

## 분산 전개법에 의한 주파수-시간 영역 변환

조인기<sup>1\*</sup> · 김래영<sup>1</sup> · 고광범<sup>2</sup> · 유영준<sup>2</sup>

<sup>1</sup>강원대학교 지구물리학과

<sup>2</sup>한국광물자원공사

### Frequency-to-time Transformation by a Diffusion Expansion Method

In-Ky Cho<sup>1\*</sup>, Rae-Yeong Kim<sup>1</sup>, Kwang-Beom Ko<sup>2</sup>, and Young-June You<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Geophysics, Kangwon National University

<sup>2</sup>Korea Resources Corporation

**요약:** 전자 탐사는 신호원의 파형에 따라 주파수 영역과 시간 영역으로 나누어진다. 주파수 영역과 시간 영역은 수학적으로 Fourier 변환 관계에 있으므로, 주파수 영역 자료를 Fourier 변환하여 시간 영역 자료를 얻어낼 수 있다. 즉, 시간 영역 전자 탐사의 모델링 자료는 주파수 영역에서 수행한 모델링 자료의 적절한 변환을 통해 얻어질 수 있다. 따라서 주파수-시간 영역 변환은 전자 탐사에서 매우 중요한 부분이다. 분산 전개법(DEM)은 신속하고 효과적인 주파수-시간 영역 변환 기법 중의 하나이다. 분산 전개법에서는 전자기장은 분산 함수와 분산 시간의 급수로 전개하며, 분산 시간은 주어진 주파수 자료에 의해 결정된다. 특히 적정 분산 시간의 설정은 분산 전개법의 정확성을 결정하는 주요 요소이다. 이 연구에서는 급수 전개에 의해 얻어진 주파수 영역 자료의 오차를 최소화하는 방법을 사용하여 적정 분산 시간의 설정 방법을 개발하였다. 반무한 공간 및 2층 구조 모델에 대하여 이 방법을 적용한 결과, 분산 전개법은 상당히 넓은 시간 대역에서 정확한 결과를 나타냄을 확인하였다.

**주요어:** 전자 탐사, 주파수 영역, 시간 영역, 분산 전개법, 분산 시간

**Abstract:** Electromagnetic (EM) methods are generally divided into frequency-domain EM (FDEM) and time-domain EM (TDEM) methods, depending on the source waveform. The FDEM and TDEM fields are mathematically related by the Fourier transformation, and the TDEM field can thus be obtained as the Fourier transformation of FDEM data. For modeling in time-domain, we can use fast frequency-domain modeling codes and then convert the results to the time domain with a suitable numerical method. Thus, frequency-to-time transformations are of interest to EM methods, which is generally attained through fast Fourier transform. However, faster frequency-to-time transformation is required for the 3D inversion of TDEM data or for the processing of vast air-borne TDEM data. The diffusion expansion method (DEM) is one of smart frequency-to-time transformation methods. In DEM, the EM field is expanded into a sequence of diffusion functions with a known frequency dependence, but with unknown diffusion-times that must be chosen based on the data to be transformed. Especially, accuracy of DEM is sensitive to the diffusion-time. In this study, we developed a method to determine the optimum range of diffusion-time values, minimizing the RMS error of the frequency-domain data approximated by the diffusion expansion. We confirmed that this method produces accurate results over a wider time range for a homogeneous half-space and two-layered model.

**Keywords:** electromagnetic method, frequency-domain, time-domain, diffusion expansion method, diffusion time

2014년 5월 1일 접수; 2014년 7월 28일 수정; 2014년 8월 11일 채택

\*Corresponding author

E-mail: choik@kangwon.ac.kr

Address: Department of Geophysics, Kangwon National University, 1 Kangwondaehak-gil, Chuncheon, Kangwon-do, Korea

©2014, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## 서 론

전자 탐사는 지난 수십 년간 주로 육상에서 지하 광물 자원 및 지하수 자원 탐사를 위하여 전 세계적으로 널리 적용되어 왔다. 전자 탐사는 지속적인 이론 및 측정 기술의 발달에 힘입어 더욱 정밀하게 지하의 전기 전도도 분포 양상을 파악할 수 있는 기술로 나날이 발전하고 있다. 특히 지표에 노출된 광물 자원이 소진되면서 심부에 부존하는 대형 광상의 탐사는 국제적인 관심사가 된 지 오래다. 전자 탐사법은 이와 같이 심부에 부존하는 대형 광상 및 그동안 접근이 쉽지 않은 오지에 발달한 광상의 탐사에 매우 효과적인 방법으로 신속한 광역 탐사를 위한 항공 탐사, 심부 탐사를 위한 고출력 전자 탐사(Balch *et al.*, 2003), 시추공을 이용한 정밀 전자 탐사(Allegar, 2007) 등으로 확대 발전되어 가고 있다. 또한 최근에는 해상 석유 탐사에도 전자 탐사의 효용성이 부각되고 있다(Anderson *et al.*, 2008).

전자 탐사는 사용되는 신호원에 따라 주파수 영역(frequency domain)과 시간 영역(time domain)으로 나누어진다. 일반적으로 주파수 영역에 대한 해는 잘 정립되어있는 반면 시간 영역의 경우에는 그 복잡성으로 인하여 간단한 1차원 모델의 경우에도 해석적인 해가 존재하지 않으며, 단지 균질 반무한 공간에 대한 해석적인 해가 발표되었다(Ward and Hohmann, 1987). 시간 영역의 반응을 계산하기 위해서는 주파수 영역에서의 반응을 계산하고 이를 다시 시간 영역으로 변환하는 방법이 널리 적용되고 있어 주파수-시간 영역 변환은 시간영역 전자 탐사 자료의 처리 및 해석의 기본적인 처리 과정의 하나가 되었다. 최근에 시도되고 있는 시간 영역 전자 탐사의 3차원 역산이나 방대한 항공 전자 탐사의 효과적인 처리를 위해서는 신속한 주파수-시간 영역 변환이 요구되며, 분산 전개법은 이러한 요구 조건을 만족하는 효과적인 방법 중의 하나인 것으로 생각된다.

