Regular paper http://dx.doi.org/10.13067/JKIECS.2014.9.8.861

간단한 2차원 오실레이터의 임펄스열 응답에 관한 3가지 위상편이 모델의 평가

전만영*

Evaluations of Three Phase Shift Models in Describing Phase Shift Impulse Train Response of a Simple Planar Oscillator

Man-Young Jeon*

요 약

본 연구에서는 시간영역 위상잡음 이론의 기초가 되는 기존 3가지 위상편이 모델의 모델링 정확도를 평가한다. 평가를 위해 간단한 2차원 오실레이터의 위상편이 임펄스열 응답을 이 3가지 위상편이 모델이 얼마나 정확하게 모델링 하는지를 조사한다. 평가 결과, 5가지 임펄스열 입력에 대해서 오실레이터의 위상편이 임펄스열 응답을 가장 정확하게 반영하는 모델은 Kaertner 모델이었고 가장 부정확하게 모델링하는 모델은 PP 모델이었다.

ABSTRACT

This study evaluates the modeling accuracy of the existing three phase shift models on which the time domain oscillator phase noise theories are based. For the evaluation, this study investigates how accurately the three models can model the phase shift impulse train response of a simple planar oscillator. Evaluation result reveals that Kaertner model most accurately reflects the oscillator's phase shift impulse train responses for five different impulse train inputs, whereas PP model exhibited the worst performance in modeling the phase shift impulse train responses.

키워드

Phase Shift, Timing Shift, Jitter, Phase Noise, Planar Oscillator
위상편이, 시간편이, 지터, 위상잡음, 2차원 오실레이터

Ⅰ. 서 론

현재까지 제시된 오실레이터의 위상편이(phase shift) 모델은 projection-based ISF model(이하, ISF 모델), perturbation projection-based model(이하, PP 모델), Kaertner's model(이하, Kaertner 모델)등 세 가지이다[1-3]. 시간 영역에서의 대부분의 위상잡음 이론은 이 3가지 모델을 기반으로 하여 전개되었다. 따라서 오실레이터의 정확한 위상잡음 이론을 정립하고자 할 때 이 3가지 모델 중 다양한 오실레이터[4-7]가 나타내는 위상편이 현상을 가장 정확하게 모델링할 수 있는 위상편이 모델을 선택하는 것은 매우

* 동양대학교 정보통신공학과(myjeon@dyu.ac.kr)
* 교신저자(corresponding author) : 동양대학교 정보통신공학과(myjeon@dyu.ac.kr)
접수일자 : 2014. 06. 20 심사(수정)일자 : 2014. 07. 21 게재확정일자 : 2014. 08. 11

중요한 일이다[8].

본 연구에서는 상기 3가지의 위상편이 모델 중 위상편이 현상을 가장 정확하게 모델링할 수 있는 모델을 선택하기 위해, 상기 3가지 위상편이 모델이 얼마나 정확하게 위상편이 현상을 모델링하는지를 평가한다. 모델의 평가를 위해 본 연구에서 사용하는 오실레이터는 van der Pol 오실레이터처럼 수학적으로 개념화된 간단한 2차원 오실레이터를 사용한다. 이 오실레이터는 비선형해의 선형화로부터 Floquet 벡터를 해석적으로 얻을 수 있다[8]. 실재적 전자회로로 이루어진 오실레이터를 사용하지 않은 것은, 이들이 나타내는 Floquet 벡터를 해석적 형태로 얻기가 대부분의 경우 불가능하기 때문이다. 본 연구에서는 보다 객관적인 평가를 보장하기 위해, 서로 다른 5가지 형태의 임펄스열 입력에 반응하는 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 모델링 정확도 평가를 실시한다.

II. 2차원 오실레이터와 3가지 모델의 임펄스열 입력에 대한 PSITR

외부잡음 $b(t)$에 의해 교란된 2차원 오실레이터의 행동을 극좌표계로 기술하는 상태 방정식은

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dr(t)}{dt} \\ \dfrac{d\theta(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(t)-r(t)^2 \\ 1-r(t) \end{bmatrix} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{X_s}(t+\alpha(t)))b(t) \tag{1}$$

이다[8]. 여기서 $\alpha(t)$는 시간편이를 나타내며 위상편이 $\phi(t)$와는

$$\phi(t)=\omega_o\alpha(t) \tag{2}$$

의 관계를 가진다. 외부잡음 $b(t)$가 오실레이터의 상태벡터에 의해 변조되는 것을 모델링하기 위해 도입된 벡터 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{X_s}(t+\alpha(t)))$는

