

계장화 압입시험의 하중-변위 곡선에 미치는 선단 형상 및 푸아송비의 영향

이진행*

* 한국원자력연구원 장치설계부

Influence of Indenter Tip Geometry and Poisson's Ratio on Load-Displacement Curve in Instrumented Indentation Test

Jin Haeng Lee*†

* Research Reactor Mechanical Structure Design Division, Korea Atomic Energy Research Institute

(Received April 6, 2014 ; Revised June 11, 2014 ; Accepted July 6, 2014)

Key Words: Instrumented Indentation Technique(계장화압입시험), Indenter Tip Geometry(압입자 선단 형상), Finite Element Analysis(유한요소해석), Spherical Indentation(구형 압입), Berkovich Indentation(버코비치 압입)

초록: 마이크로/나노 압입시험에 사용되는 각뿔 혹은 원뿔형 압입자의 선단 형상은 제작한계 및 사용 중 마모 등으로 인해 필수적으로 곡면 형태를 띄게 된다. 많은 압입시험 관련 연구에서 각뿔형 압입자의 선단 형상은 편의상 구형으로 가정한 후, 얇은 압입에 대한 구형압입 이론식을 적용하고 있다. 이러한 가정에는 근본적으로 두 가지 문제점이 있는데, 첫 번째로 이론해의 정확성은 재료 물성치 및 압입자 형상에 따라 변화한다는 점이며, 두 번째로 각뿔형 압입자의 실제 선단 형상은 이상적인 구형이 아니라는 점이다. 본 연구에서는 유한요소해석에 기반하여 압입시험에 미치는 이 두 요소의 영향을 분석한다. 먼저 탄성 구형 압입시험에 대해 푸아송비와 하중-변위 곡선의 상관관계를 살펴보고, 이를 기반으로 수정된 구형 탄성 압입 관계식을 제시한다. 이어 가정된 Berkovich 선단 형상의 3차원 유한요소해석으로부터 압입깊이에 따른 하중-변위 곡선의 특성을 분석한다.

Abstract: The tip geometries of the pyramidal and conical indenters used for micro/nano-indentation tests are not sharp. They are inevitably rounded because of their manufacturability and wear. In many indentation studies, the tip geometries of the pyramidal indenters are simply assumed to be spherical, and the theoretical solution for spherical indentation is simply applied to the geometry at a shallow indentation depth. This assumption, however, has two problems. First, the accuracy of the theoretical solution depends on the material properties and indenter shape. Second, the actual shapes of pyramidal indenter tips are not perfectly spherical. Hence, we consider the effects of these two problems on indentation tests via finite element analysis. We first show the relationship between the Poisson's ratio and load-displacement curve for spherical indentation, and suggest improved solutions. Then, using a possible geometry for a Berkovich indenter tip, we analyze the characteristics of the load-displacement curve with respect to the indentation depth.

- 기호설명 -

a : 압입접촉반경
 E : 탄성계수 (영률)
 E^* : 유효탄성계수 (유효영률)

$f(x)$: 압입자 형상함수
 h : 압입깊이
 h_c : 압입접촉깊이
 P : 압입하중
 R : 압입자 선단반경
 u_r : 반경방향 변위
 x : 접촉반경으로 무차원화된 반경방향 거리

† Corresponding Author, jinhaeng@kaeri.re.kr

© 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

ν : 푸아송비

1. 서론

자기 유사성(self-similarity)이 있는 각뿔형 압입자(pyramidal indenter)는 마이크로/나노 압입시험에서 미소 재료의 다양한 기계적 물성 및 특성, 즉 경도 및 영률,^(1~3) 소성물성,⁽⁴⁾ 취성재료의 파괴인성,^(5,6) 크리프 물성,^(7,8) 잔류응력⁽⁹⁾ 등을 평가하는 데에 널리 이용되고 있다. 그러나 이상적인 자기 유사성은 압입자 선단(tip)의 제작한계, 사용중 마모 등으로 인해 매우 작은 압입깊이에 대해 적용되지 않는다.⁽¹⁰⁾ 이러한 압입자 선단 형상은 편의상 구형으로 간주하여 얇은 압입깊이에 대한 탄성재료의 구형 압입이론을 적용한다. 여기서 가상의 구형 압입자 반경은 하중-변위 곡선의 회귀를 통해 예측할 수 있다. 이렇게 예측된 선단 반경은 나노 압입시험 시 발생하는 pop-in 현상 등을 분석할 때 종종 이용된다.^(11,12) 그러나 이러한 가정에는 근본적으로 두 가지 문제점이 있다. 첫 번째는 이론해의 정확성은 재료 물성치 및 압입자 형상에 따라 변화한다는 점이며, 두 번째는 각뿔형 압입자의 실제 선단 형상은 이상적인 구형이 아니라는 점이다. 각뿔형 압입자의 특성을 고려할 때 실제 압입자 선단의 형상은 압입자 모서리 수, 압입자 제작 및 마모 특성에 따라 달라진다. 따라서 압입자 선단 형상이 압입에 미치는 영향을 정량적으로 분석해 볼 필요가 있다.

본 논문의 2장에서는 포물면 회전체 및 구형 압입자에 대한 Sneddon의 탄성 이론식에 대해 정리하며, 3장에서는 본 연구에 사용된 유한요소해석 모델에 대해 기술한다. 4장에서는 구형 압입자 혹은 구형 선단을 가정할 수 있는 원뿔형 압입자에 대한 탄성 유한요소해석을 통해 Sneddon 식과 해석치를 비교하여 그 유효성을 검증하며, 탄성이론식과 해석치의 차이를 최소화할 수 있는 보정식을 제안한다. 이로부터 이론식 및 보정식으로부터 예측되는 선단반경과 실제 해석에 사용된 반경의 차이를 푸아송비 및 압입깊이별로 비교 평가해본다. 5장에서는 임의의 선단 형상을 갖는 Berkovich 압입자에 대한 해석을 통하여 압입깊이별 하중-변위 곡선의 특성을 살펴보고, 이를 Sneddon 식과 본 연구에서 제안한 보정식을 통하여 선단반경을 예측해본다.