이론적으로 시간 영역 충격 반응(impulse response)은 주파수 영역의 반응과 Fourier 변환으로 연관된다. Fourier 변환은 FFT (Fast Fourier Transform) 알고리즘을 사용하며, 디지털 필터링을 이용한 방법(Anderson, 1975)이 널리 적용되고 있다. 그러나 정확한 시간 영역 자료를 얻기 위해서는 광대역의 매우 많은 주파수에 대한 반응값을 계산해야 하므로, 현실적이지 못하다는 단점이 있다(Weidelt, 1981; Song, 1992). 대수 FFT 법 (Haines and Jones, 1988)은 선형 FFT법에 비하여 신속하다는 장점이 있으나 정확도가 떨어진다는 단점이 있다.

분산 전개법(DEM, Diffusion expansion method)은 FFT법의 문제점을 해결할 수 있는 효과적인 주파수-시간 영역 변환 기법으로, 보다 적은 수의 주파수 자료를 사용하여 신속하게 시간 영역 자료를 얻을 수 있는 것으로 알려져 있다(Slob and van den Burg, 1999; Tehrani *et al.*, 2012). 그러나 분산 전개법은 적정 분산 시간의 설정에 상당한 어려움이 있다. 이 연구

에서는 적정 분산 시간의 범위를 효과적으로 설정하는 방법을 제시하고, 반무한 공간 및 2층 구조 모델에 분산 전개법을 적용하여 그 정확도를 비교·분석하였다.

## 분산 전개법

시간 영역 전자 탐사에서는 다양한 파형의 신호원이 사용되며, 수신 코일에 유도되는 측정값(유도 기전력 혹은 자기장)은 충격 반응(impulse response)과 송신 파형을 시간에 대해 미분한 함수의 convolution으로 표현된다. 따라서 시간 영역 전자 탐사에서 충격 반응을 계산할 수 있다면, 임의의 송신 파형에 대한 반응을 계산할 수 있다. 한편 시간 영역 전자 탐사의 경우 신호원으로 계단 함수(step function)가 널리 사용된다. 편의상 측정되는 자기장  $h(t)$ 를 계단 반응으로 가정하면, 충격 반응은 계단 반응의 시간에 대한 미분  $dh/dt$ 로 주어진다. 또한 신호원의 유인성(causality)을 고려하면 시간 영역 충격 반응은 주파수 영역의 반응과 다음의 Fourier 변환 관계를 만족한다.

$$H(w) = \int_0^{\infty} \frac{dh(t)}{dt} e^{-iwt} dt, \quad (1)$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} H(w) e^{iwt} dw. \quad (2)$$

따라서 (1)식과 (2)식을 사용하여 주파수 영역 자료를 시간 영역 자료로 변환할 수 있으며, 일반적으로 FFT 법이 널리 사용되고 있다. 그러나 FFT 법은 계산 시간이 많이 소요되고 광대역의 자료가 필요하다(Weidelt, 1981; Song, 1992). 분산 전개법은 적은 수의 주파수 자료를 사용하여 신속하게 시간 영역 자료를 계산할 수 있는 효과적인 주파수-시간 영역 변환법이다.

분산 전개법에서 주파수 영역 전자기장 반응은 다음과 같은 근사식으로 나타낸다(Slob and van den Burg, 1999; Tehrani *et al.*, 2012).

$$H(w) \approx \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^M \alpha_{mn} F_n(\tau_m, iw) \quad (3)$$

여기서  $w$ 는 각 주파수(angular frequency),  $\alpha_{mn}$ 은 주파수에 무관한 실수 계수이다. (3)식 우변의 분산 함수(diffusion function)

$$F_n(\tau_m, iw) = (iw)^{n/2} \exp(-2\sqrt{iw\tau_m}) \quad (4)$$

로 주어지며,  $\tau_m$ 은 송수신 거리 및 매질의 전기 전도도의 함수로 주어지는 분산 시간(diffusion time)이다. 일반적으로 분산 시간은 균등한 간격으로 설정되며, 이 경우

$$\tau_m = \tau_{\min} + (m-1)\Delta\tau \quad (5)$$

로 주어진다.

(3)식과 (4)식에 주어지는 주파수 영역 반응을 시간 영역으로

변환하기 위하여 다음과 같이 Laplace 변환을 이용한다. (3)식과 (4)식에서  $s = iw$ 로 치환하면

$$H(s) \approx \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^M \alpha_{mn} F_n(\tau_m, s), \quad (6)$$

$$F_n(\tau_m, s) = (s)^{n/2} \exp(-2\sqrt{s\tau_m}) \quad (7)$$

이 된다. 시간 영역 충격 반응은 (6)식을 Laplace 역변환하여 계산할 수 있다. 즉

$$\frac{dh(t)}{dt} = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^M \alpha_{mn} f_n(\tau_m, t). \quad (8)$$

이때 (8)식 우변의 시간 영역 분산 함수는 (7)식을 Laplace 역변환하여 계산할 수 있으며,

$$f_n(\tau, t) = \frac{\sqrt{\tau}}{t} f_{n-1}(\tau, t) - \frac{n}{2t} f_{n-2}(\tau, t) \quad (9)$$

의 점화식으로 주어진다. 여기서

$$f_{-2}(\tau, t) = \operatorname{erfc}(\sqrt{t/\tau})u(t), \quad (10)$$

$$f_{-1}(\tau, t) = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\right)\exp(-t/\tau)u(t) \quad (11)$$

로 주어지며,  $\operatorname{erfc}(x)$ 는 complementary error function,  $u(t)$ 는 계단 함수(unit step function)이다.