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{X_s}(t+\alpha(t))) &= \begin{bmatrix} \kappa_1(t+\alpha(t)) \\ \kappa_2(t+\alpha(t)) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.01\sin(\omega_o(t+\alpha(t))) \\ 0.01\cos(\omega_o(t+\alpha(t))) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3}$$

로 정하였다. $\boldsymbol{X_s}(t+\alpha(t))$는 외부잡음에 의해 교란되지 않은 오실레이터가 정상상태에 도달한 후 편이 시간 $t+\alpha(t)$에서 평가된 상태벡터로서

$$\boldsymbol{X_s}(t+\alpha(t)) = \begin{bmatrix} r_s(t+\alpha(t)) \\ \theta_s(t+\alpha(t)) \end{bmatrix} \tag{4}$$

이다.

2차원 오실레이터의 PSITR은 아래와 같은 과정에 의해서 구한다. 임의 형태의 임펄스열 입력

$$b(t)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k\delta(t-\tau_k)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k\delta(t-(\tau_0+k\Delta T)) \tag{5}$$

에 대해서 식 (1)을 수치 해석적으로 풀어 임펄스열 입력에 의해 교란된 $\theta(t)$를 구한다. 다음으로 $b(t)=0$으로 둔 다음 식 (1)을 수치 해석적으로 풀어 외부잡음에 교란되지 않은 $\theta_s(t)$를 구한다. 구하고자 하는 2차원 오실레이터의 PSITR은 $\theta(t)$와 $\theta_s(t)$의 차인

$$\phi(t)=\theta(t)-\theta_s(t) \tag{6}$$

이다. 참고문헌[8]에 의하면 임의 임펄스열에 대한 ISF, PP , Kaertner 모델의 PSITR은 아래의 식 (7), (8), (9)로 각각 주어진다.

$$\phi_{ISF}(t)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k\kappa_2(\tau_k+\alpha_{ISF}(\tau_k))u(t-\tau_k) \tag{7}$$

$$\phi_{PP}(t)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k\begin{pmatrix}\kappa_1(\tau_k+\alpha_{PP}(\tau_k)) \\ +\kappa_2(\tau_k+\alpha_{PP}(\tau_k))\end{pmatrix}u(t-\tau_k) \tag{8}$$

$$\phi_K(t)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k\begin{pmatrix}\kappa_1(\tau_k+\alpha_K(\tau_k))(1-e^{-(t-\tau_k)}) \\ +\kappa_2(\tau_k+\alpha_K(\tau_k))\end{pmatrix}u(t-\tau_k) \tag{9}$$

여기서 각 모델의 위상편이 $\phi_{ISF}(\tau_k)$, $\phi_{PP}(\tau_k)$, $\phi_K(\tau_k)$와 시간편이 $\alpha_{ISF}(\tau_k)$, $\alpha_{PP}(\tau_k)$, $\alpha_K(\tau_k)$와의 관계는 식 (2)에 의한다.