2. Sneddon의 탄성 압입수식

원뿔형 및 각뿔형 압입자의 선단 형상을 구형으로

가정한다면, 초기의 일정 접촉구간에 대해 구형 압입시험으로 간주할 수 있다. 또한 이러한 초기 접촉구간에서 탄성변형이 지배적이라면, 이 때의 접촉을 Sneddon의 탄성 압입 관계식^(13,14)으로 나타낼 수 있다.

반무한체의 등방성 탄성 재료에 대해 마찰이 없는 조건에서 r - z 좌표축으로 정의되는 축대칭 강체 압입자로 재료를 압입하는 경우, Sneddon의 압입깊이 및 하중에 대한 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$h = \int_0^1 \frac{f'(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \tag{1}$$

$$P = 2E^* a \int_0^1 \frac{x^2 f'(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \tag{2}$$

여기서 h 는 압입깊이(혹은 변위), P 는 압입깊이에 대한 압입하중을 나타내며, E^* 는 유효탄성계수(유효 영률), a 는 접촉반경, x 는 r/a , 즉 접촉반경으로 무차원화 된 반경방향 거리, $f(x)$ 는 압입자 형상 함수이다.

Sneddon은 위의 관계식을 이용하여 몇 가지 축대칭 압입자에 대한 탄성해를 도출하였다. 구형 압입자의 경우 포물면(paraboloid) 회전체 압입자 및 구(sphere)에 대해 유도된 식들을 비교해 볼 필요가 있다.

먼저 반경이 R 인 구형 압입자에 대해 얇은 압입을 가정하여 근사적으로 $f(x) = h_c x^2$ 와 같이 표현할 수 있다. 여기서 h_c 는 압입접촉깊이로 $h_c \approx a^2 / 2R$ 이다. 이와 같은 포물면 회전체 압입자에 대해 식 (1) 및 (2)로부터 다음의 관계식이 유도된다.

$$h = 2h_c = \frac{a^2}{R} \tag{3}$$

$$P = \frac{8}{3} E^* a h_c = \frac{4E^* a^3}{3R} = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} h^{3/2} \tag{4}$$

여기서 E^* 는 강체 압입자에 대해 $E^* = E / (1-\nu^2)$ 이다. 한편, Sneddon⁽¹⁴⁾의 Hankel transform에 사용되는 함수 $\chi(t)$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \chi(t) &= \frac{2}{\pi} \left[\int_0^1 \frac{f'(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx - t \int_0^t \frac{f'(x)}{\sqrt{t^2-x^2}} dx \right] \\ &= \frac{4h_c}{\pi} (1-t^2) \end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)를 이용하여 유도된 u_r 은 다음과 같다.

$$u_r = -\frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \frac{1}{x} \left[\int_0^1 \chi(t) dt - \int_x^1 \frac{t\chi(t)}{\sqrt{t^2-x^2}} dt \right] \quad (6)$$

$$= -\frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{4h_c}{3\pi x} \left[1 - (1-x^2)^{3/2} \right]$$

단, $0 \leq x < 1$ 이다. 여기서 u_r 은 수직방향으로 재료가 압입될 때 접촉영역 내에서 r 방향, 즉 반경 방향으로 발생하는 변위를 의미한다.

만약 고차항을 무시하지 않은 완전 구형 압입자를 가정할 경우 $f(x)$ 는 $R - \sqrt{R^2 - a^2x^2}$ 로 표현되며, 이 때 Sneddon의 해는 다음과 같다.

$$h = \frac{1}{2} a \ln \frac{R+a}{R-a} \quad (7)$$

$$P = \frac{E^*}{2} \left[(a^2 + R^2) \ln \frac{R+a}{R-a} - 2aR \right] \quad (8)$$

구형 압입자에 대해서도 포물면 회전체 압입자와 마찬가지로 반경방향 변위 u_r 이 발생하나, 식 (6)과 같이 단순한 형태로 정리되지 않는다.

이와 같이 두 압입자 형태에 대해 정리된 해들은 얇은 탄성 구형 압입에 대해 근사적인 하중-변위 관계를 도출해 낼 수 있다. 그러나 Hay 등⁽¹⁵⁾이 원뿔형 압입자에 대해 지적한 바와 같이 얇은 탄성압입에 대해서도 두 관계식은 근본적인 오차를 내포하고 있다. 즉, 반경방향 변위 u_r 에 의해 압입자 형태, 혹은 재료 접촉표면부 형상은 원래 가정된 압입자 형상과 달라지게 된다. 이와 같은 불일치 현상은 식 (6)에 나타낸 바와 같이 푸아송비의 영향을 받게 되며, 푸아송비가 0.5인 경우 모든 지점에서 $u_r = 0$ 이므로 이와 같은 반경방향 변위의 영향이 사라지게 된다. 즉, 푸아송비가 0.5가 아니라면, Sneddon의 해로부터 유도되는 관계식들은 원래 가정된 압입자와 다른 형태의 강체 압입자에 대한 결과이다. 여기서 주목해야 할 점은 압입자 형태 변화의 근본적인 원인은 접촉에 의한 압입자의 탄성변형 때문이 아니라, Sneddon의 해에서 문제를 정의할 때 u_z 에 대해서만 경계조건을 부여하고 u_r 은 풀이과정에서 유도되기 때문이라는 점이다.

또한 주목해야 할 부분은, 각뿔형 압입자의 선단 형상이 완전한 구형일 수 없다는 점이다. 따라서 Bei 등⁽¹¹⁾은 Berkovich 선단 형상에 대해 단순히 구형 압입자를 가정하여 유도된 식을 이용하는 대신, 주어진 압입자에 대해 실험적으로 결정한 면적 함수를 이용하여 선단 형상을 표현하였다. 그러나, 이와 같은 가정에도 몇 가지 추가적으로 고려해야

할 사항이 있다. i) 먼저 Bei 등은 근본적으로 Sneddon의 해에 기초하여 수식을 확장하였다. 따라서 앞에서 언급한 바와 같이 푸아송비에 따른 반경방향 변위의 영향이 여전히 존재한다. ii) Bei 등이 사용한 방식은 근본적으로 축대칭 형상을 가정하고 있다. 따라서 실제 Berkovich 압입자 선단에서 발생하는 비축대칭 형상과의 차이에 의한 오차가 항상 존재한다.

