

# 모터 각도를 이용한 유연 관절 머니플레이터의 강인한 위치 추종 제어기 설계

## Design of a Robust Position Tracking Controller for Flexible Joint Manipulator Using Motor Angle

이 상 명\* · 김 인 혁\* · 손 영 익†  
(Sang-Myung Lee · In-Hyuk Kim · Young Ik Son)

**Abstract** - This paper presents a robust position tracking controller for motor-driven flexible joint manipulators using only the motor angle measurement. The control problem is not easy because the link position is hard to estimate in the presence of parameter uncertainties. The proposed controller consists of a feedback linearization controller (FLC) and two proportional-integral observers (PIOs) that estimate both system states including the link position and an equivalent disturbance for compensating the parameter uncertainties. Comparative computer simulations are conducted to demonstrate the effectiveness of the proposed control algorithm.

**Key Words** : Motor angle, Flexible joint manipulator, Model uncertainty, Feedback linearization, PI observer

### 1. 서 론

본 논문에서는 파라미터 불확실성이 존재하는 유연 관절 머니플레이터의 위치 제어 문제를 다룬다. 단축 로봇에 관해서는 많은 연구 결과를 찾을 수 있으나, 불확실성이 존재하는 유연 관절 머니플레이터의 링크 위치를 측정할 수 없는 경우에 대해서는 아직도 지속적인 연구가 필요하다 [1]-[5]. 한 가지 주된 원인은 저가의 감속 기어 사용에 따라 새로운 진동 문제가 계속 발생하기 때문이다.

참고 문헌 [3]에서는 불확실성이 존재하는 유연 관절 머니플레이터의 강인 제어기 설계를 위해 케환 선형화 제어기 (Feedback Linearization Controller, FLC)와 확장형 상태 관측기(Extended State Observer, ESO)를 활용하였다. 이 논문에서는 FLC 제어기 설계 및 ESO 설계를 위해 링크 각 정보를 사용하고 있다.

경제적인 측면 또는 기술적인 이유로 인해 제어하고자 하는 상태 변수와 측정 가능한 상태 변수가 다른 경우 모델 불확실성이 존재하면 정밀 제어를 위한 제어기 설계 문제가 매우 어려워진다. 본 논문의 링크 위치 제어 문제를 다룰 때 측정 가능한 정보는 모터 각도가 유일하다. 따라서 불확실성 보상 및 내부 상태 추정을 동시에 해결해야 한다.

본 논문에서는 외란 관측기로 잘 알려진 PI 관측기 (PIO)[6]를 사용하여 불확실성 보상 및 링크 각을 추정함

으로써 논문 [3]의 결과에 대한 성능 개선 및 모터 각을 이용한 새로운 링크 위치 추종 제어기를 설계한다. 제안하는 제어기의 성능 확인을 위해 논문 [3]과 동일한 모델 및 불확실성 하에서 비교 모의실험을 수행한다. 모터 각만 사용하는 기존 방법과의 비교를 위해서는 논문 [2]의 PD 제어기와 비교함으로써 제안하는 제어기의 개선된 성능을 확인한다.

### 2. 기본 내용들

#### 2.1 시스템 모델

본 논문에서는 아래와 같이 스프링으로 모델링된 유연 관절을 갖는 머니플레이터의 위치 제어 문제를 다룬다[1].

$$\begin{aligned} I\ddot{q}_1 + MgL\sin(q_1) + K(q_1 - q_2) &= 0, \\ J\ddot{q}_2 - K(q_1 - q_2) &= u. \end{aligned} \quad (1)$$

위 식에서  $q_1, q_2$ 는 링크 각과 모터 각;  $I, J, K$ 는 링크와 모터의 관성, 그리고 스프링 강성을 각각 나타낸다. 입력  $u$ 는 토크,  $M$ 과  $L$ 은 링크의 질량과 길이이다.

비선형 시스템 (1)에 대한 추종 제어기 설계를 위해 본 논문은 케환 선형화 제어기를 활용한다.

#### 2.2 케환 선형화 제어기

케환 선형화 (FL)는 비선형 좌표 변환( $z$ )과 비선형 케환 입력( $u$ )을 사용하여 선형 시스템 모델을 얻은 다음, 선형 제어 입력  $v$ 를 설계하는 기법이다[1].

식 (1)의 케환 선형화를 위해  $z = [q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1, q_2^3]^T$ 로 정의하고 새로운 시스템 식 (2)를 구한다[3]. 새로운 상태 변수  $z$ 는 링크의 각도, 속도, 가속도, 저크를 나타낸다.