한편 계단 반응(step response)은 다음과 같이 주어진다.

$$h^*(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^M \alpha_{mn} f_{n-2}(\tau_m, t). \quad (12)$$

(12)식에서 계산된 계단 반응은 송신원에 전류를 공급한 이후의 반응을 의미한다. 일반적으로 시간 영역 전자 탐사의 경우에는 송신원에 전류를 끊은 직후의 반응을 계단 반응으로 해석하므로, 실질적인 시간 영역 계단 반응을 계산하기 위해서는 음의 계단 함수(negative step function)에 대한 반응이 필요하다. Laplace 변환의 특성으로부터 음의 계단 함수 반응은

$$h(t) = h^*(\infty) - h^*(t) \quad (13)$$

이 된다. (12)식을 (13)식에 대입하면

$$h(t) = \sum_{m=1}^M \alpha_{m0} - \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^M \alpha_{mn} f_{n-2}(\tau_m, t) \quad (14)$$

이며, 이를 통하여 음의 계단 함수에 대한 시간 영역 계단 반응을 계산할 수 있다.

분산 전개법을 사용하여 주파수 영역의 반응을 시간 영역의 반응으로 변환하는 방법은 다음과 같다. 우선 (4)식을 사용하여 각 주파수에 대한 주파수 영역 분산 함수  $F_n$ 를 계산한다. 해당 주파수에 대한 주파수 영역 반응  $H(w)$ 는 이미 알고 있는

값이며,  $\alpha_{mn}$ 은 주파수에 무관한 실수 계수이므로, (3)식은  $\alpha_{mn}$ 에 대한 선형 방정식이다. 미지수인  $\alpha_{mn}$ 의 수는 분산 시간 개수( $M$ ) 및 각주파수( $w$ )에 대한 최대 승수( $N+1$ )의 곱이 된다. 방정식의 수는  $H(w)$ 가 복소수인 점을 고려하면 주파수 개수의 2배가 된다. 따라서 (3)식의 선형 방정식으로부터  $\alpha_{mn}$ 을 계산할 수 있다. 일반적으로  $M=3, N=2$  정도이면 정확한 값을 나타내는 것으로 보고된 바 있다(Slob and van den Burg, 1999; Tehrani *et al.*, 2012). 일단  $\alpha_{mn}$ 이 결정되면, (8)식을 사용하여 충격 반응을, (14)식을 사용하여 계단 반응을 계산할 수 있다.

### 1차원 모델링

수평 다층 구조 모델에 대한 주파수 영역 전자 탐사 반응에 대한 이론해는 이미 여러 사람들에 의해 제시된 바 있다(Ward and Hohmann, 1987). 국내의 경우에도 주파수 영역 전자 탐사의 1차원 모델링 및 역산에 대한 연구가 수행된 바 있다(Cho and Lim, 2003a, 2003b). 여기서는 주파수 영역 및 시간 영역 이론해가 존재하는 수평 루프법 및 중앙 루프법에 대하여 분산 전개법의 정확성 및 그 적용성을 검토하고자 한다. 이를 위하여 반무한 공간에 대한 수평 및 중앙 루프법에 대한 주파수 영역 및 시간 영역의 해석적 해를 구하는 방법에 대하여 간단히 기술한다.

Fig. 1에 나타낸 바와 같이 각 층의 전기 전도도 및 두께를  $\sigma_i, t_i$ 라 하고 송수신기가 지표로부터  $h$ 만큼의 높이에 위치한다고 가정하자. 수평 루프법을 사용할 경우 주파수 영역에서 측정되는 자기장의 수직 성분은 다음과 같이 주어진다(Ward and Hohmann, 1987).

$$H_z(w) = \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_0(\tau+h)} + \gamma_{TE} e^{u_0(\tau-h)}] \frac{\lambda^3}{u_0} J_0(\lambda\rho) d\lambda. \quad (15)$$

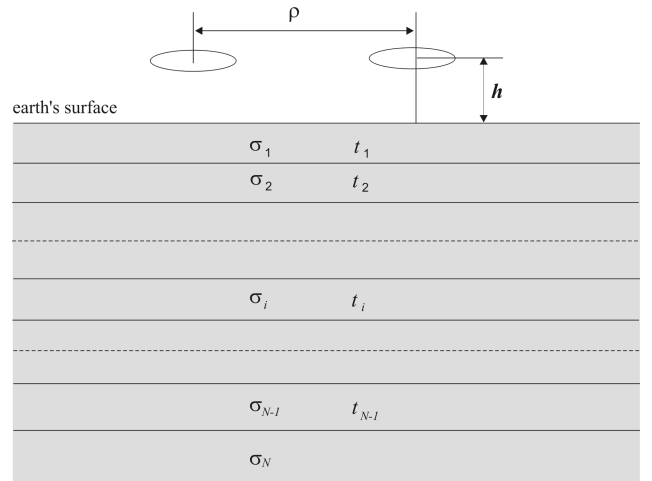


Fig. 1. Horizontal magnetic dipole over a layered earth model.

(15)식에서  $m$ 은 자기 쌍극자 모멘트,  $\rho^2 = x^2 + y^2$ 이며,  $J_0$ 는 0차 Bessel 함수이다. 또한 반사계수  $\gamma_{TE}$ 는

$$\gamma_{TE} = \frac{Y_0 - \hat{Y}_1}{Y_0 + \hat{Y}_1} \quad (16)$$

로 주어지며, 다음의 점화식을 이용하여 계산하게 된다.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_n &= Y_n \frac{\hat{Y}_{n+1} + Y_n \tanh(u_n t_n)}{Y_{n+1} + \hat{Y}_n \tanh(u_n t_n)}, \\ Y_n &= \frac{u_n}{iw\mu_0}, \\ \hat{Y}_N &= Y_N, \\ u_n &= \sqrt{\lambda^2 - k_n^2}, \\ k_n^2 &= w^2 \mu_n \epsilon_n - iw\mu_n \sigma_n \approx -iw\mu_n \sigma_n. \end{aligned} \quad (17)$$

(15)식의 Hankel 변환은 Anderson (1979)의 ZHANKS 프로그램을 이용하여 수치적으로 계산할 수 있다.