3. 유한요소해석 모델

상용유한요소해석 프로그램인 ABAQUS⁽¹⁶⁾를 이용하여 구형 및 Berkovich 압입시험 유한요소해석 모델을 생성하여 해석을 수행하였다. 먼저 구형 압입시험의 경우 시험 대상이 되는 재료와 압입자 모두 축대칭임을 고려하여 2차원 축대칭 모델을 이용한다. 모재는 등방성 탄성재료를 가정하며, 대변형을 고려한다. 모재 해석에는 4절점 선형 축대칭 요소 CAX4(ABAQUS 6.12 User's Manual)를 사용하며, 압입자는 강체로 가정한다. 모델의 유효성을 검증하기 위해 선형해석을 통해 접촉영역 부근의 최소 요소크기 및 시편의 크기를 변화시켜 최적 요소망을 결정하였다. 모재의 최종 유한요소모델은 약 16700개의 절점과 약 16000개의 4절점 축대칭 요소들로 구성된다. 압입자와 모재의 접촉면 양쪽에는 접촉요소면을 배치한다. 마찰계수의 변화는 압입접촉면적 및 응력-변형을 분포에 중대한 영향을 미치지만, 하중-변위 곡선에 미치는 영향은 상대적으로 미미하다.⁽¹⁷⁾ 본 연구에서는 하중-변위 관계를 중점적 살펴보며, 또한 무마찰하에서 전개된 압입 이론과 비교를 위해 마찰은 고려하지 않는다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 축대칭조건을 만족시키기 위해 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속하고, 모재 밑면은 수직방향성분만 구속시킨 후

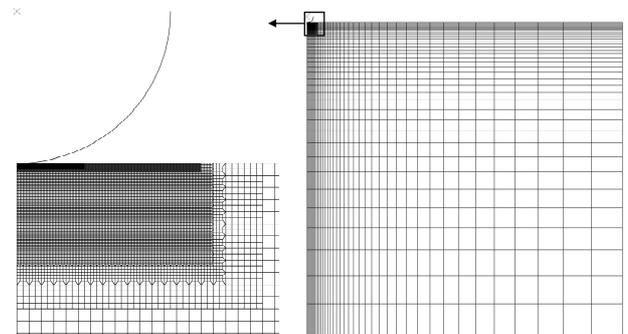


Fig. 1 The finite element mesh for axisymmetric spherical indentation analysis

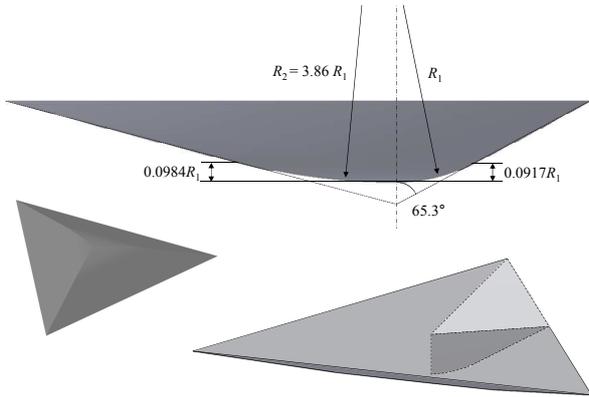


Fig. 2 The Berkovich tip shape considering the geometry with an assumed tip-rounding

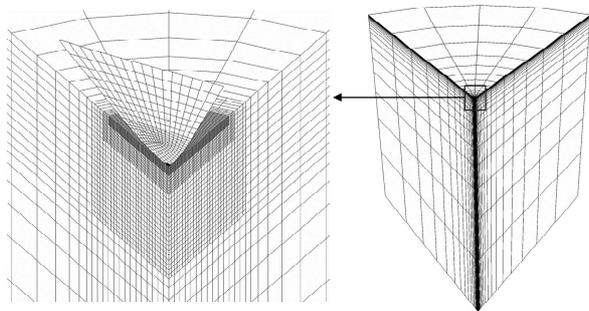


Fig. 3 The 3-Dimensional finite element mesh for Berkovich indentation analysis

강체 압입자를 하강시켜 재료를 압입한다. 생성된 유한요소해석 모델은 Fig. 1과 같다. 압입자를 강체로 가정하므로 압입하중을 영률로 무차원화할 경우 그 값과 관계없이 동일한 해석결과를 얻게 된다. 따라서 본 해석에서는 영률을 100 GPa로 고정하고, 푸아송비를 0 ~ 0.499 사이로 변화시켜 푸아송비의 영향을 살펴본다.

Berkovich 압입시험의 유한요소해석을 위하여 3차원 요소망 모델을 생성하였다. Berkovich 압입자의 대칭성을 고려하여 전체 형상의 1/6 부분만 해석에 사용한다. 유한요소해석 모델 생성에 앞서, 압입자 선단에 인위적인 곡면을 생성하기 위해 Autodesk사의 Inventor 2013을 이용하였다. 가정된 선단 형상은 Fig. 2와 같다. 먼저 중심축과 65.3°의 각을 이루는 단면부(우측)에 반경 R_1 을 먼저 부여하고, 중심축과 우측 곡면이 만나는 지점을 통과하여 동일 단면 좌측방향 모서리와 접선으로 만나는 반경 R_2 를 추적한 후, 이를 loft로 제거하여 압입자로 이용한다. 해석에 이용한 3차원 유한요소해석 모델을 Fig. 3에 나타내었다. 압입자에 해당하는 강체면에는 R3D4요소를, 모재는 3차원 선형 요소인 C3D8를 사용하나 중심부에만 C3D6를 적용한다. 사용된