III. 실험 결과

그림 1은 크기가 균등한 임펄스열에 대하여 2차원 오실레이터가 나타내는 PSITR을 3가지 모델이 얼마나 충실하게 모델링 하는지를 나타낸다. 그림 1(a)는 식 (5)로 표현되는 균일 임펄스열 $b(t)$(식 (5)에서 a_k가 일정한 경우)를 나타내고 그림 1(b)는 식 (1)을 수치 해석적으로 풀어 얻어진 오실레이터의 PSITR('o'으로 표시)과 식 (7)에 의해 얻어지는 ISF 모델의 PSITR('·'로 표시), 식 (8)에 의해 얻어지는 PP 모델의 PSITR('·–' 으로 표시), 그리고 식 (9)에 의해 얻어지는 Kaertner 모델의 PSITR(실선으로 표시)등을 나타낸다. 그림 1(b)에서 보듯이 Kaertner 모델이 2차원 오실레이터의 PSITR을 가장 정확하게 모델링함을 알 수 있다. ISF 모델은 비교적 양호하게 오실레이터의 PSITR의 궤적과 일치하고 있으나 PP 모델은 심각한 불일치를 보이고 있다. 특히 PP 모델은 오실레이터의 PSITR과 심각한 편차를 보인다. 각 모델의 PSITR과 오실레이터의 PSITR과의 평균오차는 ISF 모델의 경우 $7.42\cdot10^{-3}$ rad, PP 모델의 경우 $3.66\cdot10^{-2}$ rad, Kaertner 모델의 경우 $4.84\cdot10^{-4}$ rad이다. 그림 2는 사인파 임펄스열에 대하여 2차원 오실레이터가 나타내는 PSITR과 3가지 모델의 PSITR을 비교한 것이다. 그림 1의 경우와 유사하게 Kaertner 모델이 2차원 오실레이터의 PSITR의 궤적을 가장 밀착하여 추적하고 있다는 것을 알 수 있다. ISF 모델은 상기 궤적과 비교적 무난한 일치도를 보이고 있으나 PP 모델은 오실레이터의 PSITR과 심각한 불일치를 보인다. 각 모델의 PSITR과 오실레이터의 PSITR과의 평균오차는 ISF 모델의 경우 $4.57\cdot10^{-3}$ rad, PP 모델의 경우 $7.18\cdot10^{-2}$ rad, Kaertner 모델의 경우 $5.99\cdot10^{-5}$ rad이다. 그림 3은 삼각파 임펄스열에 대하여 2차원 오실레이터가 나타내는 PSITR과 3가지 모델의 PSITR을 비교한 것이다. 그림 1의 경우와 유사하게 Kaertner 모델이 2차원 오실레이터의 PSITR의 궤적을 가장 밀착하여 추적하고 있다는 것을 알 수 있다. 그러나 ISF 모델과 PP 모델은 시간의 경과에 따라 오실레이터의 PSITR의 궤적과 점점 멀어짐을 알 수 있다. 각 모델의 PSITR과 오실레이터의 PSITR과의 평균오차는 ISF 모델의 경우 $4.36\cdot10^{-2}$ rad, PP 모델의 경우 $9.46\cdot10^{-2}$ rad, Kaertner 모델의 경우 $5.2\cdot10^{-4}$ rad이다. 그림 4는 구형파 임펄스열에 대하여 오실레이터가 나타내는 PSITR과 3가지 모델의 PSITR을 비교한 것이다. 역시 Kaertner 모델이 2차원 오실레이터의 PSITR의 궤적을 가장 정확하게 모델링 하고 있음을 알 수 있다. ISF 모델은 궤적과 비교적 양호한 일치를 나타내고 있으나 PP 모델은 오실레이터의

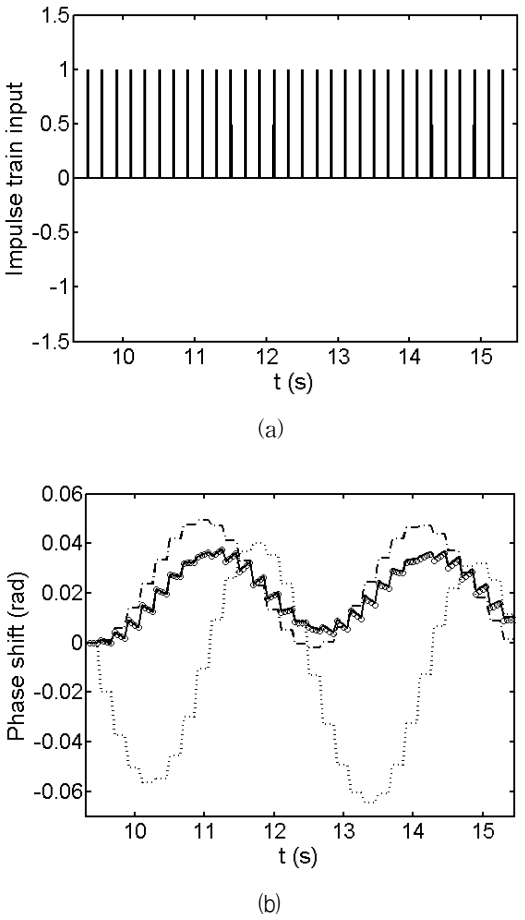
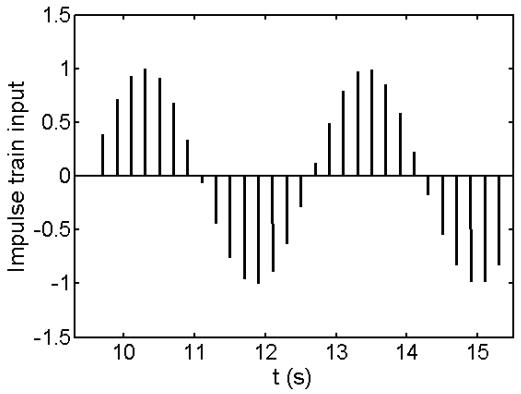
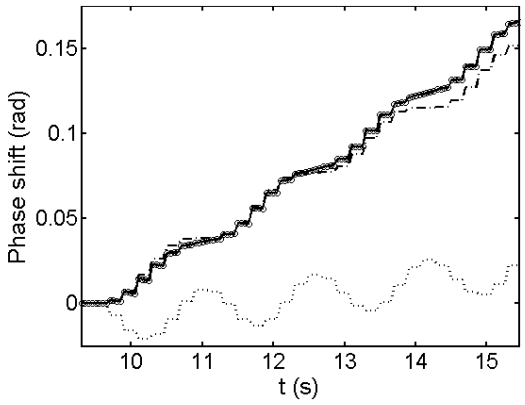


