하여 거의 일치하여 수치해석의 타당성을 입증하였다.

앞으로 접지된 단일 및 다층 유전체층 위에서의 완전도체띠 및 저항띠의 격자구조와 접지된 2중 유전체층 사이의 완전도체띠 및 저항띠의 격자구조에 의한 TE 및 TM 산란 문제를 FGMM과 PMM을 이용하여 수치해석이 가능할 것으로 기대되어 지속적인 연구가 필요하다.

참고문헌

[1] M. Ando and K. Takei, "Reflection and transmission coefficient of at thin strip grating for antenna application," *IEEE Transaction on Antenna Propagation*, Vol. AP-35, No. 4, pp.367-371, Mar. 1987.

[2] J. H. Richmond, "On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating," *IEEE Transaction on Antenna Propagation*, Vol. AP-28, pp. 883-887, Sep. 1980.

[3] R. C. Hall and R. Mittra, "Scattering from a periodic array of resistive strips," *IEEE Transaction on Antenna Propagation*, Vol. AP-33, pp. 1009-1011, Sep. 1985.

[4] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of multilayered periodic structure using generalized scattering matrix theory," *IEEE Transaction on Antenna Propagation*, Vol. AP-36, pp. 511-517, Sep. 1988.

[5] U. J. Yoon, "The fast convergent solution of E-polarized reflection coefficient by a perfect conductor strip grating," *Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, Vol. 6, No. 1, pp. 10-16, Mar. 1995.

[6] H. A. Kalthor, "Electromagnetic scattering by a dielectric slab loaded with a periodic array of strips over a grounded plane," *IEEE Transaction on Antenna Propagation*, Vol. AP-36, No. 1, pp. 147-151, Jan. 1988.

[7] Y. K. Cho, et al, " Analysis of electromagnetic scattering by periodic strips on grounded dielectric slab," *IEEE Transaction on Antenna Propagation, Symposium Digest*, Vol 1, pp. 511-517, 1995.

[8] Y. S. Choi and S. I. Yang, "Analysis of the electromagnetic scattering of resistive strip grating with uniform resistivity on a grounded dielectric layer. - H-polarization case," *Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences*, Vol. 31, No. 3A, pp. 321-327, Mar. 2006.

[9] U. J. Yoon, "Analysis of the TE scattering by a resistive strip grating over a grounded dielectric plane," *Journal of Korea Navigation Institute*, Vol. 10, No. 3, pp. 198-204, Aug. 2006.

[10] U. J. Yoon, "Solution of TE scattering by a conductive strip grating over the grounded two dielectric layers with edge boundary condition," *Journal of Advanced Navigation Technology*, Vol. 17, No. 2, pp. 183-188, Apr. 2013.

[11] U. J. Yoon, Solution of TM scattering by a conductive strip grating over the grounded two dielectric layers with edge boundary condition," *Journal of Advanced Navigation Technology*, Vol. 17, No. 4, pp. 429-434, Aug. 2013.



윤 의 중 (Uei-Joong Yoon)

1993년 8월 : 송실대학교 전자공학과 (공학박사)
 1997년 6월 ~ 1997년 8월 : Bemidji State University in Minnesota (USA), 미국연수
 1992년 3월 ~ 2006. 2 : 가천대학교 정보공학부 교수
 2008년 7월 ~ 2012월 1월 : 가천대학교 학생처장
 2006년 3월 ~ 현재 : 가천대학교 의공학과 교수
 ※ 관심분야 : 관심분야 : 전자파산란 수치해석, 생체영상처리, 생체정보 모니터링 등