지하 매질이 균질 반무한 공간이고, 송신기가 지표면에 위치할 경우에 한하여 자기장 수직 성분의 해석적인 해가 존재한다. 지표면에서의 수평 루프법 주파수 영역 반응은 다음과 같이 주어진다(Ward and Hohmann, 1987).

$$H_z(w) = \frac{m}{2\pi k^2 \rho^3} [9 - (9 + 9ik\rho - 4k^2 \rho^2 - ik^3 \rho^3) \exp(-ik\rho)]. \quad (18)$$

(18)식을  $s = iw$ 로 치환하고 Laplace 역변환을 통하여 시간 영역으로 변환하면 자기장 수직 성분의 충격 반응은

$$\frac{\partial h_z(t)}{\partial t} = -\frac{m}{2\pi\mu_0\sigma\rho^3} \left[ 9\text{erf}(\theta\rho) - \frac{2\theta\rho}{\pi^{1/2}} (9 + 6\theta^2 \rho^2 + 4\theta^4 \rho^4) \exp(-\theta^2 \rho^2) \right] \quad (19)$$

이 되며, 음의 계단 반응은

$$h_z(t) = \frac{m}{4\pi\rho^3} \left[ \left( \frac{9}{2\theta^2 \rho^2} - 1 \right) \text{erf}(\theta\rho) - \frac{1}{\pi^{1/2}} \left( \frac{9}{\theta\rho} + 4\theta\rho \right) \exp(-\theta^2 \rho^2) \right] \quad (20)$$

로 주어지며, 이 때

$$\theta = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma}{4t}}$$

이다.

한편 중앙 루프법의 경우 측정되는 자기장의 수직 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$H_z(w) = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty [e^{-u_0(\tau+h)} + \gamma_{TE} e^{u_0(\tau-h)}] \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda a) d\lambda. \quad (21)$$

(21)식에서  $I$ 는 송신원에 흐르는 전류,  $a$ 는 송신 루프의 반경,  $J_1$ 는 1차 Bessel 함수이다.

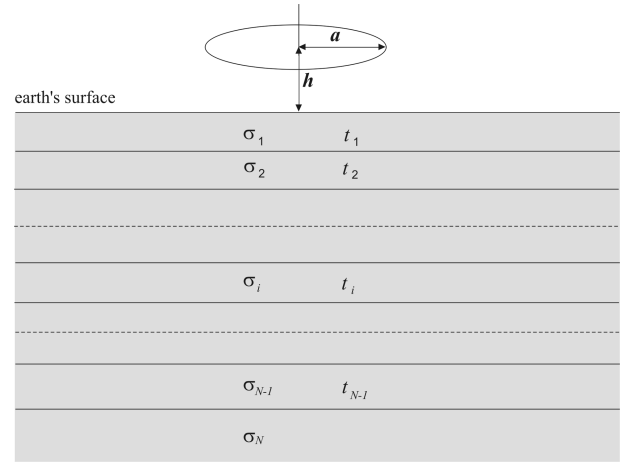


Fig. 2. A circular loop over a layered earth model.

수평 루프법에서의 동일하게 지하 매질이 균질 반무한 공간이고, 송신기가 지표면에 위치할 경우에 한하여 송신 루프 중심에서의 자기장 수직 성분의 해석적인 해가 존재한다. 지표면에서의 중앙 루프법 주파수 영역 반응은 다음과 같이 주어진다(Ward and Hohmann, 1987).

$$H_z(w) = -\frac{I}{k^2 a^3} [3 - (3 + 3ika - k^2 a^2) \exp(-ika)]. \quad (22)$$

(22)식에서  $s = iw$ 로 치환하고 Laplace 역변환을 통하여 시간 영역으로 변환하면 자기장 수직 성분의 충격 반응은

$$\frac{\partial h_z(t)}{\partial t} = \frac{I}{\mu_0 \sigma a^3} \left[ 3\text{erf}(\theta a) - \frac{2\theta a}{\sqrt{\pi}} (3 + 2\theta^2 a^2) \exp(-\theta^2 a^2) \right], \quad (23)$$

음의 계단 반응은

$$h_z(t) = \frac{I}{2a} \left[ \frac{3}{\sqrt{\pi}\theta a} \exp(-\theta^2 a^2) + \left( 1 - \frac{3}{2\theta^2 a^2} \right) \text{erf}(\theta a) \right] \quad (24)$$

로 주어진다.

(19)식과 (20)식 그리고 (23)식과 (24)식을 사용하여 지표에 위치한 수평 루프법 및 중앙 루프법에 대한 시간 영역의 자기장 수직 성분을 계산할 수 있다. 물론 반무한 공간에 대한 충격 및 계단 반응만을 해석적으로 계산할 수 있으며, 수평 다층 구조의 경우에는 (15)식 혹은 (21)식을 이용하여 주파수 영역 반응을 수치적으로 계산하고, 이를 분산 전개법 혹은 Fourier 변환을 통하여 시간 영역 반응으로 변환해야 한다.

## 결과 및 고찰

분산 전개법은 근본적으로 급수 전개에 의한 근사적 방법이다. 따라서 분산 시간의 상·하한, 분산 시간의 샘플링 간격 및 개수, 사용되는 자료의 주파수 대역 등 다양한 요소에 의해

그 정밀도가 좌우된다. 특히 (4)식에 주어진 것처럼 분산 함수는 분산 시간에 따라 지수 함수적으로 감소하므로 적정 분산 시간의 설정은 전자기장의 정밀 근사에 지대한 영향을 미치게 된다. 일반적으로 분산 시간은 로그 스케일상에서 같은 간격으로 설정되며, 그 개수  $M=3$  이상이면 비교적 정확한 결과를 나타내는 것으로 알려져 있다(Slob and van den Burg, 1999; Tehrani *et al.*, 2012). 그러나 실험 결과  $M=3$  이상으로 설정하였을 경우 모델에 따라서는 정확성이 저하되는 문제점이 발생하였으며,  $M=5$  정도일 때 원하는 정밀도의 결과를 얻을 수 있었다. 이 연구에서는 균질 반무한 공간 및 2층 구조 모델에 대한 주파수 영역 반응을 해석적으로 계산하고, 이를 분산 전개하여 산출된 계단 반응과 해석적 계단 반응을 비교하는 방법을 통하여 적정 분산 시간의 설정 방법 및 그 한계를 분석하고자 한다.