그림 1. 균등 임펄스열 입력에 반응하는 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 세 가지 모델의 PSITR의 비교. (a) 균일 임펄스열 입력, (b) 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 ISF, PP, Kaertner 모델의 PSITR의 비교

Fig. 1 Comparisons of the PSITRs of the three models with the PSITR of the 2-d oscillator responding to a uniform impulse train input. (a) Uniform impulse train, (b) Comparisons of the PSITRs of ISF, PP, and Kaertner's model with the PSITR of the 2-d oscillator



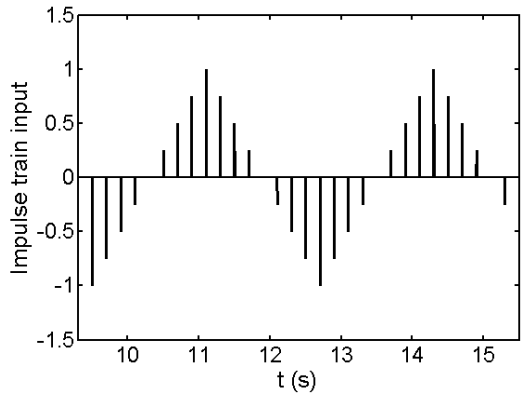
(a)



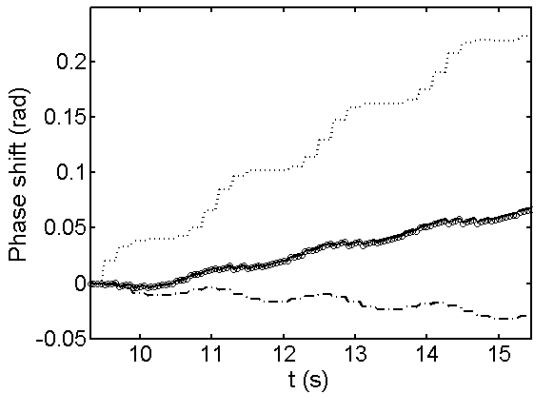
(b)

그림 2. 사인파 임펄스열 입력에 반응하는 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 세 가지 모델의 PSITR의 비교. (a) 사인파 임펄스열 입력, (b) 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 ISF, PP, Kaertner 모델의 PSITR의 비교

Fig. 2 Comparisons of the PSITRs of the three models with the PSITR of the 2-d oscillator responding to a sine-wave impulse train input. (a) Sine-wave impulse train, (b) Comparisons of the PSITRs of ISF, PP, and Kaertner's model with the PSITR of the 2-d oscillator



(a)



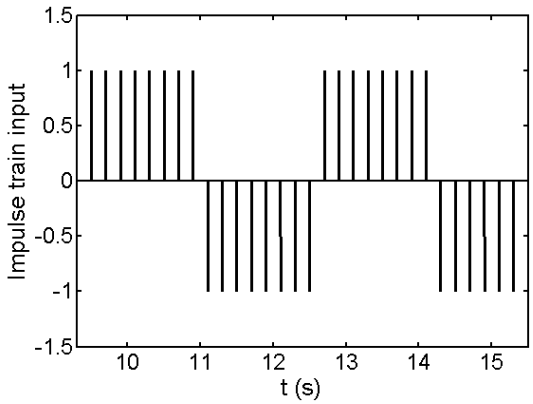
(b)