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Myongji University, Korea.

E-mail: sonyi@mju.ac.kr

\* Dept. of Electrical and Engineering, Myongji University, Korea.

Received : May 30, 2014; Accepted : August 09, 2014

$$\dot{z}_1 = z_2, \dot{z}_2 = z_3, \dot{z}_3 = z_4, \dot{z}_4 = a(z) + bu, y = z_1. \quad (2)$$

단,  $a(z) = \frac{MgL}{I} \sin(z_1) \left( z_2 - \frac{K}{J} \right) - \left( \frac{MgL}{I} \cos(z_1) + \frac{K}{J} + \frac{K}{I} \right) z_3$  이고,  $b = K/(IJ)$  이다. 이 때, 케환 선형화 입력  $u = (-a(z) + v)/b$  에 의해 식 (2)의 동특성은 아래 식으로 쓸 수 있다.

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (3)$$

단, 행렬  $A$ 와  $B$ 는 4차 Brunovsky form이다.

식 (3)에 제어 입력 (4)를 인가하면 제어 오차  $e = z' - z$  에 대해  $\dot{e} = (A - \overline{BK})e$  이므로,  $(A - \overline{BK})$ 의 고유치를 좌반평면에 위치시키면 오차는 0으로 수렴함을 알 수 있다.

$$v = \dot{z}'_4 + k_1 e_1 + k_2 e_2 + k_3 e_3 + k_4 e_4 = \dot{z}'_4 + \overline{K}e \quad (4)$$

위 식에서  $z'_1$ 은  $q_1$ 의 기준 궤적,  $z' = [z'_1, \dot{z}'_1, \ddot{z}'_1, z'^{(3)}_1]^T$ 이다. 케환 선형화 기법에서 모델 불확실성으로 인한 성능 저하를 보상하기 위해 논문 [3]에서는 ESO 기법을 사용하였으며 본 논문에서는 보다 실제적인 방법을 제안한다.

### 3. 제안하는 제어기

모터 각을 사용하는 제어기의 제안에 앞서 우선 링크 각이 사용 가능한 경우의 성능 개선 방법을 제시하고, 3.2절에서 모터 각을 사용하는 방법을 설명한다.

#### 3.1 PI 관측기의 상태 관측 및 외란 보상

링크 각  $z_1$ (혹은  $q_1$ )으로 케환 선형화 제어기를 구현하기 위해서는 전체 상태의 추정  $\hat{z}$ 과 파라미터 불확실성 보상을 위한 외란 관측이 동시에 진행되어야 한다. 이를 위해 불확실성을 포함한 항을 아래와 같이 고쳐 표현한다.

$$\dot{z}_4 = \hat{a}(z) + \hat{b}u + d \quad (5)$$

위 식에서 외란  $d$ 는 공칭 값  $\hat{a}(z)$  및  $\hat{b}$ 과 실제 값들의 차이 및 추가적인 외란을 포함한다. 상태 및 외란 추정을 위한 관측기는 아래와 같이 PI 관측기를 이용하여 설계한다.

$$\dot{\hat{z}} = (A - LC)\hat{z} + Bu_o + LCz \quad (6)$$

위 식에서  $u_o = \hat{a}(\hat{z}) + \hat{b}u$ ,  $\hat{z}_5 = \hat{d}$ , 행렬  $A$ 와  $B$ 는 5차 Brunovsky form,  $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  이고,  $L$ 은 관측기 이득이다.

외란  $d$ 는 관측기 동특성에 비해 충분히 느리다고 가정하고, 식 (6)에서  $\hat{d} = \int_0^t e_1 d\tau$ 이므로 PI 관측기라 불린다[6]. 외란이 빨리 변하는 경우에는 다항 함수로 근사하여 외란 추정 성능을 개선할 수 있다[7].

논문 [3]에서는  $a(z)$  전체를 외란  $d$ 에 포함시킴으로써 제안하는 방법에 비해 제어식은 간단하지만 추종 오차가 크게 나타남을 다음 장에서 확인할 수 있다.

PI 관측기 기반 제어 입력은 아래 식으로 표현된다.

$$u = (-\hat{a}(\hat{z}) - \hat{z}_5 + v) / \hat{b}, \quad v = \dot{z}'_4 + \overline{K}(z' - \hat{z}). \quad (7)$$

위 입력에 의한 페루프 안정도는 외란이 유계인 가정 하에서 논문 [3]과 유사하게 증명할 수 있다. 다음 절에서는 링크 각도 대신 모터 각을 이용한 제어기를 제안한다.