우선 분산 시간의 범위에 따른 분산 함수의 거동 특성을 분석하였다. 이 경우 분산 시간의 샘플링 개수는 5개로 고정하였다. Fig. 3은 (4)식에 주어진 주파수의 지수( $n$ )를 고정하였을 때, 주파수-분산 시간 영역에서의 분산 함수의 분포 양상을 나타낸 것이다.  $n=0$ 일 경우에는 분산 함수는 주파수-분산 시간 영역에서 서로 반비례하는 특성을 보이며, 고주파수-후기 분산 시간에서의 분산 함수는 0에 수렴한다.  $n>0$ 일 경우에는 Fig. 3(b) 및 (c)에 나타난 바와 같이 고주파수-초기 분산 시간 영역에서 분산 함수가 큰 값을 보이며,  $n=0$ 일 경우와 마찬가지로 고주파수-후기 분산 시간에서의 분산 함수는 0에 수렴한다. 반대로 저주파수의 경우에는 상당히 늦은 분산 시간에서도 의미 있는 값을 나타낸다. 알려진 바와 같이 주파수 영역의 고주파 자료는 시간 영역의 초기 시간대 자료에, 저주파 자료는 시간 영역의 후기 시간대 자료에 크게 영향을 미친다. 따라서 분산 전개법에서 사용되는 분산 함수가 시간 영역 전자 탐사법의 원리를 충실하게 반영하고 있음을 의미한다.

분산 전개법의 가장 큰 문제점은 적정 분산 시간의 설정이다. 기본적으로 작은 분산 시간은 고주파수, 반대로 큰 분산 시간은 저주파수의 반응 특성과 관련되므로 분산 시간의 하한은

주파수 상한, 상한은 주파수 하한 값과 관련된다. 그러나 적정 분산 시간의 설정은 단순하게 주파수 대역의 상·하한 값에 의해서만 결정될 수 없다. 다양한 실험 결과 분산 전개법의 오차는 분산 시간에 매우 민감하게 변화하며, 송수신 배열, 지하 모델, 사용 주파수 대역의 범위 등 여러 가지 요인에 의해 좌우된다. 따라서 적정 분산 시간의 설정은 매우 어려운 문제가 된다. Tehrani 등(2012)은 송수신 배열 및 고주파수에서 전기장 이상 성분의 거동 특성을 고려하여 분산 시간의 하한 값을 설정하는 방법을 제시하였다. 그러나 Tehrani 등(2012)의 방법을 통하여 반무한 공간에 대한 DEM 수치 실험을 수행한 결과  $N$  및  $M$  값에 따라 차이는 있으나  $10^{-5}$  정도의 주파수 영역 rms 오차를 보였다. 주파수 영역에서의 값이 이 정도의 오차를 보일 경우 시간 영역에서의 오차는 대개 증폭되므로 정확성이 떨어지는 것으로 판단된다. 물론 Tehrani 등(2012)의 수치 실험은 해양 전자 탐사를 고려하여 매질의 전기 비저항을 10 ohm-m로 설정하였으므로 이 연구에 사용된 반무한 공간의 전기 비저항 100 ohm-m와는 10배의 차이가 있다. 또한 Tehrani 등(2012)은 전기장을, 이 연구에서는 자기장을 분석 대상을 설정했기 때문에 직접적인 비교는 쉽지 않다. 그러나 분산 시간의 상·하한 값은 분산 전개법의 정확성을 결정하는 중요한 변수이므로 보다 일반적인 접근 방법을 통하여 결정하는 것이 효과적인 것으로 판단된다. 이 연구에서는 분산 시간 범위를 변화시켜 가면서 분산 전개법을 적용하고, 주파수 영역에서 rms 오차가 최소가 되는 분산 시간의 상·하한 값을 결정하였다. 이 방법을 적용하면 계산 시간이 다소 증가하지만, 분산 전개법에 소요되는 계산 시간이 매우 짧기 때문에 큰 문제가 되지 않는다.

분산 전개법의 정확성을 검토하기 위하여 100 ohm-m의 균질한 전기 비저항을 갖는 반무한 공간을 가정하고, 지표면에서 수평 루프법에 대한 주파수 영역 반응을 계산하였다. 송수신 루프 간격은 20 m, 주파수 범위는  $10^0 \sim 10^5$  Hz 로 설정하였다. (17)식을 사용하여 decade 당 5개의 주파수 영역 자료를 계산하고, (3)식의 분산 전개법을 통하여 주파수 영역에서의

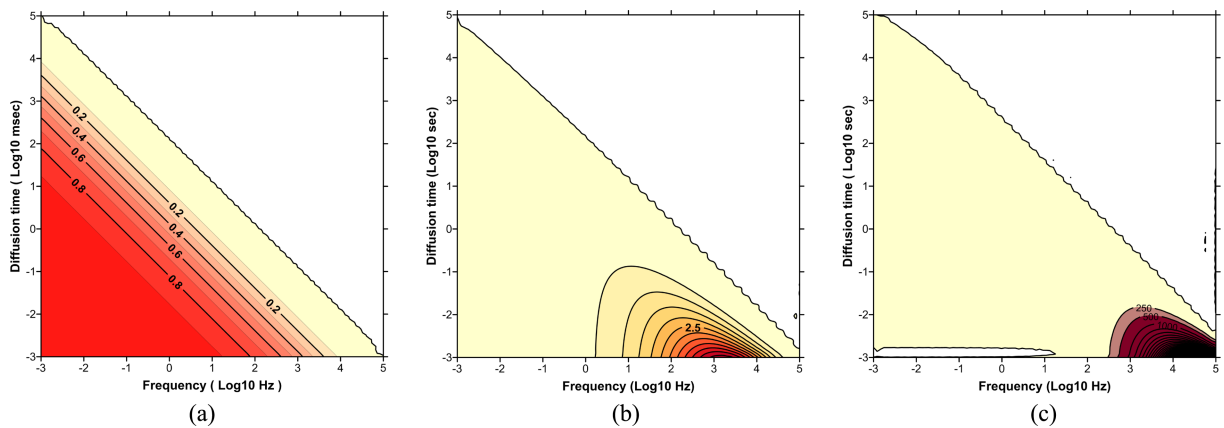
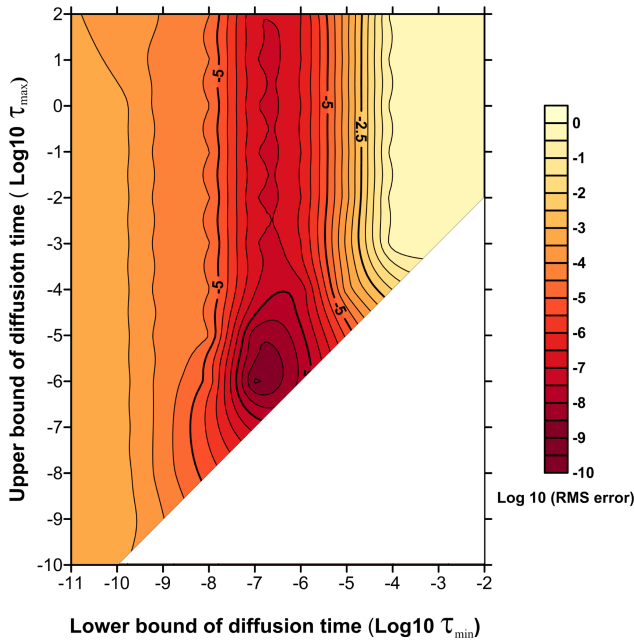