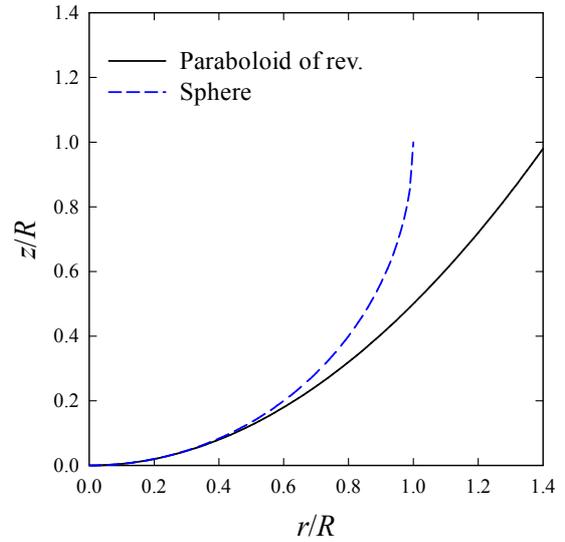


Fig. 4 The comparison of the indenter shapes between the paraboloid of revolution and the sphere

절점수와 요소수는 각각 약 50800와 47300개이다. 구형 압입모델과 마찬가지로 마찰은 고려하지 않는다.

상기 두 가지 모델을 이용한 유한요소해석을 통해 푸아송비가 변화할 때 하중-변위 곡선을 생성하고 이를 비교하여 그 특성을 살펴본다.

4. 탄성재료의 구형 압입시험 해석

포물면 회전체로 가정한 압입자와 완전 구형을 가정한 압입자에 대해 r - z 좌표축에 대한 관계식을 이용하여 동일 압입자 반경 R 에 대한 압입자 형상을 Fig. 4에 나타내었다. 여기서 실선은 포물면 회전체, 점선은 구형 압입자이다. 두 압입자 형상은 압입깊이가 증가할수록 큰 편차를 보이며, 동일 깊이에서 포물면 회전체의 접촉반경이 구형 압입자보다 크므로 압입하중은 포물면 회전체가 더 크게 계산될 것이다. 두 압입자 형상이 유사한 범위는 r/R 의 비가 대략 0.3 ~ 0.4 이하일 때이다.

완전 구형압입자에 대해 푸아송비 변화에 따른 하중-변위 관계를 유한요소해석으로부터 구하고, 이를 이론식들과 비교해 보았다. 해석에 사용된 푸아송비는 $\nu = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.499$ 이다. Fig. 5는 이 중 대표적 세 가지 푸아송비에 대해 $h/R = 1$ 까지 압입한 경우 포물면 회전체 이론식 (3)-(4), 구형 압입 이론식 (7)-(8) 및 유한요소해석으로 계산한 무차원 하중-변위 곡선을 보여준다. 압입깊이가 증가할수록 세 곡선의 편차는 증가하는데, 푸아송비가 0이면 유한요소해석으로 구한 하중-변위 곡선이 동일 압입깊이에서 가장 큰 하중값을 갖게 되고,

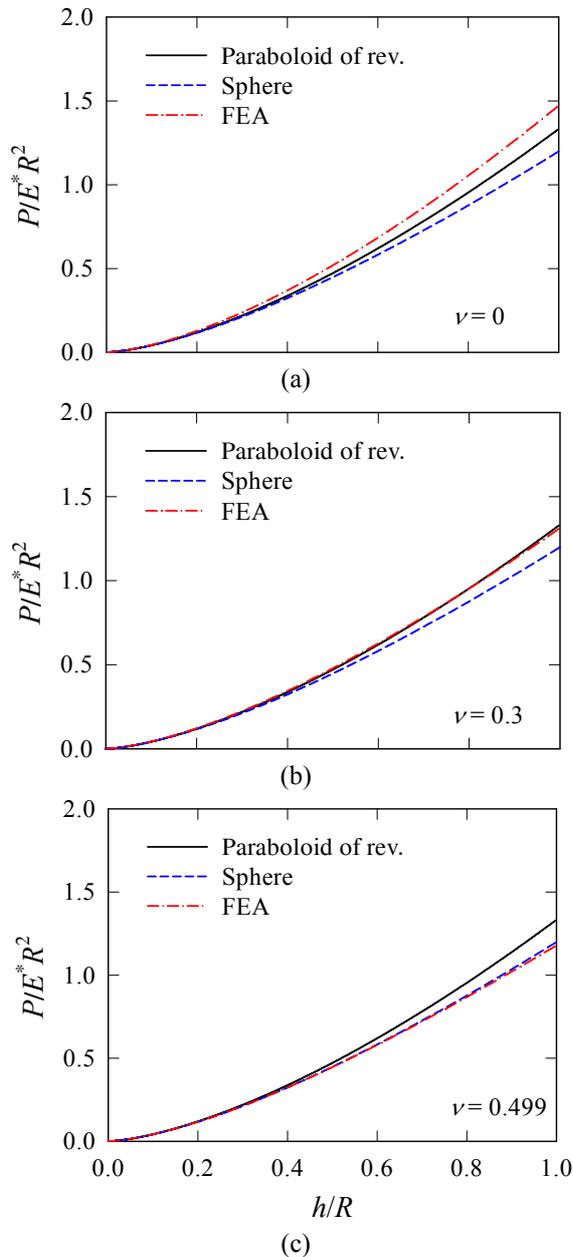


Fig. 5 Normalized load-displacement curves obtained from Eqs. (3)-(4), Eqs. (7)-(8), and spherical indentation FE analysis

그 다음이 포물면 회전체, 구형 압입자 순이 된다. 푸아송비가 0.3이면 유한요소해석치와 포물면 회전체에 대한 이론식은 거의 일치한다. 그러나 푸아송비가 0.499이면 유한요소해석치는 구형 압입자에 대한 이론식과 거의 일치하며, 포물면에 대한 이론식은 실제보다 더 큰 하중값을 갖는다.