그림 3. 삼각파 임펄스열 입력에 반응하는 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 세 가지 모델의 PSITR의 비교. (a) 삼각파 임펄스열 입력, (b) 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 ISF, PP, Kaertner 모델의 PSITR의 비교

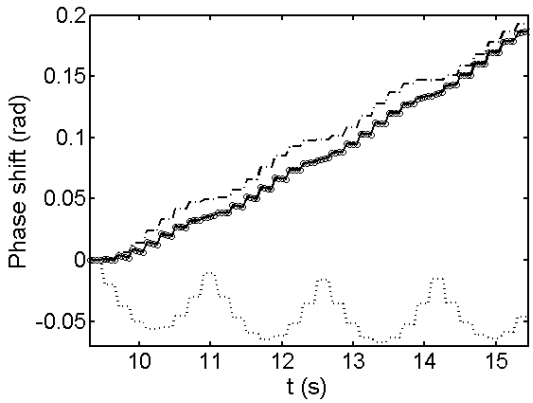
Fig. 3 Comparisons of the PSITRs of the three models with the PSITR of the 2-d oscillator responding to a triangular-wave impulse train input. (a) Triangular-wave impulse train, (b) Comparisons of the PSITRs of ISF, PP, and Kaertner's model with the PSITR of the 2-d oscillator

PSITR과 심각하게 분리된 궤적을 그리고 있다. 각 모델의 PSITR과 오실레이터의 PSITR과의 평균오차는 ISF 모델의 경우 $1.2 \cdot 10^{-2}$ rad, PP 모델의 경우 $1.26 \cdot 10^{-1}$ rad, Kaertner 모델의 경우 $2.59 \cdot 10^{-4}$ rad이다.

그림 5는 랜덤 임펄스열에 대하여 2차원 오실레이터가 나타내는 PSITR과 3가지 모델의 PSITR을 비교한 것이다. 그림 1의 경우와 유사하게 Kaertner 모델이 2차원 오실레이터의 PSITR의 궤적을 가장 밀착하여 추적하고 있다는 것을 알 수 있다. 그러나 ISF 모델과 PP 모델은 오실레이터의 PSITR의 궤적과 심한



(a)

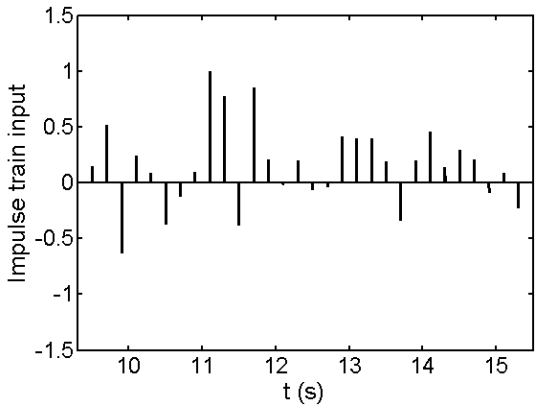


(b)

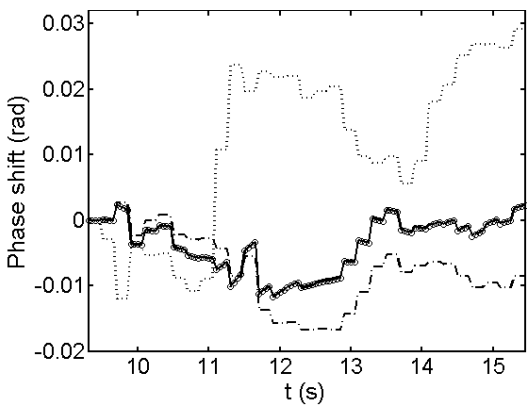
그림 4. 구형파 임펄스열 입력에 반응하는 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 세 가지 모델의 PSITR의 비교. (a) 구형파 임펄스열 입력, (b) 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 ISF, PP, Kaertner 모델의 PSITR의 비교

Fig. 4 Comparisons of the PSITRs of the three models with the PSITR of the 2-d oscillator responding to a rectangular-wave impulse train input. (a) Rectangular-wave impulse train, (b) Comparisons of the PSITRs of ISF, PP, and Kaertner's model with the PSITR of the 2-d oscillator

불일치를 보이고 있다. 각 모델의 PSITR과 오실레이터의 PSITR과의 평균오차는 ISF 모델의 경우 $4.89 \cdot 10^{-3}$ rad, PP 모델의 경우 $1.75 \cdot 10^{-2}$ rad, Kaertner 모델의 경우 $5.1 \cdot 10^{-5}$ rad 이다.