Fig. 3. Distribution of the diffusion function as a function of frequency and diffusion time when  $n=0$  (a),  $n=1$  (b) and  $n=3$  (c).



**Fig. 4.** Distribution of DEM rms error of vertical magnetic fields in the frequency domain as a function of the upper and lower bound of diffusion time. A vertical magnetic dipole source is assumed and vertical magnetic field is measured 20 m apart from the source dipole on a 100 ohm-m homogeneous half-space.

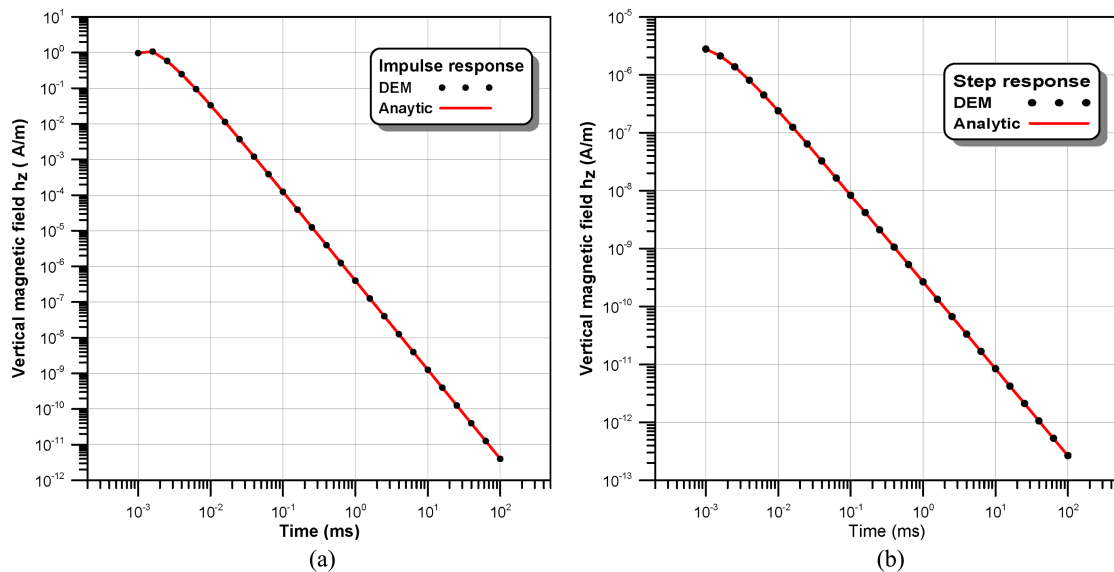
반응을 계산하였다. 또한 그 결과를 해석적 해와 비교하여 분산 전개법의 오차를 산출하였다. Fig. 4는 분산 시간의 상·하한 값에 따른 주파수 영역에서의 오차 분포를 나타낸 것이다. 그림에 나타난 바와 같이 오차는 분산 시간의 하한값에 크게 좌우되는 특성을 보이지만, 특정 상한 값에서 최소가 된다. 이 경우에는  $\tau_{min} = 10^{-7}$ ,  $\tau_{max} = 10^{-6}$  sec에서 오차가 최소값( $0.78 \times 10^{-9}$ )을 보인다.

이때 주파수의 최대 승수  $N=3$ 으로, 분산 시간의 샘플링 수  $M=5$ 로 고정하였다.