#### 3.2 모터 각도를 이용한 제어기

앞 절과 논문 [3]의 제어기는 링크 위치를 사용하고, 이는 경제적/기술적인 문제를 포함한다. 본 절에서는 실제적인 문제 해결을 위해 모터 위치만으로 링크 위치를 추정하는 방법을 제안한다. 식 (6)과 다른 관측기 설계를 위해 식 (1)을 직접 고려하고, 상태  $x = [q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2]^T$ 로 정의한다.

복잡한 수식을 요구하는 비선형 관측기 대신 불확실성에 강한 성능을 갖는 PIO를 활용한다. 이때, 측정 가능 정보가 모터 각도뿐이므로 관측기 구성을 위한 외란  $d_o$ 를 어디에 위치시키느냐가 추정 성능을 결정한다. 파라미터 불확실성 및 비선형 추정 오차를 외란으로 간주하여 링크 속도 식에 외란  $d_o = x_5$ 를 추가한다. 이때, PI 관측기는 관측가능하고 링크 각 추정을 위한 식은 아래와 같다.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + L_1(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\frac{\hat{K}}{I}(\hat{x}_1 - \hat{x}_3) - \frac{MgL}{I} \sin(\hat{x}_1) + \hat{x}_5 + L_2(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + L_3(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = \frac{\hat{K}}{J}(\hat{x}_1 - \hat{x}_3) + \frac{1}{J}u + L_4(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_5 = L_5(x_3 - \hat{x}_3) \end{cases} \quad (8)$$

위 식에서  $x_3$ 는 모터 각이고, 이를 통한 관측 성능을 다음 장에서 확인할 수 있다. 관측기 (8)로 추정된 링크 각을 기반으로 앞 절에서 제안한 기준 궤적 추종 제어기를 설계한다. 이 때 시스템의 안정도는 외란이 유계일 때 페루프 시스템 행렬의 고유치를 통해 확인할 수 있다.

다음 절에서는 링크 각도를 사용하는 경우와 모터 각도만 사용하는 각각의 경우에 대해 제어기의 성능을 확인한다.

## 4. 모 의 실험

#### 4.1 링크 각도 사용: 논문 [3]과 비교

링크 각 정보가 사용 가능한 경우, 논문 [3]의 제어기와 동일한 파라미터로 비교 모의실험 한다. 대상 시스템과 제어기 파라미터는 표 1과 같다.  $I$  및  $\hat{I}$ 은 각각 실제 값 및 공칭 값을 나타낸다.

그림 1은 링크 위치 지령  $z'_1 = 30\sin(t)$  [deg]에 대한 추종 오차  $e_1$ 을 비교한 파형이다 (실선: 제안하는 제어기). 시스템의 초기상태 및 추정치의 초기 상태는 모두 0으로 설정하였다. 제안하는 제어기의 개선된 성능을 확인할 수 있다.

#### 4.2 모터 각도 사용: 논문 [2]와 비교

그림 2와 3은 모터 각도 정보를 이용한 실제적인 문제를 다룬 모의실험 파형이다. 그림 2는 제안하는 관측기를 사용한 링크 위치 추정 성능을 나타낸다. 불확실성 하에서도 링크 위치가 정확하게 추정되고 있음을 볼 수 있다. 사용된 관측기 이득  $L = [2.59 \ 1.20 \ 7.61 \ 18.28 \ 17.32]^T$ 이다.

그림 3은 모터 각을 사용하는 제안된 제어기와 기존 제어

기의 추종 오차를 비교한 그림이다. 제안하는 제어기의 추종 성능이 이전 PD 제어기[2]의 경우보다 우수함을 알 수 있다. 제안하는 제어기의 오차율은 0.8% 수준이다.

PD 제어기 설계는 P-이득으로 오차를 줄이고 D-이득으로 진동을 보상하는 광범위한 ( $0 < K_p \leq 5000, 0 < K_d \leq 1000$ ) 실험을 통해  $K_p = 200, K_d = 7$ 로 결정하였다.