이와 같이 이론치가 푸아송비에 따라 정확성이 달라지는 원인은 앞서 설명한 바와 같이 푸아송비의 함수인 반경방향 변위 u_r 로 인해 압입자 형상이

푸아송비에 따라 다르기 때문이다. 반경방향 변위는 중심축 방향으로 향하게 되며, 따라서 압입자 변형은 접촉반경 감소를 야기한다. 이로 인해 동일 압입깊이에서 구형 압입 이론값보다 해석으로부터 구한 하중값이 더 크다. 푸아송비가 0.5에 근접하면 식 (6) 상에서 모든 지점의 반경방향 변위가 0이 되어 Fig. 5(c)와 같이 구형 압입자에 대한 이론치와 해석치가 거의 일치하게 된다. 포물면 회전체 압입자의 경우, 압입자가 u_r 만큼 형상이 변형되면서 구형에 더 근접해질 수 있으며, 푸아송비가 0.3 정도일 때 해석치와 포물면 회전체에 대한 이론치가 거의 일치하게 된다.

Fig. 6은 두 압입자에 대해 Sneddon 수식으로 계산되는 하중과 유한요소해석으로 계산된 하중의 편차를 압입깊이별로 나타낸 것이다. h/R 의 비를 1.0으로 제한할 때, 포물면 회전체의 하중오차는 약 -10% ~ 15% 정도이며, 구형 회전체의 경우 오차는 약 0% ~ 20%이다. 한편 두 압입자에 대해 주어진 압입깊이에서 Sneddon 식으로 계산된 무차원화된 하중차는 푸아송비와 관계없이 항상 일정함을 Fig. 6(c)를 통해 알 수 있다. 이는 Sneddon 식에서 압입하중은 $(1-\nu^2)$ 의 함수이지만 두 압입자에 대한 수식에 동일하게 적용되므로, 무차원화된 하중에 미치는 푸아송비의 영향이 상쇄되기 때문이다. Fig. 5에서도 유한요소해석으로 구한 하중-변위 곡선과 달리 Sneddon 식으로 계산된 무차원화된 하중-변위 곡선은 푸아송비와 관계없이 항상 일정함을 볼 수 있다. 이와 같이 포물면 회전체 및 구형 압입자에 대한 Sneddon 해는 실제 구형 압입접촉문제를 완벽히 표현할 수 없다. 따라서 이에 대한 수정이 필요하다.

구형 압입시험에 대한 유한요소해석으로 얻은 하중-변위 곡선은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$P/E^*R^2 = g_0(\nu)(h/R)^{g_1(\nu)} \quad (9)$$

각 푸아송비에 대해 위 관계식을 이용하여 무차원화된 하중-변위 곡선을 회귀하면 함수 $g_0(\nu)$ 및 $g_1(\nu)$ 를 구할 수 있다. $g_0(\nu)$ 및 $g_1(\nu)$ 는 회귀구간에 민감하므로 필요 회귀구간에 따라 계수를 결정하는 것이 오차를 최소화시킬 수 있다. 아래 식 (10)-(11)은 $h/R = 0.4$ 및 0.2 를 최대로 가정할 때 6가지 푸아송비에 대한 유한요소해석 데이터를 회귀하여 구한 값이다.

$$\begin{aligned} g_0(\nu) &= C_{0j} \nu^j \\ g_1(\nu) &= C_{1j} \nu^j \quad j = 0, 1, 2 \end{aligned} \quad (10)$$

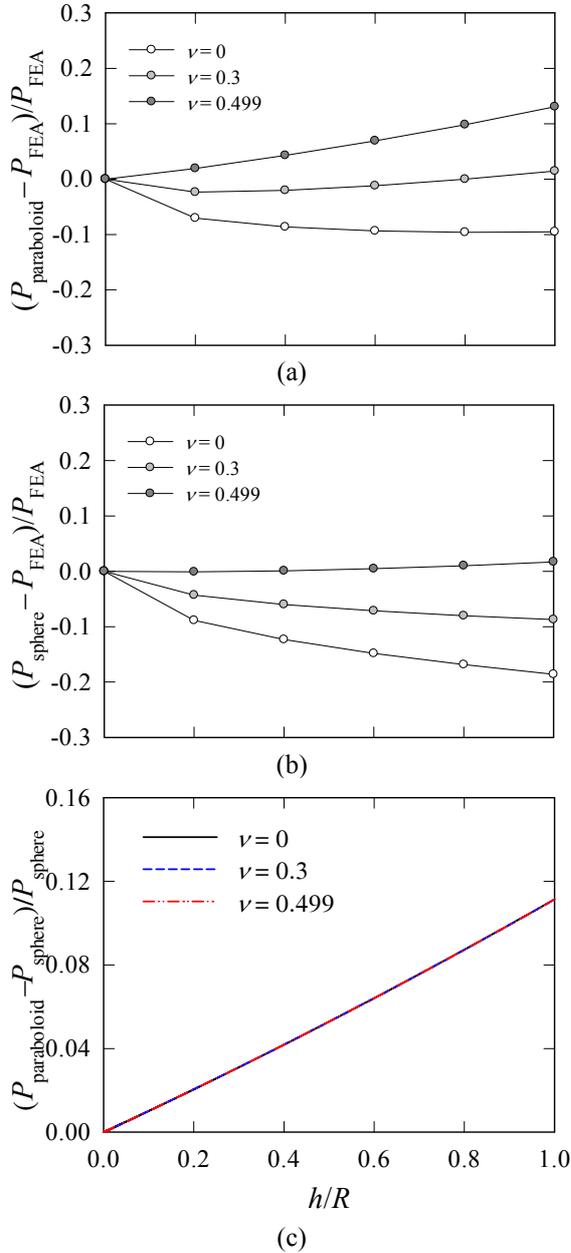


Fig. 6 Normalized load deviation-displacement curves obtained from Eqs. (3)-(4) (paraboloid of revolution), Eqs. (7)-(8) (sphere), and spherical indentation FE analysis for $\nu = 0, 0.3, \text{ and } 0.499$.

$$\begin{aligned}
 C_{0j} &= (1.492, -0.3859, -0.2043) \\
 C_{1j} &= (1.525, -0.07099, -0.07251) & 0 < \frac{h}{R} < 0.4 \\
 C_{0j} &= (1.488, -0.3319, -0.1621) \\
 C_{1j} &= (1.523, -0.05209, -0.04331) & 0 < \frac{h}{R} < 0.2
 \end{aligned} \tag{11}$$