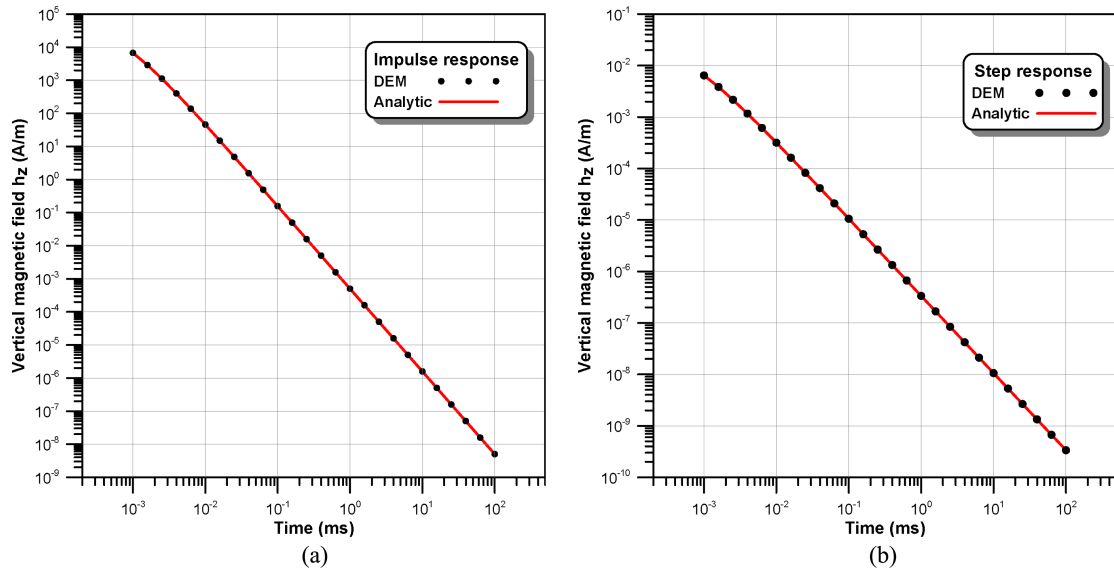
Fig. 5는 이상의 방법으로 분산 시간의 상·하한 값을 결정하고, (8)식과 (14)식을 사용하여 시간 영역 충격 반응 및 계단 반응을 계산한 결과로, (19)식과 (20)식에 주어진 해석적 해와 비교하였다. 그림에 나타난 바와 같이 분산 전개법의 결과는 해석적 해에 거의 근접한 결과를 보이고 있으며, rms 오차는 0.4% 이하의 매우 작은 값을 나타내었다. 따라서 분산 전개법은 근사적 급수 전개법임에도 불구하고 정확성이 뛰어난 방법임을 알 수 있다.

FFT법은 대략  $10^6$ 개의 주파수에 대한 값을 내삽 혹은 외삽을 통하여 계산해야만 정밀한 값을 얻어낼 수 있다(Tehrani *et al.*, 2012). 반면 DEM에서는 최대  $30 \times 30$  이하의 선형 방정식의 해를 구하면 되므로 계산 시간이 매우 빠르다. 실제 Intel i7 프로세서(3.5 GHz)를 탑재한 PC에서 동일한  $10^0 \sim 10^5$  Hz의 주파수 대역 자료를 decade 당 5개씩 샘플링하여 주파수-시간 변환을 실시한 결과, FFT법은 6.5초 정도가 소요된 반면에 DEM 방법은 0.03초가 소요되었다. 따라서 DEM 방법이 Anderson의 방법에 비하여 대략 200배 이상 빠른 것으로 판단된다.

Fig. 6은 중앙 루프법에 대한 주파수 영역 자료를 분산 전개법을 사용하여 시간 영역으로 변환한 결과와 해석적 해를 비교한 것이다. 송신 루프의 크기는 20 m, 주파수 대역은  $10^0 \sim 10^5$  Hz로 설정하였으며, 해석적 해를 구하기 위하여 지표면에 송수신 루프가 위치하는 것으로 가정하였다. Fig. 4와 동일한 방법으로 분산 시간에 대한 주파수 영역에서의 오차를 분석한 결과  $\tau_{min} = 10^{-7}$ ,  $\tau_{max} = 10^{-6}$  sec에서 오차가 최소값( $0.76 \times 10^{-9}$ )을 나타내었으며, 이때 주파수의 최대 승수  $N=3$ 으로, 분산



**Fig. 5.** TEM impulse response (a) and step response (b) by the diffusion expansion method. For comparison, analytic TEM responses (solid line) are added. A vertical magnetic field was measured 20 m apart from the dipole source on a 100 ohm-m homogeneous half-space.

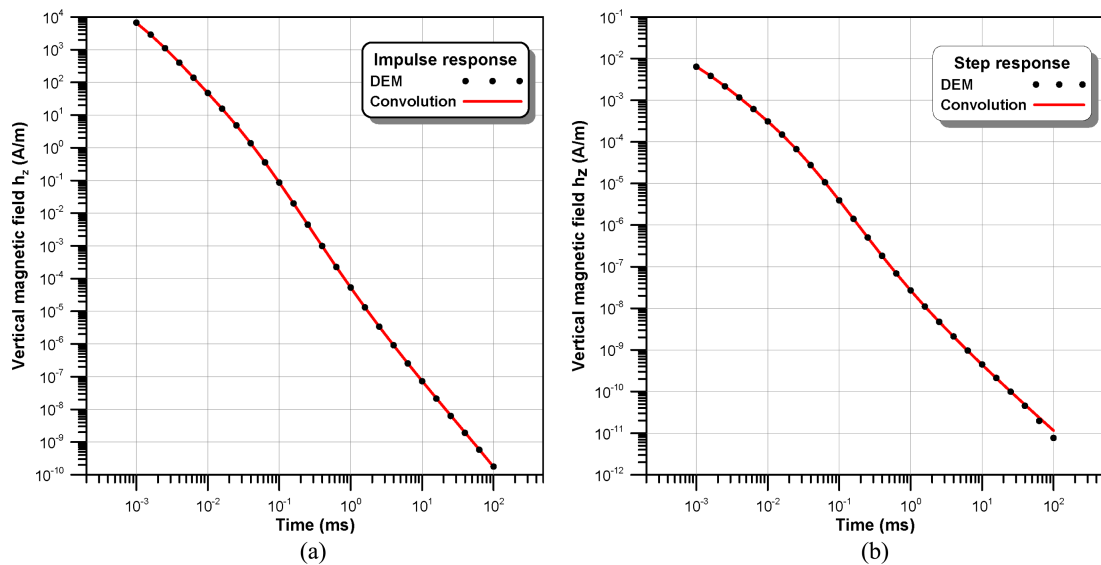


**Fig. 6.** TEM impulse response (a) and step response (b) of vertical magnetic fields by the diffusion expansion method at the center of a circular loop on a 100 ohm-m homogeneous half-space. The loop has a radius of 20 m and carries a current of 1A. For comparison, the analytic TEM responses are added.