표 1 대상 시스템 파라미터

Table 1 System Parameters

링크 관성 [ $kg \cdot m^2$ ]	$I = 1.2, \hat{I} = 1$
모터 관성 [ $kg \cdot m^2$ ]	$J = 1.2, \hat{J} = 1$
스프링 강성 [ $N \cdot m/rad$ ]	$K = 80, \hat{K} = 100$
모멘트 크기 [ $N \cdot m$ ]	$MgL = 10$
제어기(FLC) 극점	$-4/\tau_c$ (4중근), $\tau_c = 0.35$
불확실성 관측기 극점	$-5/\tau_o$ (5중근), $\tau_o = \tau_c/3$

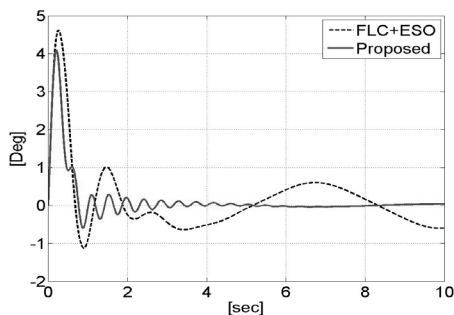


그림 1 링크 위치 추종 오차 (링크 위치 사용)  
Fig. 1 Link Position Tracking Error (w/ Link Position)

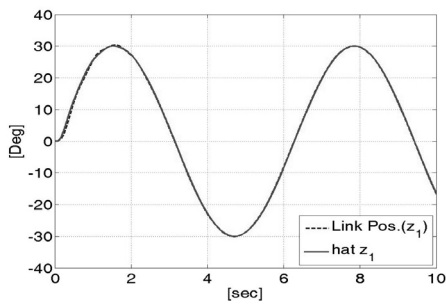


그림 2 링크 위치 추정 성능 (모터 각도 사용)  
Fig. 2 Link Pos. Estimation (w/ Motor Angle)

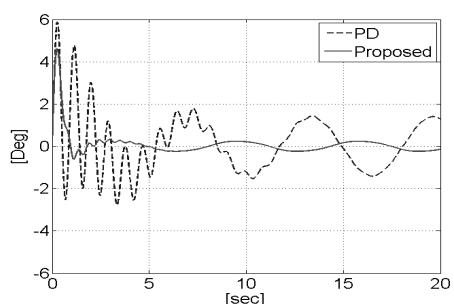


그림 3 링크 위치 추종 오차 (모터 각도 사용)  
Fig. 3 Link Position Tracking Error (w/ Motor Angle)

#### 4. 결 론

본 논문에서는 모터 각 정보를 이용한 단축 유연 관절 머니폴레이터의 위치 추종 문제를 다루었다. 먼저, 링크 각 정보를 사용 가능한 경우에 대해 PI 관측기를 활용하여 기존 방법의 성능을 개선하였다. 다음으로 모터 각을 사용해야 하는 실제적인 제어 문제 해결을 위해 추가적인 PIO를 설계하여 링크 각 정보를 성공적으로 추정하였다. 마지막으로 추정된 링크 각 정보를 이용하여 원하는 궤적을 추종하는 새로운 제어기를 제안하였다. 비교 모의실험을 통해 개선된 링크 위치 추종 성능을 확인하였다. 본 논문에서 제안한 제어기는 유연 관절 로봇 시스템과 같이 상태 정보가 불충분한 시스템의 성능 개선을 위한 방법으로 활용될 수 있으며, 차후 실험 및 다축 로봇으로 확장 연구가 진행될 예정이다.

#### 감사의 글

이 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2013R1A1A2062370)

#### References

- [1] M.W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. Wiley, 1989.
- [2] P. Tomei, "A Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 36, pp. 1208-1213, 1991.
- [3] S.E. Talole, J.P. Kolhe and S.B. Phadke, "Extended State Observer Based Control of Flexible Joint System With Experimental Validation", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 57, pp. 1411-1419, 2010.
- [4] A.K. Kostarigka, Z. Doulgeri and G.A. Rovithakis, "Prescribed Performance Tracking for Flexible Joint Robots with Unknown Dynamics and Variable Elasticity", *Automatica*, vol. 49, pp. 1137-1147, 2013.
- [5] J.N. Yun and J.B. Su, "Design of a Disturbance Observer for a Two Link Manipulator With Flexible Joints", *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 22, pp. 809-815, 2014.
- [6] D. Soffker, T.J. Yu, P.C. Muller, "State Estimation of Dynamical Systems with Nonlinearities by using Proportional-Integral Observer", *Int. J. Systems Science*, vol. 26, pp. 1571-1582, 1995.
- [7] I.H. Kim and Y.I. Son, "A Robust State Observer Using Multiple Integrators for Multivariable LTI Systems", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E93-A, pp. 981-984, 2010.