압입자 반경을 예측하기 위해 식 (9)는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$R = \left[\frac{P}{E^* g_0(\nu) h^{g_1(\nu)}} \right]^{\frac{1}{2-g_1(\nu)}} \tag{12}$$

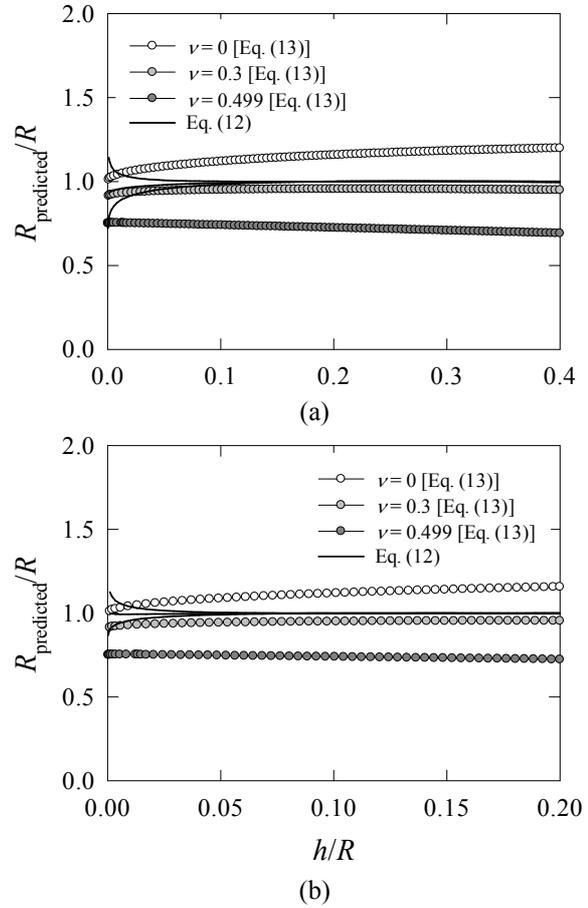


Fig. 7 Normalized radii of indenter predicted from Eqs. (12) and (13) with spherical indentation FEA data for $\nu = 0, 0.3, \text{ and } 0.499$ when (a) $0 < h/R < 0.4$ and (b) $0 < h/R < 0.2$

이 식에 식 (10) 및 식 (11)의 계수를 이용하면 하중-변위 각 지점에 대한 유효반경을 얻을 수 있다. 한편 포물면 회전체 압입자에 대한 Sneddon 식 (4)를 변형한 아래 식을 이용하면 각 하중-변위 지점에 대한 유효반경을 얻을 수 있다.

$$R = \frac{9P^2}{16E^{*2} h^3} \tag{13}$$

여기서 Sneddon의 구형 압입자에 대한 식을 이용하지 않고 포물면 회전체 수식을 이용하는 이유는, 구형 압입자에 대한 식은 형태가 포물면 회전체 압입자보다 복잡하기 때문에 반경을 예측하기 위해서는 수치해석적인 방법으로 풀어야 하며, 많은 재료들이 푸아송비가 0.3 부근에 존재하므로 얇은 압입깊이 구간에 대해 포물면 회전체 압입자에 대한 이론식이 구형 압입자를 이용한 식보다 오차가 작기 때문이다.

Fig. 7은 식 (12) 및 (13)을 이용해 각 하중-변위

지점 데이터로부터 환산된 압입자 반경을 나타낸다. 식 (13)으로 예측되는 압입자 반경은 앞서 살펴본 바와 마찬가지로 푸아송비에 따라 영향을 받아 최대 약 30% 가량 차이를 보인다. 반면 Fig. 7(a)에서 볼 수 있듯이 식 (12)를 이용할 경우 압입깊이비 $h/R > 0.1$ 이상이면 푸아송비와 큰 상관 없이 압입자 반경을 정확히 예측할 수 있다. 만약 $h/R < 0.1$ 인 경우에 대해 정확성을 확보하기 위해서는 회귀구간을 바꿔 식 (11)의 계수를 재확보하면 된다. Fig. 7(b)는 $0 < h/R < 0.2$ 에 대한 회귀계수를 이용하여 압입자 반경을 예측한 결과로, $h/R > 0.05$ 이상이면 푸아송비와 큰 상관관계를 갖지 않고 압입자 반경을 정확하게 예측할 수 있다.

5. 탄성재료의 Berkovich 압입시험 해석

Berkovich 압입자에 대해 선단 형상 및 푸아송비 변화가 하중-변위 곡선에 미치는 영향을 살펴보기 위해 3차원 유한요소해석을 실시하였다. 해석에 사용된 압입자 형상과 요소망은 Figs. 2-3와 같다. 사용된 푸아송비는 $\nu = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.499$ 이다. 구형 압입자와 달리 Berkovich 압입자 형상에 대한 선단반경은 미리 결정된 값이 아니라 하중-변위 곡선 관계를 통해 유추되는 값이며, 실제 형상도 구형이 아니기 때문에 회귀구간에 따른 함수가 되므로 단일 반경으로 정의하기 어렵다. 따라서 Fig. 5와 같이 선단반경 R 을 이용해 무차원화하는 방법은 사용할 수 없다. 대신 모델링에 사용된 R_1 을 이용하여 무차원화한 하중-변위 곡선을 Fig. 8에 나타내었다. 여기서 무차원화하지 않고 하중-변위 곡선을 나타내어도

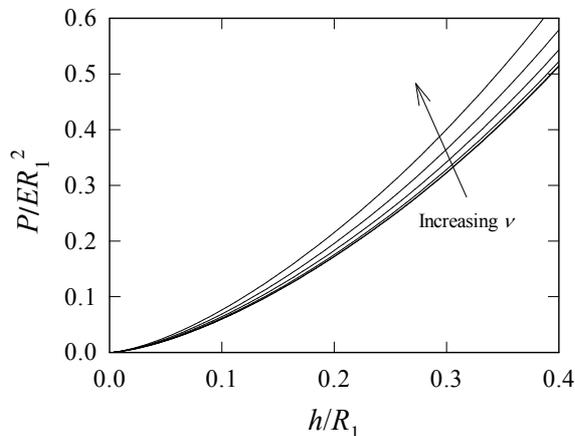


Fig. 8 Normalized load-displacement curves obtained from Berkovich indentation FE analysis and for $\nu = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4,$ and 0.499

무방하나, 임의의 R_1 에 대해 동일한 해석결과를 보여줄 수 있으므로 일반화를 위해 무차원화하여 표기하였다. 또한 푸아송비가 증가하면 동일 압입깊이에서 하중이 증가함을 명확히 보이기 위해 하중 무차원화에 유효영률을 이용하는 대신 영률을 이용해 무차원화하였다.