시간의 샘플링 수  $M=5$ 로 고정하였다. Fig. 6에 나타난 바와 같이 분산 전개법의 결과는 해석적 해와 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

한편 층서 구조의 경우에는 주파수 영역의 해석적 해는 구할 수 있으나, 시간 영역의 해석적 해는 존재하지 않는다. 따라서 층서 구조의 경우에는 주파수 영역 자료를 계산하고 이를 시간 영역으로 변환하여야 한다. 여기서는 분산 전개법의 정확성을 분석하기 위하여 기존 Fourier 변환법(Anderson, 1975)의 결과와 분산 전개법의 결과를 비교하였다. 사용된 주

파수 대역 및 분산 시간의 설정 방법은 앞의 반무한 공간의 경우와 동일하다. 송수신 배열은 중앙 루프법을 가정하였다. 지하 모델은 가장 간단한 2층 구조 모델로, 제1층의 전기 비저항은 100 ohm-m, 두께는 50 m, 제2층의 전기 비저항은 1000 ohm-m로 설정하였다. Fig. 7은 2층 구조 모델에 대한 주파수 영역 자료를 분산 전개법과 Fourier 변환법을 사용하여 시간 영역 자료로 변환한 결과를 비교한 것이다. 이 경우 분산 시간의 범위가  $\tau_{\min} = 10^{-7}$ ,  $\tau_{\max} = 10^{-3}$  sec일 때, 주파수 영역에서의 오차가 최소값( $0.31 \times 10^{-8}$ )을 보였다. 이때 주파수의 최대 승



**Fig. 7.** Comparison between DEM (dot) and convolution filtering (solid line) results at the center of a circular loop on a two-layered earth. The loop has a radius of 20 m and carries a current of 1A. The resistivity and thickness of the first layer are set to 50 m and 100 ohm-m, respectively, and the resistivity of the second layer 1000 ohm-m.

수  $N=3$ 으로, 분산 시간의 샘플링 수  $M=5$ 로 고정하였다. 두 결과가 대부분의 시간 대역에서 잘 일치하고 있어, 2층 구조의 경우에도 분산 전개법이 정확한 결과를 도출함을 알 수 있다.

## 결론 및 토의

분산 전개법은 주파수 영역 전자 탐사 자료를 시간 영역으로 변환하는데 효과적인 방법 중의 하나이다. 분산 전개법은 일반적으로 주파수-시간 영역 변환에 널리 사용되는 Fourier 변환법에 비하여 계산 시간이 짧고, 적은 수의 주파수 자료로도 상당히 정확한 결과를 나타내는 것으로 알려져 있다. 그러나 분산 전개법에서 가장 큰 문제점은 적정 분산 시간의 설정이다. 분산 전개법에서 사용되는 분산 함수는 분산 시간의 설정에 따라 변화가 심하므로 적정 분산 시간의 설정은 분산 전개법의 정확성을 확보하기 위하여 필수적이다. 즉 분산 전개법은 분산 시간의 상·하한, 샘플링 수 등에 매우 민감하게 반응하며, 분산 시간이 약간 바뀌어도 오차가 급격하게 증가하는 문제점을 가지고 있다.

이 연구에서는 분산 시간의 상·하한을 변경시키면 적정 분산 시간을 추정하는 방법을 개발하였다. 개발된 분산 전개법을 적용하여 반무한 공간과 2층 구조 모델에 대한 주파수-시간 영역 변환을 실시한 결과 상당히 정확한 결과를 나타내었다. 또한 이미 발표된 바와 같이 2차원 및 3차원 구조에 대해서도 분산 전개법의 적용이 가능하다(Slob and van den Burg, 1999; Tehrani *et al.*, 2012). 따라서 Fourier 변환법에 비하여 주파수-시간 영역 변환에 소요되는 계산 시간을 현격하게 절감할 수 있는 분산 전개법은 시간 영역 전자 탐사 자료의 3차원 역산이나 방대한 항공 전자 탐사의 자료 처리에 효과적으로 사용 가능할 것으로 기대된다.

## 감사의 글

이 논문은 2013년도 강원대학교 학술연구조성비로 연구하였습니다. 또한 한국에너지기술평가원의 에너지자원 융합원천

기술개발사업(과제번호: 2012201030050)의 지원으로 수행되었습니다.

## References

- Allegor, N., 2007, EM is becoming a major attraction, *First Break*, **25**, 97-102.
- Anderson, C., Long, A., Ziolkowski, A., Hobbs, B., and Wright, D., 2008, Multi-transient EM technology in practice, *First Break*, **26**, 93-102.
- Anderson, W. L., 1975, *Improved digital filters for evaluating Fourier and Hankel transform integrals*, USGS-GD-75-012.
- Anderson, W. L., 1979, Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics*, **44**, 1287-1305.
- Balch, S. J., Boyko, W. P., and Paterson, N. R., 2003, The AeroTEM airborne electromagnetic system, *The Leading Edge*, **22**, 562-566.
- Cho, I. K., and Lim, J. T., 2003a, Frequency sounding in small-loop EM sounding, *Korean Exploration Geophysics*, **6**, 119-125.
- Cho, I. K., and Lim, J. T., 2003b, One-dimensional inversion of electromagnetic frequency sounding data, *Korean Exploration Geophysics*, **6**, 180-186.
- Haines, G. V., and Jones, A. G., 1988, Logarithmic Fourier transformation, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **92**, 171-178.
- Slob, E. C., and van den Burg, P. M., 1999, *Integral equation method for modeling transient diffusive electromagnetic fields*, *Three Dimensional Electromagnetics: SEG*, 42-58.
- Song, Y. 1992, *Electromagnetic modeling of thin sheet conductor using integral equation with double Fourier transform*, Ph.D thesis, Seoul National University.
- Tehrani, A. M., Slob, E., and Mulder, W., 2012, Quasi-analytic method for frequency to time conversion in CSEM applications, *Geophysics*, **77**, E357-E363.
- Ward, S. H., and Hohmann, 1987, *Electromagnetic theory for geophysical applications*, in *Electromagnetic method in Applied Geophysics: SEG*, 1-132.
- Weidelt, P., 1981, *Report on dipole induction by a thin plate in a conductive half-space*, Fed. Inst. Earth Sci. and Mate.