(a)



(b)

그림 5. 랜덤 임펄스열 입력에 반응하는 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 세 가지 모델의 PSITR의 비교. (a) 랜덤 임펄스열 입력, (b) 2차원 오실레이터의 PSITR에 대한 ISF, PP, Kaertner 모델의 PSITR의 비교

Fig. 5 Comparisons of the PSITRs of the three models with the PSITR of the 2-d oscillator responding to a random impulse train input. (a) Random impulse train, (b) Comparisons of the PSITRs of ISF, PP, and Kaertner's model with the PSITR of the 2-d oscillator

Ⅳ. 결 론

본 연구에서는 5가지 임펄스열에 대한 2차원 오실레이터의 PSITR을 기존에 널리 알려진 3가지 위상편

이 모델이 얼마나 정확하게 모델링 하는지를 평가하였다. 평가 결과 Kaertner 모델이 5가지 형태의 모든 임펄스열 대해 오실레이터의 PSITR과 탁월한 일치를 보여 가장 우수한 모델로 평가되었으며 ISF 모델은, 사인파와 구형파 임펄스열에 대해서는 오실레이터의 PSITR과 비교적 만족스러운 일치도를 보였으나 그 외의 경우는 그렇지 못하였다. PP 모델은 모든 형태의 임펄스열에 대해 심각한 불일치를 보여 가장 부정확한 모델로 평가되었다. 따라서 Kaertner 위상편이 모델을 기반으로 하는 새로운 위상잡음 이론을 정립하면 이 이론은 보다 정확한 위상잡음을 예측할 수 있는 있으리라 예상한다.

References

[1] F. X. Kaertner, “Determination of the correlation spectrum of oscillators with low noise,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 37, no. 1, Jan. 1989, pp. 90-101.

[2] A. Hajimiri and T. H. Lee, “A general theory of phase noise in electrical oscillators,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 33, no. 2, Feb. 1998, pp. 179-194.

[3] A. Demir, A. Mehrotra, and J. Roychowdhury, “Phase noise in oscillators : a unifying theory and numerical methods for characterization,” *IEEE Trans. Circuits Syst.-I*, vol. 47, May 2000, pp. 655-674.

[4] Y.-C. Bae, "A study on controlling chaos for Bonhoeffer-van der Pol oscillation model by small parameter perturbation," *J. of The Korea Institute of Electronic Communication Sciences,* vol. 1, no. 1, 2006, pp. 48-56.

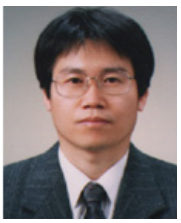
[5] G.-C. Kim, "Design of voltage controlled oscillation for X-band radar using CSRR loaded microstrip line," *J. of The Korea Institute of Electronic Communication Sciences,* vol. 8, no. 9, 2013, pp. 1277-1283.

[6] E.-J. Lim, G.-H. Han, and Y.-C. Rhee, "A design of K-band low phase noise oscillator by direct coupling of K-band dielectric resonator," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences,* vol. 9, no. 1, 2014, pp. 17-23.

[7] M.-Y. Jeon and K.-T. Kim, "Hybrid balanced VCO suitable for sub-1V supply voltage operation," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences,* vol. 7, no. 4, 2012, pp. 715-720.

[8] M.-Y. Jeon, "Analytical investigation of phase shift impulse response of three existing phase shift models using a simple planar oscillator," *IEICE Electronics Express*, vol. 11, no. 12, May 2014, pp. 1-11.

저자 소개



전만영(Man-Young Jeon)

1987년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1991년 2월 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
2000년 2월 POSTECH 대학원 전자및전기공학과 졸업(공학박사)
2001년 9월~현재 동양대학교 정보통신공학부 부교수
1987년 2월~1997년 3월 한국전자통신연구원(ETRI) 선임연구원, 삼성전자 주임연구원
2000년 6월~2001년 9월 삼성종합기술원 수석연구원
※ 관심분야 : 발진기 위상잡음 이론, RFIC, HEMT/MESFET 모델링