Fig. 9은 식 (12) 및 (13)를 이용해 각 하중-변위 지점 데이터로부터 환산된 무차원 압입자 반경을 나타낸다. Fig. 9(a)는 식 (12)에서 식 (11)의 $0 < h/R < 0.4$ 에 대한 회귀계수를, Fig. 9(b)는 식 (11)의 $0 < h/R < 0.2$ 에 대한 회귀계수를 이용하여 나타낸 것이다. 식 (13)으로 예측되는 압입자 유효반경 R_{eff} 은 4장에서 살펴본 바와 같이 예측 유효반경이 푸아송비에 따라 차이를 보이며, 압입깊이가 증가하면 편차도 증가한다. 푸아송비에 따른 유효반경의 오차는 최대 약 20%이다. 반면 식 (12)로 예측된 압입자 유효반경은 Fig. 9(a)에서 볼 수 있듯이

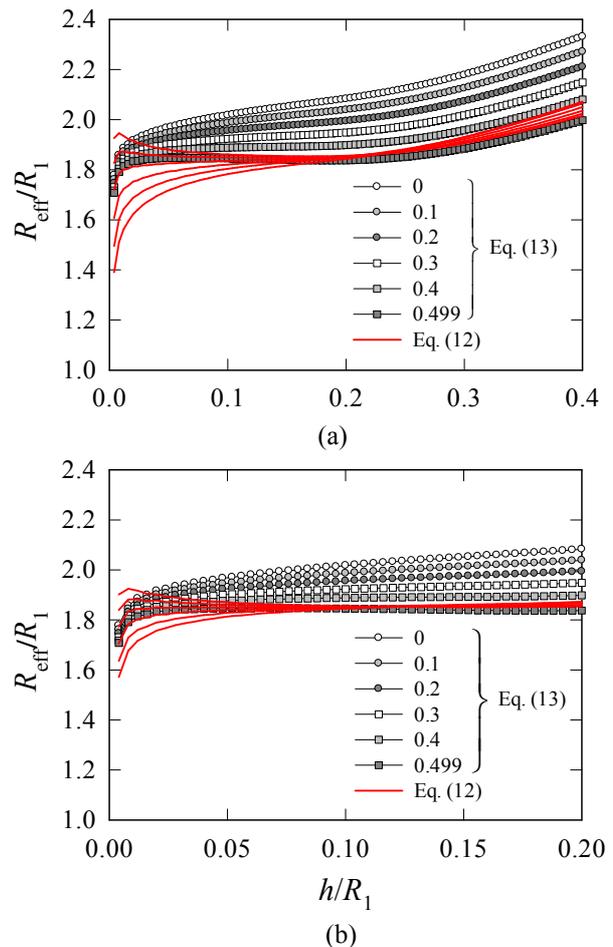


Fig. 9 Normalized effective radii of indenter predicted from Eqs. (12) (solid lines) and (13) (symbols) with Berkovich indentation FEA data for $\nu = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4,$ and 0.499 when (a) $0 < h/R_1 < 0.4$ and (b) $0 < h/R_1 < 0.2$

압입깊이비 $h/R_1 > 0.2$ 이상이면 푸아송비와 상관 관계를 갖지 않고, 예측 오차도 크게 줄어든다. Fig. 9(b)는 회귀구간을 줄여 얻은 계수를 사용하면 압입깊이비 $h/R_1 > 0.1$ 이상에서 푸아송비와 관계 없이 유효반경을 예측할 수 있음을 보여준다.

식 (12)로 예측되는 반경 R 은 R_1 의 약 두 배가 된다는 점을 주목해볼 필요가 있다. 이는 Fig. 2에서 R_1 과 $R_2 (= 3.86R_1)$ 사이의 값에 해당한다. 만약 Fig. 9(a)의 가로축을 R_1 이 아닌 R 로 무차원화한다면, 구형 압입자에서 살펴 본 바와 같이 대략 $h/R < 0.1$ 구간에서 식 (12)로 회귀할 때 푸아송비에 따른 예측 반경 편차가 증가하는 현상과 일치한다. 구간을 $0 < h/R_1 < 0.2$ 으로 바꾼 Fig. 9(b)의 경우도 유사한 현상이 관찰된다.

이와 같이 Berkovich 압입자에 임의의 선단 형상을 가정하였을 때의 유효반경을 구형압입해석으로부터 유도된 수식을 이용하여 유추해 보았다. Fig. 2에서 가정한 형상을 보면 압입접촉깊이가 대략 $0.1R_1$ 이하이면 선단 형상의 집적적인 영향을 받게 된다. 탄성 구형 압입에서 접촉깊이는 대략적으로 압입깊이의 1/2이므로, 압입깊이가 $0.2R_1$ 이상에서 자기유사성을 갖는 Berkovich 압입자 특성이 나타나기 시작한다. 따라서 Fig. 9(b)에 나타낸 구간이 실질적으로 선단 형상의 직접적인 영향을 받는 영역이며, 압입깊이가 $0.2R_1$ 이상인 구간은 구형접촉이 아닌 Berkovich 접촉영역이 된다. Fig. 9(a)에서 압입깊이가 $0.2R_1$ 지점을 지나면서 유효반경의 기울기가 완만히 증가함을 볼 수 있는데, 이는 압입자가 Berkovich 형태로 변화하면서 접촉 면적이 넓어져 유효반경이 증가하기 때문이다.

6. 결 론

탄성재료의 압입 유효요소해석으로부터 Sneddon의 탄성 압입이론과 구형 압입자 및 Berkovich 선단에 대한 해석치를 비교하였다. 이로부터 푸아송비 및 압입깊이 변화에 따른 Sneddon 식의 유효성을 살펴보았다. 또한 유효요소해석을 이용하여 실제 압입시험의 하중-변위 관계를 나타낼 수 있는 회귀식을 제시하였다. Berkovich 압입자의 경우 원뿔형 압입자와 달리 실제 선단 형상을 완전한 구형으로 가정할 수 없으며, 또한 매우 얇은 압입 깊이에서 근사적으로 구형으로 가정할 수 있다고 하더라도 이론식의 한계로 인해 푸아송비에 따라 그 정확성이 변화하게 된다. 본 연구에서는 임의로 선택된 Berkovich 압입자의 3차원 선단 형상에 대해 유효요소해석을 수행하여 푸아송비에 따른 하중-

변위 곡선 관계를 살펴보고, 이를 구형압입해석과 비교하여 그 특성을 분석하였다. 본 연구에 대한 결론은 다음과 같이 요약된다.

(1) 구형 압입자에 대한 Sneddon의 이론해로부터 예측되는 선단반경은 근본적인 이론적 한계로 인해 푸아송비 및 압입깊이에 따라 정확성이 크게 좌우된다.

(2) 푸아송비가 0.3인 경우 구형 압입자의 선단 반경은 포물면 회전체 형상에 대한 Sneddon의 해에 더 근접한다.

(3) 유효요소해석으로부터 유도된 반경예측식을 이용할 경우 푸아송비에 관계없이 원뿔형 압입자의 선단반경을 정확하게 예측할 수 있다.

(4) Berkovich 압입자 선단의 유효반경은 Sneddon 식을 이용할 경우 푸아송비에 따라 최대 약 20%의 오차를 내포할 수 있다.

(5) Berkovich 압입자에 대해 구형 압입 유효요소해석으로부터 구한 회귀관계식을 이용할 경우 푸아송비에 관계없이 동일한 유효반경을 예측할 수 있다.

참고문헌

(References)

- (1) Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 1992, "An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus Using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments," *J. Mater. Res.*, Vol. 7, pp. 1564~1583.
- (2) Pharr, G. M., Oliver, W. C. and Brotzen, F. R., 1992, "On the Generality of the Relationship among Contact Stiffness, Contact Area and Elastic Modulus during Indentation," *J. Mater. Res.*, Vol. 7, pp. 613~617.
- (3) Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 2004, "Measurement of Hardness and Elastic Modulus by Instrumented Indentation: Advances in Understanding and Refinements to Methodology," *J. Mater. Res.*, Vol. 19, No. 1, pp. 3~20.
- (4) Chen, X., Ogasawara, N., Zhao, M. and Chiba, N., 2007, "On the Uniqueness of Measuring Elastoplastic Properties from Indentation: The Indistinguishable Mystical Materials. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 55, pp. 1618~1660.
- (5) Lawn, B. R., Evans, A. G., and Marshall, D. B., 1980, "Elastic/Plastic Indentation Damage in Ceramics: The Median/Radial Crack System," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 63, pp. 574~581.
- (6) Lee, J. H., Gao, Y. F., Johanns, K. E. and Pharr, G. M., 2012, "Cohesive Interface Simulations of Indentation Cracking as a Fracture Toughness Measurement

- Method for Brittle Materials,” *Acta Mater.*, Vol. 60, pp. 5448~5467.
- (7) Bower, A. F., Fleck, N. A., Needleman, A. and Ogbonna, N., 1993, “Indentation of a Power Law Creeping Solid,” *Proc. R. Soc. Lond. (A)*, Vol. 441, No. 1911, pp. 97~124.
- (8) Lee, J. H. and Lee, H., 2012, “Transient Creep Analysis in Indentation Tests,” *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 36, No. 1, pp. 81~90.
- (9) Lee, J. H., Lee, H., Hyun, H. C., Kim, M., 2010, “Numerical Approaches and Experimental Verification of the Conical Indentation Techniques for Residual Stress Evaluation,” *J. Mater. Res.*, Vol. 25, No. 11, pp. 2212~2223.
- (10) Lee, J. H., Lee, H. and Kim, D. H., 2008, “A Numerical Approach to Elastic Modulus Evaluation Using Conical Indenter with Finite Tip Radius,” *J. Mater. Res.*, Vol. 23, No. 1, pp. 2528~2537.
- (11) Bei, H., George, H. P., Hay, J. L. and Pharr, G. M., 2005, “Influence of Indenter Tip Geometry on Elastic Deformation During Nanoindentation,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 95, pp. 045501-1~4.
- (12) Bei, H., Gao, Y. F., Shim, S., George, E. P. and Pharr, G. M., 2008, “Strength Difference Arising from Homogeneous Versus Heterogeneous Dislocation Nucleation,” *Phys. Rev. B*, Vol. 77, pp. 060103-1~4.
- (13) Sneddon, I. N., 1951, *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, pp. 450~468.
- (14) Sneddon, I. N., 1965, “The Relaxation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile,” *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 3, pp. 47~57.
- (15) Hay, J. C., Bolshakov, A. and Pharr, G. M., 1999, “A Critical Examination of the Fundamental Relations Used in the Analysis of Nanoindentation Data,” *J. Mater. Res.*, Vol. 14, pp. 2296~2305.
- (16) ABAQUS User’s Manual, Version 6.12, 2012, *Dassault Systèmes Simulia Corp.*, Providence, RI, USA.
- (17) Hyun, H. C., Kim, M., Lee, J. H. and Lee, H., 2011, “A Dual Conical Indentation Technique Based on FEA Solutions for Property Evaluation,” *Mech. Mater.*, Vol. 43, No. 6, pp. 313~331.